

eul_wid: pic-aa

Θέων ὁ Σμυρναῖος · Theon of Smyrna I

On the Usefulness of Mathematics

Περὶ χρησιμότητος μαθηματικῶν

Period: *Ῥωμαϊκή* **Roman**
Dialect: *Κοινή* **Koine**
Domain: *Γραμματική* **Grammar**
Format: *Πραγματεία* **Treatise**

¹ Ὅτι μὲν οὐχ οἷόν τε συνεῖναι τῶν μαθηματικῶς λεγομένων παρὰ Πλάτῳ μὴ καὶ αὐτὸν ἡσκημένον ἐν τῇ θεωρίᾳ ταύτῃ, πᾶς ἂν που ὁμολογήσειεν· ὥς δὲ οὐδὲ τὰ ἄλλα ἀνωφελὲς οὐδὲ ἀνόνητος ἡ περὶ ταῦτα ἐμπειρία, διὰ πολλῶν αὐτὸς ἐμφανίζειν ἔοικε. τὸ μὲν οὖν συμπάσης γεωμετρίας καὶ συμπάσης μουσικῆς καὶ ἀστρονομίας ἔμπειρον γενόμενον τοῖς Πλάτωνος συγγράμμασιν ἐντυγχάνειν μακαριστὸν μὲν εἴ τῳ γένοιτο, οὐ μὴν εὖπορον οὐδὲ ῥάδιον ἀλλὰ πάνυ πολλοῦ τοῦ ἐκ παίδων πόνου δεόμενον. ὥστε δὲ τοὺς διημαρτηκότας τοῦ ἐν τοῖς μαθήμασιν ἀσκηθῆναι, ὀρεγομένους δὲ τῆς γνώσεως τῶν συγγραμμάτων αὐτοῦ μὴ παντάπασιν ὦν ποθοῦσι διαμαρτεῖν, κεφαλαιώδη καὶ σύντομον ποιησόμεθα τῶν ἀναγκαίων καὶ ὦν δεῖ μάλιστα τοῖς ἐντευξομένοις Πλάτῳ μαθηματικῶν θεωρημάτων παράδοσιν, ἀριθμητικῶν τε καὶ μουσικῶν καὶ γεωμετρικῶν τῶν τε κατὰ στερεομετρίαν καὶ ἀστρονομίαν, ὦν χωρὶς οὐχ οἷόν τε εἶναί φησι τυχεῖν τοῦ ἀρίστου βίου, διὰ πολλῶν πάνυ δηλώσας ὥς οὐ χρή τῶν μαθημάτων ἀμελεῖν. ^[15]

² Ἐρατοσθένους μὲν γὰρ ἐν τῷ ἐπιγραφόμενῳ Πλατωνικῷ φησιν ὅτι, Δηλίοις τοῦ θεοῦ χρήσαντος ἐπὶ ἀπαλλαγῇ λοιμοῦ βωμὸν τοῦ ὄντος διπλασίονα κατασκευάσαι, πολλὴν ἀρχιτέκτοσιν ἐμπεσεῖν ἀπορίαν ζητοῦσιν ὅπως χρή στερεὸν στερεοῦ γενέσθαι διπλάσιον, ἀφικέσθαι τε πευσομένους περὶ τούτου Πλάτωνος. τὸν δὲ φάναι αὐτοῖς, ὥς ἄρα οὐ διπλασίονος βωμοῦ ὁ θεὸς δεόμενος τοῦτο Δηλίοις ἐμαντεύσατο, προφέρων δὲ καὶ ὀνειδίζων τοῖς Ἑλλήσιν ἀμελοῦσι μαθημάτων καὶ γεωμετρίας ὀλιγορηκόσιν. ἀκολουθῶν δὲ τῇ τοῦ Πυθίου παραινέσει πολλὰ καὶ αὐτὸς διέξεισιν ὑπὲρ τοῦ ἐν τοῖς μαθήμασι χρησίμου. ἔν τε γὰρ τῇ Ἐπινομίδι προτρέπων ἐπὶ τὰ μαθήματα φησιν· οὐ γὰρ ἄνευ τούτων ποτέ τις ἐν πόλει εὐδαιμόνων γενήσεται φύσις, ἀλλ' οὗτος ὁ τρόπος, αὕτη ἡ τροφή, ταῦτα τὰ μαθήματα, εἴτε χαλεπὰ εἴτε ῥάδια, διὰ ταύτης ἰτέον· ἀμελῆσαι δὲ οὐ θεμιτόν ἐστι θεῶν. καὶ ἐν τοῖς ἐφεξῆς τὸν τοιοῦτόν φησιν ἐκ πολλῶν ἔνα γεγονότα εὐδαίμονά τε ἔσσεσθαι καὶ σοφώτατον ἅμα καὶ μακάριον. ἐν δὲ τῇ Πολιτείᾳ φησὶν· ἐκ τῶν κε' ἐτῶν οἱ προκριθέντες τιμὰς τε τῶν ἄλλων μείζους οἴσονται, τὰ τε χύδην μαθήματα πᾶσιν ἐν τῇ παιδείᾳ γενόμενα τούτοις συνακτέον εἰς σύνοψιν οἰκειότητός τε ἀλλήλων τῶν μαθημάτων καὶ τῆς τοῦ ὄντος φύσεως. ^[20]

³ παραινεῖ τε πρῶτον μὲν ἔμπειρον γενέσθαι ἀριθμητικῆς, ἔπειτα γεωμετρικῆς, τρίτον δὲ στερεομετρίας, τέταρτον ἀστρονομίας, ἣν φησιν εἶναι θεωρίαν φερομένου στερεοῦ, πέμπτον δὲ μουσικῆς. τό τε χρήσιμον παραδεικνύς τῶν μαθημάτων φησὶν· ἡδὺς εἶ, ὅτι ἔοικας δεδιέναι, μὴ

ἄχρηστα τὰ μαθήματα προστάττοιμι. τὸ δ' ἔστιν οὐ πάνυ φαύλοις, ἀλλὰ πᾶσι χαλεπὸν πιστευθῆναι, ὅτι ἐν τούτοις τοῖς μαθήμασιν ἐκάστου οἷον ὀργάνοις τὸ ψυχῆς ἐκκαθαίρεται καὶ ἀναζωπυρεῖται ὅμμα τυφλούμενον καὶ ἀποσβεννύμενον ὑπὸ τῶν ἄλλων ἐπιτηδευμάτων, κρεῖττον δὲ σωθῆναι μυρίων ὁμμάτων· μόνῳ γὰρ αὐτῷ ἀλήθεια ὁράται. ἐν δὲ τῷ ἐβδόμῳ τῆς Πολιτείας περὶ ἀριθμητικῆς λέγων ὡς ἔστιν ἀναγκαιοτάτη πασῶν φησιν, ἔπειτα ἥς δεῖ πάσαις μὲν τέχναις, πάσαις δὲ διανοίαις καὶ ἐπιστήμαις καὶ τῇ πολεμικῇ. ^[15]

⁴ παγγέλοιον γοῦν στρατηγὸν Ἀγαμέμνονα ἐν ταῖς τραγωδίαις Παλαμήδης ἐκάστοτε ἀποφαίνει. φησὶ γὰρ ἀριθμὸν εὐρὺν τάς τε τάξεις καταστήσαι τῷ στρατοπέδῳ ἐν Ἰλίῳ καὶ ἐξαριθμῆσαι ναῦς τε καὶ τὰ ἄλλα πάντα, ὡς πρὸ τοῦ ἀναριθμητῶν ὄντων καὶ τοῦ Ἀγαμέμνονος ὡς ἔοικεν οὐδὲ ὅσους εἶχε πόδας εἰδότος, εἶγε μὴ ἡπίστατο ἀριθμεῖν. κινδυνεύει οὖν τῶν πρὸς νόησιν ἀγόντων φύσει εἶναι, καὶ οὐδεὶς αὐτῷ χρῆται ἐλκτικῶς ὄντι πρὸς οὐσίαν καὶ νοήσεως παρακλητικῶς. ὅσα μὲν γὰρ ἀπλῶς κινεῖ τὴν αἴσθησιν, οὐκ ἔστιν ἐπεγερτικά καὶ παρακλητικά νοήσεως, οἷον ὅτι ὁ ὀρώμενος δάκτυλός ἐστι, καὶ ὅτι παχὺς ἢ λεπτὸς ἢ μέγας ἢ μικρός. ὅσα δ' ἐναντίως κινεῖ αἴσθησιν, ἐπεγερτικά καὶ παρακλητικά ἐστὶ διανοίας, οἷον ὅταν τὸ αὐτὸ φαίνεται μέγα καὶ μικρόν, κοῦφον καὶ βαρὺ, ἐν καὶ πολλά. καὶ τὸ ἐν οὖν καὶ ὁ ἀριθμὸς παρακλητικά καὶ ἐπεγερτικά ἐστὶ διανοίας, ἐπεὶ τὸ ἐν ποτε πολλὰ φαίνεται· λογιστικὴ δὲ καὶ ἀριθμητικὴ ὁλκὸς καὶ ἀγωγὸς πρὸς ἀλήθειαν. ἀπτεόν δὲ λογιστικῆς μὴ ἰδιωτικῶς, ἀλλ' ὡς ἂν ἐπὶ θεῶν τῆς τῶν ἀριθμῶν φύσεως ἀφίκωνται τῇ νοήσει, οὐδὲ πράσεως χάριν ἐμπόρων ἢ καπήλων μελετῶντας, ἀλλ' ἔνεκα ψυχῆς τῆς ἐπ' ἀλήθειαν καὶ οὐσίαν ὁδοῦ. ^[20]

⁵ τοῦτο γὰρ ἄνω ἄγει τὴν ψυχὴν καὶ περὶ αὐτῶν τῶν ἀριθμῶν ἀναγκάζει διαλέγεσθαι, οὐκ ἀποδεχόμενον, ἄν τις αὐτῷ σώματα ἢ αὖ τὰ ὁρατὰ ἔχοντα ἀριθμοὺς προσφερόμενος διαλέγεται. καὶ πάλιν ἐν τῷ αὐτῷ φησιν· ἔτι οἱ λογιστικοὶ εἰς ἅπαντα τὰ μαθήματα ὀξεῖς φύονται, οἳ τε βραδεῖς εἰς τὸ ὀξύτεροι αὐτοὶ αὐτῶν γενέσθαι. ἔτι ἐν τῷ αὐτῷ φησιν· καὶ ἐν πολέμῳ δ' αὖ χρήσιμον πρὸς τὰς στρατοπεδεύσεις καὶ καταλήψεις χωρίων καὶ ξυναγωγὰς καὶ ἐξετάσεις στρατιᾶς. ἐν τε τοῖς ἐξῆς ἐπαινῶν τὴν περὶ τὰ τοιαῦτα μαθήματα σπουδὴν, γεωμετρίαν μὲν, φησίν, ἐστὶ περὶ τὴν τοῦ ἐπιπέδου θεωρίαν, ἀστρονομία δὲ περὶ τὴν τοῦ στερεοῦ φορὰν· αὕτη δ' ἀναγκάζει εἰς τὸ ἄνω ὁρᾶν καὶ ἀπὸ τῶν ἐνθένδε ἐκεῖσε ἄγει. καὶ μὲν δὴ περὶ μουσικῆς ἐν τῷ αὐτῷ φησιν, ὅτι δυεῖν δεῖται ἢ τῶν ὄντων θεωρία, ἀστρονομίας καὶ ἀρμονίας· καὶ αὐταὶ ἀδελφαὶ αἱ ἐπιστῆμαι, ὡς οἱ Πυθαγορικοί. ^[15]

⁶ οἱ μὲν οὖν τὰς ἀκουόμενας συμφωνίας αὖ καὶ φθόγγους ἀλλήλοις ἀναμετροῦντες ἀνήνυτα πονοῦσι. τελείως παραβάλλοντες τὰ ὦτα, οἷον ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρώμενοι, οἱ μὲν φασιν ἀκούειν ἐν μέσῳ τινὰ ἦχον καὶ μικρότατον εἶναι διάστημα τοῦτο, ὃ μετρητέον, οἱ δὲ ἀμφισβητοῦσιν ὡς ὅμοιον ἤδη φθεγγομένου, τὰ ὦτα τοῦ νοῦ προστησάμενοι. ταῖς χορδαῖς πράγματα παρέχουσιν ἐπὶ τῶν κολλάβων στρεβλοῦντες. οἱ δὲ ἀγαθοὶ ἀριθμητικοὶ ζητοῦσιν ἐπισκοποῦντες, τίνες σύμφωνοι ἀριθμοὶ ἀριθμοῖς καὶ τίνες οὐ. καὶ τοῦτο χρήσιμον πρὸς τὴν τοῦ ἀγαθοῦ καὶ καλοῦ ζήτησιν, ἄλλως δὲ ἄχρηστον. ^[10]

⁷ καὶ τούτων πάντων ἡ μέθοδος ἂν μὲν ἐπὶ τὴν ἀλλήλων ἀφίκηται κοινωνίαν καὶ συλλογισθῇ ἥ ἔστιν ἀλλήλοις οἰκεῖα, φέρει αὐτῶν ἡ πραγματεία καρπὸν. οἱ δὲ ταῦτα δεινοὶ διαλεκτικοί· οὐ γὰρ μὴ δύνωνται λαβεῖν τε καὶ ἀποδέξασθαι λόγον. οὐχ οἷόν τε δὲ τοῦτο μὴ δι' ἐκείνων ἐλθόντα τῶν μαθημάτων· ὁδὸς γὰρ ἐστὶ δι' αὐτῶν ἐπὶ τὴν τῶν ὄντων θεῶν ἐν τῷ διαλέγεσθαι. πάλιν τε ἐν τῷ Ἐπινομίῳ πολλὰ μὲν καὶ ἄλλα ὑπὲρ ἀριθμητικῆς διεξέρχεται, θεοῦ δῶρον αὐτὴν λέγων, καὶ οὐχ οἷόν τε ἄνευ ταύτης σπουδαῖον γενέσθαι τινά. ὑποβὰς δὲ ἄντικρὺς φησιν· εἴπερ γὰρ ἀριθμὸν ἐκ τῆς ἀνθρωπίνης φύσεως ἐξέλοιμεν, οὐκ ἂν που ἔτι φρόνιμοι γενοίμεθα, οὐδ' ἂν ἔτι ποτὲ τούτου τοῦ ζώου, φησίν, ἡ ψυχὴ πᾶσαν ἀρετὴν λάβοι· σχεδὸν ὁ τούτου λόγος εἴη. ζῶον δὲ ὅ τι μὴ γινώσκοι δύο καὶ τρία μὴδὲ περιττὸν μὴδὲ ἄρτιον, ἀγνοοῖ δὲ τὸ παράπαν

ἀριθμόν, οὐκ ἂν ποτε διδόναι λόγον, περὶ ὧν αἰσθήσεις καὶ μνήμας μόνον εἴη κεκτημένος· στερόμενος δὲ ἀληθοῦς λόγου σοφὸς οὐκ ἂν ποτε γένοιτο. ^[15]

8 οὐ μὴν οὐδὲ τὰ τῶν ἄλλων τεχνῶν λεγόμενα, ἃ νῦν διήλθομεν, οὐδέποτε τούτων οὐδὲν μένει, πάντα δὲ ἀπολείται τὸ παράπαν, ὅταν ἀριθμητικῆς τις ἀμελῇ. δόξειε δ' ἂν ἴσως τισὶ βραχέως ἀριθμοῦ δεῖσθαι τὸ τῶν ἀνθρώπων γένος, ὡς εἰς τὰς τέχνας ἀποβλέψαι· καίτοι μέγα μὲν καὶ τοῦτο. εἰ δέ τις ἴδοι τὸ θεῖον τῆς γενέσεως καὶ τὸ θνητόν, ἐν ᾧ καὶ τὸ θεοσεβὲς γνωρισθήσεται καὶ ὁ ἀριθμὸς ὄντως, οὐκ ἂν ἔτι πᾶς μάντις γνοίῃ σύμπαντα ἀριθμόν, ὅσης ἡμῖν δυνάμεως αἵτιος ἂν εἴη συγγινόμενος, ἐπεὶ καὶ μουσικὴν πᾶσαν δι' ἀριθμοῦ μετὰ κινήσεώς τε καὶ φθόγγων δῆλον ὅτι δεῖ. καὶ τὸ μέγιστον, ἀγαθὸν ὡς πάντων αἴτιον· ὅτι δὲ κακῶν οὐδενός ἐστι, τοῦτο γνωστέον. σχεδὸν δὲ ἀλόγιστος, ἄτακτος, ἀσχήμων τε καὶ ἄρρυθμος ἀνάρμοστος τε σφόδρα καὶ πάνθ' ὅσα κακοῦ κεκοινώνηκέ τινας, ὅστις λέλειπται παντὸς ἀριθμοῦ. ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς φησιν· ἔστιν ἔχον μηδεὶς ἡμᾶς ποτε πειθέτω τῆς εὐσεβείας εἶναι τῷ θνητῷ γένει. ἐκ γὰρ τούτου φύεσθαι καὶ τὰς ἄλλας ἀρετὰς τῷ μαθόντι κατὰ τρόπον. ἔπειτα παραδείκνυσι θεοσεβειαν ὅτῳ τρόπῳ τις μαθήσεται. ^[20]

9 λέγει δὲ δεῖν μαθεῖν πρῶτον ἀστρονομίαν. εἰ γὰρ τὸ καταψεύδεσθαι καὶ ἀνθρώπων δεινόν, πολὺ δεινότερον θεῶν· καταψεύδοιτο δ' ἂν ὁ ψευδεὶς ἔχων δόξας περὶ θεῶν· ψευδεὶς δ' ἂν δόξας ἔχοι περὶ θεῶν ὁ μὴδὲ τὴν τῶν αἰσθητῶν θεῶν φύσιν ἐπεσκεμμένος, τουτέστιν ἀστρονομίαν. ἀγνοεῖσθαι δέ φησι τοῖς πολλοῖς, ὅτι σοφώτατον ἀνάγκη τὸν ἀληθῶς ἀστρονόμον εἶναι, μὴ τὸν καθ' Ἡσίοδον ἀστρονομοῦντα, οἷον δυσμᾶς τε καὶ ἀνατολὰς ἐπεσκεμμένον, ἀλλὰ τὰς περιόδους τῶν ἐπτὰ, ὃ μὴ ῥαδίως ποτὲ πᾶσα φύσις ἱκανὴ γένοιτο θεωρῆσαι. τὸν δ' ἐπὶ ταῦτα παρασκευάζοντα φύσεις οἷας δυνατόν πολλὰς προδιδάσκειν χρεῖα ἐστὶν ἐθίζοντα παῖδα ὄντα καὶ νεανίσκον διὰ μαθημάτων· ὧν τὸ μέγιστον εἶναι ἀριθμῶν ἐπιστήμονα αὐτῶν, ἀλλ' οὐ σώματα ἐχόντων, καὶ αὐτῆς τῆς τοῦ περιττοῦ τε καὶ ἀρτίου γενέσεώς τε καὶ δυνάμεως, ὅσον παρέχεται πρὸς τὴν τῶν ὄντων φύσιν. ^[10]

10 τούτοις δὲ ἐφεξῆς μαθήματα μὲν καλοῦσι, φησί, σφόδρα γελοῖον ὄνομα γεωμετρίαν· ἔστι δὲ τῶν οὐκ ὄντων ὁμοίων ἀλλήλοις φύσει ἀριθμῶν ὁμοιώσις πρὸς τὴν τῶν ἐπιπέδων μοῖραν. λέγει δέ τινα καὶ ἐτέραν ἐμπειρίαν καὶ τέχνην, ἣν δὴ στερεομετρίαν καλεῖ, εἴ τις, φησί, τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς ἐξ ὧν τὰ ἐπίπεδα εἶναι αὐξηθέντας ὁμοίους καὶ ἀνομοίους ὄντας, ὡς προεῖπον, στερεὰ ποιεῖ σώματα· τοῦτο δὲ θεῖόν τε καὶ θαυμαστόν ἐστι. καὶ ἐν Πολιτείᾳ δὲ περὶ συμφωνίας τῆς κατὰ μουσικὴν φησι· καλλίστη καὶ μεγίστη τῶν περὶ πόλεων συμφωνιῶν ἐστὶν ἡ σοφία, ἥς ὁ μὲν κατὰ λόγον ζῶν μέτοχος, ὁ δὲ ἀπολειπόμενος οἰκοφθόρος καὶ περὶ πόλιν οὐδαμῇ σωτήριος, ἅτε τὰ μέγιστα ἀμαθαίνων. καὶ ἐν τῷ τρίτῳ δὲ τῆς Πολιτείας, διδάσκων ὅτι μόνος μουσικὸς ὁ φιλόσοφος, φησὶν· ἄρ' οὖν πρὸς θεῶν οὕτως οὐδὲ μουσικοὶ πρότερον ἐσόμεθα, οὔτε αὐτοὶ οὔτε οὓς φαμεν ἡμεῖς παιδευτέον εἶναι τοὺς φύλακας, πρὶν ἂν ἅπαντα τὰ τῆς σωφροσύνης εἶδη καὶ ἀνδρείας καὶ μεγαλειότητος καὶ μεγαλοπρεπείας καὶ ὅσα τούτων ἀδελφὰ καὶ τὰ τούτων ὑπεναντία πανταχῇ περιφερόμενα χωρίζωμεν καὶ ἐνόντα ἐν οἷς ἔστιν αἰσθανώμεθα καὶ αὐτὰ καὶ εἰκόνας αὐτῶν καὶ μήτε ἐν μικροῖς μήτε ἐν μεγάλοις ἀτιμάζωμεν, ἀλλὰ τῆς αὐτῆς οἴωμεθα τέχνης εἶναι καὶ μελέτης· διὰ γὰρ τούτων καὶ τῶν πρὸ αὐτῶν τί τε ὄφελος ἐκ μουσικῆς δηλοῖ, καὶ ὅτι μόνος ὄντως μουσικὸς ὁ φιλόσοφος, ἄμουσος δὲ ὁ κακός.

^[5]

11 τῇ μὲν γὰρ εὐθηεῖα ὄντως, ἣτις ἐστὶν ἀρετὴ τὸ εὖ τὰ ἥθη κατεσκευασμένα ἔχειν, ἔπεσθαί φησιν εὐλογίαν, τουτέστι τὸ εὖ λόγῳ χρῆσθαι, τῇ δὲ εὐλογίᾳ τὴν εὐσημοσύνην καὶ εὐρυθμίαν καὶ εὐαρμοστίαν· εὐσημοσύνην γὰρ περὶ μέλος, εὐαρμοστίαν δὲ περὶ ἁρμονίαν, εὐρυθμίαν δὲ περὶ ῥυθμόν· τῇ δὲ κακοθηεῖα, τουτέστι τῷ κακῷ ἥθει, φησὶν ἔπεσθαι κακολογίαν, τουτέστι κακοῦ λόγου χρῆσιν, τῇ δὲ κακολογίᾳ ἀσημοσύνην καὶ ἄρρυθμίαν καὶ ἀναρμοστίαν περὶ πάντα τὰ

γενόμενα καὶ μιμούμενα· ὥστε μόνος ἂν εἴη μουσικὸς ὁ κυρίως εὐήθης, ὅστις εἴη ἂν ὁ φιλόσοφος. δηλοῖ δὲ καὶ τὰ εἰρημένα. ἐπεὶ γὰρ ἡ μουσικὴ τὸ εὐρυθμον καὶ εὐάρμοστον καὶ εὐσχημον ἐμποιεῖ τῇ ψυχῇ ἐκ νέου εἰσδυομένη διὰ τὸ τῇ ὠφελείᾳ μεμιγμένην ἔχειν ἀβλαβῇ ἡδονήν, ἀδύνατόν φησι τέλεον μουσικὸν γενέσθαι μὴ εἰδότα τὸ ἐν παντὶ εὐσχημον καὶ τὰ τῆς εὐσχημοσύνης καὶ ἐλευθεριότητος καὶ σωφροσύνης εἶδη μὴ γνωρίζοντα, τουτέστι τὰς ιδέας.

[25]

12 ἀμέλει ἐπιφέρει ἐν παντὶ περιφερόμενα—τουτέστι τὰ εἶδη—καὶ μὴ ἀτιμάζων αὐτὰ μήτ' ἐν σμικροῖς μήτ' ἐν μεγάλοις. ἡ δὲ τῶν ιδεῶν γνῶσις περὶ τὸν φιλόσοφον· οὐδὲ γὰρ εἰδείη τις ἂν τὸ κόσμιον καὶ σῶφρον καὶ εὐσχημον αὐτὸς ὧν ἀσχήμων καὶ ἀκόλαστος· τὸ δ' ἐν βίῳ εὐσχημον καὶ εὐρυθμον καὶ εὐάρμοστον εἰκόνες τῆς ὄντως εὐσχημοσύνης καὶ εὐαρμοστίας καὶ εὐρυθμίας, τουτέστι τῶν νοητῶν καὶ ιδεῶν εἰκόνες τὰ αἰσθητά. καὶ οἱ Πυθαγορικοὶ δέ, οἷς πολλαχῇ ἔπεται Πλάτων, τὴν μουσικὴν φασιν ἐναντίων συναρμογὴν καὶ τῶν πολλῶν ἔνωσιν καὶ τῶν δίχα φρονούντων συμφρόνησιν· οὐ γὰρ ῥυθμῶν μόνον καὶ μέλους συντακτικὴν, ἀλλ' ἀπλῶς παντὸς συστήματος τέλος γὰρ αὐτῆς τὸ ἐνοῦν τε καὶ συναρμόζειν. καὶ γὰρ ὁ θεὸς συναρμοστής τῶν διαφωνούντων, καὶ τοῦτο μέγιστον ἔργον θεοῦ κατὰ μουσικὴν τε καὶ κατὰ ἱατρικὴν τὰ ἐχθρὰ φίλα ποιεῖν. ἐν μουσικῇ, φασίν, ἡ ὁμόνοια τῶν πραγμάτων, ἔτι καὶ ἀριστοκρατία τοῦ παντός· καὶ γὰρ αὕτη ἐν κόσμῳ μὲν ἀρμονία, ἐν πόλει δ' εὐνομία, ἐν οἴκοις δὲ σωφροσύνη γίνεσθαι πέφυκε· συστατικὴ γάρ ἐστι καὶ ἐνωτικὴ τῶν πολλῶν· ἡ δὲ ἐνέργεια καὶ ἡ χρῆσις, φησί, τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἐπὶ τεσσάρων γίνεται τῶν ἀνθρωπίνων, ψυχῆς, σώματος, οἴκου, πόλεως· προσδεῖται γὰρ ταῦτα τὰ τέσσαρα συναρμογῆς καὶ συντάξεως. ἐν δὲ τῇ Πολιτείᾳ Πλάτων ὑπὲρ τῶν μαθημάτων καὶ τάδε ἔφη· ἀγαθὸς δὲ ἀνὴρ ὅστις διασώζει τὴν ὀρθὴν δόξαν τῶν ἐκ παιδείας αὐτῷ ἐγγενομένων ἔν τε λύπαις καὶ ἡδοναῖς καὶ ἐπιθυμίαις καὶ φόβοις καὶ μὴ ἐκβάλλει. [25]

13 ὦ δέ μοι δοκεῖ ὅμοιον εἶναι, θέλω ἀπεικάσαι. οἱ νῦν βαφεῖς, ἐπειδὰν βουληθῶσι βάψαι ἔρια ὥστ' εἶναι ἀλουργά, πρῶτον μὲν ἐκλέγονται ἐκ τοσούτων χρωμάτων μίαν φύσιν τὴν τῶν λευκῶν, ἔπειτα προκατασκευάζουσιν οὐκ ὀλίγη παρασκευῇ θεραπεύσαντες, ὅπως δέξηται ὁ τι μάλιστα τὸ ἄνθος, καὶ οὕτως βάπτουσι· καὶ ὁ μὲν ἂν τούτῳ τῷ τρόπῳ βαφῇ, ὁμοῦ τι τὸ βαφέν καὶ ἡ φύσις, καὶ οὔτε ἄνευ ῥυμμάτων οὔτε μετὰ ῥυμμάτων δύναται αὐτῶν τὸ ἄνθος ἀφαιρεῖσθαι· ἂ δ' ἂν μὴ, οἷσθα οἷα δὴ γίνεται, ἂν μὴ προθεραπεύσας βάπτῃ, ἔκπλυτα καὶ ἐξίτηλα καὶ οὐ δευσοποιά. [10]

14 τοιοῦτο δὲ κατὰ δύναμιν ἐργάζεσθαι ἡγεῖσθαι χρή καὶ ἡμᾶς· παιδεύομεν γὰρ τοὺς παῖδας ἐν μουσικῇ τε καὶ γυμναστικῇ καὶ γράμμασι καὶ γεωμετρίᾳ καὶ ἐν ἀριθμητικῇ, οὐδὲν ἄλλο μηχανώμενοι, ἢ ὅπως ἡμεῖς προεκκαθάραντες καὶ προθεραπεύσαντες ὥσπερ τισὶ στυπτικοῖς τοῖς μαθήμασι τούτοις, τοὺς περὶ ἀπάσης ἀρετῆς ἦν ἂν ἐκμανθάνωσιν ὕστερον λόγους ἐνδείξοιντο ὥσπερ βαφὴν, ἵνα δευσοποιὸς αὐτῶν ἡ δόξα γίνοιτο, διὰ τὸ τὴν φύσιν καὶ τροφήν ἐπιτηδεῖαν ἐσχηκέναι, καὶ μὴ ἐκπλύνῃ αὐτῶν τὴν βαφὴν τὰ ῥύμματα ταῦτα, δεινὰ ὄντα ἐκκλύζειν, ἢ τε ἡδονή, παντὸς στρεβλοῦ δεινότερα οὔσα καὶ κοινωνίας, λύπη τε καὶ φόβος καὶ ἐπιθυμία, παντὸς ἄλλου ῥύμματος. καὶ γὰρ αὖ τὴν φιλοσοφίαν μύησιν φαίη τις ἂν ἀληθοῦς τελετῆς καὶ τῶν ὄντων ὡς ἀληθῶς μυστηρίων παράδοσιν. μυσέως δὲ μέρη πέντε. τὸ μὲν προηγούμενον καθαρμός· οὔτε γὰρ ἅπασι τοῖς βουλομένοις μετουσία μυστηρίων ἐστίν, ἀλλ' εἰσὶν οὓς αὐτῶν εἶργεσθαι προαγορεύεται, οἷον τοὺς χεῖρας μὴ καθαρὰς καὶ φωνὴν ἀξύνετον ἔχοντας, καὶ αὐτοὺς δὲ τοὺς μὴ εἰργομένους ἀνάγκη καθαρμοῦ τινος πρότερον τυχεῖν. μετὰ δὲ τὴν κάθαρσιν δευτέρα ἐστὶν ἡ τῆς τελετῆς παράδοσις· τρίτη δὲ <ἡ> ἐπονομαζομένη ἐποπτεία· τετάρτη δέ, ὃ δὴ καὶ τέλος τῆς ἐποπτείας, ἀνάδεις καὶ στεμμάτων ἐπίθεσις, ὥστε καὶ ἐτέροις, ἅς τις παρέλαβε τελετάς, παραδοῦναι δύνασθαι, δαδουχίας τυχόντα ἢ ἱεροφαντίας ἢ τινος

ἄλλης ἱερωσύνης· πέμπτη δὲ ἡ ἐξ αὐτῶν περιγενομένη κατὰ τὸ θεοφιλὲς καὶ θεοῖς συνδίαιτον εὐδαιμονία. ^[5]

15 κατὰ ταῦτα δὴ καὶ ἡ τῶν Πλατωνικῶν λόγων παράδοσις τὸ μὲν πρῶτον ἔχει καθαρμόν τινα, οἷον τὴν ἐν τοῖς προσήκουσι μαθήμασιν ἐκ παίδων συγγυμνασίαν. ὁ μὲν γὰρ Ἐμπεδοκλῆς κρηναῶν ἀπὸ πέντ' ἀνιμῶντά φησιν ἀτειρεῖ χαλκῷ δεῖν ἀπορρύπτεσθαι· ὁ δὲ Πλάτων ἀπὸ πέντε μαθημάτων δεῖν φησι ποιεῖσθαι τὴν κάθαρσιν· ταῦτα δ' ἐστὶν ἀριθμητική, γεωμετρία, στερεομετρία, μουσική, ἀστρονομία. τῇ δὲ τελετῇ ὅμοιος ἡ τῶν κατὰ φιλοσοφίαν θεωρημάτων παράδοσις, τῶν τε λογικῶν καὶ πολιτικῶν καὶ φυσικῶν. ἐποπτεῖαν δὲ ὀνομάζει τὴν περὶ τὰ νοητὰ καὶ τὰ ὄντως ὄντα καὶ τὰ τῶν ἰδεῶν πραγματείαν. ἀνάδесιν δὲ καὶ κατάσπεψιν ἡγήτεον τὸ ἐξ ὧν αὐτὸς τις κατέμαθεν οἷόν τε γενέσθαι καὶ ἐτέρους εἰς τὴν αὐτὴν θεωρίαν καταστήσαι. πέμπτον δ' ἂν εἴη καὶ τελεώτατον ἡ ἐκ τούτων περιγενομένη εὐδαιμονία καὶ κατ' αὐτὸν τὸν Πλάτωνα ὁμοίωσις θεῶ κατὰ τὸ δυνατόν. ^[20]

16 πολλὰ μὲν οὖν καὶ ἄλλα ἔχοι τις ἂν λέγειν παραδεικνὺς τὸ τῶν μαθημάτων χρήσιμον καὶ ἀναγκαῖον. τοῦ δὲ μὴ δοκεῖν ἀπειροκάλως διατρίβειν <ἐν> τῷ τῶν μαθημάτων ἐπαίνῳ τρεπτέον ἤδη πρὸς τὴν παράδοσιν τῶν ἀναγκαίων κατὰ τὰ μαθήματα θεωρημάτων, οὐχ ὅσα δύναται ἂν τὸν ἐντυγχάνοντα ἢ ἀριθμητικὸν τελέως ἢ γεωμέτρην ἢ μουσικὸν ἢ ἀστρονόμον ἀποφῆναι· οὐδὲ γὰρ ἐστὶ τοῦτο προηγούμενον ἢ προκείμενον ἅπασι τοῖς Πλάτωνι ἐντυγχάνουσι· μόνα δὲ ταῦτα παραδώσομεν, ὅσα ἐξαρκεῖ πρὸς τὸ δυνηθῆναι συνεῖναι τῶν συγγραμμάτων αὐτοῦ. οὐδὲ γὰρ αὐτὸς ἀξιοῖ εἰς ἔσχατον γῆρας ἀφικέσθαι διαγράμματα γράφοντα καὶ μελωδίαν, ἀλλὰ παιδικὰ οἶεται ταῦτα τὰ μαθήματα, προπαρασκευαστικά καὶ καθαρτικά ὄντα ψυχῆς εἰς τὸ ἐπιτήδειον αὐτὴν πρὸς φιλοσοφίαν γενέσθαι. μάλιστα μὲν οὖν χρὴ τὸν μέλλοντα οἷς τε ἡμεῖς παραδώσομεν οἷς τε Πλάτων συνέγραψεν ἐντεύξεσθαι διὰ τοῦτο τῆς πρώτης γραμμικῆς στοιχειώσεως κεχωρηκέναι· ῥᾶον γὰρ ἂν ξυνέποιτο οἷς παραδώσομεν. ἔσται δ' ὅμως τοιαῦτα καὶ τὰ παρ' ἡμῶν, ὥς καὶ τῷ παντάπασιν ἀμυήτῳ τῶν μαθημάτων γνῶριμα γενέσθαι. πρῶτον δὲ μνημονεύσομεν τῶν ἀριθμητικῶν θεωρημάτων, οἷς συνέζευκται καὶ τὰ τῆς ἐν ἀριθμοῖς μουσικῆς· τῆς μὲν γὰρ ἐν ὀργάνοις οὐ παντάπασι προσδεόμεθα, καθὰ καὶ αὐτὸς ὁ Πλάτων ἀφηγεῖται λέγων ὡς οὐ χρὴ ὥσπερ ἐκ γειτόνων φωνὴν θηρευομένους πράγματα παρέχειν ταῖς χορδαῖς· ὀρεγόμεθα δὲ τὴν ἐν κόσμῳ ἀρμονίαν καὶ τὴν ἐν τούτῳ μουσικὴν κατανοῆσαι· ταύτην δὲ οὐχ οἷόν τε κατιδεῖν μὴ τῆς ἐν ἀριθμοῖς πρότερον θεωρητικούς γενομένους. ^[5]

17 διὸ καὶ πέμπτην ὁ Πλάτων φησὶν εἶναι τὴν μουσικὴν, τὴν ἐν κόσμῳ λέγων, ἣτις ἐστὶν ἐν τῇ κινήσει καὶ τάξει καὶ συμφωνίᾳ τῶν ἐν αὐτῷ κινουμένων ἄστρον. ἡμῖν δ' ἀναγκαῖον δευτέραν αὐτὴν τάττειν μετὰ ἀριθμητικὴν καὶ κατ' αὐτὸν τὸν Πλάτωνα, ἐπειδὴ οὐδ' ἡ ἐν κόσμῳ μουσικὴ ληπτὴ ἄνευ τῆς ἐξαριθμουμένης καὶ νοουμένης μουσικῆς. ὥστε εἰ μὲν συνέζευκται τῇ περὶ ψιλοὺς ἀριθμοὺς θεωρίᾳ ἢ ἐν ἀριθμοῖς μουσικῇ, δευτέρα ἂν ταχθεῖ πρὸς τὴν τῆς ἡμετέρας θεωρίας εὐμάρειαν. πρὸς δὲ τὴν φυσικὴν τάξιν πρώτη μὲν ἂν εἴη ἡ περὶ ἀριθμοὺς θεωρία, καλουμένη ἀριθμητική· δευτέρα δὲ ἡ περὶ τὰ ἐπίπεδα, καλουμένη γεωμετρία· τρίτη δὲ ἡ περὶ τὰ στερεά, ἣτις ἐστὶ στερεομετρία· τετάρτη <δὲ> ἡ περὶ τὰ κινούμενα στερεά, ἣτις ἐστὶν ἀστρονομία. ἡ δὲ τῆς τῶν κινήσεων καὶ διαστημάτων ποιά σχέσις ἐστὶ μουσικῇ, ἣτις οὐχ οἷα τέ ἐστὶ ληφθῆναι μὴ πρότερον ἡμῶν αὐτὴν ἐν ἀριθμοῖς κατανοησάντων· διὸ πρὸς τὴν ἡμετέραν θεωρίαν μετ' ἀριθμητικὴν τετάχθω ἢ ἐν ἀριθμοῖς μουσικῇ, ὥς δὲ πρὸς τὴν φύσιν πέμπτη <ἢ> τῆς τοῦ κόσμου ἀρμονίας θεωρητικὴ μουσικῇ. κατὰ δὲ τοὺς Πυθαγορικοὺς πρεσβευτάς τὰ τῶν ἀριθμῶν ὡς ἀρχὴ καὶ πηγὴ καὶ ῥίζα τῶν πάντων. ^[25]

18 ἀριθμὸς ἐστὶ σύστημα μονάδων, ἢ προποδισμὸς πλήθους ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενος καὶ ἀναποδισμὸς εἰς μονάδα καταλήγων. μονὰς δὲ ἐστὶ περαίνουσα ποσότης [ἀρχὴ καὶ στοιχεῖον

τῶν ἀριθμῶν], ἥτις μειουμένου τοῦ πλήθους κατὰ τὴν ὑφαίρεσιν τοῦ παντὸς ἀριθμοῦ στερηθεῖσα μονὴν τε καὶ στάσιν λαμβάνει. οὐ γὰρ οἶόν τε περαιτέρω γενέσθαι τὴν τομήν· καὶ γὰρ ἔαν εἰς μόρια διαιρῶμεν τὸ ἐν ἐν αἰσθητοῖς, ἔμπαλιν πλήθος γενήσεται τὸ ἐν καὶ πολλά, καὶ καταλήξει εἰς ἐν κατὰ τὴν ὑφαίρεσιν ἐκάστου τῶν μορίων· κἂν ἐκεῖνο πάλιν εἰς μόρια διαιρῶμεν, πληθὸς τε τὰ μόρια γενήσεται καὶ ἡ κατάληξις καθ' ὑφαίρεσιν ἐκάστου τῶν μορίων εἰς ἐν. ὥστε ἀμέριστον καὶ ἀδιαίρετον τὸ ἐν ὡς ἐν. καὶ γὰρ ὁ μὲν ἄλλος ἀριθμὸς διαιρούμενος ἐλαττοῦται καὶ διαιρεῖται εἰς ἐλάττωνα αὐτοῦ μόρια, οἷον τὰ ζ' εἰς τὰ γ' καὶ γ' ἢ δ' καὶ β' ἢ ε' καὶ α'. τὸ δὲ ἐν ἂν μὲν ἐν αἰσθητοῖς διαιρῆται, ὡς μὲν σῶμα ἐλαττοῦται καὶ διαιρεῖται εἰς ἐλάττωνα αὐτοῦ μόρια τῆς τομῆς γινομένης, ὡς δὲ ἀριθμὸς αὖξεται· ἀντὶ γὰρ ἐνὸς γίνεται πολλά. ὥστε καὶ κατὰ τοῦτο ἀμερὲς τὸ ἐν. οὐδὲν γὰρ διαιρούμενον εἰς μείζονα ἑαυτοῦ μόρια διαιρεῖται· τὸ δὲ <ἐν> διαιρούμενον καὶ εἰς μείζονα τοῦ ὅλου μόρια ὡς ἐν ἀριθμοῖς διαιρεῖται καὶ <εἰς> ἴσα τῷ ὅλῳ· οἷον τὸ ἐν τὸ ἐν αἰσθητοῖς ἂν εἰς ἕξ διαιρεθῇ, εἰς ἴσα μὲν τῷ ὅλῳ ὡς ἀριθμὸς διαιρεθήσεται α' α' α' α' α' α', εἰς μείζονα δὲ τοῦ ὅλου ὡς ἀριθμὸς εἰς δ' καὶ β'· τὰ γὰρ β' καὶ δ' ὡς ἀριθμοὶ πλείονα τοῦ ἐνός. ^[5]

19 ἀδιαίρετος ἄρα ἡ μονὰς ὡς ἀριθμὸς. καλεῖται δὲ μονὰς ἥτοι ἀπὸ τοῦ μένειν ἄτρεπτος καὶ μὴ ἐξίστασθαι τῆς ἑαυτῆς φύσεως· ὁσάκις γὰρ ἂν ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιάσωμεν τὴν μονάδα, μένει μονὰς· καὶ γὰρ ἅπαξ ἐν ἐν, καὶ μέχρις ἀπείρου ἔαν πολλαπλασιάζωμεν τὴν μονάδα, μένει μονὰς. ἢ ἀπὸ τοῦ διακεκρίσθαι καὶ μεμονῶσθαι ἀπὸ τοῦ λοιποῦ πλήθους τῶν ἀριθμῶν καλεῖται μονὰς. ἢ δὲ διενήνοχεν ἀριθμὸς καὶ ἀριθμητόν, ταύτη καὶ μονὰς καὶ ἐν. ἀριθμὸς μὲν γὰρ ἐστὶ τὸ ἐν νοητοῖς ποσόν, οἷον αὐτὰ ε' καὶ αὐτὰ ι', οὐ σώματά τινα οὐδὲ αἰσθητά, ἀλλὰ νοητά· ἀριθμητόν δὲ τὸ ἐν αἰσθητοῖς ποσόν, ὡς ἵπποι ε', βόες ε', ἄνθρωποι ε'. καὶ μονὰς τοίνυν ἐστὶν ἡ τοῦ ἐνός ἰδέα ἢ νοητή, ἢ ἐστὶν ἄτομος· ἐν δὲ τὸ ἐν αἰσθητοῖς καθ' ἑαυτὸ λεγόμενον, οἷον εἰς ἵππος, εἰς ἄνθρωπος. ὥστ' εἴη ἂν ἀρχὴ τῶν μὲν ἀριθμῶν ἢ μονὰς, τῶν δὲ ἀριθμητῶν τὸ ἐν· καὶ τὸ ἐν ὡς ἐν αἰσθητοῖς τέμνεσθαι φασιν εἰς ἄπειρον, οὐχ ὡς ἀριθμὸν οὐδὲ ὡς ἀρχὴν ἀριθμοῦ, ἀλλ' ὡς αἰσθητόν. ^[20]

20 ὥστε ἡ μὲν μονὰς νοητὴ οὕσα ἀδιαίρετος, τὸ δὲ ἐν ὡς αἰσθητόν εἰς ἄπειρον τμητόν. καὶ τὰ ἀριθμητὰ τῶν ἀριθμῶν εἴη ἂν διαφέροντα τῷ τὰ μὲν σώματα εἶναι, τὰ δὲ ἀσώματα. ἀπλῶς δὲ ἀρχὰς ἀριθμῶν οἱ μὲν ὕστερόν φασιν τὴν τε μονάδα καὶ τὴν δυάδα, οἱ δὲ ἀπὸ Πυθαγόρου πάσας κατὰ τὸ ἐξῆς τὰς τῶν ὄρων ἐκθέσεις, δι' ὧν ἄρτιοί τε καὶ περιττοὶ νοοῦνται, οἷον τῶν ἐν αἰσθητοῖς τριῶν ἀρχὴν τὴν τριάδα καὶ τῶν ἐν αἰσθητοῖς τεσσάρων πάντων ἀρχὴν τὴν τετράδα καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀριθμῶν κατὰ ταῦτά. οἱ δὲ καὶ αὐτῶν τούτων ἀρχὴν τὴν μονάδα φασὶ καὶ τὸ ἐν πάσης ἀπηλλαγμένον διαφορᾶς ὡς ἐν ἀριθμοῖς, μόνον αὐτὸ ἐν, οὐ τὸ ἐν, τουτέστιν οὐ τόδε τὸ ποῖον καὶ διαφορὰν τινα πρὸς ἕτερον ἐν προσειληφός, ἀλλ' αὐτὸ καθ' αὐτὸ ἐν. οὕτω γὰρ ἂν ἀρχὴ τε καὶ μέτρον εἴη τῶν ὑφ' ἑαυτὸ ὄντων, καθὼς ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται, μετασχὼν τῆς πρώτης τοῦ ἐνός οὐσίας τε καὶ ἰδέας. Ἀρχύτας δὲ καὶ Φιλόλαος ἀδιαφόρως τὸ ἐν καὶ μονάδα καλοῦσι καὶ τὴν μονάδα ἐν. οἱ δὲ πλεῖστοι προστιθέασιν τῷ μονάδα αὐτὴν τὴν πρώτην μονάδα, ὡς οὐσης τινὸς οὐ πρώτης μονάδος, ἢ ἐστὶ κοινότερον καὶ αὐτὴ μονὰς καὶ ἐν—λέγουσι δὲ καὶ τὸ ἐν—, τουτέστιν ἡ πρώτη καὶ νοητὴ οὐσία τοῦ ἐνός, ἐκάστου τῶν πραγμάτων παρέχουσα ἐν· μετοχῇ γὰρ αὐτῆς ἕκαστον ἐν καλεῖται. ^[20]

21 διὸ καὶ τοῦνομα αὐτοῦ οὐδὲν παρεμφαίνει τί ἐν καὶ τίνος γένους, κατὰ πάντων δὲ κατηγορεῖται, [ὥστε καὶ ἡ μονὰς καὶ ἐν ἐστὶ,] κἂν τὰ μὲν νοητὰ καὶ παραδείγματα μὴδὲν ἀλλήλων διαφέροντα, τὰ δὲ αἰσθητά. ἔνιοι δὲ ἑτέραν διαφορὰν τῆς μονάδος καὶ τοῦ ἐνός παρέδοσαν. τὸ μὲν γὰρ ἐν οὔτε κατ' οὐσίαν ἀλλοιοῦται, οὔτε τῇ μονάδι καὶ τοῖς περιττοῖς αἰτίον ἐστὶ τοῦ μὴ ἀλλοιοῦσθαι κατ' οὐσίαν, οὔτε κατὰ ποιότητα, αὐτὸ γὰρ μονὰς ἐστὶ καὶ οὐχ ὥσπερ αἱ μονάδες πολλάι, οὔτε κατὰ τὸ ποσόν· οὐδὲ γὰρ συντίθεται ὥσπερ αἱ μονάδες ἄλλη

μονάδι· ἔν γάρ ἐστι καὶ οὐ πολλά, διὸ καὶ ἐνικῶς καλεῖται ἕν. καὶ γὰρ εἰ παρὰ Πλάτωνι ἐνάδες εἴρηνται ἐν Φιλήβῳ, οὐ παρὰ τὸ ἐν ἐλέχθησαν, ἀλλὰ παρὰ τὴν ἐνάδα, ἥτις ἐστὶ μονὰς μετοχῇ τοῦ ἐνός. κατὰ πάντα δὴ ἀμετάβλητον τὸ ἐν τὸ ὠρισμένον τοῦτο ἐν τῇ μονάδι. ὥστε διαφέρει ἂν τὸ ἐν τῆς μονάδος, ὅτι τὸ μὲν ἐστὶν ὠρισμένον καὶ πέρας, αἱ δὲ μονάδες ἄπειροι καὶ ἀόριστοι. τῶν δὲ ἀριθμῶν ποιοῦνται τὴν πρώτην τομὴν εἰς δύο· τοὺς μὲν γὰρ αὐτῶν ἀρτίους, τοὺς δὲ περιττοὺς φασι. καὶ ἄρτιοι μὲν εἰσιν οἱ ἐπιδεχόμενοι τὴν εἰς ἴσα διαιρέσιν, ὡς ἡ δυάς, ἡ τετράς· περισσοὶ δὲ οἱ εἰς ἄνισα διαιρούμενοι, οἷον ὁ ε', ὁ ζ'. πρώτην δὲ τῶν περισσῶν ἔνιοι ἔφασαν τὴν μονάδα. τὸ γὰρ ἄρτιον τῷ περισσῷ ἐναντίον· ἡ δὲ μονὰς ἤτοι περιττόν ἐστιν ἢ ἄρτιον· καὶ ἄρτιον μὲν οὐκ ἂν εἴη· οὐ γὰρ ὅπως εἰς ἴσα, ἀλλ' οὐδὲ ὅλως διαιρεῖται· περιττὴ ἄρα ἡ μονὰς. ^[25]

22 καὶν ἀρτίῳ δὲ ἄρτιον προσθῆς, τὸ πᾶν γίνεται ἄρτιον· μονὰς δὲ ἀρτίῳ προστιθεμένη τὸ πᾶν περιττόν ποιεῖ· οὐκ ἄρα ἄρτιον ἢ μονὰς ἀλλὰ περιττόν. Ἀριστοτέλης δὲ ἐν τῷ Πυθαγορικῷ τὸ ἐν φησιν ἀμφοτέρων μετέχειν τῆς φύσεως· ἀρτίῳ μὲν γὰρ προστεθὲν περιττόν ποιεῖ, περιττῷ δὲ ἄρτιον, ὃ οὐκ ἂν ἡδύνατο, εἰ μὴ ἀμφοῖν τοῖν φύσεσιν μετεῖχε· διὸ καὶ ἀρτιοπερίττον καλεῖσθαι τὸ ἐν. συμφέρεται δὲ τούτοις καὶ Ἀρχύτας. περιττοῦ μὲν οὖν πρώτη ἰδέα ἐστὶν ἡ μονὰς, καθάπερ καὶ ἐν κόσμῳ τῷ ὠρισμένῳ καὶ τεταγμένῳ τὸ περιττόν προσαρμόζουσιν· ἀρτίου δὲ πρώτη ἰδέα ἡ ἀόριστος δυάς, καθὰ καὶ ἐν κόσμῳ τῷ ἀορίστῳ καὶ ἀγνώστῳ καὶ ἀτάκτῳ τὸ ἄρτιον προσαρμόττουσι. διὸ καὶ ἀόριστος καλεῖται ἡ δυάς, ἐπειδὴ οὐκ ἔστιν ὥσπερ ἡ μονὰς ὠρισμένη. οἱ δ' ἐξῆς ἐπόμενοι τούτοις ὅροι ἀπὸ μονάδος ἐκτιθέμενοι τὰ αὐτὰ αὐξονται μὲν τῇ ἴσῃ ὑπεροχῇ· μονάδι γὰρ ἕκαστος αὐτῶν τοῦ προτέρου πλεονάζει· αὐξόμενοι δὲ τοὺς λόγους τῆς πρὸς ἀλλήλους σχέσεως αὐτῶν μειοῦσιν. οἷον ἐκτεθέντων ἀριθμῶν α' β' γ' δ' ε' ζ' ὁ μὲν τῆς δυάδος λόγος πρὸς τὴν μονάδα ἐστὶ διπλάσιος, ὁ δὲ τῆς τριάδος πρὸς τὴν δυάδα ἡμιόλιος, ὁ δὲ τῆς τετράδος πρὸς τὴν τριάδα ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῆς πεντάδος πρὸς τὴν τετράδα ἐπιτέταρτος, ὁ δὲ τῆς ἑξάδος πρὸς τὴν πεντάδα ἐπίπεμπτος. ἔστι δ' ἐλάττων λόγος ὁ μὲν ἐπίπεμπτος τοῦ ἐπιτετάρτου, ὁ δὲ ἐπιτέταρτος τοῦ ἐπιτρίτου, ὁ δὲ ἐπίτριτος <τοῦ> ἡμιολίου, ὁ δὲ ἡμιόλιος τοῦ διπλασίου· καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δὲ ἀριθμῶν ὁ αὐτὸς λόγος. ^[25]

23 ἐναλλάξ δ' εἰσὶν ἀλλήλοις οἱ τε ἄρτιοι καὶ οἱ περιττοὶ παρ' ἑνα θεωρούμενοι. τῶν δὲ ἀριθμῶν οἱ μὲν πρῶτοι καλοῦνται ἀπλῶς καὶ ἀσύνθετοι, οἱ δὲ πρὸς ἀλλήλους πρῶτοι καὶ οὐχ ἀπλῶς, οἱ δὲ σύνθετοι ἀπλῶς, οἱ δὲ πρὸς αὐτοὺς σύνθετοι. πρῶτοι μὲν ἀπλῶς καὶ ἀσύνθετοι οἱ ὑπὸ μηδενὸς μὲν ἀριθμοῦ, ὑπὸ μόνῃς δὲ μονάδος μετρούμενοι, ὡς ὁ γ' ε' ζ' ια' ιγ' ιζ' καὶ οἱ τούτοις ὅμοιοι. λέγονται δὲ οἱ αὐτοὶ οὗτοι γραμμικοὶ καὶ εὐθυμετρικοὶ διὰ τὸ καὶ τὰ μήκη καὶ τὰς γραμμὰς κατὰ μίαν διάστασιν θεωρεῖσθαι· καλοῦνται δὲ καὶ περισσάκις περισσοί· ὥστε ὀνομάζεσθαι αὐτοὺς πενταχῶς, πρώτους, ἀσυνθέτους, γραμμικούς, εὐθυμετρικούς, περισσάκις περισσοὺς. μόνον δὲ οὕτως καταμετροῦνται. τὰ γὰρ τρία οὐκ ἂν ὑπ' ἄλλου καταμετρηθεῖη ἀριθμοῦ ὥστε γεννηθῆναι ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν, ἢ ὑπὸ μόνῃς μονάδος· ἅπαξ γὰρ τρία τρία. ὁμοίως δὲ καὶ ἅπαξ ε' ε', καὶ ἅπαξ ζ' ζ', καὶ ἅπαξ ια' ια'. διὸ καὶ περισσάκις περισσοὶ κέκληνται· οἱ γὰρ καταμετρούμενοι περισσοὶ ἢ τε καταμετροῦσα αὐτοὺς μονὰς περισσῇ. διὸ καὶ πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι μόνοι οἱ περισσοί. οἱ γὰρ ἄρτιοι οὔτε πρῶτοι οὔτε ἀσύνθετοι οὔτε ὑπὸ μόνῃς μονάδος μετρούμενοι, ἀλλὰ καὶ ὑπ' ἄλλων ἀριθμῶν· οἷον τετράς μὲν ὑπὸ δυάδος· δις γὰρ β' δ'· ἐξὰς δὲ ὑπὸ δυάδος καὶ τριάδος· δις γὰρ γ' ζ' καὶ τρίς β' ζ'· καὶ οἱ λοιποὶ ἄρτιοι κατὰ τὰ αὐτὰ ὑπὸ τινων μειζόνων τῆς μονάδος ἀριθμῶν καταμετροῦνται, πλην τῆς δυάδος. ^[5]

24 ταύτῃ γὰρ μόνῃ συμβέβηκεν, ὅπερ καὶ ἐνίοις τῶν περισσῶν, τὸ ὑπὸ μονάδος μετρεῖσθαι μόνον· ἅπαξ γὰρ β' β'· διὸ καὶ περισσοειδὴς εἴρηται ταὐτὸ τοῖς περισσοῖς πεπονθυῖα. πρὸς ἀλλήλους δὲ λέγονται πρῶτοι ἀριθμοὶ καὶ οὐ καθ' αὐτοὺς οἱ κοινῷ μέτρῳ μετρούμενοι τῇ μονάδι, καὶν ὑπ' ἄλλων τινῶν ἀριθμῶν ὡς πρὸς ἑαυτοὺς καταμετρῶνται. οἷον ὁ η' μετρεῖται μὲν καὶ ὑπὸ τῶν β'

καὶ δ', καὶ ὁ θ' ὑπὸ τῶν γ', καὶ ὁ ι' ὑπὸ τῶν β' καὶ ε'. ἔχουσι δὲ καὶ κοινὸν μέτρον καὶ πρὸς ἀλλήλους καὶ πρὸς τοὺς καθ' ἑαυτοὺς πρώτους τὴν μονάδα· καὶ γὰρ ἅπαξ γ' γ' καὶ ἅπαξ η' η' καὶ ἅπαξ θ' θ' καὶ ἅπαξ ι' ι'. σύνθετοι δὲ εἰσι πρὸς ἑαυτοὺς οἱ ὑπὸ τινος ἐλάττονος ἀριθμοῦ μετρούμενοι, ὡς ὁ ζ' ὑπὸ δυάδος καὶ τριάδος. πρὸς ἀλλήλους δὲ σύνθετοι οἱ κοινῶ ὡτινοῦν μέτρῳ μετρούμενοι· ὡς ὁ η' καὶ ὁ ζ' [καὶ ὁ θ']· κοινὸν γὰρ ἔχουσι μέτρον δυάδα [καὶ τριάδα]· δις γὰρ γ' ζ' καὶ δις δ' η' [καὶ τρίς γ' θ']· <καὶ ὁ ζ' καὶ ὁ θ'> κοινὸν γὰρ αὐτῶν μέτρον ἢ τρίας καὶ γὰρ τρίς β' ζ' καὶ τρίς γ' θ'. οὔτε δὲ ἡ μονὰς ἀριθμὸς, ἀλλὰ ἀρχὴ ἀριθμοῦ, οὔτε ἡ ἀόριστος δυάς, πρώτη οὕσα ἑτερότης μονάδος καὶ μηδὲν αὐτῆς ἐν ἀρτίοις ἀρχικώτερον ἔχουσα. τῶν δὲ συνθέτων τοὺς μὲν ὑπὸ δύο ἀριθμῶν περιεχομένους καλοῦσιν ἐπιπέδους, ὡς κατὰ δύο διαστάσεις θεωρούμενους καὶ οἷον ὑπὸ μήκους καὶ πλάτους περιεχομένους, τοὺς δὲ ὑπὸ τριῶν στερεοῦς, ὡς καὶ τὴν τρίτην διάστασιν προσειληφότας. ^[25]

25 περιοχὴν δὲ καλοῦσιν ἀριθμῶν τὸν δι' ἀλλήλων αὐτῶν πολυπλασιασμόν. τῶν δὲ ἀρτίων οἱ μὲν εἰσιν ἀρτιάκις ἄρτιοι, οἱ δὲ περιττάκις ἄρτιοι, οἱ δὲ ἀρτιοπéριττοι. ἀρτιάκις μὲν ἄρτιοι [τὸ σημεῖον τοῦτο ἐστίν] οἷς τρία συμβέβηκεν, ἐν τὸ ὑπὸ δύο ἀρτίων ἐπ' ἀλλήλους πολυπλασιασθέντων γεγενῆσθαι, δεύτερον τὸ πάντα ἄρτια ἔχειν τὰ μέρη μέχρι τῆς εἰς μονάδα καταλήξεως, τρίτον τὸ μηδὲν αὐτῶν μέρος ὁμώνυμον εἶναι περιττῶ· ὅποιοι εἰσιν ὁ λβ' ξδ' ρκη' καὶ οἱ ἀπὸ τούτων ἐξῆς κατὰ τὸ διπλάσιον λαμβανόμενοι. τὰ γὰρ λβ' γέγονε μὲν ἕκ τε δ' καὶ η', ἃ ἐστὶν ἄρτια· μέρη δὲ αὐτῶν πάντα ἄρτια, ἥμισυ ις', τέταρτον ὁ η', ὄγδοον ὁ δ'· αὐτὰ τε τὰ μόρια ὁμώνυμα ἀρτίοις, τό τε ἥμισυ ὡς ἐν δυάδι θεωρούμενον καὶ τέταρτον καὶ ὄγδοον. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως ἀριθμῶν. ἀρτιοπéριττοι δὲ εἰσιν οἱ ὑπὸ δυάδος καὶ περιττοῦ οὔτινοσοῦν μετρούμενοι, οἵτινες ἐκ παντὸς περιττὰ μέρη ἔχουσι τὰ ἡμίσεα κατὰ τὴν εἰς ἴσα διαίρεσιν· ὡς τὰ δις ζ' ιδ'. ἀρτιάκις μὲν γὰρ οὗτοι καλοῦνται περιττοί, ἐπεὶ ὑπὸ τῆς δυάδος ἀρτίας οὔσης μετροῦνται καὶ περισσοῦ τινος, ὁ μὲν δύο τοῦ ἑνός, ὁ δὲ ζ' τοῦ γ', ὁ δὲ ι' τοῦ ε', ὁ δὲ ιδ' τοῦ ζ'. διαιροῦνται δὲ οὗτοι τὴν πρώτην διαίρεσιν εἰς περιττόν, μετὰ δὲ τὴν πρώτην εἰς ἴσα διαίρεσιν οὐκ ἔτι διαιροῦνται. ^[25]

26 τῶν γὰρ ζ' τὰ μὲν γ' ἥμισυ, τὰ δὲ γ' οὐκ ἔτι εἰς ἴσα διαιρεῖται· μονὰς γὰρ ἀδιαίρετος. περισσάκις δὲ ἄρτιοί εἰσιν ὧν ὁ πολλαπλασιασμός ἐκ δυεῖν ὠντινωνοῦν περισσοῦ καὶ ἀρτίου γίνεται, καὶ πολλαπλασιασθέντες εἰς ἴσα μὲν ἄρτια μέρη δίχα διαιροῦνται, κατὰ δὲ τὰς πλείους διαίρεσεις ἃ μὲν ἄρτια μέρη, ἃ δὲ περισσὰ ἔχουσιν· ὡς ὁ ιβ' καὶ κ'· τρίς γὰρ δ' ιβ', καὶ πεντάκις δ' κ'· καὶ τὰ μὲν ιβ' διχῇ διαιρεῖται <εἰς> ζ' καὶ ζ', τριχῇ δὲ εἰς δ' καὶ δ' καὶ δ', τετραχῇ δὲ εἰς τετράκις γ'· τὰ δὲ κ' διχῇ μὲν εἰς ι', τετραχῇ δὲ εἰς ε', πενταχῇ δὲ εἰς δ'. ἔτι τῶν συνθέτων ἀριθμῶν οἱ μὲν ἰσάκις ἴσοι εἰσὶ καὶ τετράγωνοι καὶ ἐπίπεδοι, ἐπειδὴν ἴσος ἐπὶ ἴσον πολλαπλασιασθεὶς γεννήσῃ τινὰ ἀριθμόν, [ὁ γεννηθεὶς ἰσάκις τε ἴσος καὶ τετράγωνός ἐστιν] ὡς ὁ δ', ἔστι γὰρ δις β', καὶ ὁ θ', ἔστι γὰρ τρίς γ'· οἱ δὲ ἀνισάκις ἄνισοι, ἐπειδὴν ἄνισοι ἀριθμοὶ ἐπ' ἀλλήλους πολλαπλασιασθῶσιν, ὡς ὁ ζ'· ἔστι γὰρ δις γ' ζ'. τούτων δὲ ἑτερομήκεις μὲν εἰσιν οἱ τὴν ἐτέραν πλευρὰν τῆς ἐτέρας μονάδι μείζονα ἔχοντες, ἔστι δὲ ὁ τοῦ περισσοῦ ἀριθμοῦ μονάδι πλεονάζων καὶ ἄρτιος· διὸ μόνον ἄρτιοι οἱ ἑτερομήκεις. ^[20]

27 ἡ γὰρ ἀρχὴ τῶν ἀριθμῶν, τουτέστιν ἡ μονὰς, περισσὴ οὕσα τὴν ἑτερότητα ζητοῦσα τὴν δυάδα ἑτερομήκη τῷ αὐτῆς διπλασιασμῷ ἐποίησε, καὶ διὰ τοῦτο ἡ δυάς τῆς μονάδος ἑτερομήκης οὕσα καὶ μονάδι ὑπερέχουσα τοὺς ἀρτίους ἀριθμοὺς τῶν περισσῶν ἑτερομήκεις ποιεῖ μονάδι ὑπερέχοντας. γεννῶνται δὲ διχῶς, ἕκ τε πολλαπλασιασμοῦ καὶ ἐπισυνθέσεως, ἐκ μὲν ἐπισυνθέσεως οἱ ἄρτιοι τοῖς ἐφεξῆς ἐπισυντιθέμενοι τοὺς ἀπογεννωμένους ποιοῦσιν ἑτερομήκεις. οἷον ἐκκείσθωσαν ἄρτιοι κατὰ τὸ ἐξῆς β' δ' ζ' η' ι' ιβ' ιδ' ις' ιη'· γίνονται δὲ κατ' ἐπισύνθεσιν β' καὶ δ' ζ', ζ' καὶ ζ' ιβ', ιβ' καὶ η' κ', κ' καὶ ι' λ'· ὥστε εἶεν ἂν οἱ γεγεννημένοι ἑτερομήκεις ζ' ιβ' κ' λ'. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς, κατὰ δὲ πολλαπλασιασμόν οἱ αὐτοὶ

έτερομήκεις γεννῶνται τῶν ἐφεξῆς ἀρτίων τε καὶ περιττῶν τοῦ πρώτου ἐπὶ τὸν ἐξῆς
πολλαπλασιαζομένου· οἶον α' β' γ' δ' ε' ζ' η' θ' ι' ἅπαξ μὲν γὰρ β' β', δις δὲ γ' ζ', τρις <δὲ> δ'
ιβ', τετράκις δὲ ε' κ', πεντάκις δὲ ζ' λ'· καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς ὁ αὐτὸς λόγος. ἑτερομήκεις δὲ οἱ
τοιούτοι κέκληνται, ἐπειδὴ πρώτην ἑτερότητα τῶν πλευρῶν ἡ προσθήκη τῇ ἑτέρᾳ πλευρᾷ τῆς
μονάδος ποιεῖ. παραλληλόγραμμοι δὲ εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ δυάδι ἢ καὶ μείζονι ἀριθμῷ τὴν ἑτέραν
πλευρὰν τῆς ἑτέρας ὑπερέχουσιν ἔχοντες, ὡς ὁ δις δ' καὶ ὁ τετράκις ζ' καὶ ὁ ἑξάκις η' καὶ ὁ
ὀκτάκις ι', οἵτινές εἰσιν ὁ η' κδ' μὴ π'. ^[20]

28 τετράγωνοι εἰσιν οἱ ἐκ τῶν κατὰ τὸ ἐξῆς περισσῶν ἐπισυντιθεμένων ἀλλήλοις γεννώμενοι.
οἶον ἐκκείσθωσαν ἐφεξῆς περισσοὶ α' γ' ε' ζ' θ' ια'. ἐν καὶ γ' δ', ὅς ἐστι τετράγωνος, ἰσάκις γὰρ
ἐστὶν ἴσος, τουτέστι δις β' δ' δ' καὶ ε' θ', ὅς καὶ αὐτὸς τετράγωνος· ἔστι γὰρ τρις γ' θ' θ' καὶ ζ' ις',
ὅς καὶ αὐτὸς τετράγωνός ἐστι· τετράκις γὰρ δ' ις' ις' καὶ θ' κε', ὅς καὶ αὐτὸς τετράγωνός ἐστι
καὶ ἰσάκις ἴσος· ἔστι γὰρ πεντάκις ε' κε'· καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος. κατὰ μὲν οὖν
ἐπισύνθεσιν οὕτως γεννῶνται οἱ τετράγωνοι, τῶν ἐφεξῆς περισσῶν τῷ γεννωμένῳ ἀπὸ
μονάδος τετραγώνῳ προστιθεμένων· κατὰ πολλαπλασιασμὸν δὲ, ἐπειδὴν ὅστισοῦν ἀριθμὸς ἐφ'
ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῇ, οἶον δις β' δ', τρις γ' θ', τετράκις δ' ις'. οἱ μὲν οὖν τετράγωνοι πάντες
τοὺς ἑτερομήκεις περιλαμβάνουσι κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν καὶ μέσους αὐτοῦς
ποιοῦσι [τουτέστι τοὺς μονάδι μείζονας τὴν ἑτέραν πλευρὰν τῆς ἑτέρας ὑπερέχοντας]· οἱ δὲ
ἑτερομήκεις οὐκ ἔτι τοὺς τετραγώνους περιλαμβάνουσιν ὡς μέσους εἶναι κατὰ ἀναλογίαν. οἶον
α' β' γ' δ' ε'. οὔτοι τῷ μὲν ἰδίῳ πλήθει πολλαπλασιαζόμενοι ποιοῦσι τετραγώνους· ἅπαξ τε γὰρ
α' α' καὶ δις β' δ' καὶ τρις γ' θ' καὶ τετράκις δ' ις' καὶ πεντάκις ε' κε'· καὶ οὐκ ἐκβαίνουσι τῶν
ιδίῳ ὄρων· ἢ τε γὰρ δυὰς ἑαυτὴν ἐδύασε καὶ ἡ τριάς ἑαυτὴν ἐτρίασεν, ὥστε εἶεν ἂν τετράγωνοι
οἱ ἐξῆς α' δ' θ' ις' κε'. ^[25]

29 μέσους δὲ ἔχουσι τοὺς ἑτερομήκεις οὕτως. τετράγωνοι δύο ἐφεξῆς ὅ τε α' καὶ δ'· τούτων μέσος
ἑτερομήκης ὁ β'· κείσθωσαν δὴ α' β' δ'· μέσος γίνεται ὁ β', τῷ αὐτῷ λόγῳ τῶν ἄκρων τοῦ μὲν
ὑπερέχων, ὅφ' οὗ δὲ ὑπερεχόμενος· τοῦ μὲν γὰρ ἑνὸς τὰ β' διπλάσια, τῶν δὲ β' τὰ δ'. πάλιν
τετράγωνοι μὲν ὁ δ' καὶ θ'· μέσος δὲ αὐτῶν ἑτερομήκης ὁ ζ'· κείσθωσαν δὴ δ' ζ' θ'· μέσος ὁ ζ', τῷ
αὐτῷ λόγῳ τῶν ἄκρων τοῦ μὲν [γὰρ] ὑπερέχων, ὅφ' οὗ δὲ ὑπερεχόμενος· τῶν μὲν γὰρ δ' τὰ ζ'
ἡμιόλια, τῶν δὲ ζ' τὰ θ'. ὁ δὲ αὐτὸς λόγος καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς. οἱ δὲ ἑτερομήκεις, ὑπὸ τῶν τῇ
μονάδι ὑπερεχόντων πολλαπλασιαζόμενοι, οὔτε μένουσιν ἐν τοῖς ἰδίῳις ὄροις οὔτε περιέχουσι
τοὺς τετραγώνους. οἶον τὰ δις γ' γεννᾷ τὸν ζ' καὶ τὰ τρις δ' γεννᾷ τὸν ιβ' καὶ τὰ τετράκις ε'
γεννᾷ τὸν κ', καὶ οὐδεὶς αὐτῶν μένει ἐν τῷ ἑαυτοῦ ὄρῳ, ἀλλὰ μεταπίπτει ἐν τῷ
πολλαπλασιασμῷ, οἶον δυὰς ἐπὶ τριάδα καὶ τριάς ἐπὶ τετράδα καὶ τετράς ἐπὶ πεντάδα· οἱ τε
γεννώμενοι ὑπὸ τῶν ἑτερομήκων οὐ περιλαμβάνουσι τοὺς τετραγώνους ἀριθμούς· οἶον ἐφεξῆς
ἑτερομήκεις β' ζ', μεταξὺ δὲ αὐτῶν ἐστὶ τῇ τάξει τετράγωνος ὁ δ'· ἀλλὰ κατ' οὐδεμίαν
ἀναλογίαν περιλαμβάνεται ὑπ' αὐτῶν ὥστε ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ πρὸς τὰ ἄκρα εἶναι. ἐκκείσθω
γὰρ β' δ' ζ'· ἡ τετράς ἐν διαφόροις λόγοις πρὸς τὰ ἄκρα γενήσεται· τῶν μὲν γὰρ β' τὰ δ' διπλάσια,
τῶν δὲ δ' τὰ ζ' ἡμιόλια. ^[25]

30 ἴνα δὲ ἀναλόγως μέσον ᾖ, δεῖ αὐτὸ οὕτως μέσον εἶναι, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ πρῶτον πρὸς τὸ
μέσον, τοῦτον τὸ μέσον πρὸς τὸ τρίτον. πάλιν τῶν ζ' καὶ ιβ' ἑτερομήκων μέσος τῇ τάξει
τετράγωνος ὁ θ', ἀλλ' οὐχ εὐρεθήσεται ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ πρὸς τὰ ἄκρα· ζ' θ' ιβ'. τῶν μὲν γὰρ ζ'
τὰ θ' ἡμιόλια, τῶν δὲ θ' τὰ ιβ' ἐπίτριτα. ὁ δὲ αὐτὸς καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς λόγος. προμήκης δὲ ἐστὶν
ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ δύο ἀνίσων ἀριθμῶν ἀποτελούμενος ὡντινωνοῦν, ἢ μονάδι ἢ δυάδι ἢ καὶ
πλείονι τοῦ ἑτέρου τὸν ἕτερον ὑπερέχοντος, ὡς ὁ κδ', ἔστι γὰρ ἑξάκις δ', καὶ οἱ τοιοῦτοι. ἔστι δὲ
τρία μέρη τῶν προμήκων. καὶ γὰρ πᾶς ἑτερομήκης προμήκης, καθὼ μείζονα τὴν ἑτέραν
πλευρὰν τῆς ἑτέρας ἔχει. ὥστε εἰ μὲν τις ἑτερομήκης, οὗτος καὶ προμήκης· οὐ μὴν ἀνάπαλιν· ὁ

- [illegible]

α κή
λς' α
α α α α α α α α α α [End of Table] οἱ δὲ τετράγωνοι γεννῶνται μέν, ὡς προεῖρηται, ἐκ
τῶν ἐφεξῆς ἀπὸ μονάδος περιπτῶν ἀλλήλοις ἐπισυντιθεμένων· συμβέβηκε δὲ αὐτοῖς ὥστε
ἐναλλάξ παρ' ἑνα ἄρτίοις εἶναι καὶ περιττοῖς, ὥσπερ ὁ πᾶς ἀριθμὸς παρ' ἑνα ἄρτιός ἐστιν ἢ
περιττός· οἷον α' δ' θ' ιζ' κε' λς' μθ' ξδ' πα' ρ'.^[5]

- 34 τῇ δὲ ἀπὸ μονάδος κατὰ τὸ ἐξῆς ἐκθέσει τῶν ἀρτίων τε καὶ περιττῶν ἀριθμῶν συμβέβηκε, τοὺς γνῶμονας τοὺς δυάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντας ἐν τῇ συνθέσει τετραγώνους ἀποτελεῖν, ὡς ἐπάνω ἀποδέδεικται· ὑπερέχουσι γὰρ δυάδι ἀλλήλων ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι <οἱ> περιττοί. ὁμοίως δὲ οἱ τριάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντες ἐν τῇ συνθέσει ἀπὸ μονάδος πενταγώνους ἀποτελοῦσιν, ἐξαγώνους δὲ οἱ τετράδι, αἱ τε ἡ ὑπεροχὴ τῶν γνωμόνων ἐξ ὧν ἀποτελοῦνται οἱ πολύγωνοι δυάδι λείπεται τοῦ πλήθους τῶν ἀποτελουμένων γωνιῶν. ἑτέρα δὲ πάλιν ἐστὶ τάξις ἐν τοῖς πολυγώνοις τῶν ἀπὸ μονάδος πολλαπλασίων ἀριθμῶν. τῶν γὰρ ἀπὸ μονάδος πολλαπλασίων, λέγω δὲ διπλασίων τριπλασίων καὶ τῶν ἐξῆς, οἱ μὲν ἓνα παρ' ἓνα διαλείποντες ἀριθμοὶ τετράγωνοι πάντες εἰσὶν, οἱ δὲ δύο διαλείποντες κύβοι πάντες, οἱ δὲ πέντε διαλείποντες κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοί εἰσι καὶ τὰς μὲν πλευρὰς ἔχουσι τετραγώνους ἀριθμοὺς κύβοι ὄντες, τετράγωνοι δὲ ὄντες ἀριθμοὶ κυβικὰς ἔχουσι τὰς πλευράς. ^[20]
- 35 ὅτι δὲ τῶν πολλαπλασίων ἀριθμῶν οἱ μὲν παρ' ἓνα ἀπὸ μονάδος τετράγωνοί εἰσιν, οἱ δὲ παρὰ β' κύβοι, οἱ δὲ παρὰ ε' κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοί εἰσι, δῆλον οὕτως. ἐν μὲν τοῖς διπλασίοις, κειμένων πλειόνων ἀριθμῶν οἷον α' β' γ' δ' ε' ζ' η' θ' ι' ια' ιβ' ιγ' ιδ' ιε' ις' ιζ' ιη' ιθ' κ' κα' κβ' κγ' κδ' κε' πρῶτος διπλάσιος ὁ β'· εἴτα ὁ δ', ὅς ἐστι τετράγωνος· εἴτα ὁ η', ὅς ἐστι κύβος· εἴτα ις', ὅς ἐστι τετράγωνος· εἴτα ὁ λβ'· μεθ' ὃν ὁ ξδ', ὅς ἐστι τετράγωνος ἅμα καὶ κύβος· εἴτα ρκη'· μεθ' ὃν σνς', ὅς ἐστι τετράγωνος· καὶ μέχρις ἀπείρου ὁ αὐτὸς λόγος. καὶ ἐν τῷ τριπλασίῳ εὐρεθήσονται οἱ παρ' ἓνα τετράγωνοι, καὶ ἐν τῷ πενταπλασίῳ, καὶ κατὰ τοὺς ἐξῆς πολλαπλασίους. ὁμοίως δὲ εὐρεθήσονται καὶ οἱ δύο διαλείποντες ἐν τοῖς πολλαπλασίοις κύβοι πάντες, καὶ οἱ ε' διαλείποντες κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοι. ἰδίως δὲ τοῖς τετραγώνοις συμβέβηκεν ἥτοι τρίτον ἔχειν ἢ μονάδος ἀφαιρεθείσης τρίτον ἔχειν πάντως, ἢ πάλιν τέταρτον ἔχειν ἢ μονάδος ἀφαιρεθείσης τέταρτον ἔχειν πάντως· καὶ τὸν μὲν μονάδος ἀφαιρεθείσης τρίτον ἔχοντα ἔχειν καὶ τέταρτον πάντως, ὡς ὁ δ', τὸν δὲ μονάδος ἀφαιρεθείσης τέταρτον ἔχοντα ἔχειν τρίτον πάντως, ὡς ὁ θ', ἢ τὸν αὐτὸν πάλιν καὶ τρίτον ἔχειν καὶ τέταρτον, ὡς ὁ λς' [ἢ μηδέτερον τούτων ἔχοντα τοῦτον μονάδος ἀφαιρεθείσης τρίτον ἔχειν πάντως], ἢ μήτε τρίτον μήτε τέταρτον ἔχοντα μονάδος ἀφαιρεθείσης καὶ τρίτον ἔχειν καὶ τέταρτον, ὡς ὁ κε'.
- [25]
- 36 ἔτι τῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν ἰσάκις ἴσοι τετράγωνοί εἰσιν, οἱ δὲ ἀνισάκις ἄνισοι ἑτερομήκεις καὶ προμήκεις, καὶ ἀπλῶς οἱ διχῶς πολλαπλασιαζόμενοι ἐπίπεδοι, οἱ δὲ τριχῶς στερεοί. λέγονται δὲ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ καὶ τρίγωνοι καὶ τετράγωνοι καὶ στερεοὶ καὶ τᾶλλα οὐ κυρίως ἀλλὰ καθ' ὁμοιότητα τῶν χωρίων ἃ καταμετροῦσιν· ὁ γὰρ δ', ἐπεὶ τετράγωνον χωρίον καταμετρεῖ, ἀπ' αὐτοῦ καλεῖται τετράγωνος, καὶ ὁ ζ' διὰ τὰ αὐτὰ ἑτερομήκης. ὅμοιοι δ' εἰσὶν ἀριθμοὶ ἐν μὲν ἐπιπέδοις τετράγωνοι οἱ πάντες πᾶσιν, ἑτερομήκεις δὲ ὅσων αἱ πλευραὶ, τουτέστιν οἱ περιέχοντες αὐτοὺς ἀριθμοὶ, ἀνάλογόν εἰσιν. οἷον ἑτερομήκη ἦν τὰ ζ'· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ μῆκος γ', πλάτος β'· ἕτερος πάλιν ἐπίπεδος ὁ κδ'· πλευραὶ δὲ αὐτοῦ μῆκος μὲν ζ', πλάτος δὲ δ'· καὶ ἔστιν ὡς τὸ μῆκος πρὸς τὸ μῆκος, οὕτως τὸ πλάτος πρὸς τὸ πλάτος· ὡς γὰρ ζ' πρὸς γ', οὕτως δ' πρὸς β'. ὅμοιοι οὖν ἀριθμοὶ ἐπίπεδοι ὅ τε ζ' καὶ ὁ κδ'. σχηματίζονται δὲ οἱ αὐτοὶ ἀριθμοὶ ὅτε μὲν εἰς πλευρὰς ὡς μήκη καὶ πρὸς ἑτέρων σύστασιν λαμβανόμενοι, ὅτε δὲ εἰς ἐπιπέδους, ὅταν ἐκ

τριῶν λεηθῶσιν ἀριθμῶν. [20]

37 ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς πάλιν οἱ μὲν κύβοι πάντες πᾶσιν εἰσιν ὁμοιοι, τῶν δὲ ἄλλων οἱ τὰς πλευρὰς ἔχοντες ἀνάλογον· ὥς ἡ τοῦ μήκους πρὸς τὴν τοῦ μήκους, οὕτως ἡ τοῦ πλάτους πρὸς τὴν τοῦ πλάτους καὶ $\langle \eta \rangle$ τοῦ ὕψους πρὸς τὴν τοῦ ὕψους. τῶν δὲ ἐπιπέδων καὶ πολυγώνων ἀριθμῶν πρῶτος ὁ τρίγωνος, ὥς καὶ τῶν ἐπιπέδων εὐθυγράμμων σχημάτων πρῶτόν ἐστι τὸ τρίγωνον. πῶς δὲ γεννῶνται προεῖρηται, ὅτι τῷ πρῶτῳ ἀριθμῷ τοῦ ἑξῆς ἀρτίου καὶ περιττοῦ προστιθεμένου. πάντες δὲ οἱ ἐφεξῆς ἀριθμοί, ἀπογεννῶντες τριγώνους ἢ τετραγώνους ἢ πολυγώνους, γνῶμονες καλοῦνται. τοσοῦτων δὲ μονάδων ἕκαστον τρίγωνον ἔχει πλευρὰς πάντως, ὅσων καὶ μόνος ἐστὶν ὁ προσλαμβανόμενος γνῶμων. οἷον ἔστω πρῶτον ἡ μονάς, λεγομένη τρίγωνον οὐ κατ' ἐντελέχειαν, ὥς προειρήκαμεν, ἀλλὰ κατὰ δύναμιν· ἐπεὶ γὰρ αὕτη οἷον σπέρμα πάντων ἐστὶν ἀριθμῶν, ἔχει ἐν αὐτῇ καὶ τριγωνοειδῆ δύναμιν. προσλαμβάνουσα γοῦν τὴν δυάδα ἀποτελεῖ τρίγωνον, ἔχον πλευρὰς τοσοῦτων μονάδων, ὅσων ἐστὶν ὁ προσληφθεὶς γνῶμων τῆς δυάδος. τὸ δὲ ὅλον τρίγωνον τοσοῦτων ἐστὶ μονάδων, ὅσων καὶ οἱ συντεθέντες γνῶμονες. ὃ τε γὰρ τοῦ ἑνὸς καὶ $\langle \delta \rangle$ τῶν δυεῖν γνῶμων τὰ γ' ἐποίησαν, ὥστε καὶ τὸ τρίγωνον ἔσται μὲν τριῶν μονάδων, ἔξει δ' ἐκάστην πλευρὰν τῶν δυεῖν, ὅσοι καὶ οἱ γνῶμονες συνετέθησαν. ^[20]

38 εἴτα τὸ γ' τρίγωνον προσλαμβάνει τὸν τῶν γ' γνῶμονα, ὃς μονάδι ὑπερέχει τῆς δυάδος, καὶ γίνεται τὸ μὲν ὅλον τρίγωνον ζ'. πλευρὰς δ' ἔξει τοσοῦτων μονάδων καὶ τοῦτο τὸ τρίγωνον, ὅσοι γνῶμονες συντέθηνται· ἐκ γὰρ τοῦ ἐνὸς καὶ β' καὶ γ' συντέθη ὁ ζ'. [Start of Table] α α α α α α α α [End of Table] εἴτα ὁ ζ' προσλαμβάνει τὸν δ' γίνεται τὸ τοῦ ι' τρίγωνον, ἐκάστην πλευρὰν ἔχον δ' μονάδων· ὁ γὰρ προσληφθεὶς γνῶμων ἦν ὁ δ', καὶ ἐκ δ' δὲ γνωμόνων ἦν τὸ ὅλον, τοῦ τε ἐνὸς καὶ β' καὶ γ' καὶ δ'. ἔτι ὁ ι' προσλαμβάνει τὸν ε', καὶ γίνεται <τὸ τοῦ ιε'> τρίγωνον, πλευρὰν ἔχον ἐκάστην μονάδων ε', καὶ ἐκ τῶν ε' γνωμόνων συνέστη. ὁμοίως καὶ οἱ ἕξ γνῶμονες τοὺς γνωμονικοὺς ἀριθμοὺς ἀποτελοῦσι. λέγονται δέ τινες καὶ κυκλοειδεῖς καὶ σφαιροειδεῖς καὶ ἀποκαταστατικοὶ ἀριθμοί· οὗτοι δ' εἰσὶν οἵτινες ἐν τῷ πολλαπλασιάζεσθαι ἢ ἐπιπέδως ἢ στερεῶς, τουτέστι κατὰ δύο διαστάσεις ἢ κατὰ τρεῖς, ἀφ' οὗ ἂν ἄρξωνται ἀριθμοῦ ἐπὶ τοῦτον ἀποκαθιστάμενοι. τοιοῦτον δέ ἐστι καὶ ὁ κύκλος ἀφ' οὗ ἂν ἄρξηται σημείου, ἐπὶ τοῦτο ἀποκαθίσταται· ὑπὸ γὰρ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενος ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἄρχεται καὶ εἰς ταῦτ' καταλήγει. [20]

39 [28τ] τοιαύτη δὲ καὶ ἐν στερεῷ ἢ σφαίρᾳ· κύκλου γὰρ κατὰ πλευράν περιεχομένου ἢ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ
ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἀποκατάστασις σφαῖραν γράφει. καὶ ἀριθμοὶ δὴ οἱ ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ ἐφ’
ἑαυτοὺς καταλήγοντες κυκλικοὶ τε καλοῦνται καὶ σφαιροειδεῖς ὧν εἰσιν ὃ τε ε’ καὶ ὁ ζ’.
πεντάκις γὰρ ε’ κε’, πεντάκις κε’ ρκε’, ἐξάκις ζ’ λζ’, καὶ ἐξάκις λζ’ σιζ’. τῶν δὲ τετραγώνων ἡ
μὲν γένεσις, ὥς εἶπον, ἐκ τῶν περισσῶν ἀλλήλοις ἐπισυντιθεμένων, τουτέστι τῶν ἀπὸ μονάδος
δυάδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων· ἐν γὰρ καὶ γ’ δ’, καὶ δ’ καὶ ε’ θ’, καὶ θ’ καὶ ζ’ ιζ’, καὶ ιζ’ καὶ θ’ κε’.

[Start of Table]

α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

[End of Table]

πεντάγωνοι δὲ εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ ἐκ τῶν ἀπὸ μονάδος κατὰ τὸ
ἐξῆς τριάδι 〈ἀλλήλων〉 ὑπερεχόντων συντιθέμενοι. ὧν εἰσιν οἱ μὲν γνώμονες α’ δ’ ζ’ ι’ ιγ’ ιζ’
ιθ’· αὐτοὶ δὲ οἱ πεντάγωνοι α’ ε’ ιβ’ κβ’ λε’ να’ καὶ ἐξῆς ὁμοίως. σχηματίζονται δὲ πενταγωνικῶς
οὕτως [Start of Table]

α’	ε’	ιβ’	κβ’	λε’	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α	α
----	----	-----	-----	-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

[End of Table]

ἐξάγωνοι δὲ εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ ἐκ τῶν κατὰ τὸ ἐξῆς ἀπὸ μονάδος τετράδι ἀλλήλων ὑπερεχόντων
συντιθέμενοι ὧν οἱ γνώμονές εἰσιν α’ ε’ θ’ ιγ’ ιζ’ κα’ κε’· οἱ δὲ ἐκ τούτων ἐξάγωνοι οἶδε· α’ ζ’ ιε’
κη’ με’ ξζ’ ζα’.

[illegible]

41 ἐκ δύο τριγώνων ἀποτελεῖται τετράγωνον· α' καὶ γ' δ', γ' καὶ ζ' θ', ζ' καὶ ι' ις', ι' καὶ ιε' κε', ιε' καὶ κα' λς', κα' καὶ κη' μθ', κη' καὶ λς' ξδ', λς' καὶ με' πα', καὶ οἱ ἐξῆς ὁμοίως συνδυναζόμενοι τρίγωνοι τετραγώνους ἀποτελοῦσιν, ὥς καὶ ἐπὶ τῶν γραμμικῶν τριγώνων σύνθεσις τετράγωνον σχῆμα ποιεῖ. ἔτι τῶν στερεῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν ἴσας πλευρὰς ἔχουσιν, [ὥς ἀριθμοὺς τρεῖς ἴσους ἐπὶ ἴσους πολλαπλασιάζεσθαι,] οἱ δὲ ἀνίσους. τούτων δ' οἱ μὲν πάσας ἀνίσους ἔχουσιν, οἱ δὲ τὰς δύο ἴσας καὶ τὴν μίαν ἤττονα. πάλιν τε τῶν τὰς δύο ἴσας ἐχόντων οἱ μὲν μείζονα τὴν τρίτην ἔχουσιν, οἱ δὲ ἐλάττονα. οἱ μὲν οὖν ἴσας ἔχοντες πλευρὰς, ισάκεις ἴσοι ισάκεις ὄντες, κύβοι καλοῦνται· οἱ δὲ πάσας ἀνίσους τὰς πλευρὰς, ἀνισάκεις ἄνισοι ἀνισάκεις, βωμίσκοι καλοῦνται· οἱ δὲ δύο μὲν ἴσας, τὴν δὲ τρίτην ἐκατέρας τῶν δυεῖν ἐλάσσονα, ισάκεις ἴσοι ἐλαττονάκεις, πλινθίδες ἐκλήθησαν· οἱ δὲ δύο μὲν ἴσας, τὴν δὲ τρίτην ἐκατέρας τῶν δυεῖν μείζονα, ισάκεις ἴσοι μειζονάκεις, δοκίδες καλοῦνται. ^[15]

42 εἰςὶ δὲ καὶ πυραμοειδεῖς ἀριθμοὶ πυραμίδας καταμετροῦντες καὶ κολουροπυραμίδας. κόλουρος δὲ πυραμὶς ἐστὶν ἡ τὴν κορυφὴν ἀποτετμημένη. τινὲς δὲ [κόλουρον] τὸ τοιοῦτον τραπέζιον προσηγόρευσαν ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων τραπεζίων· τραπέζιον γὰρ λέγεται, ὅταν τριγώνου ἡ κορυφὴ ὑπὸ παραλλήλου τῇ βάσει εὐθείας ἀποτμηθῇ. ὥσπερ δὲ τριγωνικοὺς καὶ τετραγωνικοὺς καὶ πενταγωνικοὺς καὶ κατὰ τὰ λοιπὰ σχήματα λόγους ἔχουσι δυνάμει οἱ ἀριθμοί, οὕτως καὶ πλευρικοὺς καὶ διαμετρικοὺς λόγους εὗροιμεν ἂν κατὰ τοὺς σπερματικούς λόγους ἐμφανιζομένους τοῖς ἀριθμοῖς. ^[10]

43 ἐκ γὰρ τούτων ῥυθμίζεται τὰ σχήματα. ὥσπερ οὖν πάντων τῶν σχημάτων κατὰ τὸν ἀνωτάτω καὶ σπερματικὸν λόγον ἢ μονὰς ἄρχει, οὕτως καὶ τῆς διαμέτρου καὶ τῆς πλευρᾶς λόγος ἐν τῇ μονάδι εὐρίσκεται. οἷον ἐκτίθενται δύο μονάδες, ὧν τὴν μὲν θῶμεν εἶναι διάμετρον, τὴν δὲ πλευράν, ἐπειδὴ τὴν μονάδα, πάντων οὕσαν ἀρχήν, δεῖ δυνάμει καὶ πλευρὰν εἶναι καὶ διάμετρον. καὶ προστίθεται τῇ μὲν πλευρᾷ διάμετρος, τῇ δὲ διαμέτρῳ δύο πλευραί, ἐπειδὴ ὅσον ἢ πλευρὰ δις δύναται, ἢ διάμετρος ἅπαξ. ἐγένετο οὖν μείζων μὲν ἢ διάμετρος, ἐλάττων δὲ ἢ πλευρά. καὶ ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πλευρᾶς τε καὶ διαμέτρου εἴη ἂν τὸ ἀπὸ τῆς μονάδος διάμετρου τετράγωνον μονάδι μιᾷ ἔλαττον ἢ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς μονάδος πλευρᾶς τετραγώνου· ἐν ἰσότητι γὰρ αἱ μονάδες· τὸ δ' ἐν τοῦ ἐνὸς μονάδι ἔλαττον ἢ διπλάσιον. προσθῶμεν δὴ τῇ μὲν πλευρᾷ διάμετρον, τουτέστι τῇ μονάδι μονάδα· ἔσται ἢ πλευρὰ ἄρα δύο μονάδων· τῇ δὲ διαμέτρῳ προσθῶμεν δύο πλευράς, τουτέστι τῇ μονάδι δύο μονάδας· ἔσται ἢ διάμετρος μονάδων τριῶν· καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς δυάδος πλευρᾶς τετράγωνον δ', τὸ δ' ἀπὸ τῆς τριάδος διαμέτρου τετράγωνον θ'. τὸ θ' ἄρα μονάδι μείζων ἢ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς β' πλευρᾶς. [20]

44 πάλιν προσθῶμεν τῇ μὲν β' πλευρᾷ διάμετρον τὴν τριάδα· ἔσται ἡ πλευρὰ ε'· τῇ δὲ τριάδι διαμέτρῳ β' πλευράς, τουτέστι δις τὰ β'· ἔσται ζ'· ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ τῆς $\langle \epsilon' \rangle$ πλευρᾶς τετράγωνον κε', τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ζ' $\langle$ διαμέτρου $\rangle$ μθ'· μονάδι ἔλασσον ἢ διπλάσιον τοῦ κε' ἄρα τὸ

μθ'. πάλιν ἂν τῇ <ε'> πλευρᾷ προσθῆς τὴν ζ' διάμετρον, ἔσται ιβ' κἂν τῇ ζ' διαμέτρῳ προσθῆς δις τὴν ε' πλευράν, ἔσται ιζ' καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ιβ' τετραγώνου τὸ ἀπὸ τῆς ιζ' μονάδι πλεόν ἢ διπλάσιον. καὶ κατὰ τὸ ἐξῆς τῆς προσθήκης ὁμοίως γιγνομένης, ἔσται τὸ ἀνάλογον ἐναλλάξ· ποτὲ μὲν μονάδι ἔλαττον, ποτὲ δὲ μονάδι πλεόν ἢ διπλάσιον τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς· καὶ ῥηταὶ αἱ τοιαῦται καὶ πλευραὶ καὶ διαμέτροι. αἱ δὲ διαμέτροι τῶν πλευρῶν ἐναλλάξ παρὰ μίαν ποτὲ μὲν μονάδι μείζους ἢ διπλάσιαι δυνάμει, ποτὲ δὲ μονάδι ἐλάττους ἢ διπλάσιαι ὁμαλῶς· πᾶσαι οὖν αἱ διαμέτροι πασῶν τῶν πλευρῶν γενήσονται δυνάμει διπλάσιαι, τοῦ ἐναλλάξ πλείονος καὶ ἐλάττονος τῇ αὐτῇ μονάδι ἐν πάσαις ὁμαλῶς τιθεμένη ἰσότητα ποιούντος εἰς τὸ μήτε ἐλλείπειν μήτε ὑπερβάλλειν ἐν ἀπάσαις τὸ διπλάσιον· τὸ γὰρ τῇ προτέρᾳ διαμέτρῳ λείπον δυνάμει τῇ ἐφεξῆς ὑπερβάλλει. ^[5]

45 ἔτι τε τῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν τινες τέλειοι λέγονται, οἱ δ' ὑπερτέλειοι, οἱ δ' ἐλλιπεῖς. καὶ τέλειοι μὲν εἰσιν οἱ τοῖς αὐτῶν μέρεσιν ἴσοι, ὥς ὁ τῶν ζ'· μέρη γὰρ αὐτοῦ ἡμισυ γ', τρίτον β', ἔκτον α', ἅτινα συντιθέμενα ποιεῖ τὸν ζ'. γεννῶνται δὲ οἱ τέλειοι τοῦτον τὸν τρόπον. ἐὰν ἐκθώμεθα τοὺς ἀπὸ μονάδος διπλασίους καὶ συντιθῶμεν αὐτούς, μέχρις οὗ ἂν γένηται πρῶτος καὶ ἀσύνθετος ἀριθμός, καὶ τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως ἐπὶ τὸν ἔσχατον τῶν συντιθεμένων πολλαπλασιάσωμεν, ὁ ἀπογεννηθεὶς ἔσται τέλειος. οἷον ἐκκείσθωσαν διπλάσιοι α' β' δ' ἢ ιζ'. συνθῶμεν οὖν α' καὶ β' γίνεται γ' καὶ τὸν γ' ἐπὶ τὸν ὕστερον τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως πολλαπλασιάσωμεν, τουτέστιν ἐπὶ τὸν β' γίνεται ζ', ὅς ἐστι πρῶτος τέλειος. ἂν πάλιν τρεῖς τοὺς ἐφεξῆς διπλασίους συνθῶμεν, α' καὶ β' καὶ δ', ἔσται ζ' καὶ τοῦτον ἐπὶ τὸν ἔσχατον τῶν τῆς συνθέσεως πολλαπλασιάσωμεν, τὸν ζ' ἐπὶ τὸν δ' ἔσται ὁ κη', ὅς ἐστι δεύτερος τέλειος· σύγκειται ἐκ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ιδ', τετάρτου τοῦ ζ', ἐβδόμου τοῦ δ', τεσσαρακαιδεκάτου τοῦ β', εἰκοστοῦ ὀγδόου τοῦ α'. ^[20]

46 ὑπερτέλειοι δὲ εἰσιν ὧν τὰ μέρη συντεθέντα μείζονά ἐστι τῶν ὅλων, οἷον ὁ τῶν ιβ'· τούτου γὰρ ἡμισὺ ἐστὶν ζ', τρίτον δ', τέταρτον γ', ἔκτον β', δωδέκατον α', ἅτινα συντεθέντα γίνεται ιζ', ὅς ἐστι μείζων τοῦ ἐξ ἀρχῆς, τουτέστι τῶν ιβ'. ἐλλιπεῖς δὲ εἰσιν ὧν τὰ μέρη συντεθέντα ἐλάττονα τὸν ἀριθμὸν ποιεῖ τοῦ ἐξ ἀρχῆς προτεθέντος ἀριθμοῦ, οἷον ὁ τῶν η'· τούτου γὰρ ἡμισυ δ', τέταρτον β', ὀγδοὺν ἔν. τὸ αὐτὸ δὲ καὶ τῷ ι' συμβέβηκεν, ὃν καθ' ἕτερον λόγον τέλειον ἔφασαν οἱ Πυθαγορικοί, περὶ οὗ κατὰ τὴν οἰκείαν χώραν ἀποδώσομεν. λέγεται δὲ καὶ ὁ γ' τέλειος, ἐπειδὴ πρῶτος ἀρχὴν καὶ μέσα καὶ πέρας ἔχει· ὁ δ' αὐτὸς καὶ γραμμὴ ἐστὶ καὶ ἐπίπεδον, τρίγωνον γὰρ ἰσόπλευρον ἐκάστην πλευρὰν δυεῖν μονάδων ἔχον, καὶ πρῶτος δεσμὸς καὶ στερεοῦ δύναμις· ἐν γὰρ τρισὶ διαστάσεσι τὸ στερεὸν νοεῖσθαι. ἐπεὶ δὲ καὶ συμφώνους τινὰς φασιν ἀριθμούς, καὶ ὁ περὶ συμφωνίας λόγος οὐκ ἂν εὐρεθεῖται ἄνευ ἀριθμητικῆς ἥτις συμφωνία τὴν μεγίστην ἔχει ἰσχύν, ἐν λόγῳ μὲν οὕσα ἀλήθεια, ἐν βίῳ δὲ εὐδαιμονία, ἐν δὲ τῇ φύσει ἁρμονία. ^[20]

47 καὶ αὕτη δὲ ἡ ἁρμονία ἥτις ἐστὶν ἐν κόσμῳ οὐκ ἂν εὐρεθεῖται μὴ ἐν ἀριθμοῖς πρότερον ἐξευρεθεῖσα· ἥτις ἐστὶ καὶ νοητή, ἡ δὲ νοητὴ ῥᾶον ἀπὸ τῆς αἰσθητῆς κατανοεῖται. νῦν μὲν οὖν περὶ τῶν δυεῖν ἁρμονιῶν λεκτέον, τῆς τ' αἰσθητῆς ἐν ὀργάνοις καὶ τῆς νοητῆς ἐν ἀριθμοῖς. μετὰ δὲ τὸν περὶ πάντων τῶν μαθηματικῶν λόγον τελευταῖον ἐπάξομεν καὶ τὸν περὶ τῆς ἐν κόσμῳ ἁρμονίας λόγον, οὐκ ὀκνοῦντες τὰ ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν ἐξευρημένα καὶ αὐτοὶ ἀναγράφειν, ὥσπερ καὶ τὰ πρόσθεν ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν παραδοθέντα ἐπὶ τὸ γνωριμώτερον ἐξευεγκόντες παραδεδώκαμεν, οὐδὲν αὐτοὶ τούτων ἐξευρηκέναι φάσκοντες. παραδεικνύντες δὲ τίνα τῶν ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν παραδοθέντων τῷ μέλλοντι συνήσειν τὰ Πλάτωνος ἀναγκαίαν καὶ τούτων συναγωγὴν ἐποίησάμεθα. Θράσυλλος τοίνυν περὶ τῆς ἐν ὀργάνῳ αἰσθητῆς λέγων ἁρμονίας φθόγγον φησὶν εἶναι φωνῆς ἐναρμονίου τάσιν. ἐναρμόνιος δὲ λέγεται, ἐπὶ δύνηται καὶ τοῦ ὀξέος ὀξύτερος εὐρεθῆναι καὶ τοῦ βαρέος βαρύτερος· καὶ ὁ αὐτὸς οὗτος καὶ μέσος ἐστίν. ὥς εἶγε τινὰ τοιαύτην φωνὴν νοήσασιν ἥτις ὑπεραίρει πᾶσαν ὀξύτητα, οὐκ ἂν εἴη ἐναρμόνιος

οὐδὲ γὰρ τὸν τῆς ὑπερμεγέθους βροντῆς ψόφον ἐναρμόνιον ἐροῦμεν, ὅς γε καὶ ὀλέθριος διὰ τὴν ὑπερβολὴν πολλάκις γίνεται, ὥς τις ἔφη πολλοὺς δὲ βροντῆς τραῦμ' ἄναιμον ὤλεσε. ^[20]

48 καὶ μὴν εἴ τις οὕτως βαρὺς εἴη φθόγγος, ὥς μὴ ἔχειν αὐτοῦ βαρύτερον, οὐκ ἂν οὐδὲ φθόγγος εἴη τὸ ἐναρμόνιον οὐκ ἔχων. διὰ τοῦτ' οὖν φθόγγος εἶναι λέγεται οὐ πᾶσα φωνὴ οὐδὲ πάσης φωνῆς τάσις, ἀλλ' ἢ ἐναρμόνιος, οἷον μέσης, νεάτης, ὑπάτης. διάστημα δὲ φησιν εἶναι φθόγγων τὴν πρὸς ἀλλήλους ποιὰν σχέσιν, οἷον διὰ τεσσάρων, διὰ πέντε, διὰ πασῶν, σύστημα δὲ διαστημάτων ποιὰν περιοχὴν, οἷον τετράχορδον, πεντάχορδον, ὀκτάχορδον. ἀρμονία δὲ ἐστὶ συστημάτων σύνταξις, οἷον Λύδιος, Φρύγιος, Δωρίου. καὶ τῶν φθόγγων οἱ μὲν ὀξεῖς, οἱ δὲ βαρεῖς, οἱ δὲ μέσοι· ὀξεῖς μὲν οἱ τῶν νητῶν, βαρεῖς δὲ οἱ τῶν ὑπατῶν, μέσοι δὲ οἱ τῶν μεταξύ. τῶν δὲ διαστημάτων τὰ μὲν σύμφωνα, τὰ δὲ διάφωνα. σύμφωνα μὲν τὰ τε κατ' ἀντίφωνον, οἷόν ἐστι τὸ διὰ πασῶν καὶ τὸ δις διὰ πασῶν, καὶ τὰ <κατὰ> παράφωνον, οἷον τὸ διὰ πέντε, τὸ διὰ τεσσάρων. σύμφωνα δὲ κατὰ συνέχειαν οἷον τόνος, δίεσις. τὰ τε γὰρ κατ' ἀντίφωνον σύμφωνά ἐστιν, ἐπειδὴ τὸ ἀντικείμενον τῇ ὀξύτῃ βαρὺς συμφωνῇ, τὰ τε κατὰ παράφωνον ἐστὶ σύμφωνα, ἐπειδὴ μὴτε ὁμότονον φθέγγεται φθόγγος φθόγγῳ μὴτε διάφωνον, ἀλλὰ παρά τι γνώριμον διάστημα ὅμοιον. ^[20]

49 διάφωνοι δ' εἰσὶ καὶ οὐ σύμφωνοι φθόγγοι, ὧν ἐστὶ τὸ διάστημα τόνου ἢ διέσεως· ὁ γὰρ τόνος καὶ ἡ δίεσις ἀρχὴ μὲν συμφωνίας, οὕτω δὲ συμφωνία. ὁ δὲ περιπατητικὸς Ἄδραστος, γνωριμώτερον περὶ τε ἀρμονίας καὶ συμφωνίας διεξιὼν, φησὶ καθάπερ τῆς ἐγγραμμάτου φωνῆς καὶ παντὸς τοῦ λόγου ὀλοσχερῇ μὲν καὶ πρῶτα μέρη τὰ τε ῥήματα καὶ ὀνόματα, τούτων δὲ αἱ συλλαβαί, αὗται δ' ἐκ γραμμάτων, τὰ δὲ γράμματα φωναὶ πρῶταί εἰσι καὶ στοιχειώδεις καὶ ἀδιαίρετοι καὶ ἐλάχισται—καὶ γὰρ συνίσταται ὁ λόγος ἐκ πρώτων γραμμάτων καὶ εἰς ἔσχατα ταῦτα ἀναλύεται—, οὕτως καὶ τῆς ἐμμελοῦς καὶ ἡρμοσμένης φωνῆς καὶ παντὸς τοῦ μέλους ὀλοσχερῇ μὲν μέρη τὰ λεγόμενα συστήματα, τετράχορδα καὶ πεντάχορδα καὶ ὀκτάχορδα· ταῦτα δὲ ἐστὶν ἐκ διαστημάτων, τὰ δὲ διαστήματα ἐκ φθόγγων, οἵτινες πάλιν φωναὶ εἰσι πρῶται καὶ ἀδιαίρετοι καὶ στοιχειώδεις, ἐξ ὧν πρώτων συνίσταται τὸ πᾶν μέλος καὶ εἰς ἃ ἔσχατα ἀναλύεται. διαφέρουσι δὲ ἀλλήλων οἱ φθόγγοι ταῖς τάσεσιν, ἐπεὶ οἱ μὲν αὐτῶν ὀξύτεροι, οἱ δὲ βαρύτεροι· αἱ δὲ τάσεις αὐτῶν κατὰ τινὰς λόγους εἰσὶν ἀφωρισμέναι. ^[20]

50 φησὶ δὲ καὶ τοὺς Πυθαγορικοὺς περὶ αὐτῶν οὕτω τεχνολογεῖν· ἐπεὶ μέλος μὲν πᾶν καὶ πᾶς φθόγγος φωνὴ τίς ἐστίν, ἅπασα δὲ φωνὴ ψόφος, ψόφος δὲ πληξὶς ἀέρος κεκωλυμένου θρύπτεσθαι, φανερόν ὥς ἡρεμίας μὲν οὔσης περὶ τὸν ἀέρα οὐκ ἂν γένοιτο οὔτε ψόφος οὔτε φωνή, διὸ οὐδὲ φθόγγος, πληξέως δὲ καὶ κινήσεως γενομένης περὶ τὸν ἀέρα, ταχείας μὲν ὀξὺς ἀποτελεῖται ὁ φθόγγος, βραδείας δὲ βαρὺς, καὶ σφοδρᾶς μὲν μείζων ἦχος, ἡρέμου δὲ μικρός. τὰ δὲ τάχῃ τῶν κινήσεων καὶ αἱ σφοδρότητες ἢ ἐν λόγοις τισὶν ἀποτελοῦνται ἢ καὶ ἀλόγως πρὸς ἀλλήλα. ὑπὸ μὲν οὖν τῶν ἀλόγων ἄλογοι καὶ ἐκμελεῖς γίνονται ψόφοι, οὓς οὐδὲ φθόγγους χρὴ καλεῖν κυρίως, ἦχους δὲ μόνον, ὑπὸ δὲ τῶν ἐν λόγοις τισὶ πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασίοις ἢ ἐπιμορίοις ἢ ἀπλῶς ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ἐκμελεῖς καὶ κυρίως καὶ ἰδίως φθόγγοι· ὧν οἱ μὲν ἄλλοι μόνον ἡρμοσμένοι, οἱ δὲ κατὰ τοὺς πρώτους καὶ γνωριμωτάτους καὶ κυριωτάτους λόγους πολλαπλασίους τε καὶ ἐπιμορίους ἤδη καὶ σύμφωνοι. συμφωνοῦσι δὲ φθόγγοι πρὸς ἀλλήλους, ὧν θατέρου κρουσθέντος ἐπὶ τινος ὀργάνου τῶν ἐντατῶν καὶ ὁ λοιπὸς κατὰ τινὰ οἰκειότητα καὶ συμπάθειαν συνηχεῖ· κατὰ ταῦτόν δὲ ἀμφοῖν ἅμα κρουσθέντων ἡδεῖα καὶ προσηγνῆς ἐκ τῆς κράσεως ἐξακούεται φωνή. ^[20]

51 τῶν δὲ κατὰ τὸ ἐξῆς ἡρμοσμένων φθόγγων πρῶτοι μὲν οἱ τέταρτοι τάξει συμφωνοῦσι πρὸς ἀλλήλους, συμφωνοῦσι δὲ συμφωνίαν τὴν δι' αὐτὸ τοῦτο διὰ τεσσάρων λεγομένην, ἔπειτα οἱ πέμπτοι τὴν διὰ πέντε, καὶ μετὰ ταῦτα οἱ περιλαμβάνοντες ἀμφοτέρας τὰς συμφωνίας, γινόμενοι δ' ἀπ' ἀλλήλων ὄγδοι, τὴν διὰ πασῶν, οὕτω προσαγορευθεῖσαν ἐπειδὴ τὸ πρῶτον

ἀπὸ τῆς ὀκταχόρδου λύρας ὁ πρῶτος καὶ βαρύτατος φθόγγος, καλούμενος ὑπάτη, τῷ τελευταίῳ καὶ ὀξύτατῳ, τουτέστι τῇ νήτῃ, τὴν αὐτὴν εὐρέθῃ συνέχων συμφωνίαν κατ' ἀντίφωνον. ἐπηυξημένης δὲ τῆς μουσικῆς καὶ πολυχόρδων καὶ πολυφθόγγων γεγονότων ὀργάνων τῷ προσληφθῆναι καὶ ἐπὶ τὸ βαρὺ καὶ ἐπὶ τὸ ὀξύ τοῖς προϋπάρχουσιν ὀκτὼ φθόγγοις ἄλλους πλείονας, ὅμως τῶν πρώτων συμφωνιῶν αἱ προσηγορίαι φυλάττονται, διὰ τεσσάρων, διὰ πέντε, διὰ πασῶν. προσανηύρηνται δὲ ταύταις ἕτεραι πλείους. ^[20]

52 τῇ γὰρ διὰ πασῶν πάσης ἄλλης προστιθεμένης, καὶ ἐλάττονος καὶ μείζονος καὶ ἴσης, ἐξ ἀμφοῖν ἐτέρα γίνεται συμφωνία, οἷον ἢ τε διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, καὶ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, καὶ δις διὰ πασῶν, ἔτι δὲ πάλιν τῇ διὰ πασῶν εἰ προστεθείη τούτων τις, οἷον ἢ δις διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως μέχρι τοῦ δύνασθαι φθέγγεσθαι ἢ κρίνειν ἀκούοντας. τόπος γάρ τις καλεῖται τῆς φωνῆς ὃν διεξέρχεται ἀπὸ βαρυτάτου τινὸς ἀρξαμένη φθόγγου καὶ κατὰ τὸ ἐξῆς ἐπὶ τὸ ὀξύ προϊούσα, ἢ ἀνάπαλιν. τούτων δὲ οἱ μὲν ἐπὶ πλείον, οἱ δὲ ἐπ' ἔλαττον διιστάσιν. τὸ μέντοι ἐξῆς καὶ ἐμμελῶς ἐν τούτῳ προκόπτειν οὔτε ὡς ἔτυχε γίνεται οὔτε μὴν ἀπλῶς καὶ μοναχῶς, ἀλλὰ κατὰ τινὰς τρόπους ἀφωρισμένους, καθ' οὓς αἱ τῶν λεγομένων γενῶν τῆς μελωδίας θεωροῦνται διαφοραί. καθάπερ γὰρ ἐπὶ τοῦ λόγου καὶ τῆς ἐγγραμμάτου φωνῆς οὐ πᾶν γράμμα παντὶ συμπλεκόμενον συλλαβὴν ἢ λόγον ἀποτελεῖ, οὕτως οὐδὲ ἐν τῷ μέλει κατὰ τὴν ἡρμοσμένην φωνὴν οὐδ' ἐν τῷ ταύτης τόπῳ πᾶς φθόγγος μετὰ παντὸς τιθέμενος ἐμμελὲς ποιεῖ διάστημα, ἀλλ' ὡς φαμεν κατὰ τρόπους τινὰς ἀφωρισμένους. τοῦ δὲ λεγομένου τόπου τῆς φωνῆς καὶ παντὸς τοῦ ἐν τούτῳ διαστήματος γνωριμώτατον μέρος τε καὶ μέτρον ἐστὶ τὸ καλούμενον τονιαῖον διάστημα, καθάπερ ὁ πῆχυς τοῦ κυρίως τοπικοῦ διαστήματος ὃ φερόμενα τὰ σώματα διέξεισιν. ^[5]

53 ἔστι δὲ γνωριμώτατον τὸ τονιαῖον διάστημα, ἐπειδὴ τῶν πρώτων καὶ γνωριμωτάτων συμφωνιῶν ἐστὶ διαφορά· τὸ γὰρ διὰ πέντε τοῦ διὰ τεσσάρων ὑπερέχει τόνῳ. τὸ μέντοι ἡμιτόνιον οὐχ ὡς ἡμισυ τόνου λέγεται, ὥσπερ Ἀριστόξενος ἡγεῖται, καθὸ καὶ τὸ ἡμιπύχιον ἡμισυ πύχως, ἀλλ' ὡς ἔλαττον τοῦ τόνου μελωδητὸν διάστημα· καθὰ καὶ τὸ ἡμίφωνον γράμμα οὐχ ὡς ἡμισυ φωνῆς καλοῦμεν, ἀλλ' ὡς μὴ αὐτοτελὴ καθ' αὐτὸ φωνήν. δείκνυται γὰρ ὁ τόνος μὴδ' ὅλως εἰς δύο ἴσα διαιρεῖσθαι δυνάμενος, ἐν λόγῳ θεωρούμενος ἐπογδῶ, καθάπερ οὐδ' ἄλλο τι ἐπιμόριον διάστημα. τὰ γὰρ θ' οὐχ οἷόν τε διαιρεθῆναι εἰς ἴσα. ὅταν μὲν οὖν ἡ φωνὴ μελωδοῦσα ἐν τῷ λεγομένῳ τόπῳ αὐτῆς ἀπὸ τινος βαρυτέρου φθόγγου ἐπὶ τὸν ἐξῆς ὀξύτερον μεταβῇ τὸ λεγόμενον ἡμιτονιαῖον διάστημα ποιησαμένη κάπειτ' ἀπ' αὐτοῦ τόνου διαστήσασα πρῶτον ἐπ' ἄλλον παραγένηται φθόγγον, βουλομένη κατὰ τὸ ἐξῆς προκόπτειν ἐμμελῶς, οὐδὲν ἕτερον εἶναι δύναται διάστημα οὐδὲ προενέγκασθαι φθόγγον ἕτερον ἐμμελῆ καὶ ἡρμοσμένον, ἢ διάστημα μὲν τονιαῖον, φθόγγον δὲ τὸν ἐπὶ τὸ ὀξύ τοῦτο ὀρίζοντα καὶ συμφωνοῦντα τῷ ἐξ ἀρχῆς τὴν διὰ τεσσάρων συμφωνίαν. ^[5]

54 καλεῖται δὲ τὸ οὕτω μελωδηθὲν σύστημα τετράχορδον, συνεστηκὸς ἐκ διαστημάτων μὲν τριῶν, ἡμιτονίου καὶ τόνου καὶ τόνου, φθόγγων δὲ τεσσάρων, ὧν οἱ περιέχοντες, τουτέστιν ὁ τε βαρύτατος καὶ ὀξύτατος, συμφωνοῦσιν εὐθὺς ἢν διὰ τεσσάρων ἔφαμεν λέγεσθαι συμφωνίαν δύο τόνων οὕσαν καὶ ἡμιτονίου. καλεῖται δὲ τὸ τοιοῦτον γένος τῆς μελωδίας διάτονον, ἥτοι ὅτι διὰ τῶν τόνων τὸ πλείστον διοδεύει ἢ ὅτι σεμνόν τι καὶ ἐρρωμένον καὶ εὐτονον ἦθος ἐπιφαίνει. ἐὰν μέντοι ἡ φωνή, τὸν ἐξ ἀρχῆς πρῶτον ὀρίσασα φθόγγον καὶ ἡμιτόνιον ἐπὶ τὸ ὀξύ μεταβάσῃ, ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἔλθῃ δεύτερον φθόγγον, εἴτα πάλιν ἀπὸ τοῦδε ἡμιτόνιον διαστήσασα τρίτον ὀρίσῃ φθόγγον ἄλλον, ἀπὸ τούτου κατὰ συνέχειαν πειρωμένη προκόπτειν ἐμμελῶς οὔτε διάστημα δύναται ποιήσασθαι ἄλλο πλὴν τὸ λειπόμενον τοῦ πρώτου γενομένου τετραχόρδου, τὸ τριημιτονιαῖον ἀσύνθετον, οὔτε φθόγγον ἕτερον ὀρίσαι ἢ τὸν ἐπὶ τὸ ὀξύ περιέχοντα τὸ

πρῶτον τετράχορδον, συμφωνοῦντα τῷ βαρυτάτῳ κατὰ τὸ διὰ τεσσάρων· ὥστε γίνεσθαι τὴν τοιαύτην μελωδίαν κατὰ ἡμιτόνιον καὶ ἡμιτόνιον καὶ τριημιτόνιον ἀσύνθετον. ^[20]

55 καλεῖται δὲ πάλιν τὸ γένος τῆς τοιαύτης μελωδίας χρωματικὸν διὰ τὸ παρατετράφθαι καὶ ἐξηλλάχθαι τοῦ πρόσθεν γοερώτερόν τε καὶ παθητικώτερον ἥθος ἐμφαίνειν. λέγεται δὲ τι καὶ τρίτον γένος μελωδίας ἐναρμόνιον, ἐπειδὴν ἀπὸ τοῦ βαρυτάτου φθόγγου κατὰ δίεσιν καὶ δίεσιν καὶ δίτονον ἢ φωνὴν προελθοῦσα μελωδήσῃ τὸ τετράχορδον. δίεσιν δὲ καλοῦσιν ἐλάχιστην οἱ περὶ Ἀριστόξενον τὸ τεταρτημόριον τοῦ τόνου, ἡμῖς δὲ ἡμιτονίου, ὡς ἐλάχιστον μελωδητὸν διάστημα, τῶν Πυθαγορείων δίεσιν καλούντων τὸ νῦν λεγόμενον ἡμιτόνιον. καλεῖσθαι δὲ φησιν Ἀριστόξενος τοῦτο τὸ προειρημένον γένος ἀρμονίαν διὰ τὸ εἶναι ἄριστον, ἀπενεγκάμενον τοῦ παντὸς ἡρμοσμένου τὴν προσηγορίαν. ^[15]

56 ἔστι δὲ δυσμελωδητότατον καί, ὡς ἐκεῖνός φησι, φιλότεχνον καὶ πολλῆς δεόμενον συνηθείας, ὅθεν οὐδ' εἰς χρῆσιν ῥαδίως ἔρχεται, τὸ δὲ διάτονον γένος ἀπλοῦν τι καὶ γενναῖον καὶ μᾶλλον κατὰ φύσιν· διὸ μᾶλλον τοῦτο παραλαμβάνει Πλάτων. [Start of Table] ἡμιτόνιον τόνος τόνος διάτονον ἡμιτόνιον ἡμιτόνιον τριημιτόνιον χρωματικόν δίεσις δίεσις δίτονον ἀρμονικόν [End of Table] τοὺς δὲ συμφωνοῦντας φθόγγους ἐν λόγοις τοῖς πρὸς ἀλλήλους πρῶτος ἀνευρηκέναι δοκεῖ Πυθαγόρας, τοὺς μὲν διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ, τοὺς δὲ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ, τοὺς δὲ διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ, καὶ τοὺς μὲν διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων ἐν λόγῳ τῶν η' πρὸς γ' ὅς ἐστι πολλαπλασιεπιμερής, διπλασίος γὰρ καὶ δισεπίτριτός ἐστι, τοὺς δὲ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ἐν λόγῳ τριπλασίῳ, τοὺς δὲ δις διὰ πασῶν ἐν τετραπλασίῳ, καὶ τῶν ἄλλων ἡρμοσμένων τοὺς μὲν τὸν τόνον περιέχοντας ἐν ἐπογδῳ λόγῳ, τοὺς δὲ τὸ νῦν λεγόμενον ἡμιτόνιον, τότε δὲ δίεσιν, ἐν ἀριθμοῦ λόγῳ πρὸς ἀριθμὸν τῷ τῶν σνς' πρὸς σμγ', ἐξετάσας τοὺς λόγους διὰ τε τοῦ μήκους καὶ πάχους τῶν χορδῶν, ἔτι δὲ τῆς τάσεως γινομένης κατὰ τὴν στροφὴν τῶν κολλάβων ἢ γνωριμώτερον κατὰ τὴν ἐξάρτησιν τῶν βαρῶν, ἐπὶ δὲ τῶν ἐμπνευστῶν καὶ διὰ τῆς εὐρύτητος τῶν κοιλιῶν ἢ διὰ τῆς ἐπιτάσεως καὶ ἀνέσεως τοῦ πνεύματος, ἢ δι' ὄγκων καὶ σταθμῶν οἶον δίσκων ἢ ἀγγείων. ^[5]

57 ὅ τι γὰρ ἂν ληφθῇ τούτων κατὰ τινὰ τῶν εἰρημένων λόγων, τῶν ἄλλων <ἴσων> ὄντων, τὴν κατὰ τὸν λόγον ἀπεργάσεται συμφωνίαν. ἀρκείτω δ' ἡμῖν ἐν τῷ παρόντι διὰ τοῦ μήκους τῶν χορδῶν δηλῶσαι ἐπὶ τοῦ λεγομένου κανόνος. τῆς γὰρ ἐν τούτῳ μιᾶς χορδῆς καταμετρηθείσης εἰς τέσσαρα ἴσα ὁ ἀπὸ τῆς ὅλης φθόγγος τῷ μὲν ἀπὸ τῶν τριῶν μερῶν ἐν λόγῳ γενόμενος ἐπιτρίτῳ συμφωνήσῃ διὰ τεσσάρων, τῷ δὲ ἀπὸ τῶν δύο, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, ἐν λόγῳ γενόμενος διπλασίῳ συμφωνήσῃ διὰ πασῶν, τῷ δὲ ἀπὸ τοῦ τετάρτου μέρους γενόμενος ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ συμφωνήσῃ δις διὰ πασῶν. ^[5]

58 ὁ δὲ ἀπὸ τῶν τριῶν μερῶν φθόγγος πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν δύο γενόμενος ἐν ἡμιολίῳ συμφωνήσῃ διὰ πέντε, πρὸς δὲ τὸν ἀπὸ τοῦ τετάρτου μέρους γενόμενος ἐν λόγῳ τριπλασίῳ συμφωνήσῃ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε. ἐὰν δὲ εἰς ἐννέα διαμετρηθῇ ἡ χορδή, ὁ ἀπὸ τῆς ὅλης φθόγγος πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν ὀκτῶ μερῶν ἐν λόγῳ ἐπογδῳ τὸ τονιαῖον περιέξει διάστημα. πάσας δὲ τὰς συμφωνίας περιέχει ἡ τετρακτὺς. συνέστησε μὲν γὰρ αὐτὴν α' καὶ β' καὶ γ' καὶ δ'. ἐν δὲ τούτοις τοῖς ἀριθμοῖς ἔστιν ἢ τε διὰ τεσσάρων συμφωνία καὶ ἡ διὰ πέντε καὶ ἡ διὰ πασῶν, καὶ ὁ ἐπίτριτος λόγος καὶ ἡμιόλιος καὶ διπλασίος καὶ τριπλασίος καὶ τετραπλάσιος. ^[15]

59 ταύτας δὲ τὰς συμφωνίας οἱ μὲν ἀπὸ βαρῶν ἠξίουσαν λαμβάνειν, οἱ δὲ ἀπὸ μεγεθῶν, οἱ δὲ ἀπὸ κινήσεων [καὶ ἀριθμῶν], οἱ δὲ ἀπὸ ἀγγείων [καὶ μεγεθῶν]. Λᾶσος δὲ ὁ Ἑρμιονεύς, ὡς φασι, καὶ οἱ περὶ τὸν Μεταποντῖνον Ἰππασον Πυθαγορικὸν ἄνδρα συνέπεσθαι τῶν κινήσεων τὰ τάχη καὶ τὰς βραδυτήτας, δι' ὧν αἱ συμφωνίαι ἐν ἀριθμοῖς ἡγούμενος λόγους τοιούτους ἐλάμβανεν ἐπ' ἀγγείων. ἴσων γὰρ ὄντων καὶ ὁμοίων πάντων τῶν ἀγγείων τὸ μὲν

κενὸν ἐάσας, τὸ δὲ ἥμισυ ὕγροῦ <πληρώσας> ἐψόφει ἐκατέρῳ, καὶ αὐτῷ ἢ διὰ πασῶν ἀπεδίδοτο συμφωνία· θάτερον δὲ πάλιν τῶν ἀγγείων κενὸν ἔων εἰς θάτερον τῶν τεσσάρων μερῶν τὸ ἓν ἐνέχεε, καὶ κρούσαντι αὐτῷ ἢ διὰ τεσσάρων συμφωνία ἀπεδίδοτο, ἢ δὲ διὰ πέντε, <ὅτε> ἓν μέρος τῶν τριῶν συνεπλήρου, οὔσης τῆς κενώσεως πρὸς τὴν ἑτέραν ἓν μὲν τῇ διὰ πασῶν ὡς β' πρὸς ἓν, ἓν δὲ τῷ διὰ πέντε ὡς γ' πρὸς β', ἓν δὲ τῷ διὰ τεσσάρων ὡς δ' πρὸς γ'. οἷς ὁμοίως καὶ κατὰ τὰς διαλήψεις τῶν χορδῶν θεωρεῖται, ὡς προεῖρηται, ἀλλ' οὐκ ἐπὶ μιᾷ χορδῇ, ὡς ἐπὶ τοῦ κανόνος, ἀλλ' ἐπὶ δυεῖν· δύο γὰρ ποιήσας ὁμοτόνους ὅτε μὲν τὴν μίαν αὐτῶν διαλάβοι μέσην πιέσας, τὸ ἥμισυ πρὸς τὴν ἑτέραν συμφωνίαν τὴν διὰ πασῶν ἐποίει· ὅτε δὲ τὸ τρίτον μέρος ἀπολαμβάνοι, τὰ λοιπὰ μέρη πρὸς τὴν ἑτέραν τὴν διὰ πέντε συμφωνίαν ἐποίει· ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῆς διὰ τεσσάρων· καὶ γὰρ ἐπὶ ταύτης μιᾷ τῶν χορδῶν ἀπολαβὼν τὸ τέταρτον μέρος τὰ λοιπὰ μέρη πρὸς τὴν ἑτέραν συνῆπτεν. ^[5]

60 ὁ δὲ καὶ ἐπὶ τῆς σύριγγος ἐποίει κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον. οἱ δ' ἀπὸ τῶν βαρῶν τὰς συμφωνίας ἐλάμβανον, ἀπὸ δυεῖν χορδῶν ἐξαρθῶντες βάρη κατὰ τοὺς εἰρημένους λόγους, οἱ δ' ἀπὸ τῶν μηκῶν, καὶ τῶν χορδῶν ἐπίεσαν, τὰς συμφωνίας ἐν ταῖς χορδαῖς ἀποφαινόμενοι. φθόγγον δὲ εἶναι φωνῆς πτῶσιν ἐπὶ μίαν τάσιν. ὅμοιον γὰρ φασιν αὐτὸν αὐτῷ δεῖν εἶναι τὸν φθόγγον καὶ ἐλάχιστον κατὰ διαφοράν, οὐκ ἐκ διαφορῶν τάσεων οἷον βαρύτητος καὶ ὀξύτητος. τῶν δὲ φωνῶν αἱ μὲν ὀξεῖαι, αἱ δὲ βαρεῖαι, διὸ καὶ τῶν φθόγγων, <ῶν> ὁ μὲν ὀξὺς ταχύς ἐστίν, ὁ δὲ βαρὺς βραδύς. εἰ γοῦν εἰς δύο ἰσοπαχεῖς καὶ ἰσοκοίλους <αὐλοῦς> τετρημένους εἰς σύριγγος τρόπον, ῶν τοῦ ἑτέρου διπλάσιόν ἐστι τὸ μῆκος τοῦ ἑτέρου, ἐμφυσήσαι τις, ἀνακλᾶται τὸ πνεῦμα τὸ ἐκ τοῦ ἡμίσεος μήκους διπλασίῳ τάχει χρώμενον, καὶ <γίνεται> συμφωνία ἢ διὰ πασῶν βαρέος μὲν φθόγγου τοῦ διὰ τοῦ μείζονος, ὀξέος δὲ τοῦ διὰ τοῦ ἐλάττονος. ^[20]

61 αἴτιον δὲ τάχος τε καὶ βραδυτῆς τῆς φορᾶς. καὶ κατὰ τὰ ἀποστήματα δὲ τῶν ἐν τοῖς αὐλοῖς τρημάτων τὰς συμφωνίας ἀπεδίδοσαν καὶ ἐπὶ ἑνός. διχῇ μὲν γὰρ διηρημένου καὶ τοῦ αὐλοῦ ὅλου ἐμφυσηθέντος ἐκ τοῦ κατὰ τὸ ἥμισυ τρήματος τὸ διὰ πασῶν σύμφωνον ἀποτελεῖται. τριχῇ δὲ διαιρεθέντος καὶ τῶν μὲν δυεῖν μερῶν ὄντων πρὸς τῇ γλωσσίδι, κάτω δὲ τοῦ ἑνός, καὶ τοῦ ὅλου συμφυσηθέντος τοῖς δυσὶ, τὴν διὰ πέντε γενέσθαι συμφωνίαν. τεσσάρων δὲ διαιρέσεων γενομένων, τριῶν μὲν ἄνω, κάτω δὲ μιᾷ, καὶ τῷ ὅλῳ συμφυσηθέντων τῶν τριῶν γίνεται ἢ διὰ τεσσάρων. οἱ δὲ περὶ Εὐδοξον καὶ Ἀρχύταν τὸν λόγον τῶν συμφωνιῶν ἐν ἀριθμοῖς ᾤοντο εἶναι, ὁμολογοῦντες καὶ αὐτοὶ ἐν κινήσεσιν εἶναι τοὺς λόγους καὶ τὴν μὲν ταχῆαν κίνησιν ὀξεῖαν εἶναι ἅτε πλήττουσαν συνεχῆς καὶ ὠκύτερον κεντοῦσαν τὸν ἀέρα, τὴν δὲ βραδεῖαν βαρεῖαν ἅτε νωθεστέραν οὔσαν. ταυτὶ μὲν περὶ τῆς εὐρέσεως τῶν συμφωνιῶν· ἐπ' ἀνέλωμεν δὲ ἐπὶ τὰ ὑπὸ τοῦ Ἀδράστου παραδεδομένα. φησὶ γὰρ ὅτι τούτοις τοῖς εἰς τὴν ἀνεύρεσιν τῶν συμφωνιῶν ὀργάνοις κατὰ μὲν τοὺς λόγους προπαρασκευασθεῖσιν ἢ αἰσθησὶς ἐπιμαρτυρεῖ, τῇ δὲ αἰσθήσει προσληφθεῖσιν ὁ λόγος ἐφαρμόζει. πῶς δὲ καὶ οἱ τὸ λεγόμενον ἡμιτόνιον περιέχοντες φθόγγοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἐν λόγῳ τῷ τῶν σνς' πρὸς σμγ', μικρὸν ὕστερον ἔσται φανερόν. ^[25]

62 δῆλον δὲ ὅτι καὶ αἱ συνθέσεις καὶ αἱ διαιρέσεις τῶν συμφωνιῶν ὁμόλογοι καὶ συνωδοὶ θεωροῦνται ταῖς τῶν κατὰ ταύτας λόγων συνθέσεσιν τε καὶ διαιρέσεσιν ἃς πρόσθεν ἐμνήσαμεν. οἷον ἐπεὶ τὸ διὰ πασῶν ἔκ τε τοῦ διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων συντίθεται καὶ εἰς ταῦτα διαιρεῖται, λόγος δὲ τοῦ μὲν διὰ πασῶν διπλάσιος, τοῦ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτος, τοῦ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, φαίνεται [ὅτι] καὶ ὁ διπλάσιος λόγος συντίθεσθαι τε ἐκ τοῦ ἐπίτριτου τε καὶ ἡμιολίου καὶ εἰς τούτους διαιρεῖσθαι· τῶν μὲν γὰρ ζ' τὰ η' ἐπίτριτα, τῶν δὲ η' τὰ ιβ' ἡμιόλια· καὶ γίνεται τὰ ιβ' τῶν ζ' διπλάσια· ζ' ἢ ιβ'. πάλιν δὲ ὁ τῶν ιβ' πρὸς τὸν ζ' λόγος διπλάσιος διαιρεῖται εἰς τε τὸν ἐπίτριτον λόγον τῶν ιβ' πρὸς τὰ θ' καὶ εἰς τὸν ἡμιόλιον τῶν θ' πρὸς τὰ ζ'. ἐπεὶ δὲ καὶ

τὸ διὰ πέντε τοῦ διὰ τεσσάρων ὑπερέχει τόνῳ, τὸ μὲν γὰρ διὰ πέντε τριῶν τόνων ἐστὶ καὶ ἡμιτονίου, ὁ δὲ τόνος ἐν ἐπογδῶ λόγῳ, φαίνεται καὶ τὸ ἡμιόλιον τοῦ ἐπιτρίτου ὑπερέχειν [ἐν] ἐπογδῶ· ἀπὸ γὰρ ἡμιολίου λόγου οἶον τοῦ τῶν θ' πρὸς τὰ ζ' ἀφαιρεθέντος τοῦ <ἐπιτρίτου> λόγου τῶν η' πρὸς τὰ ζ' λείπεται λόγος ἐπόγδοος ὁ τῶν θ' πρὸς τὰ η'· καὶ πάλιν τούτῳ τῷ λόγῳ προστεθέντος ἐπιτρίτου λόγου τοῦ τῶν ιβ' πρὸς τὰ θ' συμπληροῦται λόγος ἡμιόλιος τῶν ιβ' πρὸς τὰ η'. ^[20]

63 καὶ μὴν ἐπεὶ τὸ μὲν διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ λόγῳ, τὸ δὲ διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ, τὸ ἐξ ἀμφοῖν ἐν λόγῳ τῶν η' πρὸς τὰ γ'· τῶν μὲν γὰρ γ' ἐπίτριτα τὰ δ', τούτων δὲ διπλάσια τὰ η'. τὸ δὲ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ἐν λόγῳ τριπλασίονι· ὁ γὰρ ἡμιόλιος καὶ διπλάσιος συντιθέμενοι τοῦτον ποιοῦσιν· ἡμιόλιος μὲν γὰρ ὁ τῶν θ' πρὸς τὰ ζ', διπλάσιος δὲ ὁ τῶν ιη' πρὸς τὰ θ'· καὶ γίνεται τριπλάσιος ὁ λόγος τῶν ιη' πρὸς τὰ ζ'. ὁμοίως δὲ τὸ δις διὰ πασῶν ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ· οὗτος γὰρ σύγκειται ἐκ δύο διπλασίων· τῶν μὲν γὰρ ζ' διπλάσια τὰ ιβ', τούτων δὲ τὰ κδ', ταῦτα δὲ [τὰ] τετραπλάσια τῶν ζ'. ἢ μᾶλλον, ὥς κατ' ἀρχὰς ἐδείξαμεν, ἐπισυντεθεὶς ὁ τριπλάσιος ἐπιτρίτῳ ποιεῖ τετραπλάσιον· ἔστι δὲ τοῦ μὲν διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε τριπλάσιος ὁ λόγος, τοῦ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτος· ἐξ ἀμφοῖν δὲ τούτοις τὸ δις ἐστὶ διὰ πασῶν· εἰκότως οὖν τοῦτο ἐν λόγῳ φαίνεται τετραπλασίῳ· τῶν μὲν γὰρ ζ' τριπλάσια τὰ ιη', τούτων δὲ ἐπίτριτα τὰ κδ', ἅτινά ἐστι τετραπλάσια τῶν ζ'. καὶ πάλιν τῶν μὲν ζ' ἐπίτριτα τὰ η', τούτων δὲ τριπλάσια τὰ κδ', ἃ ἐστὶ τετραπλάσια τῶν ζ'. καὶ τὰ ἐκ τούτων δὲ συντιθέμενα ἐν τούτοις εὑρεθήσεται τοῖς λόγοις, ἐφ' ὅσον ἂν προαγάγωμεν τὰ συστήματα. ὁ δὲ Πλάτων καὶ γένος διάτονον καὶ συστήματος μέγεθος ἐπὶ τὸ τετράκις διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε καὶ τόνον προαγήσεν. ^[25]

64 εἰ δὲ λέγοι τις, φησὶν ὁ Ἀδραστος, ὥς οὐ δέον ἐπὶ τοσοῦτον ἐκτεῖναι, Ἀριστόξενος μὲν γὰρ ἐπὶ τὸ δις διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων τὸ τοῦ καθ' αὐτὸν πολυτρόπου διαγράμματος πεποιήται μέγεθος, οἱ δὲ νεώτεροι τὸ πεντεκαιδεκάχορδον τρόπον μέγιστον ἐπὶ τὸ τρις διὰ πασῶν καὶ τόνον διεστηκός, ῥητέον, φησὶν, ὥς ἐκείνοι μὲν πρὸς τὴν ἡμετέραν χρῆσιν ὀρώντες οὕτως ἐποιοῦν, ἡγούμενοι μὴ πλεῖον τι τούτων δύνασθαι μήτε τοὺς ἀγωνιζομένους φθέγγεσθαι μήτε τοὺς ἀκούοντας εὐγνώστως κρίνειν, Πλάτων δὲ πρὸς τὴν φύσιν ὀρῶν, ἐπειδὴ τὴν ψυχὴν ἀνάγκη συνισταμένην καθ' ἀρμονίαν μέχρι τῶν στερεῶν προάγειν. ^[5]

65 ἀριθμῶν καὶ δυσὶ συναρμόζεσθαι μεσότησιν, ὅπως διὰ παντὸς ἐλθοῦσα τοῦ τελείου στερεοῦ κοσμικοῦ σώματος πάντων ἀντιληπτικὴ γενήσεται τῶν ὄντων, καὶ τὴν ἀρμονίαν αὐτῆς μέχρι τούτου προαγήσεν, τρόπον τινὰ καὶ κατὰ τὴν αὐτῆς φύσιν ἐπ' ἄπειρον δυναμένην προΐεναι. φησὶ δ' ὅτι καὶ τοὺς μερίζοντας ἀριθμοὺς τοῖς βαρυτέροις φθόγγοις οἰκείον ἀποδιδόναι, κἂν ἐπ' ἐνίων δόξῃ τάσεων διαφωνεῖν, οἶον ἐπὶ τῆς τάσεως τῆς γινομένης διὰ τῆς ἐξαρτήσεως τῶν βαρῶν. δύο γὰρ ἴσων τό τε μήκος καὶ πάχος χορδῶν καὶ τᾶλλα ὁμοίων τὸ πλεῖον βάρος διὰ τὴν πλείω τάσιν τὸν ὀξύτερον ποιήσει φθόγγον. ἐπεὶ γὰρ τὸ πλεῖον βάρος πλείω τάσιν ποιεῖ, πλείονα τὴν ἔξωθεν προσδίδωσι δύναμιν τῷ κατ' αὐτὸν ὀξυτέρῳ φθόγγῳ, ἐλάττονα διὰ τοῦτ' ἔχοντι τὴν ἰδίαν ἰσχὺν τοῦ ἐξαρτήματος. δηλον ὥς ἀντεστραμμένως ὁ βαρύτερος, τὴν οἰκείαν αὐτοῦ δύναμιν πλείω κεκτημένος τοῦ ἐξαρτήματος, ἐπαρκεῖ πρὸς τὸ σώζειν τὴν οἰκείαν ἀρμονίαν τε καὶ συμφωνίαν. ὥστε τὸν μεῖζω ἀριθμὸν τῇ πλείονι νεμητέον δυνάμει. ὁμολογεῖ δὲ τούτοις καὶ τὰ ἄλλα. πάλιν γὰρ τὰ μήκη καὶ τὰ πάχη δυσκινήσιαν προσάπτονα ταῖς χορδαῖς ἀσθένειαν παρασκευάζει, ὥς μὴ ῥαδίως κινεῖσθαι μηδὲ θᾶττον πλήττειν τε καὶ εἰδοποιεῖν πλείονα ὄντα τὸν πέριξ ἀέρα. ^[20]

66 δηλον οὖν [ὅτι] ὥς οἱ βαρύτεροι φθόγγοι τὴν αὐτῶν οἰκείαν δύναμιν κατὰ τὸν πλείω κέκτηνται ἀριθμόν. ὅμοια δὲ ἔστιν εὑρεῖν καὶ ἐπὶ τῶν ἐμπνευστῶν ὀργάνων. καὶ γὰρ τῶν ἐν τούτοις φθόγγων οἱ βαρύτεροι, διὰ τὸ μήκος καὶ τὴν εὐρύτητα τῶν τρημάτων πλέον εἰδοποιοῦντες τὸν ἀέρα ἢ νῆ Δία τὴν ἄνεσιν τοῦ πνεύματος ὥς ἐπὶ σάλπιγγος ἢ τῆς ἀρτηρίας,

ἀτονώτεροι καὶ ἀσθενέστεροι γινόμενοι τὴν αὐτῶν οἰκείαν δύναμιν ἔχουσι φύσει πλείονα. κυριωτάτη δὲ πασῶν, φησὶν, ἡ διὰ τεσσάρων συμφωνία· ἐκ γὰρ ταύτης καὶ αἱ λοιπαὶ εὐρίσκονται. ἡ δὲ διὰ πέντε τόνω τοῦ διὰ τεσσάρων διενήνοχεν. ἀμέλει τὸν τόνον οὕτως ὀρίζονται· τὸ ἀπὸ τοῦ διὰ πέντε ἐπὶ τὸ διὰ τεσσάρων διάστημα. εὐρίσκεται δὲ ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε τὸ διὰ πασῶν· σύγκειται γὰρ ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε. οἱ δὲ παλαιοὶ πρῶτον διάστημα τῆς φωνῆς ἔλαβον τὸν τόνον, ἡμιτόνιον δὲ καὶ δίσκιν οὐχ ἡγούντο. ὁ δὲ τόνος εὐρίσκετο ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ ἐν τε δίσκων κατασκευαῖς καὶ ἀγγείων καὶ χορδῶν καὶ αὐλῶν καὶ ἐξαρτήσεων καὶ ἄλλων πλείονων· τὰ γὰρ ἡ' πρὸς τὰ θ' ἐποiei τονιαίου ἀκούειν διαστήματος. διὰ τοῦτο δὲ πρῶτον διάστημα ὁ τόνος, ὅτι μέχρι τούτου καταβαίνουσα ἡ φωνὴ τοῦ διαστήματος ἀπλανῇ τὴν ἀκοὴν φυλάσσει. ^[20]

- 67 τὸ δὲ μετὰ τοῦτο οὐκέτι οἷα τε ἡ ἀκοὴ πρὸς ἀκρίβειαν λαβεῖν τὸ διάστημα. ἀμέλει περὶ τοῦ ἐφεξῆς διαστήματος καλουμένου ἡμιτονίου διαφέρονται, τῶν μὲν τέλειον ἡμιτόνιον αὐτὸ λεγόντων, τῶν δὲ λείμμα. συμπληροῦται δὲ τὸ διὰ τεσσάρων, ὃ ἐστὶν ἐπίτριτον, τῷ τόνῳ, τουτέστι τῷ ἐπογδόῳ διαστήματι, οὕτω. συμφωνεῖται γὰρ παρὰ πᾶσι τὸ διὰ τεσσάρων μεῖζον μὲν εἶναι διτόνου, ἔλαττον δὲ τριτόνου. ἀλλ' Ἀριστόξενος μὲν φησιν ἐκ δύο ἡμίσιους τόνων αὐτὸ συγκεῖσθαι τελείων, Πλάτων δὲ ἐκ δύο τόνων καὶ τοῦ καλουμένου λείμματος. τὸ δὲ λείμμα τοῦτο φησιν ἀκατονόμαστον εἶναι, ἐν λόγῳ δὲ εἶναι ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ὃν ἔχει τὰ σνς' πρὸς σμγ'. τὸ δὲ διάστημα τοῦτο ἐστὶ, καὶ ἡ ὑπεροχὴ ιγ'. εὐρεθήσεται δὲ οὕτως. τὰ μὲν ζ' οὐκ ἂν εἴη πρῶτος ὅρος, ἐπειδὴ οὐκ ἔχει ὄγδοον, ἵνα ὑπ' αὐτοῦ γένηται ἐπόγδοος. οὐδὲ μὴν ὁ η' καὶ γὰρ εἰ ἔχει ἐπόγδοον τὸν θ', πάλιν ὁ θ' οὐκ ἔχει ἐπόγδοον. δεῖ δὲ ἐπογδόου ἐπόγδοον λαβεῖν, ἐπειδὴ τὸ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτον μεῖζον ἐστὶ διτόνου. λαμβάνομεν οὖν τὸν πυθμένα τὸν ἐπόγδοον τὸν η' καὶ θ', καὶ τὰ η' ἐφ' ἑαυτά, εὐρίσκομεν ξδ', εἴτα τὰ η' ἐπὶ τὰ θ', καὶ γίνεται οβ', εἴτα τὰ θ' ἐφ' ἑαυτά, καὶ γίνεται πα' η' θ' ξδ' οβ' πα' εἴτα πάλιν τούτων ἕκαστον ληφθήτω τρίς, καὶ ἔσται τὰ μὲν ξδ' τρίς ρζβ', τὰ δὲ οβ' τρίς σις', τὰ δὲ πα' τρίς σμγ' η' θ' ξδ' οβ' πα' ρζβ' σις' σμγ'. εἴτα προστίθεμεν τοῖς σμγ' ἀπὸ τῶν ρζβ' ἐπίτριτον τὸν σνς'. ὥστε εἶναι τὴν ἑκθεσιν τοιαύτην· ἐπόγδοος πυθμὴν θ' η', δεῦτεροι ἐπόγδοοι ξδ' οβ' πα', τρίτοι ἐπόγδοοι ἀλλήλων δύο ρζβ' σις' σμγ', κείσθω καὶ ὁ τοῦ ρζβ' ἐπίτριτος ὁ σνς', ἔσται τοῦτο τὸ ἐπίτριτον συμπληρωμένον ὑπὸ δύο τόνων καὶ τοῦ εἰρημένου λείμματος. ^[10]
- 68 ἔνιοι δὲ πρῶτον ὅρον λαμβάνουσι τὸν τπδ'. ἵνα γὰρ δύο λάβωσιν ἐπογδόους, τὸν πρῶτον ὅρον τὸν ζ' ὀκταπλασιάσαντες ποιοῦσι μη', καὶ ταῦτα πάλιν ὀκτάκις τπδ', οὗ ἐπίτριτος ὁ φιβ', μεταξὺ δὲ τούτων δύο ἐπόγδοα, τοῦ μὲν τπδ' υλβ', τούτου δὲ υπς', ἀφ' ὧν ἐπὶ τὰ φιβ' ὁ λειμματιαῖος γίνεται λόγος.
- 69 τινὲς δὲ φασὶ μὴ ὀρθῶς εἰληφθαι τούτους τοὺς ἀριθμούς· τὴν γὰρ ὑπεροχὴν τοῦ τετάρτου ὅρου πρὸς τὸν τρίτον μὴ γίνεσθαι ιγ', ὅσα Πλάτων εἴρηκε δεῖν ἔχειν τὸ λείμμα. οὐδὲν δὲ κωλύει καὶ ἐφ' ἐτέρων ἀριθμῶν τὸν αὐτὸν εὐρίσκειν λόγον ὡς ἔχει τὰ σνς' πρὸς τὰ σμγ'. οὐ γὰρ ἀριθμὸν ὠρισμένον ἔλαβεν ὁ Πλάτων, ἀλλὰ λόγον ἀριθμοῦ. ὃν δὲ ἔχει λόγον τὰ σνς' πρὸς σμγ', τοῦτον καὶ τὰ φιβ' πρὸς τὰ υπς'. τὰ γὰρ φιβ' τῶν σνς' διπλάσια καὶ τὰ υπς' τῶν σμγ'. ὅτι δὲ τοῦτο τὸ διάστημα τὸ τῶν σνς' πρὸς σμγ', τουτέστι τὰ ιγ', ἔλαττον ἐστὶν ἡμιτονίου, δηλόν. τοῦ γὰρ τόνου ἐπογδόου ὄντος τὸ ἡμιτόνιον δις ἐπόγδοον ἔσται, τουτέστιν ἑφεκκαιδέκατον. τὰ δὲ ιγ' τῶν σμγ' ἐστὶν ἐν λόγῳ πλείονι ὀκτωκαιδεκάτου, ὃ ἐστὶ μέρος ἔλαττον ἐκκαιδεκάτου. οὐδὲ γὰρ οἷόν τε τὸ ἐπόγδοον διαίρεσιν ἐπιδέξασθαι, εἰ καὶ οἱ μὴ λόγῳ ἀλλὰ τῇ ἀκοῇ ταῦτα κρίνοντες νομίζουσιν. ^[15]
- 70 ἀμέλει τοῦ ἐπογδόου πυθμένου τὸ διάστημα τουτέστι τῶν θ' πρὸς τὰ η' ἡ μονὰς οὐ τέμνεται. τὸ δὲ λεγόμενον λείμμα εἴ τις ἐρωτῇ τίνας ἐστὶ λείμμα, δεῖ εἰδέναι ὅτι ἐστὶ τοῦ διὰ τεσσάρων· τῷ γὰρ διὰ τεσσάρων λείπει πρὸς τὸ γενέσθαι δύο ἡμισυ τόνων τελείων. εὐρέθη δὲ ὁ τόνος οὕτως.

ἐπειδὴ τὸ διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ ἐφάνη ὄν, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ, ἐλήφθη ἀριθμὸς ὁ πρῶτος ἔχων ἥμισυ καὶ τρίτον· ἔστι δὲ οὗτος ὁ ζ'. τούτου ἐπίτритος μὲν ἐστὶν ὁ η', ἡμιόλιος δὲ ὁ θ'. ζ' ἢ θ'. τὸ δὲ διάστημα τὸ ἀπὸ τοῦ ἡμιολίου ἐπὶ τὸ ἐπίτритον εὐρέθη ἐν λόγῳ μὲν ἐπογδόῳ· τὰ γὰρ θ' τῶν η' ἐπόγδοα· ἡ δὲ τάσις ἐλέχθη τόνος. ὅτι δὲ ὁ τόνος δίχα οὐ διαιρεῖται δῆλον οὕτω. πρῶτον μὲν ὁ ἐπόγδοος πυθμὴν τὸ διάστημα ἔχει μονάδα, ἥτις ἀδιαίρετος. εἴτα ἐν μὲν ἀριθμῷ οὐκ αἰεὶ εἰς ἴσα τέμνεται τὸ ἐπόγδοον διάστημα. καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν σις' πρὸς σμγ' ἢ ὑπεροχὴ κζ' οὐ τέμνεται εἰς ἴσα, ἀλλὰ εἰς ιγ' καὶ εἰς ιδ'. μονὰς γὰρ οὐ διαιρεῖται. ἐπεὶ δὲ ὁ τόνος ὁ μὲν τις νοήσει λαμβάνεται, ὁ δὲ ἐν ἀριθμοῖς, ὁ δὲ ἐν διαστήμασιν, ὁ δὲ δι' ἀκοῆς ἐν φωναῖς, οὕτε <ὁ> ἐν ἀριθμοῖς εἰς ἴσα αἰεὶ τέμνεται, ὡς δέδεικται, οὕτε ὁ ἐν αἰσθητοῖς καὶ ὁρατοῖς διαστήμασιν. ^[15]

71 ἐπὶ γὰρ τοῦ κανόνος αἰσθητὸς ὢν ὁ ὑποβολεὺς πάντως ἔξει τι πλάτος καὶ οὐκ ἔσται οὕτως ἀπλατῆς, ὡς μὴ πάντως τι ἐπιλαβεῖν ἐν τῇ διαιρέσει τοῦ τόνου καὶ τοῦ πέρατος τοῦ πρώτου μέρους καὶ τῆς πρώτης ἀρχῆς τοῦ δευτέρου, καὶ διὰ τοῦτο ἀπαναλωθήσεται τι τοῦ τόνου. ἔτι ἐν ταῖς διαιρέσεσι τρία ἐστί, δύο μὲν τὰ διαιρούμενα, τρίτον δὲ τὸ ἐξαιρούμενον. τῶν δὲ διαιρουμένων ἀπ' αὐτῆς τῆς διαιρέσεως ὡς ἐπὶ πρίονος ἐν τῇ τομῇ ἀναλοῦται τι τὸ ἐξαιρούμενον ὑπ' αὐτῆς τῆς τομῆς. ὡς οὖν ἐπ' ἐνίων αἰσθητῶν ἐξαιρεῖται τι, οὕτω καὶ ἐπὶ πάντων κἂν ἐκφεύγῃ τὴν αἴσθησιν πάντως ἀναλωθήσεται τι ἐν τῇ τομῇ. δόρυ γοῦν ἢ κάλαμον ἢ ἄλλο ὅτιοῦν αἰσθητὸν μήκος ἂν πρὶν ἢ διελεῖν μετρήσης, ἔπειτα διέλης εἰς πολλὰ μέρη, εὐρήσεις τὸ τῶν διαιρουμένων πάντων κοινὸν μέτρον ἔλαττον ὄν τοῦ ὅλου πρὶν ἢ διηρῆσθαι. ἔτι χορδὴν ἂν διέλης, εἴτα διακόψῃς, ἢ ἔκτασις μετὰ τὴν διακοπὴν ἀνέδραμε, κἂν πάλιν τὰ διακοπέντα τείνῃς, ἀνάγκη ἀφηρῆσθαι τι τοῦ μεγέθους εἰς τὰς ἐξάψεις τῶν ἐκατέρωθεν ἀφῶν τοῦ τεινομένου. ^[20]

72 καὶ διὰ τοῦτο οὐκ ἔσται τέλεια δύο ἡμιτόνια. οὐ μὴν οὐδ' ἐπὶ τῶν φωνῶν εὐρίσκεται εἰς ἴσα ἡ τομὴ τοῦ τόνου. μελωδῆσας γὰρ τόνον καὶ τόνον μελωδῶ πάλιν τοῦ ἐνὸς τόνου τὰ δύο ἡμιτόνια ἐν τρισὶ φθόγγοις, δυσὶ δὲ διαστήμασιν ἀναβαίνων τῇ τάσει. ὁ δὲ τρίτος φθόγγος τοῦ δευτέρου ὀξύτερος ἔσται, καὶ διέστηκεν ἀπὸ μὲν τοῦ πρώτου τόνου, ἀπὸ δὲ τοῦ δευτέρου δοκεῖ μὲν ἡμιτόνιον, οὐ μὴν ὅμοιον ἡμιτόνιον οὐδὲ οἶον ὁ δεύτερος ἀπὸ τοῦ πρώτου· οὐ γὰρ δύναται ὅμοιον εἶναι τὸ βαρύτερον τῷ ὀξυτέρῳ. οὐδὲ γὰρ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ φθόγγου ἂν δις μελωδῆσαι θέλωμεν διακόψαντες τὴν φωνήν, τὸν αὐτὸν ἦχον ἀποδώσομεν, ἀλλ' ἀνάγκη γενέσθαι τινὰ διαφορὰν, ἥτις λήσῃ τὴν ἀκοήν. οὐδὲ γὰρ κεντῆσαι ταῦτόν καὶ ὅμοιον δις οἶόν τε, οὐδὲ πλῆξαι τὴν αὐτὴν χορδὴν δις ὁμοίως, ἀλλὰ ἢ λαγαρώτερον ἢ σφοδρότερον, οὐδὲ βάψαι δις εἰς τὸ αὐτὸ ὑγρὸν ὁμοίως, οὐδὲ βάψαντα τὸ αὐτὸ ἀνενεγκεῖν διὰ δακτύλου ἢ μέλανος ἢ μέλιτος ἢ πίττης. ὁ δὲ νοήσῃ ληπτὸς τόνος δύναται νοεῖσθαι καὶ εἰς ἴσα διαιρούμενος. περὶ δὲ τῆς ἐν ἀριθμοῖς ἀρμονίας λεκτέον ἐξῆς, ὅτι [ὁ] ὅρος ἐστὶν ὁ τὸ καθ' ἕκαστον ἀποφαίνων ἰδίωμα τῶν λεγομένων, οἶον ἀριθμός, μέγεθος, δύναμις, ὄγκος, βάρος. λόγος δὲ κατὰ μὲν τοὺς περιπατητικοὺς λέγεται πολλαχῶς, ὃ τε μετὰ φωνῆς προφορικὸς ὑπὸ τῶν νωτέρων λεγόμενος καὶ ὁ ἐνδιάθετος καὶ ὁ ἐν διανοίᾳ κείμενος ἄνευ φθόγγου καὶ φωνῆς καὶ ὁ τῆς ἀναλογίας, καθ' ὃν λέγεται ἔχειν λόγον τὸδε πρὸς τὸδε, καὶ ἡ τῶν τοῦ λόγου στοιχείων ἀπόδοσις καὶ ὁ τῶν τιμώντων καὶ τιμωμένων, καθ' ὃν φαμεν λόγον τινὸς ἔχειν ἢ μὴ ἔχειν, καὶ ὁ τραπεζιτικὸς λόγος καὶ ὁ ἐν τῷ βιβλίῳ Δημοσθενικὸς ἢ Λυσιακὸς καὶ ὁ ὅρος ὁ τὸ τί ἦν εἶναι καὶ τὴν οὐσίαν σημαίνων, ὀριστικὸς ὢν, καὶ ὁ συλλογισμὸς δὲ καὶ ἡ ἐπαγωγή καὶ ὁ Λιβυκὸς καὶ ὁ μῦθος καὶ ὁ αἶνος λόγος λέγεται καὶ ἡ παροιμία, ἔτι δὲ καὶ ὁ τοῦ εἴδους καὶ ὁ σπερματικὸς καὶ ἄλλοι πλείονες. ^[10]

73 κατὰ δὲ Πλάτωνα τετραχῶς λέγεται λόγος, ἢ τε διάνοια ἄνευ φθόγγου καὶ τὸ μετὰ φωνῆς ρεῦμα ἀπὸ διανοίας καὶ ἡ τῶν τοῦ ὅλου στοιχείων ἀπόδοσις καὶ ὁ τῆς ἀναλογίας. νῦν δὲ

πρόκειται περὶ τοῦ τῆς ἀναλογίας λόγου ζητεῖν. λόγος δέ ἐστιν ὁ κατ' ἀνάλογον δυοῖν ὄρων ὁμογενῶν ἢ πρὸς ἀλλήλους [αὐτῶν] ποιά σχέσις, οἷον διπλάσιος, τριπλάσιος. τὰ μὲν γὰρ ἀνομογενῇ πῶς ἔχει πρὸς ἀλλήλα φησιν Ἄδραστος εἰδέναι ἀδύνατον· οἷον πῆχυς πρὸς μνᾶν ἢ χοίνιξ πρὸς κοτύλην ἢ τὸ λευκὸν πρὸς τὸ γλυκὺ ἢ θερμὸν ἀσύγκριτα καὶ ἀσύμβλητα· τὰ δὲ ὁμογενῇ δυνατόν, οἷον μήκη πρὸς μήκη <καὶ> ἐπίπεδα πρὸς ἐπίπεδα καὶ στερεὰ πρὸς στερεὰ καὶ βάρη πρὸς βάρη καὶ ὑγρά πρὸς ὑγρά καὶ χυτὰ πρὸς χυτὰ καὶ ξηρὰ πρὸς ξηρὰ καὶ ἀριθμοὺς πρὸς ἀριθμοὺς καὶ χρόνον πρὸς χρόνον καὶ κίνησιν πρὸς κίνησιν καὶ φωνὴν πρὸς φωνὴν καὶ χυμὸν πρὸς χυμὸν καὶ χρῶμα πρὸς χρῶμα καὶ ὅσα τοῦ αὐτοῦ γένους ἢ εἴδους ὄντα πῶς ἔχει πρὸς ἄλληλα. ^[5]

74 ὄρους δὲ λέγομεν τὰ ὁμογενῇ ἢ ὁμοειδῇ λαμβανόμενα εἰς σύγκρισιν, οἷον ὅταν σκεπτώμεθα τίνα λόγον ἔχει τάλαντον πρὸς μνᾶν, ὁμογενεῖς ὄρους φαμέν τὸ τάλαντον καὶ τὴν μνᾶν, ὅτι ἀμφοῖν γένος τὸ βαρὺ. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁ αὐτὸς λόγος. ἀναλογία δέ ἐστι λόγων ἢ πρὸς ἀλλήλους ποιά σχέσις, οἷον ὡς β' πρὸς ἔν, οὕτως ἦ' πρὸς δ'. τῶν δὲ λόγων οἱ μὲν εἰσι μείζονες, οἱ δὲ ἐλάττονες, οἱ δ' ἴσοι. ὁ μὲν οὖν ἴσος εἷς καὶ ὁ αὐτὸς λόγος καὶ προηγεῖται πάντων τῶν λόγων καὶ ἔστι στοιχειώδης. ἴσοι δὲ εἰσιν οἱ κατὰ τὴν αὐτὴν ποσότητα ἐξεταζόμενοι πρὸς ἀλλήλους, οἷον ἔν πρὸς ἔν καὶ β' πρὸς β' καὶ ι' πρὸς ι' καὶ ρ' πρὸς ρ'. τῶν δὲ μειζόνων οἱ μὲν πολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ἐπιμόριοι, οἱ δὲ οὐδέτεροι. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐλαττόνων οἱ μὲν ὑποπολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ὑπεπιμόριοι, οἱ δ' οὐδέτεροι. τούτων δὲ οἱ μὲν ἐν συμφωνίᾳ εἰσίν, οἱ δ' οὐ. αἱ μὲν οὖν συμφωνίαι τῶν πολλαπλασίων ὅ τε διπλάσιος καὶ ὁ τριπλάσιος καὶ ὁ τετραπλάσιος, ἐν δὲ ἐπιμορίοις ἡμιόλιος ἐπίτριτος, ἐν οὐδετέρῳ δὲ ὅ τε ἐπόγδοος καὶ ὁ τῶν σνς' πρὸς σμγ', καὶ οἱ τούτοις ὑπεναντίοι ὅ τε ὑποδιπλάσιος καὶ ὁ ὑποτριπλάσιος καὶ ὁ ὑποτετραπλάσιος καὶ ὁ ὑφημιόλιος καὶ ὁ ὑπεπίτριτος καὶ ὁ ὑπεπόγδοος καὶ ὁ τῶν σμγ' πρὸς σνς'. ^[5]

75 καὶ ὁ μὲν διπλάσιος ἐν τῇ διὰ πασῶν εὐρίσκεται συμφωνία, ὡς ἐπάνω ἀποδέδεικται, ὁ δὲ τριπλάσιος ἐν τῇ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, ὁ δὲ τετραπλάσιος ἐν τῇ δις διὰ πασῶν, ὁ δ' ἡμιόλιος ἐν τῇ διὰ πέντε, ὁ δ' ἐπίτριτος ἐν τῇ διὰ τεσσάρων, ὁ δ' ἐπόγδοος τόνος ἐστίν, ὁ δὲ τῶν σνς' πρὸς σμγ' ἐν λείμματι. ὁμοίως δὲ καὶ οἱ τούτων ὑπεναντίοι. ἐν οὐδετέρῳ δὲ εἰσι λόγῳ ὅ τε ἐπόγδοος καὶ ὁ τῶν σνς' πρὸς σμγ', ὅτι οὔτε ἐν συμφωνίαις εἰσὶν οὔτε ἔξω συμφωνίας· ὁ γὰρ τόνος καὶ τὸ λείμμα ἀρχαὶ μὲν εἰσι συμφωνίας καὶ συμπληρωτικαὶ συμφωνίας, οὕτω δὲ συμφωνίαι. λέγονται δὲ τινες ἐν ἀριθμητικῇ λόγοι ἀριθμῶν οὐ μόνον πολλαπλάσιοι καὶ ἐπιμόριοι, ἀλλὰ καὶ ἐπιμερεῖς καὶ πολλαπλασιεπιμερεῖς καὶ ἔτι πλείους, περὶ ὧν ἐφεξῆς σαφέστερον παραδώσομεν. συνέστηκε δὲ τὸ μὲν διὰ τεσσάρων ἐκ δυεῖν τόνων καὶ λείμματος, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐκ τριῶν τόνων καὶ λείμματος, τὸ δὲ διὰ πασῶν ἐκ τοῦ διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων. ἐκ δὲ τούτων εἰσὶν αἱ προηγούμεναι τῶν ἀναλογιῶν. πάλιν δὲ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν παράδοσιν λέγονται <λόγοι> τῶν ἀριθμῶν, ὡς καὶ ὁ Ἄδραστος παραδίδωσιν, οἱ μὲν πολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ἐπιμόριοι, οἱ δ' ἐπιμερεῖς, οἱ δὲ πολλαπλασιεπιμόριοι, οἱ δὲ πολλαπλασιεπιμερεῖς, οἱ δ' οὐδέτεροι, τῶν δὲ ἐλαττόνων οἱ μὲν ὑποπολλαπλάσιοι, οἱ δ' ὑπεπιμόριοι, καὶ οἱ λοιποὶ ἀντιστρέφοντες τοῖς μείζοσι. ^[5]

76 πολλαπλάσιος μὲν οὖν ἐστὶ λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος πλεονάκης ἔχη τὸν ἐλάττονα, τουτέστιν ὅταν ὁ μείζων ὅρος καταμετρηῇται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος ἀπαρτιζόντως, ὡς μηδὲν ἔτι λείπεσθαι ἀπ' αὐτοῦ, καὶ κατ' εἶδος τοσαυταπλασίων [ἕκαστος πολλαπλάσιος δ'] ὁ μείζων ὅρος λέγεται τοῦ ἐλάττονος, ὡσάκις ἂν καταμετρηῇται ὑπ' αὐτοῦ· οἷον ἂν μὲν δίς, διπλάσιος, ἂν δὲ τρίς, τριπλάσιος, ἂν δὲ τετράκις, τετραπλάσιος, καὶ κατὰ τὸ ἐξῆς οὕτως. ἀνάπαλιν δὲ ὁ ἐλάττων τοῦ μείζονος μέρος ὁμώνυμον τῷ λόγῳ, κατὰ μὲν τὸν διπλάσιον ἥμισυ, κατὰ δὲ τὸν τριπλάσιον τριτημόριον, καὶ λόγος ὁ μὲν ἥμισυς, ὁ δὲ τριτημόριος· καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. ἐπιμόριος δὲ

ἐστὶ λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος ἅπαξ ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ μόριον ἓν τι τοῦ ἐλάττονος, τουτέστιν ὅταν ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος ταύτην ἔχῃ τὴν ὑπεροχήν, ἣτις τοῦ ἐλάττονος ἀριθμοῦ μέρος ἐστίν. ^[20]

77 ὥς ἡ τετράς τῆς τριάδος ὑπερέχει γὰρ αὐτῆς μονάδι, ἣτις ἐστὶ τῆς τριάδος τὸ τρίτον· καὶ ἡ ἑξὰς τῆς τετράδος ὑπερέχει δυεῖν, ἅτινα τῶν τεσσάρων ἡμισὺ ἐστὶ. διὸ καὶ ἀπὸ τῆς τῶν μερῶν ὀνομασίας ἕκαστος τῶν ἐπιμορίων ἰδίας ἔτυχε προσηγορίας. ὁ μὲν γὰρ τῷ ἡμίσει τοῦ ἐλάττονος μέρει ὑπερέχων ἡμιόλιος ὠνόμασται, ὥς ἡ τριάς τῆς δυάδος καὶ ἡ ἑξὰς τῆς τετράδος. αὐτὴν τε γὰρ ὅλην ἔχει τὴν ἐλάττονα καὶ τὸ ἡμισυ αὐτῆς· ἐν μὲν γὰρ τῇ τριάδι ἔνεστιν ἡ δυὰς καὶ τὸ ἡμισυ αὐτῆς ἡ μονάς, ἐν δὲ τῇ ἑξάδι ἡ τετράς καὶ τὸ ἡμισυ αὐτῆς ἡ δυὰς. πάλιν οἱ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἐλάττονος ὑπερέχοντες ἐπίτριτοι καλοῦνται, ὥς ἡ τετράς τῆς τριάδος, οἱ δὲ τῷ τετάρτῳ ὑπερέχοντες ἐπιτέταρτοι, ὥς ὁ ε' τῶν δ' καὶ ὁ ι' τῶν η', καὶ ὁμοίως προκόπτοντες ἐπίπεμπτοί τε καὶ ἔφεκτοι καὶ ἐφέβδομοι ἐκλήθησαν πάντες οὗτοι ἐπιμόριοι ὄντες. διὸ καὶ οἱ ἀντικείμενοι τούτοις οἱ ἐλάττονες τῶν μειζόνων ὑπεπιμόριοι ἐκλήθησαν· ὥς γὰρ ἡ τριάς
〈τῆς〉 δυάδος ἐλέγετο ἡμιόλιος, οὕτως καὶ ἡ δυὰς τῆς τριάδος κατὰ τὸ ἀνάλογον ὑφημιόλιος λεχθήσεται, καὶ ὁμοίως ἡ τριάς τῆς τετράδος ὑπεπίτριτος. ἔστι δὲ τῶν πολλαπλασίων λόγων πρῶτος καὶ ἐλάχιστος ὁ διπλάσιος, μετὰ δὲ τοῦτον ὁ τριπλάσιος, εἴτα ὁ τετραπλάσιος, καὶ οὕτως οἱ ἐξῆς ἐπ' ἄπειρον αἰεὶ οἱ μείζονες. ^[25]

78 τῶν δ' ἐπιμορίων λόγων πρῶτος καὶ μέγιστος ὁ ἡμιόλιος, ὅτι δὴ καὶ τὸ ἡμισυ μέρος πρῶτον καὶ μέγιστον καὶ ἐγγυτάτῳ τῷ ὅλῳ, μετὰ δὲ τοῦτον ὁ ἐπίτριτος, καὶ ὁ ἐπιτέταρτος, καὶ οὕτω πάλιν ἐπ' ἄπειρον ἡ πρόοδος αἰεὶ ἐπ' ἐλάττονος. ἐπιμερὴς δὲ ἐστὶ λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος ἅπαξ ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ ἔτι πλείω μέρη αὐτοῦ [τοῦ ἐλάττονος], εἴτε ταυτὰ καὶ ὅμοια εἴτε ἕτερα καὶ διάφορα· ταυτὰ μὲν οἷον δύο τρίτα ἢ δύο πέμπτα καὶ εἴ τινα ἄλλα οὕτως· ὁ μὲν γὰρ τῶν ε' ἀριθμὸς τοῦ τῶν γ' δις ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῶν ζ' τοῦ τῶν ε' δις ἐπίπεμπτος, ὁ δὲ τῶν η' τοῦ τῶν ε' τρις ἐπίπεμπτος, καὶ οἱ ἐξῆς ὁμοίως· ἕτερα δὲ καὶ διάφορα οἷον ὅταν ὁ μείζων αὐτόν τε ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ ἔτι ἡμισυ αὐτοῦ καὶ τρίτον, οἷον ἔχει λόγον ὁ τῶν ια' πρὸς τὸν τῶν ζ', ἢ πάλιν ἡμισυ καὶ τέταρτον, ὅς ἐστι λόγος τῶν ζ' πρὸς δ', ἢ νη Δία τρίτον καὶ τέταρτον, ὃν ἔχει λόγον τὰ ιθ' πρὸς τὰ ιβ'. παραπλησίως δὲ θεωρεῖσθωσαν καὶ οἱ λοιποὶ ἐπιμερεῖς δυσὶν ὑπερέχοντες μέρεσιν ἢ τρισὶν ἢ πλείοσι, καὶ ὁμοίοις ἢ ἀνομοίοις. ὑπεπιμερὴς δὲ ἐστὶν [ὁ] ἀνάπαλιν ὁ ἐν τῷ προειρημένῳ λόγῳ ἐλάσσων πρὸς τὸν μείζονα ἐξεταζόμενος. πολλαπλασιεπιμόριος δὲ ἐστὶ λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος δις ἢ πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ ἔτι μέρος αὐτοῦ, ὥς ὁ μὲν τῶν ζ' δις ἔχει τὸν γ' καὶ ἔτι τρίτον αὐτοῦ, καὶ λέγεται αὐτοῦ διπλασιεπίτριτος, ὁ δὲ τῶν θ' δις ἔχει
〈τὸν〉 τῶν δ' καὶ ἔτι τὸ τέταρτον αὐτοῦ, λέγεται δὲ διπλασιεπιτέταρτος, ὁ δὲ τῶν ι' τρις ἔχει τὸν τῶν γ' καὶ τὸ τρίτον αὐτοῦ, καὶ λέγεται τριπλασιεπίτριτος. ^[5]

79 παραπλησίως δὲ θεωρεῖσθωσαν καὶ οἱ λοιποὶ πολλαπλασιεπιμόριοι. τοῦτο δὲ συμβαίνει, ὅταν δυεῖν προτεθέντων ἀριθμῶν ὁ ἐλάττων καταμετρῶν τὸν μείζονα μὴ ἰσχύσῃ ὅλον καταμετρήσαι, ἀλλ' ἀπολείπῃ μέρος τοῦ μείζονος, ὃ ἐστὶν αὐτοῦ τοῦ ἐλάσσονος μέρος· οἷον ὁ τῶν κς' τοῦ τῶν η' πολλαπλασιεπιμόριος λέγεται, ἐπειδὴ περ
〈ὁ〉 ἡ' τρις καταμετρήσας τὸν κς' οὐχ ὅλον ἀπήρτισεν, ἀλλὰ μέχρι τῶν κδ' ἐλθὼν δύο ἐκ τῶν κς' ἀπέλιπεν, ὃ ἐστὶ τῶν η' τέταρτον. πολλαπλασιεπιμερὴς
〈δέ〉 ἐστὶ λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος δις ἢ πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ δύο ἢ πλείω τινὰ μέρη αὐτοῦ εἴτε ὅμοια εἴτε διάφορα· οἷον ὁ μὲν τῶν η' δις ἔχει τὸν τῶν γ' καὶ δύο τρίτα αὐτοῦ, λέγεται δὲ διπλάσιος καὶ δις ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῶν ια' τοῦ τῶν γ' τριπλάσιος καὶ δις ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῶν ια' τοῦ τῶν δ' διπλάσιός τε καὶ ἡμιόλιος καὶ ἐπιτέταρτος ἢ διπλάσιός τε καὶ τρις ἐπιτέταρτος. καὶ τοὺς ἄλλους δὲ πολλαπλασιεπιμερεῖς πολλοὺς καὶ ποικίλους ὄντας προχειρίζεσθαι ῥάδιον. τοῦτο δὲ γίνεται, ὅταν ὁ ἐλάττων ἀριθμὸς καταμετρήσας τὸν μείζονα μὴ ἰσχύσῃ ἀπαρτίσαι, ἀλλ' ἀπολείπῃ ἀριθμὸν τινα, ὃ ἐστὶ μέρος

αὐτοῦ, ὡς ὁ τῶν ιδ' τοῦ τῶν γ' ἢ γὰρ τριάς καταμετρήσασα τὸν τῶν ιδ' οὐκ ἴσχυσεν ἀπαρτίσαι, ἀλλὰ προκόψασα τετράκις μέχρι τῶν ιβ' τὴν λοιπὴν ἀπὸ τῶν ιδ' ἀπέλιπε δυάδα, ἥτις ἐστὶ τῶν γ' δίδμοιρον, ἃ δὴ λέγεται δύο τρίτα. ^[5]

80 ἀντίκειται δὲ καὶ τῷ πολλαπλασιεπιμερεῖ ὁ ὑποπολλαπλασιεπιμερής. ἀριθμοῦ δὲ πρὸς ἀριθμὸν λόγος ἐστίν, ὅταν ὁ μείζων πρὸς τὸν ἐλάττωνα ἐν μηδενὶ ἢ τῶν προειρημένων λόγων, καθὰ δειχθήσεται καὶ ὁ τὸ λεῖμμα περιέχων [φθόγγος] λόγος ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ἔχων τοὺς ὅρους ἐν ἐλαχίστοις ὡς ὁ σνς' πρὸς συμγ'. φανεροὶ δὲ καὶ οἱ τῶν ἐλαττόνων ὅρων πρὸς τοὺς μείζονας λόγοι ἀντεστραμμένως ὑπ' ἐκείνων προσαγορευόμενοι, καθὰ ἐδείχθη. πάντων δὲ τῶν κατ' εἶδος εἰρημένων λόγων οἱ ἐν ἐλαχίστοις καὶ πρώτοις πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοῖς ὄντες καθ' ἕκαστον πρῶτοι λέγονται τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων καὶ πυθμένες τῶν ὁμοειδῶν. οἷον διπλασίων μὲν λόγων πρῶτος καὶ πυθμὴν ὁ τῶν β' πρὸς ἔν· μετὰ γὰρ τοῦτον ἐν μείζοσι καὶ συνθέτοις ἀριθμοῖς λόγοι εἰσὶ διπλάσιοι ὁ τῶν δ' πρὸς τὰ β' καὶ τῶν ζ' πρὸς τὰ γ' καὶ ὁμοίως ἐπ' ἄπειρον. τριπλασίων δὲ λόγων πρῶτος καὶ πυθμὴν ὁ τῶν γ' πρὸς τὸ ἔν· οἱ δὲ αἰεὶ ἐν μείζοσι καὶ συνθέτοις ἀριθμοῖς ἐπ' ἄπειρον προάγουσιν. ὡσαύτως δὲ ἐπὶ τῶν ἄλλων πολλαπλασίων. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τοῖς ἐπιμορίοις. ^[25]

81 ἡμιολίων μὲν λόγων πρῶτος καὶ πυθμὴν ὁ τῶν γ' πρὸς τὰ β', ἐπιτρίτων δὲ ὁ τῶν δ' πρὸς γ', καὶ ἐπιτετάρτων ὁ τῶν ε' πρὸς δ'· οἱ δὲ ἐν μείζοσιν ὅροις καὶ συνθέτοις πάλιν ἄπειροι τὸ πλῆθος. τὸ δ' αὐτὸ θεωρεῖται καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. διαφέρει δὲ διάστημα καὶ λόγος, ἐπειδὴ διάστημα μὲν ἐστὶ τὸ μεταξὺ τῶν ὁμογενῶν τε καὶ ἀνίσων ὅρων, λόγος δὲ ἀπλῶς ἢ τῶν ὁμογενῶν ὅρων πρὸς ἀλλήλους σχέσις. διὸ καὶ τῶν ἴσων ὅρων διάστημα μὲν οὐδὲν ἐστὶ μεταξὺ, λόγος δὲ πρὸς ἀλλήλους εἷς καὶ ὁ αὐτὸς ὁ τῆς ἰσότητος· τῶν δὲ ἀνίσων διάστημα μὲν ἐν καὶ τὸ αὐτὸ ἀφ' ἑκατέρου <πρὸς> ἑκάτερον, λόγος δὲ ἕτερος καὶ ἐναντίος ἑκατέρου πρὸς ἑκάτερον· οἷον ἀπὸ τῶν β' πρὸς τὸ ἔν καὶ ἀπὸ τοῦ ἐνὸς πρὸς τὰ β' διάστημα ἐν καὶ τὸ αὐτό, λόγος δὲ ἕτερος, τῶν μὲν δύο πρὸς τὸ ἔν διπλάσιος, τοῦ δὲ ἐνὸς πρὸς τὰ β' ἡμισυς. Ἐρατοσθένους δὲ ἐν τῷ Πλατωνικῷ φησι, μὴ ταῦτόν εἶναι διάστημα καὶ λόγον, ἐπειδὴ λόγος μὲν ἐστὶ δύο μεγεθῶν ἢ πρὸς ἄλληλα ποιά σχέσις· γίνεται δ' αὕτη καὶ ἐν διαφόροις <καὶ ἐν ἀδιαφόροις> . οἷον ἐν ᾧ λόγῳ ἐστὶ τὸ αἰσθητὸν πρὸς τὸ νοητόν, ἐν τούτῳ δόξα πρὸς ἐπιστήμην, καὶ διαφέρει καὶ τὸ νοητὸν τοῦ ἐπιστητοῦ ᾧ καὶ ἡ δόξα τοῦ αἰσθητοῦ. διάστημα δὲ ἐν διαφέρουσι μόνον, ἢ κατὰ τὸ μέγεθος ἢ κατὰ ποιότητα ἢ κατὰ θέσιν ἢ ἄλλως ὅπως οὖν. ^[20]

82 δῆλον δὲ καὶ ἐντεῦθεν, ὅτι λόγος διαστήματος ἕτερον· τὸ γὰρ ἡμισυ πρὸς τὸ διπλάσιον <καὶ τὸ διπλάσιον πρὸς τὸ ἡμισυ> λόγον μὲν οὐ τὸν αὐτὸν ἔχει, διάστημα δὲ τὸ αὐτό. ἀναλογία δ' ἐστὶ πλειόνων λόγων ὁμοιότης ἢ ταυτότης, τουτέστιν ἐν πλείοσιν ὅροις λόγων ὁμοιότης, ὅταν ὃν ἔχει λόγον ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, τοῦτον ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον ἢ ἄλλος τις πρὸς ἄλλον. λέγεται δὲ ἢ μὲν συνεχῆς ἀναλογία, ἢ δὲ διηρημένη, συνεχῆς μὲν ἢ ἐν ἐλαχίστοις τρισὶν ὅροις, διηρημένη δὲ ἢ ἐν ἐλαχίστοις τέσσαρσιν. οἷον μετὰ τὴν ἐν ἴσοις ὅροις ἀναλογίαν συνεχῆς ἐν ἐλαχίστοις ὅροις κατὰ μὲν τὸ διαπλάσιον δ' β' α'· ἔστι γὰρ ὡς δ' πρὸς β', οὕτως β' πρὸς ἔν. διηρημένη δὲ ζ' γ' δ' β'· ἔστι γὰρ ὡς ζ' πρὸς τὰ γ', οὕτως δ' πρὸς τὰ β'. τὸ δὲ αὐτὸ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πολλαπλασίων. ἔστι δὲ τρόπον τινὰ καὶ ἡ συνεχῆς ἐν τέτταρσιν ὅροις, δις λαμβανομένου τοῦ μέσου. καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιμορίων δὲ ὁ αὐτὸς λόγος συνεχῆς μὲν ἀναλογία ἐν λόγῳ ἡμιολίῳ θ' ζ' δ', διηρημένη δὲ θ' ζ' ιε' ι'. ὁ δὲ αὐτὸς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων λόγος. ὁ δὲ Ἐρατοσθένους φησὶν, ὅτι τῆς ἀναλογίας [φύσις] ἀρχὴ λόγος ἐστὶ καὶ πρώτη καὶ τῆς γενέσεως αἰτία πᾶσι τοῖς μὴ ἀτάκτως γινομένοις. ^[20]

83 ἀναλογία μὲν γὰρ πᾶσα ἐκ λόγων, λόγου δὲ ἀρχὴ τὸ ἴσον. δῆλον δὲ οὕτως. ἐν ἐκάστῳ τῶν γενῶν ἰδίον ἐστὶ τι στοιχεῖον [καὶ ἀρχή], εἰς ὃ τὰ ἄλλα ἀναλύεται, αὐτὸ δὲ εἰς μηδὲν ἐκείνων. ἀνάγκη δὴ τοῦτο ἀδιαίρετον εἶναι καὶ ἄτομον· τὸ γὰρ διαίρεσιν καὶ τομὴν ἐπιδεχόμενον

συλλαβὴ λέγεται καὶ οὐ στοιχεῖον. τὰ μὲν οὖν τῆς οὐσίας στοιχεῖα κατὰ οὐσίαν ἀδιαίρετά ἐστι, τὰ δὲ τοῦ ποιοῦ κατὰ τὸ ποιόν, τὰ δὲ τοῦ ποσοῦ κατὰ τὸ ποσόν. ὅλως δ' ἕκαστον κατὰ τοῦτο ἄτομον καὶ ἔν, καθὼ στοιχεῖόν ἐστι συνθέτου τινὸς ἢ μικτοῦ. τοῦ μὲν οὖν ποσοῦ στοιχεῖον ἡ μονάς, τοῦ δὲ πηλίκου στιγμή, λόγου δὲ καὶ ἀναλογίας ἰσότης. οὔτε γὰρ μονάδα ἔτι διελεῖν ἔστιν εἰς τὸ ποσόν, οὔτε στιγμήν εἰς τὸ πηλίκον, οὔτε ἰσότητα εἰς πλείους λόγους. γίνεται δὲ ἀριθμὸς μὲν ἐκ μονάδος, γραμμὴ δὲ ἐκ στιγμῆς, λόγος δὲ καὶ ἀναλογία ἐξ ἰσότητος, τρόπον δὲ οὐ τὸν αὐτὸν ἕκαστον τούτων· ἀλλὰ μονὰς μὲν πολλαπλασιαζομένη ὑφ' ἑαυτῆς οὐδὲν γεννᾷ ὥς οἱ ἄλλοι ἀριθμοί, τὸ γὰρ ἅπαξ ἔν ἔν· κατὰ σύνθεσιν δὲ αὖξεται μέχρις εἰς ἄπειρον· στιγμή δὲ οὔτε κατὰ πολλαπλασιασμόν οὔτε κατὰ σύνθεσιν· ἀλλὰ κατὰ συνέχειαν ῥυεῖσά τε καὶ ἐνεχθεῖσα γραμμὴν ἀποτελεῖ, γραμμὴ δὲ ἐπιφάνειαν, ἐπιφάνεια δὲ σῶμα. καὶ μὴν ὁ τῶν ἴσων λόγος οὐκ αὖξεται συντιθέμενος· πλειόνων γὰρ ἴσων ἐξῆς τιθεμένων ὁ τῆς περιοχῆς λόγος ἐν ἰσότητι διαμένει. ^[25]

84 διὸ καὶ συμβαίνει, τὴν στιγμήν μὴ εἶναι μέρος γραμμῆς μηδὲ τὴν ἰσότητα λόγου, τὴν μέντοι μονάδα ἀριθμοῦ· μόνη γὰρ αὕτη συντιθεμένη λαμβάνει τινὰ αὖξησιν. αἴτιον δὲ τοῦ λεχθέντος, ὅτι διαστήματος ἅμοιρος ἰσότης, καθάπερ καὶ ἡ στιγμή μεγέθους. ἔοικε δὲ ὁ Πλάτων μίαν οἶσθαι συνοχήν εἶναι μαθημάτων τὴν ἐκ τῆς ἀναλογίας. ἔν τε γὰρ τῷ Ἐπινομίῳ φησὶν· ἅπαν διάγραμμα ἀριθμοῦ τε σύστημα καὶ ἀρμονίας σύστασιν ἅπασαν τῆς τε τῶν ἄστρον περιφορᾶς τὴν ἀναλογίαν οὔσαν μίαν ἀπάντων ἀναφανῆναι δεῖ τῷ κατὰ τρόπον μανθάνοντι· φανήσεται δέ, ἂν ἃ λέγομεν ὀρθῶς τις ἐμβλέπων μανθάνῃ· δεσμός γὰρ πεφυκῶς ἀπάντων εἰς ἀναφανήσεται. διαφέρει δὲ ἀναλογίας μεσότης, ἐπειδὴ εἰ μὲν τι ἀναλογία, τοῦτο καὶ μεσότης, εἰ δέ τι μεσότης, οὐκ εὐθὺς ἀναλογία. ἐγχωρεῖ γὰρ τι κατὰ τάξιν μέσον ὃν μὴ ἔχειν ἀναλόγως πρὸς τὰ ἄκρα· ὥς τὰ δύο μέσα ἐστὶ τῇ τάξει <τοῦ ἐνὸς καὶ> τῶν γ', καὶ τοῦ ἐνὸς καὶ <τῶν ι'> τὰ γ' καὶ τὰ δ' καὶ τὰ ε' ἀπὸ γὰρ τοῦ ἐνὸς οὐχ οἷόν τε ἐλθεῖν ἐπὶ τὰ ι' μὴ πρότερον ἐλθόντα ἐπὶ τὰ β' καὶ τὰ γ' καὶ τὰ δ'. ^[20]

85 ἀλλ' οὐδὲν τούτων ἀναλόγως ἔχει πρὸς τὰ ἄκρα. τὸ γὰρ ἐν οὐκ ἐν τούτῳ ἐστὶ τῷ λόγῳ πρὸς τὰ β', ἐν ᾧ τὰ β' πρὸς τὰ γ' ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν β' καὶ γ' καὶ δ'. τὰ δὲ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντα καὶ μέσα ἂν εἴη, οἷον ἐν β' δ' ἀναλογία τε γὰρ ἐστὶν ἡ τοῦ διπλασίου, καὶ τὰ β' μέσα τοῦ ἐνὸς καὶ τῶν δ'. ἀναλογίας δὲ ὁ μὲν Θράσυλλός φησιν εἶναι προηγουμένης τρεῖς, ἀριθμητικὴν γεωμετρικὴν ἀρμονικὴν ἀριθμητικὴν μὲν τὴν ταύτῳ ἀριθμῷ ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην, <οἷον· γεωμετρικὴν δὲ τὴν ταύτῳ λόγῳ ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην,> οἷον διπλασίῳ ἢ τριπλασίῳ, ὥς γ' ζ' ιβ'· ἀρμονικὴν δὲ τὴν ταύτῳ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην, οἷον τρίτῳ ἢ τετάρτῳ, οἷον ζ' η' ιβ' τούτων δ' ἕκαστον ἐν ἀριθμοῖς καὶ ἄλλως οὕτως ὁράται· τῶν ζ' διπλάσιος ὁ ιβ', τριπλάσιος δὲ ὁ ιη', τετραπλάσιος δὲ ὁ κδ', ἡμιόλιος δὲ ὁ θ', ἐπίτριτος δὲ ὁ η'· τὰ δὲ θ' τῶν η' ἐπογδοα· τὰ δὲ ιβ' πρὸς μὲν θ' ἐπίτριτα, πρὸς δὲ η' ἡμιόλια, πρὸς δὲ ζ' διπλάσια· τὰ δὲ ιη' τῶν θ' διπλάσια· τούτων δὲ τὰ κζ' ἡμιόλια. καὶ γίνεται μὲν η' ἐν τῷ διὰ τεσσάρων πρὸς ζ', τὰ δὲ θ' ἐν τῷ διὰ πέντε, τὰ δὲ ιβ' ἐν τῷ διὰ πασῶν, τὰ δὲ ιη' ἐν τῷ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε· τῶν μὲν γὰρ ζ' διπλάσια τὰ ιβ' ἐστὶν ἐν τῷ διὰ πασῶν, τῶν δὲ ιβ' τὰ ιη' ἡμιολία ἐστὶν ἐν τῷ διὰ πέντε, ζ' ιβ' ιη'· τὰ δὲ κδ' πρὸς ζ' ἐν τῷ δις διὰ πασῶν. ^[25]

86 τὰ δὲ θ' τῶν η' ἐν τόνῳ. τὰ δὲ ιβ' τῶν θ' διὰ τεσσάρων. τὰ δὲ ιβ' τῶν η' ἐν τῷ διὰ πέντε. τὰ δὲ ιη' τῶν θ' διὰ πασῶν. τὰ δὲ κζ' τῶν ιη' διὰ πέντε. συνέστηκε δὲ τὸ διὰ πασῶν ιβ' πρὸς ζ' ἐκ τοῦ ἡμιολίου θ' πρὸς ζ' καὶ ἐπιτρίτου ιβ' πρὸς θ' καὶ πάλιν ἡμιολίου ιβ' πρὸς η' καὶ ἐπιτρίτου η' πρὸς ζ', καὶ τὰ ιη' πρὸς θ' ἐκ τοῦ ιη' πρὸς ιβ' ἡμιολίου καὶ ιβ' πρὸς θ' ἐπιτρίτου, καὶ τὰ κδ' πρὸς ιβ' διὰ πασῶν συνέστηκεν ἐκ τοῦ κδ' πρὸς ιη' ἐπιτρίτου καὶ τοῦ ιη' πρὸς ιβ' ἡμιολίου· τὰ δὲ θ' πρὸς ζ' διὰ πέντε ἐκ τοῦ θ' πρὸς η' ἐπογδόου καὶ τοῦ η' πρὸς ζ' ἐπιτρίτου, καὶ τὰ ιβ' πρὸς η' ἡμιόλιον ἐκ

τοῦ ιβ' πρὸς θ' ἐπιτρίτου καὶ θ' πρὸς η' ἐπογδόου. τὸ δὲ λείμμα γίνεται ἐν λόγῳ ὃν ἔχει τὰ σνς' πρὸς σμγ'. εὐρίσκεται δ' οὕτω· δυεῖν ἐπογδῶν ληφθέντων καὶ τούτων τρὶς πολλαπλασιασθέντων καὶ τῷ δις ἐπογδῶ προστεθέντος ἐπιτρίτου. οἷον εἷς μὲν ἐπόγδοος λόγος ὁ τῶν θ' πρὸς τὰ η'. ἐκ δὲ τούτων γίνονται δύο ἐπόγδοοι οὕτω· τὰ θ' ἐφ' ἑαυτὰ γίνεται πα', εἴτα τὰ θ' ἐπὶ τὰ η' γίνεται οβ', ἔπειτα τὰ η' ἐφ' ἑαυτὰ γίνεται ξδ', καὶ ἔστι τὰ μὲν πα' τῶν οβ' ἐπόγδοα, τὰ δὲ οβ' τῶν ξδ' ἐπόγδοα. ἂν δὴ τρὶς ταῦτα λάβωμεν, τὰ μὲν πα' γίνεται τρὶς σμγ', τὰ δὲ οβ' γίνεται σις', τὰ δὲ ξδ' τρὶς γίνεται ρζβ'. [20]

87 τούτων ἐπίτριτα τὰ σνς', ἅτινα πρὸς σμγ' ἔχει τὸν τοῦ λείμματος λόγον, ὅς ἐστι πλείων ἢ ἐποκτωκαιδέκατος. ἡ δὲ τοῦ κανόνος κατατομὴ γίνεται διὰ τῆς ἐν τῇ δεκάδι τετρακτύος, ἡ σύγκειται ἐκ μονάδος δυάδος τριάδος τετράδος, α' β' γ' δ'. ἔχει γὰρ ἐπίτριτον, ἡμιόλιον, διπλάσιον, τριπλάσιον, τετραπλάσιον λόγον. διαιρεῖ δὲ αὐτὸν ὁ Θράσυλλος οὕτως. δίχα μὲν διελοῦσι τὸ μέγεθος μέσην ποιεῖ τὸ διὰ πασῶν ἐν τῷ διπλασίῳ λόγῳ, ἀντιπεπονηθότως ἐν ταῖς κινήσεσι διπλασίαν ἔχουσιν τάσιν ἐπὶ τὸ ὀξύ. τὸ δὲ ἀντιπεπονηθότως ἐστὶ τοιοῦτον· ὅσον ἂν τοῦ μεγέθους ἀφέλῃς τῆς ὅλης ἐν τῷ κανόνι χορδῆς, τοσοῦτον τῷ τόνῳ προστίθεται, καὶ ὅσον ἂν τῷ μεγέθει τῆς χορδῆς προσθῇς, τοσοῦτον τοῦ τόνου ὑφαιρεῖται. τὸ μὲν γὰρ ἡμισυ [προσλαμβανομένη μέση πρὸς τὰ δύο μέρη] μέγεθος διπλασίαν τάσιν ἔχει ἐπὶ τὸ ὀξύ· τὸ δὲ διπλάσιον μέγεθος ἡμίσειαν τάσιν ἔχει <ἐπὶ> τὸ βαρὺ. τρίχα δὲ τῆς διαιρέσεως γενομένης ἢ τε ὑπάτη τῶν μέσων καὶ ἡ νήτη διεzeugμένων γίνεται. [15]

88 ἔστι δὲ ἡ μὲν νήτη διεzeugμένων πρὸς μὲν τὴν μέσην ἐν τῷ διὰ πέντε· δύο γὰρ ἐστὶ διαστήματα πρὸς τρία· πρὸς δὲ τὴν ὑπάτην ἐν τῷ διὰ πασῶν· ἐν γὰρ ἐστὶ διάστημα πρὸς τὰ δύο· πρὸς δὲ τὸν προσλαμβανόμενον <ἐν τῷ> διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε· τοῦ γὰρ <προσλαμβανομένου ἐν τῷ> διὰ πασῶν ὄντος πρὸς τὴν μέσην προσείληπται τὸ μέχρι τῆς νήτης διάστημα, ὅ ἐστι διὰ πέντε πρὸς τὴν μέσην. ἢ <δὲ> μέση πρὸς τὴν ὑπάτην ἐν τῷ διὰ τεσσάρων, πρὸς δὲ τὸν προσλαμβανόμενον ἐν τῷ διὰ πασῶν. ἢ δὲ ὑπάτη πρὸς τὸν προσλαμβανόμενον ἐν τῷ διὰ πέντε. γίνεται δὲ ἴσον τὸ μέγεθος τὸ ἀπὸ τῆς ὑπάτης ἕως μέσης τοῦ διὰ τεσσάρων πρὸς τὸ ἀπὸ μέσης ἕως νήτης τοῦ διὰ πέντε. καὶ ὁμοίως ἀντιπεπόνθασιν οἱ ἀριθμοὶ τῶν κινήσεων τῇ διαιρέσει τῶν μεγεθῶν. τετραχῇ δὲ τῆς διαιρέσεως γενομένης συνίσταται ἢ τε ὑπερυπάτη καλουμένη, ἢ καὶ διάτονος ὑπατῶν, καὶ ἡ νήτη τῶν ὑπερβολαίων. <ἔστι δὲ ἡ μὲν νήτη τῶν ὑπερβολαίων> πρὸς μὲν τὴν νήτην τῶν διεzeugμένων ἐν τῷ διὰ τεσσάρων, πρὸς δὲ τὴν μέσην ἐν τῷ διὰ πασῶν, πρὸς δὲ τὴν ὑπάτην ἐν τῷ διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, πρὸς δὲ τὴν ὑπερυπάτην ἐν τῷ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, πρὸς δὲ τὸν προσλαμβανόμενον ἐν τῷ δις διὰ πασῶν ἐπὶ τὸ βαρὺ. τῇ δὲ ὑπερυπάτῃ λόγος ἐστὶ πρὸς μὲν <τὸν> προσλαμβανόμενον ἐν τῷ διὰ τεσσάρων ἐπὶ τὸ βαρὺ, πρὸς δὲ τὴν μέσην ἐν τῷ διὰ πέντε ἐπὶ τὸ ὀξύ, τῆς δ' ὑπάτης τόνῳ ὑπερέχει κατὰ τὸ βαρὺ. [25]

89 καὶ ἔστιν ἴσον τὸ τονιαῖον μέγεθος τῆς ὑπερυπάτης πρὸς τὴν ὑπάτην καὶ τὸ διὰ τεσσάρων τῆς νήτης διεzeugμένων πρὸς τὴν νήτην ὑπερβολαίων. καὶ ὁμοίως ἀντιπεπόνθασιν οἱ ἀριθμοὶ τῶν κινήσεων τοῖς μεγέθεσι [τῆς διαιρέσεως] τῶν διαστημάτων. δῆλον δ' ἂν γένοιτο τὸ λεγόμενον ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν. εἰ γὰρ τὸ τοῦ κανόνος μέγεθος ιβ' μέτρων ὁποιωνοῦν, ἔσται μὲν μέση δίχα διαιρεθείσης <τῆς ὅλης χορδῆς, καὶ ἀφέξει> ζ' ἐκατέρωθεν [διαριζομένη]· ἡ δὲ ὑπάτη τῶν μέσων ἀπὸ τῆς ἀρχῆς δ'· ἡ δὲ νήτη διεzeugμένων ἀπὸ τῆς τελευτῆς δ'· καὶ τὸ μεταξὺ αὐτῶν δ'· ἡ δὲ ὑπερυπάτη ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τρία ἀφέξει μεγέθη, ἀπὸ δὲ τῆς ὑπάτης ἕν· ἡ δὲ ὑπερβολαία ἀπὸ μὲν τῆς τελευτῆς γ', ἀπὸ δὲ τῆς διεzeugμένης ἕν. μεταξὺ δὲ αὐτῶν ζ', ὥστε ἀπὸ τῆς μέσης ἑκατέρω γ', καὶ γίνεται ἡ ὅλη διαίρεσις ἀπὸ μὲν τῆς ἀρχῆς ἐπὶ ὑπερυπάτην γ', ἐντεῦθεν δὲ ἐπὶ ὑπάτην ἕν, ἐντεῦθεν δὲ ἐπὶ μέσην δύο, εἴτ' ἀπὸ μέσης ἐπὶ τὴν διεzeugμένην β', ἐντεῦθεν δὲ εἰς τὴν ὑπερβολαίαν ἕν, ἀπὸ δὲ ταύτης εἰς τὴν τελευτήν γ'. γίνεται πάντα ιβ'. ἔσται οὖν πρὸς μὲν

τὴν ὑπερβολαίαν <ὁ λόγος> τῆς μὲν νήτης διεzeugμένων δ' πρὸς γ' ἐπίτριτος ὁ τοῦ διὰ τεσσάρων, τῆς δὲ μέσης ζ' πρὸς γ' διπλάσιος ὁ τοῦ διὰ πασῶν, <τῆς δὲ ὑπάτης η' πρὸς γ' διπλασιεπιδίτριτος ὁ τοῦ διὰ πασῶν> καὶ διὰ τεσσάρων, τῆς δὲ ὑπερυπάτης θ' πρὸς γ' τριπλάσιος ὁ τοῦ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, τῆς δὲ ὅλης τοῦ προσλαμβανομένου ιβ' πρὸς γ' τετραπλάσιος ὁ τοῦ δις διὰ πασῶν· πρὸς δὲ τὴν νήτην διεzeugμένων ὁ λόγος ἐστὶ τῆς μὲν μέσης ζ' πρὸς δ' ἡμιόλιος ὁ τοῦ διὰ πέντε, τῆς δὲ ὑπάτης η' πρὸς δ' διπλάσιος ὁ τοῦ διὰ πασῶν, τῆς δὲ ὑπερυπάτης θ' πρὸς δ' <διπλασιεπιτέταρτος> ὁ τοῦ δις διὰ πέντε, τῆς δὲ ὅλης τοῦ προσλαμβανομένου ιβ' πρὸς δ' <τριπλάσιος> ὁ τοῦ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε· πρὸς δὲ τὴν μέσην τῆς μὲν ὑπάτης η' πρὸς ζ' ἐπίτριτος ὁ τοῦ διὰ τεσσάρων, τῆς δὲ ὑπερυπάτης θ' πρὸς ζ' ἡμιόλιος ὁ τοῦ διὰ πέντε, τῆς δὲ ὅλης τοῦ προσλαμβανομένου ιβ' πρὸς ζ' διπλάσιος ὁ τοῦ [δὲ] διὰ πασῶν· πρὸς δὲ τὴν ὑπάτην ἐστὶν ἡ μὲν ὑπερυπάτη θ' πρὸς η' ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ τῷ τοῦ τόνου, ἡ δὲ ὅλη τοῦ προσλαμβανομένου ιβ' πρὸς η' ἐν ἡμιολίῳ <τῷ τοῦ διὰ πέντε> · πρὸς <δὲ> τὴν ὑπερυπάτην ἡ ὅλη τοῦ προσλαμβανομένου ιβ' πρὸς θ' ἐν ἐπιτρίτῳ <τῷ> τοῦ διὰ τεσσάρων. ^[20]

- 90 ἀντιπεπόνθασιν δ' αἱ λοιπαὶ τῶν κινήσεων κατὰ πυκνοῦ τοῦ ἐπογδόου τόνου καὶ ἐπιτρίτου διὰ τεσσάρων καὶ ἡμιολίου διὰ πέντε τοῦ κανόνος.
- 91 ἐπεὶ τὸ ἡμιόλιον μὲν διὰ πέντε τοῦ ἐπιτρίτου διὰ τεσσάρων ἐπογδόῳ τόνῳ ὑπέρεχει—οἷον ληφθέντος ἀριθμοῦ ὃς ἔχει καὶ ἡμισυ καὶ τρίτον τοῦ ζ', τούτου ἐπίτριτος μὲν ὁ η', ἡμιόλιος δὲ ὁ θ'· τὰ δὲ θ' τῶν η' ἐπόγδοα· ζ' ἡ θ'· γίνεται ἡ ὑπεροχὴ τοῦ [η'] ἡμιολίου πρὸς τὸ ἐπίτριτον ἐν λόγῳ ἐπογδόῳ—, τὸ δ' ἐπίτριτον διὰ τεσσάρων ἐκ δυεῖν ἐπογδῶν καὶ τοῦ διεσιαίου λείμματος· καταπυκνωτέον αὐτὰ τοῖς ἐπογδόοις τόνοις καὶ τοῖς διεσιαίοις λείμμασι. καταπυκνωθεὶς δ' ἂν ἀρχομένων ἡμῶν <ἀπὸ τῆς> νήτης ὑπερβολαίων. τὸ γὰρ ὄγδοον τοῦ μέχρι τῆς τελευτῆς διαστήματος ὑπερβιβάσαντες ἔχομεν τὴν διάτονον τῶν ὑπερβολαίων τόνῳ βαρυτέραν αὐτῆς. τοῦ δὲ ἀπὸ ταύτης ἕως τῆς τελευτῆς τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες ἔχομεν τὴν τρίτην τῶν ὑπερβολαίων τόνῳ τῆς διατόνου βαρυτέραν. καὶ τὸ λοιπὸν εἰς τὴν νήτην τῶν διεzeugμένων ἔσται τὸ διεσιαῖον λείμμα πρὸς συμπλήρωσιν τοῦ διὰ τεσσάρων πρὸς τὴν νήτην ὑπερβολαίων. πάλιν δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς νήτης διεzeugμένων ἕως τῆς τελευτῆς διαστήματος τὸ μὲν ἔνατον λαβόντες καὶ ὑποβιβάσαντες ἔχομεν τόνῳ ὀξυτέραν τῆς νήτης διεzeugμένων τὴν χρωματικὴν ὑπερβολαίων. τὸ δὲ ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες ἔχομεν τὴν παρανήτην διεzeugμένων· ἡ αὐτὴ δὲ καὶ διάτονος καὶ νήτη συνημμένων, τόνῳ βαρυτέρα τῆς νήτης διεzeugμένων. τοῦ δ' ἀπὸ τῆς νήτης ἕως τῆς τελευτῆς τὸ ὄγδοον λαβόντες καὶ ὑπερβιβάσαντες ἔχομεν τὴν τρίτην τῶν διεzeugμένων τόνῳ βαρυτέραν· ἡ δὲ αὐτὴ καὶ διάτονος συνημμένων ἐστίν. ^[25]
- 92 ὁμοίως δὲ τοῦ ἀπὸ ταύτης ἕως τῆς τελευτῆς διαστήματος τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες ἔχομεν τὴν τρίτην συνημμένων τόνῳ βαρυτέραν. τὸ δὲ λοιπὸν εἰς τὴν μέσην ἔσται τὸ διεσιαῖον λείμμα εἰς τὴν τοῦ διὰ πασῶν συντέλειαν. ἀπὸ δὲ τῆς μέσης τὸν αὐτὸν τρόπον <τὸ ἔνατον> ὑποβιβάσαντες ἔχομεν τὴν παραμέσην ἢ τὴν χρωματικὴν συνημμένων, τόνῳ ὀξυτέραν τῆς μέσης. ταύτης δὲ τὸ ἔνατον ὑποβιβάσαντες ἔχομεν τὴν χρωματικὴν διεzeugμένων. τὸ ὄγδοον δὲ τῆς μέσης ὑπερβιβάσαντες ἔχομεν τὴν τῶν μέσων διάτονον τόνῳ βαρυτέραν τῆς μέσης, εἴτα τὸ ἀπὸ ταύτης ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες τὴν παρυπάτην <τῶν μέσων> ταύτης τόνῳ βαρυτέραν. καὶ ἔστι τὸ λοιπὸν εἰς τὴν ὑπάτην τῶν μέσων τὸ διεσιαῖον λείμμα πρὸς συμπλήρωσιν τοῦ διὰ τεσσάρων πρὸς τὴν μέσην. ἀπὸ δὲ τῆς ὑπάτης τὸ μὲν ἔνατον ὑποβιβάσασιν ἢ χρωματικὴ τῶν μέσων ἔσται τόνῳ ὀξυτέρα. τὸ ὄγδοον δὲ ὑπερβιβάσασιν ἔχειν τὴν ὑπερυπάτην συμβήσεται. ταύτης δὲ τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσασιν παρυπάτη ὑπατῶν γενήσεται. ἐξ ἀναστροφῆς δὲ ἀπὸ τοῦ προσλαμβανομένου τέμνουσι τὸ ὅλον διάστημα εἰς θ' καὶ ἐν ὑπολείπουσι κατὰ τὸ ἐναντίον <τῶν> νητῶν, ὑπατῶν ὑπάτη γενήσεται τόνῳ τῆς ὅλης

ὀξυτέρα, συγκλείουσα τὸ τῶν ὑπατῶν τετράχορδον τῷ πρὸς τὴν παρυπάτην λείμματι. καὶ οὕτως συμπληρωθήσεται τὸ πᾶν ἀμετάβολον σύστημα κατὰ τὸ διάτονον καὶ χρωματικὸν γένος. τὸ δὲ ἐναρμόνιον ἐξαιρουμένων τῶν διατόνων καθ' ἕκαστον τετράχορδον διπλωδουμένων γίνεται. ^[25]

93 εὐροιμεν δ' ἂν ταῦτα καὶ ἐν ἀριθμοῖς ἀπὸ τῆς νήτης τῶν ὑπερβολαίων ἀρχόμενοι, ὑποτεθείσης αὐτῆς μυρίων τξη'. οἱ ἐφεξῆς ἐπόγδοοι τε καὶ οἱ λοιποὶ κατὰ τοὺς προειρημένους λόγους λαμβάνονται, οὓς περιέργον ἐκτιθέναι· ῥάδιον δὲ τῷ παρηκολουθηκότι τοῖς προειρημένοις. καὶ ἡ μὲν ὑπὸ Θρασύλλου παραδεδομένη κατατομή τοῦ κανόνος ὧδε ἔχει. ὃν δὲ τρόπον καὶ ἐπὶ τῆς τῶν ὅλων ἐφαρμόζεται σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ τοὺς ἀστρονομίας ἐκθώμεθα λόγους, παραδείξομεν. νυνὶ δ' ἐπανεέλθωμεν ἐπὶ τὸν τῶν [λοιπῶν] ἀναλογιῶν καὶ μεσοτήτων λόγον, ἐπειδὴ ὡς ἔφαμεν ἡ ἀναλογία καὶ μεσότης, οὐ μέντοι ἡ μεσότης καὶ ἀναλογία. καθὼς δὴ <ἡ> ἀναλογία καὶ μεσότης ἐστίν, ἀκόλουθος ἂν εἴη ὁ περὶ τῶν ἀναλογιῶν καὶ περὶ τῶν μεσοτήτων λόγος. ἐπειδὴ πάντες οἱ τῶν συμφωνιῶν εὐρέθησαν λόγοι, καθὰ δέδεικται, ἐν τῇ τῆς δεκάδος τετρακτύι, καὶ περὶ τούτων πρότερον λεκτέον. τὴν μὲν γὰρ τετρακτὺν συνέστησεν ἡ δεκάς. ἐν γὰρ καὶ β' καὶ γ' καὶ δ' ι' α' β' γ' δ'. ἐν δὲ τούτοις τοῖς ἀριθμοῖς ἔστιν ἢ τε διὰ τεσσάρων συμφωνία ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ καὶ ἡ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ καὶ ἡ διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ καὶ <ἡ> δις διὰ πασῶν ἐν τετραπλασίῳ· ἐξ ὧν συμπληροῦται τὸ ἀμετάβολον διάγραμμα. τοιαύτη μὲν <ἡ> ἐν μουσικῇ τετρακτὺς κατὰ σύνθεσιν οὕσα, ἐπειδὴ ἐντὸς αὐτῆς πᾶσαι αἱ συμφωνίαι εὐρίσκονται. ^[25]

94 οὐ διὰ τοῦτο δὲ μόνον πᾶσι τοῖς Πυθαγορικοῖς προτετίμηται, ἀλλ' ἐπεὶ καὶ δοκεῖ τὴν τῶν ὅλων φύσιν συνέχειν· διὸ καὶ ὄρκος ἦν αὐτοῖς οὐ μὰ τὸν ἀμετέρα ψυχᾷ παραδόντα τετρακτὺν, παγὰν ἀενάου φύσεως ῥίζωμά τ' ἔχουσιν. τὸν παραδόντα Πυθαγόραν λέγουσιν, ἐπεὶ δοκεῖ τούτου εὔρημα ὁ περὶ αὐτῆς λόγος. ἡ μὲν οὖν προειρημένη τετρακτὺς <αὕτη>, κατ' ἐπισύνθεσιν τῶν πρώτων ἀποτελουμένη ἀριθμῶν. δευτέρα δ' ἐστὶ τετρακτὺς ἡ τῶν κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἐπηυξημένων ἀπὸ μονάδος κατὰ τε τὸ ἄρτιον καὶ περιττόν. ὧν πρῶτος μὲν [κατὰ τὸ ἄρτιον] λαμβάνεται ἡ μονάς, ἐπειδὴ αὕτη ἀρχὴ πάντων ἀρτίων καὶ περιττῶν καὶ ἀρτιοπερίττων, ὡς προείρηται, καὶ ἀπλοῦς ὁ ταύτης λόγος· οἱ δ' ἐφεξῆς τρεῖς ἀριθμοὶ κατὰ τὸ ἄρτιον καὶ περιττόν. τὴν δὲ σύνθεσιν λαμβάνουσιν, ἐπειδὴ καὶ ὁ πᾶς ἀριθμὸς οὔτε μόνον ἄρτιος οὔτε μόνον περιττός. ^[15]

95 διὸ δύο λαμβάνονται αἱ κατὰ πολλαπλασιασμὸν τετρακτύες, ἀρτία καὶ περιττή, ἡ μὲν ἀρτία ἐν λόγῳ διπλασίῳ, πρῶτος γὰρ τῶν ἀρτίων ὁ β' καὶ αὐτὸς ἐκ μονάδος κατὰ τὸ διπλάσιον ηὐξημένος, ἡ δὲ περιττή ἐν λόγῳ ηὐξημένη τριπλασίῳ, ἐπειδὴ πρῶτος τῶν περιττῶν ὁ γ' καὶ αὐτὸς ἀπὸ μονάδος κατὰ τὸ τριπλάσιον ηὐξημένος. ὥστε κοινὴ μὲν ἀμφοτέρων ἡ μονάς, καὶ ἀρτία οὕσα καὶ περιττή· δεύτερος δὲ ἀριθμὸς ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις καὶ διπλασίῳ ὁ β', ἐν δὲ τοῖς περιττοῖς καὶ τριπλασίῳ ὁ γ'. τρίτος δὲ ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις ὁ δ', ἐν δὲ τοῖς περιττοῖς ὁ θ'. τέταρτος ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις ἡ', ἐν δὲ τοῖς περιττοῖς κζ'. ἐν τούτοις τοῖς ἀριθμοῖς <οἱ> τελειότεροι τῶν συμφωνιῶν εὐρίσκονται λόγοι· συμπεριείληπται δὲ αὐτοῖς καὶ ὁ τόνος. δύναται δὲ ἡ μὲν μονάς τὸν τῆς ἀρχῆς καὶ σημείου καὶ στιγμῆς λόγον· οἱ δὲ δεύτεροι πλευρὰν δύνανται ὅ τε β' καὶ ὁ γ', ὄντες ἀσύνθετοι καὶ πρῶτοι καὶ μονάδι μετρούμενοι καὶ φύσει εὐθυμετρικοί· οἱ δὲ τρίτοι ὄροι ὁ δ' καὶ ὁ θ' δύνανται ἐπίπεδον τετράγωνον, ἰσάκις ἴσοι ὄντες· οἱ δὲ τέταρτοι ὄροι ὅ τε ἡ' καὶ ὁ κζ' δύνανται ἰσάκις ἴσοι ἰσάκις <ὄντες> κύβον. ὥστε ἐκ τούτων τῶν ἀριθμῶν καὶ ταύτης τῆς τετρακτύος ἀπὸ σημείου καὶ στιγμῆς εἰς στερεὸν ἡ αὐξήσις γίνεται· μετὰ γὰρ σημεῖον καὶ στιγμὴν πλευρά, μετὰ πλευρὰν ἐπίπεδον, μετὰ ἐπίπεδον στερεόν.

[20]

ἐν οἷς ἀριθμοῖς καὶ τὴν ψυχὴν συνίστησιν ὁ Πλάτων ἐν τῷ Τιμαίῳ. ὁ δὲ ἔσχατος τούτων τῶν ἑπτὰ ἀριθμῶν ἴσος ἐστὶ τοῖς πρὸ αὐτοῦ πᾶσιν· ἐν γὰρ καὶ β' καὶ γ' καὶ δ' καὶ η' καὶ θ' γίνονται κζ'. δύο μὲν οὖν αὗται τετρακτῦες, ἢ τε κατ' ἐπισύνθεσιν καὶ ἢ κατὰ πολλαπλασιασμόν, τοὺς τε μουσικοὺς καὶ γεωμετρικοὺς καὶ ἀριθμητικοὺς λόγους περιέχουσαι, ἐξ ὧν καὶ ἡ τοῦ παντὸς ἀρμονία συνέστη. τρίτη δέ ἐστι τετρακτὺς ἢ κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν παντὸς μεγέθους φύσιν περιέχουσα· ὅπερ γὰρ ἐν τῇ προτέρᾳ τετρακτὶ μονάς, τοῦτο ἐν ταύτῃ στιγμή. ὅπερ δὲ ἐν ἐκείνῃ οἱ πλευρὰν δυνάμενοι ἀριθμοὶ τὰ β' καὶ γ', τοῦτο ἐν ταύτῃ τὸ διττὸν εἶδος τῆς γραμμῆς ἢ τε περιφερῆς καὶ ἡ εὐθεῖα, κατὰ μὲν ἄρτιον ἢ εὐθεῖα, ἐπειδὴ δυοὶ σημεῖοις περατοῦται, κατὰ δὲ τὸ περιττὸν ἢ περιφερῆς, ἐπειδὴ ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς πέρας οὐκ ἐχούσης περιέχεται· ὅπερ δὲ ἐν ἐκείνῃ οἱ τετράγωνον δυνάμενοι ὁ δ' καὶ ὁ θ', τοῦτο ἐν ταύτῃ τὸ διττὸν εἶδος ἐπιπέδων, εὐθύγραμμον καὶ περιφερόγραμμον· ὅπερ δὲ ἐν ἐκείνῃ οἱ κύβον δυνάμενοι ὁ η' καὶ ὁ κζ' δύο ὄντες ὁ μὲν ἐκ περιττοῦ, ὁ δὲ ἐξ ἀρτίου, τοῦτο ἐν ταύτῃ στερεόν, διττὸν ὄν, <τὸ μὲν> ἐκ κοίλης ἐπιφανείας ὡς σφαῖρα καὶ κύλινδρος, τὸ δὲ ἐξ ἐπιπέδων ὡς κύβος πυραμῖς. ^[25]

97 αὕτη δέ ἐστιν ἡ τρίτη τετρακτὺς παντὸς μεγέθους συμπληρωτική ἐκ σημείου γραμμῆς ἐπιπέδου στερεοῦ. τετάρτη δὲ τετρακτὺς ἐστὶ τῶν ἀπλῶν <σωμάτων>, πυρὸς ἀέρος ὕδατος γῆς, ἀναλογίαν ἔχουσα τὴν κατὰ τοὺς ἀριθμούς. ὅπερ γὰρ ἐν ἐκείνῃ μονάς, ἐν ταύτῃ πῦρ· ὁ δὲ δυάς, ἀήρ· ὁ δὲ τριάς, ὕδωρ· ὁ δὲ τετράς, γῆ. τοιαύτη γὰρ ἡ φύσις τῶν στοιχείων κατὰ λεπτομέρειαν καὶ παχυμέρειαν, ὥστε τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον πῦρ πρὸς ἀέρα, ὃν ἐν πρὸς β', πρὸς δὲ ὕδωρ, ὃν ἐν πρὸς γ', πρὸς δὲ γῆν, ὃν ἐν πρὸς δ' καὶ τᾶλλα ἀνάλογον πρὸς ἄλληλα. πέμπτη δ' ἐστὶ τετρακτὺς ἢ τῶν σχημάτων τῶν ἀπλῶν σωμάτων. ἡ μὲν γὰρ πυραμῖς σχῆμα πυρός, τὸ δὲ ὀκτάεδρον ἀέρος, τὸ δὲ εἰκοσάεδρον ὕδατος, κύβος δὲ γῆς. ἕκτη δὲ τῶν φυομένων. τὸ μὲν σπέρμα ἀνάλογον μονάδι καὶ σημείῳ, ἡ δὲ εἰς μῆκος αὐξήνῃς δυάδι καὶ γραμμῇ, ἡ δὲ εἰς πλάτος τριάδι καὶ ἐπιφανείᾳ, ἡ δὲ εἰς πάχος τετράδι καὶ στερεῳ. ἑβδόμη δὲ τετρακτὺς ἢ τῶν κοινωνιῶν. ἀρχὴ μὲν καὶ οἶον μονὰς ἄνθρωπος, δυάς δὲ οἶκος, τριάς δὲ κώμη, τετράς δὲ πόλις. τὸ γὰρ ἔθνος ἐκ τούτων σύγκειται. καὶ αὗται μὲν ὑλικάι τε καὶ αἰσθηταὶ τετρακτῦες. ὀγδόη δὲ τετρακτὺς ἦδε, τούτων κριτικὴ καὶ νοητὴ τις οὕσα· νοῦς ἐπιστήμη δόξα αἴσθησις. ^[25]

98 νοῦς μὲν ὡς μονὰς ἐν οὐσίᾳ· ἐπιστήμη δὲ ὡς δυάς, ἐπειδὴ τινὸς ἐστὶν ἐπιστήμη· <δόξα δὲ ὡς τριάς, ἐπειδὴ> καὶ μεταξύ ἐστὶ δόξα ἐπιστήμης [ἐστὶ] καὶ ἀγνοίας· ἡ δὲ αἴσθησις ὡς τετράς, ἐπειδὴ τετραπλὴ κοινῆς πασῶν οὐσῆς τῆς ἀφῆς κατ' ἐπαφὴν πᾶσαι ἐνεργοῦσιν αἱ αἰσθήσεις. ἐνάτη δὲ τετρακτὺς, ἐξ ἧς συνέστηκε τὸ ζῶον, ψυχὴ τε καὶ σῶμα. ψυχῆς μὲν γὰρ μέρη λογιστικὸν θυμικὸν ἐπιθυμητικόν, καὶ τέταρτον σῶμα, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ ψυχὴ. δεκάτη δὲ τετρακτὺς ὥρων δι' ἃς γίνεται πάντα, ἕαρ θέρος μετόπωρον χειμῶν. ἐνδεκάτη δὲ ἡλικιῶν, νηπίου μαιράκιου ἀνδρὸς γέροντος. ὥστε τετρακτῦες ἑνδεκα· πρώτη ἢ κατὰ σύνθεσιν ἀριθμῶν, δευτέρα δὲ ἢ κατὰ πολλαπλασιασμόν ἀριθμῶν, τρίτη κατὰ μέγεθος, τετάρτη τῶν ἀπλῶν σωμάτων, πέμπτη τῶν σχημάτων, ἕκτη τῶν φυομένων, ἑβδόμη τῶν κοινωνιῶν, ὀγδόη κριτικὴ, ἐνάτη τῶν μερῶν τοῦ ζώου, δεκάτη τῶν ὥρων, ἐνδεκάτη ἡλικιῶν. ἔχουσι δὲ πᾶσαι ἀναλογίαν· ὁ γὰρ ἐν τῇ πρώτῃ καὶ δευτέρᾳ μονάς, τοῦτο ἐν τῇ τρίτῃ στιγμή, ἐν δὲ τῇ τετάρτῃ πῦρ, ἐν δὲ τῇ πέμπτῃ πυραμῖς, ἐν δὲ τῇ ἕκτῃ σπέρμα, <καὶ> ἐν τῇ ἑβδόμῃ ἄνθρωπος, καὶ ἐν τῇ ὀγδόῃ νοῦς, καὶ τὰ λοιπὰ ἀνάλογον· οἶον πρώτη μονὰς δυάς τριάς τετράς, δευτέρα μονὰς πλευρὰ τετράγωνον κύβος, τρίτη στιγμή γραμμὴ ἐπιφάνεια στερεόν, τετάρτη πῦρ ἀήρ ὕδωρ γῆ, πέμπτη πυραμῖς ὀκτάεδρον εἰκοσάεδρον κύβος, ἕκτη σπέρμα μῆκος πλάτος βάθος, ἑβδόμη ἄνθρωπος οἶκος κώμη πόλις, ὀγδόη νοῦς ἐπιστήμη δόξα αἴσθησις, ἐνάτη λογιστικὸν θυμικὸν ἐπιθυμητικὸν σῶμα, δεκάτη ἕαρ θέρος μετόπωρον χειμῶν, ἐνδεκάτη παιδίον μαιράκιον ἀνὴρ γέρον. ^[5]

ὁ δὲ [καὶ] ἐκ τῶν τετρακτύων τούτων συστάς κόσμος ἔσται [τέλειος] ἡρμοσμένος κατὰ γεωμετρίαν καὶ ἁρμονίαν καὶ ἀριθμόν, δυνάμει περιειληφώς πᾶσαν ἀριθμοῦ φύσιν πᾶν τε μέγεθος καὶ πᾶν σῶμα ἀπλοῦν τε καὶ σύνθετον, τέλειός τε, ἐπειδὴ τὰ πάντα μὲν τούτου μέρος, αὐτὸς δὲ οὐδενός. διὸ πρῶτῳ τῷ εἰρημένῳ ὄρκῳ οἱ Πυθαγορικοὶ ἐλέγοντο καὶ ἀριθμῷ δέ τε πάντ' ἐπέοικε. καὶ τοῦτο εἶναι τὸ σοφώτατον· πάντα μὲν γὰρ τὸν ἀριθμόν εἰς δεκάδα ἡγαγον, ἐπειδὴ ὑπὲρ δεκάδα οὐδεὶς ἐστὶν ἀριθμός, ἐν τῇ αὐξήσει πάλιν ἡμῶν ὑποστρεφόντων ἐπὶ μονάδα καὶ δυάδα καὶ τοὺς ἐξῆς· τὴν δὲ δεκάδα ἐπὶ τετράδα συνίστασθαι· ἓν γὰρ καὶ β' καὶ γ' καὶ δ' ἐστὶ ι', ὥστε τοὺς δυνατωτάτους ἀριθμοὺς ἐντὸς τῆς τετράδος θεωρεῖσθαι. ἡ μὲν γὰρ μονὰς ἀρχὴ πάντων καὶ κυριωτάτη πασῶν . [20]

100 καὶ ἐξ ἧς πάντα, αὐτὴ δὲ ἐξ οὐδενός, ἀδιαίρετος καὶ δυνάμει πάντα, ἀμετάβλητος, μηδεπώποτε τῆς αὐτῆς ἐξισταμένη φύσεως κατὰ τὸν πολλαπλασιασμόν· καθ' ἣν πᾶν τὸ νοητὸν καὶ ἀγέννητον καὶ ἡ τῶν ἰδεῶν φύσις καὶ ὁ θεὸς καὶ ὁ νοῦς καὶ τὸ καλὸν καὶ τὸ ἀγαθὸν καὶ ἐκάστη τῶν νοητῶν οὐσιῶν, οἷον αὐτὸ καλόν, αὐτὸ δίκαιον, αὐτὸ [τὸ] ἴσον· ἕκαστον γὰρ τούτων ὡς ἓν καὶ καθ' ἑαυτὸ νοεῖται. πρώτη δὲ αὔξη καὶ μεταβολὴ ἐκ μονάδος εἰς δυάδα κατὰ διπλασιασμόν τῆς μονάδος, καθ' ἣν ὕλη καὶ πᾶν τὸ αἰσθητὸν καὶ ἡ γένεσις καὶ ἡ κίνησις καὶ ἡ αὔξεις καὶ ἡ σύνθεσις καὶ κοινωνία καὶ τὸ πρὸς τι. ἡ δὲ δυὰς συνελθοῦσα τῇ μονάδι γίνεται τριάς, ἥτις πρώτη ἀρχὴν καὶ μέσα καὶ τελευτήν ἔχει. διὸ καὶ πρώτη λέγεται πάντα εἶναι· ἐπὶ γὰρ ἐλαττόνων αὐτῆς οὐ λέγεται πάντα εἶναι, ἀλλὰ ἓν καὶ ἀμφοτέρω, ἐπὶ δὲ τῶν τριῶν πάντα. καὶ τρεῖς σπονδὰς ποιούμεθα δηλοῦντες ὅτι πάντα ἀγαθὰ αἰτούμεθα, καὶ τοὺς κατὰ πάντα ἀθλίους τρισαθλίους καλοῦμεν καὶ τοὺς κατὰ πάντα μακαρίους τρισμακαρίους. πρώτη δὲ καὶ ἡ τοῦ ἐπιπέδου φύσις ἐκ τούτου. ἡ γὰρ τριάς οἷον εἰκὼν ἐπιπέδου, καὶ πρώτη αὐτοῦ ὑπόστασις ἐν τριγώνῳ, καὶ διὰ τοῦτο τρία αὐτῶν γένη, ἰσοπλευρον ἰσοσκελὲς σκαληνόν [γ']· τρεῖς δὲ καὶ γωνίαὶ ὁμοιούμεναι ἡ μὲν ὀρθὴ τῇ τοῦ ἐνὸς φύσει, ὠρισμένη καὶ ἐξ ἴσου καὶ ὁμοίου συνεστῶσα· διὸ καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ ἀλλήλαις εἰσὶν ἴσαι, μέσαι οὕσαι ὀξείας καὶ ἀμβλείας καὶ ὑπερέχοντος καὶ ὑπερεχομένου· αἱ δὲ λοιπαὶ ἄπειροι καὶ ἀόριστοι· ἐκ γὰρ ὑπεροχῆς καὶ ἐλλείψεως συνεστᾶσιν. [5]

101 ἡ δὲ τριάς ἐκ τῆς μονάδος καὶ δυάδος ζ' ποιεῖ κατὰ σύνθεσιν, ὅς ἐστι πρῶτος τέλειος ἀριθμὸς τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὢν· ὁ δὲ τέλειος οὗτος συντεθεὶς τῷ πρῶτῳ τετραγώνῳ τῇ τετράδι ποιεῖ τὴν δεκάδα. ἡ δὲ τετράς στερεοῦ ἐστὶν εἰκὼν πρῶτός τε ἀριθμὸς [καὶ] τετράγωνός ἐστιν ἐν ἄρτιοις· καὶ αἱ συμφωνίαι δὲ πᾶσαι κατ' αὐτὸν συμπληροῦνται, ὡς ἐδείχθη. ἡ δὲ πεντὰς μέση ἐστὶ τῆς δεκάδος. ἐὰν γὰρ καθ' ὅποιον οὖν σύνθεσιν ἐκ δύο ἀριθμῶν τὸν ι' συνθῇς, μέσος εὐρεθήσεται ὁ ε' κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν· οἷον θ' καὶ α', καὶ η' καὶ β', καὶ ζ' καὶ γ', καὶ ζ' καὶ δ'· αἰεὶ τε ι' ποιήσεις καὶ μέσος εὐρεθήσεται ὁ ε' κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν, ὡς δηλοῖ τὸ διάγραμμα, κατὰ πᾶσαν σύνθεσιν τῶν συμπληρούντων τὰ ι' δυεῖν ἀριθμῶν [μέσος εὐρεθήσεται ὁ ε' κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν] τῷ ἴσῳ ἀριθμῷ τῶν ἄκρων ὑπερέχων τε καὶ ὑπερεχόμενος. πρῶτον δὲ καὶ περιέλαβε τὸ τοῦ παντὸς ἀριθμοῦ εἶδος ὁ ε', τὸν ἄρτιόν τε καὶ περιττόν, λέγων τὴν δυάδα τε καὶ τριάδα· ἡ γὰρ μονὰς οὐκ ἦν ἀριθμός. [20]

102 ὁ δὲ ζ' τέλειος, ἐπειδὴ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἐστὶν ἴσος, ὡς δέδεικται· διὸ καὶ γάμον αὐτὸν ἐκάλουν, ἐπεὶ γάμου ἔργον ὅμοια ποιεῖ τὰ ἔκγονα τοῖς γονεῦσι. καὶ κατὰ τοῦτον δὲ πρῶτον συνέστη ἡ ἁρμονικὴ μεσότης ληφθέντος [μὲν] τοῦ ζ' ἐπιτρίτου <μὲν> λόγου τῶν η', διπλασίου δὲ τῶν ιβ'· ζ' η' ιβ'· τῷ γὰρ αὐτῷ μέρει ὁ η' τῶν ἄκρων ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται, ζ' η' ιβ', τουτέστι τῷ τρίτῳ καὶ ἀριθμητικὴ δὲ μεσότης ληφθέντος τοῦ ζ' ἡμιολίου μὲν λόγου τῶν θ', διπλασίου δὲ τῶν ιβ'· τῷ γὰρ αὐτῷ ἀριθμῷ τὰ θ' ὑπερέχει τῶν ἄκρων καὶ ὑπερέχεται· ποιεῖ δὲ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν μέσος ληφθείς· ἂν γὰρ ἡμισυ αὐτοῦ λάβωμεν τὸν γ' καὶ διπλάσιον τὸν ιβ', ἔσται ἡμῖν ἡ γεωμετρικὴ ἀναλογία γ' ζ' ιβ'· τῷ γὰρ αὐτῷ λόγῳ τὰ ζ' τῶν ἄκρων

ὑπερέχει τε καὶ ὑπερέχεται, γ' ζ' ιβ', τουτέστι τῷ διπλασίῳ. καὶ ἡ ἑβδομάς δὲ τῆς δεκάδος οὕσα θαυμαστὴν ἔχει δύναμιν. ^[15]

103 μόνος γὰρ τῶν ἐντὸς τῆς δεκάδος οὔτε γεννᾷ ἕτερον οὔτε γεννᾶται ὑφ' ἑτέρου· διὸ καὶ Ἀθηνᾶ ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν ἐκαλεῖτο, οὔτε μητρός τινος οὕσα οὔτε μήτηρ. οὔτε γὰρ γίνεται ἐκ συνδυασμοῦ οὔτε συνδυάζεται τι. τῶν γὰρ ἀριθμῶν τῶν ἐν τῇ δεκάδι οἱ μὲν γεννῶσιν τε καὶ γεννῶνται, ὡς ὁ δ' γεννᾷ μὲν μετὰ δυάδος τὸν η', γεννᾶται δὲ ὑπὸ δυάδος· οἱ δὲ γεννῶνται μὲν, οὐ γεννῶσι δέ, ὡς ὁ ζ' γεννᾶται μὲν ὑπὸ β' καὶ γ', οὐ γεννᾷ δὲ οὐδένα τῶν ἐν τῇ δεκάδι· οἱ δὲ γεννῶσι μὲν, οὐ γεννῶνται δέ, ὡς ὁ γ' καὶ ὁ ε' γεννῶνται μὲν ἐξ οὐδενὸς [ἀριθμοῦ] συνδυασμοῦ, γεννῶσι δὲ ὁ μὲν γ' τὸν θ' καὶ τὸν ζ' μετὰ δυάδος, ὁ δὲ ε' [γεννᾷ] μετὰ δυάδος αὐτὸν τὸν ι'. μόνος δὲ ὁ ζ' οὔτε συνδυασθεὶς τινα γεννᾷ τινὰ τῶν ἐν τῇ δεκάδι οὔτε ἐκ συνδυασμοῦ γεννᾶται. ἐπόμενος δὲ τῇ φύσει καὶ ὁ Πλάτων ἐξ ἑπτὰ ἀριθμῶν συνίστησι τὴν ψυχὴν ἐν τῷ Τιμαίῳ. ἡμέρα μὲν γὰρ καὶ νύξ, ὥς φησι Ποσειδώνιος, ἀρτίου καὶ περιττοῦ φύσιν ἔχουσι· μὴν δὲ καθ' ἑβδομάδας τέσσαρας συμπληροῦται, τῇ μὲν πρώτῃ ἑβδομάδι διχοτόμου τῆς σελήνης ὀρωμένης, τῇ δὲ δευτέρᾳ πλησισελήνου, τῇ δὲ τρίτῃ διχοτόμου, πάλιν δὲ τῇ τετάρτῃ σύνοδον ποιουμένης πρὸς ἥλιον καὶ ἀρχὴν ἑτέρου μηνός. ^[20]

104 αἱ τε αὐξήσεις καθ' ἑβδομάδα. τὸ γοῦν βρέφος δοκεῖ τελειοῦσθαι ἐν ἑπτὰ ἑβδομάσιν, ὡς Ἐμπεδοκλῆς αἰνίττεται ἐν τοῖς Καθαρμοῖς. ἔνιοι δὲ φασὶ τὰ ἄρρενα ἐν πέντε ἑβδομάσι τελειοῦσθαι, γόνιμα δὲ γίνεσθαι ἐν ἑπτὰ μηνσίν, γενόμενα δὲ ἐν ἑπτὰ μηνσὶν ὀδοντοφυεῖν, ἐκβάλλειν τε τοὺς ὀδόντας ἐν ἑπτὰ ἔτεσι. σπέρμα δὲ καὶ ἥβη ἐν δευτέρᾳ ἑβδομάδι· γένεια δὲ ὡς ἐπίπαν ἐν τρίτῃ καὶ τὴν εἰς μῆκος αὖξιν ἀπολαμβάνει, τὴν δ' εἰς πλάτος ἐν τετάρτῃ ἑβδομάδι. αἱ τε κρίσεις τῶν νόσων ἐφ' ἡμέρας ἑπτὰ, καὶ ἡ βαρυτέρα κατὰ πάντας τοὺς περιοδικούς πυρετοὺς εἰς τὴν ἑβδόμην ἀπαντᾷ, καὶ ἐν τριταίῳ δὲ καὶ ἐν τεταρταίῳ. ἀπὸ τροπῶν δὲ ἐπὶ τροπὰς μῆνες ἑπτὰ· τό τε πλῆθος τῶν πλανωμένων ἑπτὰ· καὶ ἀπὸ ἰσημερίας ἐπὶ ἰσημερίαν μῆνες ἑπτὰ· καὶ πόροι δὲ κεφαλῆς ἑπτὰ· καὶ σπλάγχνα ἑπτὰ, γλῶσσα, καρδία, πνεύμων, ἥπαρ, σπλῆν, νεφροὶ δύο· Ἡρόφιλος δὲ τὸ τῶν ἀνθρώπων ἔντερον πηχῶν εἶναι φησὶ κη', ὅ ἐστι τέσσαρες ἑβδομάδες· οἱ τε εὐρίποι τὸ πλεῖστον ἑπτὰκις τῆς ἡμέρας μεταβάλλουσιν. ἡ δὲ ὀγδοάς, ἥτις ἐστὶ πρῶτος κύβος, συντίθεται ἕκ τε μονάδος <καὶ ἑπτάδος>. ἔνιοι δὲ φασὶν ὀκτῶ τοὺς πάντων κρατοῦντας εἶναι θεούς, ὡς καὶ ἐν τοῖς Ὀρφικοῖς ὅρκοις ἔστιν εὐρεῖν· ναὶ μὴν ἀθανάτων γεννήτορας αἰὲν ἐόντων πῦρ καὶ ὕδωρ γαῖαν τε καὶ οὐρανὸν ἡδὲ σελήνην ἡέλιόν τε Φανῆ τε μέγαν καὶ νύκτα μέλαιναν. ^[5]

105 ἐν δὲ Αἰγυπτιακῇ στήλῃ φησὶν Εὐάνδρος εὐρίσκεσθαι γραφὴν βασιλέως Κρόνου καὶ βασιλίσσης Ῥέας „πρεσβύτατος βασιλεὺς πάντων Ὅσιρις θεοῖς ἀθανάτοις πνεύματι καὶ οὐρανῷ καὶ γῇ καὶ νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ καὶ πατρὶ τῶν ὄντων καὶ ἐσομένων Ἑρωτι μνημεῖα τῆς αὐτοῦ ἀρετῆς <καὶ> βίου συντάξας.“ Τιμόθεός φησι καὶ παροιμίαν εἶναι τὴν „πάντα ὀκτῶ“ διὰ τὸ τοῦ κόσμου τὰς πάσας ὀκτῶ σφαίρας περὶ γῆν κυκλεῖσθαι, καθά φησι καὶ Ἐρατοσθένης· ὀκτῶ δὲ τάδε πάντα σὺν ἀρμονίῃσιν ἀρήρει, ὀκτῶ δ' ἐν σφαίρῃσιν κυλίνδετο κύκλῳ ἰόντα. ^[15]

106 ἐνάτην περὶ γαῖαν. ὁ δὲ τῶν ἐννέα πρῶτός ἐστι τετράγωνος ἐν περιττοῖς. πρῶτοι γὰρ εἰσὶν ἀριθμοὶ δυὰς καὶ τριάς, ἡ μὲν ἀρτίων, ἡ δὲ περιττῶν· διὸ καὶ πρῶτους τετραγώνους ποιοῦσιν, ὁ μὲν δ', ὁ δὲ θ'. ἡ μέντοι δεκάς πάντα περαίνει τὸν ἀριθμόν, ἐμπεριέχουσα πᾶσαν φύσιν ἐντὸς αὐτῆς, ἀρτίου τε καὶ περιττοῦ κινουμένου τε καὶ ἀκινήτου ἀγαθοῦ τε καὶ κακοῦ· περὶ ἧς καὶ Ἀρχύτας ἐν τῷ περὶ τῆς δεκάδος καὶ Φιλόλαος ἐν τῷ περὶ φύσιος πολλὰ διεξίστηναι. ἐπανιτέον δὲ ἐπὶ τὸν τῶν ἀναλογιῶν καὶ μεσοτήτων λόγον. μεσοτήτες εἰσὶ πλείονες, γεωμετρικὴ ἀριθμητικὴ ἀρμονικὴ ὑπεναντία πέμπτη ἕκτη. λέγονται δὲ καὶ ἄλλαι πάλιν ἐξ ταύταις ὑπεναντίαι. τούτων δὲ φησὶν ὁ Ἀδραστος μίαν τὴν γεωμετρικὴν κυρίως λέγεσθαι καὶ ἀναλογίαν καὶ πρώτην· ταύτης μὲν γὰρ αἱ ἄλλαι προσδέονται, αὐτὴ δ' ἐκείνων οὐχί, ὡς

ὑποδείκνυσιν ἐν τοῖς ἐφεξῆς. κοινότερον δέ φησι καὶ τὰς ἄλλας μεσότηας ὑπ' ἐνίων καλεῖσθαι ἀναλογίας. τῶν δὲ κυρίως λεγομένων ἀναλογιῶν, τουτέστι τῶν γεωμετρικῶν, αἱ μὲν εἰσιν ἐν ῥητοῖς ὅροις τε καὶ λόγοις, ὡς ιβ' ζ' γ', εἰσὶ γὰρ ἐν λόγοις διπλασίοις, καὶ ὅσαι τοιαῦται [αἰτίνες εἰσιν ἐν ἀριθμοῖς], αἱ δὲ ἐν ἀρρήτοις τε καὶ ἀλόγοις [ἦτοι μεγέθεσιν ἢ βάρεσιν ἢ χρόνοις ἢ τισιν ἄλλοις διπλασίοις ἢ τριπλασίοις ἢ τισι τοιούτοις πολλαπλασίοις ἢ ἐπιμορίοις]. ^[5]

107 γεωμετρικὴ μὲν γάρ, ὡς ἔφαμεν, μεσότης ἡ τῷ αὐτῷ λόγῳ τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη· ἀριθμητικὴ δὲ ἡ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη, ἀρμονικὴ δὲ ἡ τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη. δείκνυσιν δὲ ὅτι ὁ τῆς ἰσότητος λόγος ἀρχηγὸς καὶ πρῶτός ἐστι καὶ στοιχεῖον πάντων τῶν εἰρημένων λόγων καὶ τῶν κατ' αὐτοὺς ἀναλογιῶν· ἐκ πρώτου γὰρ τούτου πάντα συνίσταται καὶ εἰς τοῦτον ἀναλύεται τὰ τε τῶν λόγων καὶ τὰ τῶν ἀναλογιῶν. ὁ δὲ Ἐρατοσθένης φησὶν ὅτι πᾶς μὲν λόγος ἢ κατὰ διάστημα ἢ κατὰ τοὺς ὅρους αὔξεται· τῇ δὲ ἰσότητι συμβέβηκε διαστήματος μὴ μετέχειν· εὐδελον δὲ ὅτι κατὰ τοὺς ὅρους μόνους αὐξηθήσεται. λαβόντες δὲ τρία μεγέθη καὶ τὴν ἐν τούτοις ἀναλογίαν κινήσομεν τοὺς ὅρους. καὶ δείξομεν ὅτι πάντα τὰ ἐν τοῖς μαθήμασιν ἐξ ἀναλογίας ποσῶν τινων σύγκειται καὶ ἔστιν αὐτῶν ἀρχὴ καὶ στοιχεῖον ἢ τῆς ἀναλογίας φύσις. τὰς δὲ ἀποδείξεις ὁ μὲν Ἐρατοσθένης φησὶ παραλείψειν. ὁ δὲ Ἄδραστος γνωριμώτερον δείκνυσιν, ὅτι τριῶν ἐκτεθέντων ὅρων ἐν ἧ δὴποτε ἀναλογία, ἐὰν τρεῖς ἕτεροι ληφθῶσιν ἐκ τούτων πεπλασμένοι ὁ μὲν τῷ πρώτῳ ἴσος, ὁ δὲ σύνθετος ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, ὁ δ' ἐξ ἐνὸς πρώτου καὶ δύο δευτέρων καὶ τρίτου, οἱ ληφθέντες οὕτως πάλιν ἔσονται ἀνάλογον. ^[25]

108 καὶ ἐκ τῆς ἐν ἴσοις ὅροις ἀναλογίας γεννᾶται ἡ ἐν διπλασίοις ἀναλογία, ἐκ δὲ τῆς ἐν διπλασίοις ἢ ἐν τριπλασίοις, ἐκ δὲ ταύτης ἡ ἐν τετραπλασίοις, καὶ ἐξῆς οὕτως αἱ ἐν τοῖς ἄλλοις πολλαπλασίοις· οἷον ἐκκείσθω ἐν τρισὶν ὅροις ἴσοις ἐλαχίστοις ἀναλογία ἢ τῆς ἰσότητος, τουτέστιν ἐν μονάσι τρισίν. ἀλλὰ καὶ εἰλήφθωσαν ἄλλοι τρεῖς ὅροι τὸν εἰρημένον τρόπον, ὁ μὲν ἐκ πρώτου, ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, <ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δύο δευτέρων> καὶ τρίτου· γενήσεται α' β' δ', ἃ ἐστὶν ἐν λόγῳ διπλασίῳ. πάλιν ἐκ τούτων συνεστάτωσαν ἕτεροι κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, ὁ μὲν ἐκ πρώτου, ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δύο δευτέρων καὶ τρίτου· ἔσται α' γ' θ', ἃ ἐστὶν ἐν λόγῳ τριπλασίῳ. ἐκ δὲ τούτων ὁμοίως συστήσονται α' δ' ιζ' ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ, καὶ ἐκ τούτων α' ε' κε' ἐν λόγῳ πενταπλασίῳ, καὶ ἐξῆς οὕτως ἐπ' ἅπειρον ἐν τοῖς ἐχομένοις πολλαπλασίοις. [Start of Table] α α α β δ α γ θ α δ ις α ε κε α ζ λς α ζ μθ α η ξδ α θ πα α ι ρ [End of Table] ἐκ δὲ τῶν πολλαπλασίων ἀνάπαλιν τεθέντων [α' α' α'] καὶ ὁμοίως πλαττομένων οἱ ἐπιμόριοι λόγοι <καὶ αἱ> ἐν τούτοις συστήσονται ἀναλογίαι, ἐκ μὲν τῶν διπλασίων ἡμιόλιοι, ἐκ δὲ τῶν τριπλασίων οἱ ἐπίτριτοι, ἐκ δὲ τῶν τετραπλασίων ἐπιτέταρτοι, καὶ αἰ ἐξῆς οὕτως. ^[5]

109 οἷον ἔστω ἀναλογία κατὰ τὸν διπλάσιον λόγον ἐν τρισὶν ὅροις, τοῦ μείζονος κειμένου πρώτου, καὶ πεπλάσθωσαν ἕτεροι τρεῖς ἐκ τούτων τὸν εἰρημένον τρόπον· δ' β' α'. οἱ δὲ ἐξ αὐτῶν γενήσονται δ' ζ' θ'. γίνεται ἀνάλογον ἐν ἡμιολίοις. πάλιν ἔστωσαν τρεῖς ὅροι ἀνάλογον ἐν τριπλασίοις θ' γ' α'. συστήσονται τὸν αὐτὸν τρόπον ἐκ τούτων ὅροι τρεῖς ἀνάλογον ἐν ἐπίτριτοις θ' ιβ' ις'. ἐκ δὲ τῶν τετραπλασίων συστήσονται ἐν ἐπιτετάρτοις ις' κ' κε', καὶ οὕτως αἰ ἐκ τῶν ἐχομένων οἱ ἐξῆς ὁμώνυμοι. [Start of Table] δ β α δ ζ θ θ γ α θ ιβ ις ις κ κε κε λ λς λς μβ μθ μθ νς ξδ ξδ οβ πα πα ζ ρ [End of Table] ἐκ δὲ τῶν ἐπιμορίων οἱ τ' ἐπιμερεῖς καὶ οἱ πολλαπλασιεπιμόριοι, πάλιν δ' ἐκ τῶν ἐπιμερῶν ἕτεροί τε ἐπιμερεῖς καὶ πολλαπλασιεπιμερεῖς· ὧν τὰ μὲν πλεῖστα παραλειπτέον οὐκ ἀναγκαῖα ὄντα, μικρὰ δὲ θεωρητέον. ἐκ μὲν γὰρ τῆς ἐν ἡμιολίοις ἀναλογίας τὸν εἰρημένον τρόπον ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος ἀρχομένων ὅρου συνίσταται ἀναλογία ἐν ἐπιμερέσι λόγοις δισεπιτρίτοις· οἷον θ' ζ' δ'. ἐκ δὲ τούτων κατὰ τὴν εἰρημένην μέθοδον συνίσταται θ' ιε' κε'. ^[20]

110 ἀπὸ δὲ τοῦ ἐλάττονος ὅρου ἀρχομένων ἔσται πολλαπλασιασπιμόριος ἀναλογία, τουτέστιν ἡ διπλασιμημόλιος. οἷον ἐκκείσθω δ' ζ' θ'. ἐκ τούτων κατὰ τὴν αὐτὴν μέθοδον δ' ι' κε'. ἐκ δὲ τῆς ἐν ἐπιτρίτοις ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος ἀρχομένων ὅρου ἔσται ἐπιμερὴς ἀναλογία ἡ τρισεπιτέταρτος. οἷον ἐκ τῆς τῶν ις' ιβ' θ' ἔσται ις' κη' μθ'. ἀπὸ δὲ τοῦ ἐλάττονος ἀρχομένων ὅρου ἔσται πολλαπλασιασπιμόριος ἀναλογία <ἡ> διπλασιεπίτριτος ἐν τοῖς θ' κα' μθ'. ἐκ δὲ τῆς ἐν ἐπιτετάρτοις ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος ὅρου <ἀρχομένων> ἐπιμερὴς ἔσται ἀναλογία ἡ τετράκις ἐπίπεμπος· οἷον [ὁ] ἐκ τῆς κε' κ' ις' ἔσται κε' με' πα'. ἀπὸ δὲ τοῦ ἐλάττονος ἀρχομένων ἔσται πολλαπλασιασπιμόριος ἡ διπλασιεπιτέταρτος· <οἷον> ἀπὸ τῶν ις' κ' κε' ἔσται ἡ ἐν τοῖς ις' λς' πα'. καὶ ἡ τάξις οὕτω πρόεισιν ἐπ' ἄπειρον. καὶ ἀπὸ τούτων δὲ ἄλλοι πλάσσονται κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον, περὶ ὧν οὐκ ἀναγκαῖον μηκύνειν τὸν λόγον. πᾶσαι δ' αἱ τοιαῦται ἀναλογίαι καὶ οἱ ἐν αὐταῖς λόγοι πάντες, καθάπερ συνεστᾶσιν ἐκ πρώτου τοῦ τῆς ἰσότητος λόγου, οὕτως καὶ ἀναλύονται εἰς ἔσχατον τοῦτον. ἂν γὰρ ἐξ ὁποιασοῦν ἀναλογίας ἐν τρισὶν ὅροις ἀνίσοις οὕτως ἀφελόντες ἀπὸ μὲν τοῦ μέσου τὸν ἐλάχιστον, ἀπὸ δὲ τοῦ μεγίστου τὸν τε ἐλάχιστον καὶ δύο τοιούτους ὁποῖος ἐλείφθη τοῦ μέσου ἀφαιρεθέντος ἀπ' αὐτοῦ τοῦ ἐλαχίστου τοὺς γενομένους τάξωμεν ἐφεξῆς, πρῶτον μὲν αὐτὸν τὸν ἐλάττονα, ἔπειτα τὸν ἀπὸ τοῦ μέσου λειφθέντα καὶ τελευταῖον τὸν ἀπολειφθέντα τοῦ ἐσχατοῦ, ἡ διαλυθεῖσα οὕτως ἀναλογία ἀναλυθήσεται εἰς τὴν πρὸ αὐτῆς ἐξ ἧς συνέστη. ^[5]

111 τούτου δ' αἰεὶ γινομένου ἐλεύσεται ἡ ἀνάλυσις ἐπ' ἐσχάτην τὴν τῆς ἰσότητος ἀναλογίαν, ἐξ ἧς πρώτης ἅπασαι συνέστησαν· αὐτὴ δὲ οὐκέτι εἰς ἄλλην, ἀλλὰ μόνον εἰς τὸν τῆς ἰσότητος λόγον. Ἐρατοσθένης δὲ ἀποδείκνυσιν, ὅτι καὶ τὰ σχήματα πάντα ἔκ τινων ἀναλογιῶν συνέστηκεν ἀρχομένων τῆς συστάσεως ἀπὸ ἰσότητος καὶ ἀναλυομένων εἰς ἰσότητα· περὶ ὧν τὰ νῦν λέγειν οὐκ ἀναγκαῖον. τὰ δὲ αὐτὰ εὐρεθήσεται καὶ ἐπὶ σχημάτων. ὧν πρῶτόν ἐστιν ἡ στιγμή, ὃ ἐστι σημεῖον ἀμέγεθες καὶ ἀδιάστατον, γραμμῆς πέρας, οἷον μονὰς θέσιν ἔχουσα. τοῦ δὲ μεγέθους τὸ μὲν ἐφ' ἑν διάστατόν τε καὶ διαίρετον γραμμῇ, μῆκος οὔσα ἀπλατές· τὸ δ' ἐπὶ δύο ἐπίπεδον, μῆκος ἔχον καὶ πλάτος· τὸ δ' ἐπὶ τρία στερεόν, μῆκος τε καὶ πλάτος καὶ βάθος ἔχον. περιέχεται δὲ καὶ περαίνεται τὸ μὲν στερεὸν ὑπὸ ἐπίπεδων, τὸ δ' ἐπίπεδον ὑπὸ γραμμῶν, ἡ δὲ γραμμὴ ὑπὸ στιγμῶν. τῶν δὲ γραμμῶν εὐθεῖα μὲν ἐστὶν ὀρθὴ καὶ οἷον τεταμένη, ἥτις δύο δοθέντων σημείων μεταξὺ ἐλαχίστη ἐστὶ τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν καὶ ἐξ ἴσου τοῖς ἑαυτῆς σημείοις κειμένη· καμπύλη δὲ ἡ μὴ οὕτως ἔχουσα. ^[25]

112 διαφέρει δὲ καὶ ἐπίπεδον ἐπιφανείας παραπλησίως. ἐπιφάνεια μὲν γάρ ἐστι παντὸς στερεοῦ σώματος κατὰ δύο διαστάσεις μήκους καὶ πλάτους ἐπιφαινόμενον πέρας. ἐπίπεδον δὲ ἐστὶν ὀρθὴ ἐπιφάνεια· ἥς ἐπειδὴν δύο σημείων ἄψεται εὐθεῖα, ὅλη αὐτῇ ἐφαρμόζεται. παράλληλοι δὲ εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν, ἀλλὰ τηροῦσιν ἐν παντὶ τὴν διάστασιν. τῶν δὲ σχημάτων ἐπίπεδα μὲν εἰσι τὰ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πάσας ἔχοντα τὰς γραμμάς· καὶ εὐθύγραμμα μὲν τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, οὐκ εὐθύγραμμα δὲ τὰ μὴ οὕτως ἔχοντα. τῶν δὲ ἐπιπέδων καὶ εὐθυγράμμων σχημάτων τὰ μὲν τρισὶ περιεχόμενα πλευραῖς τρίπλευρα καλεῖται, τὰ δὲ τέτταρσι τετράπλευρα, τὰ δὲ πλείοσι πολύγωνα. τῶν δὲ τετραπλεύρων τὰ παραλλήλους ἔχοντα τὰς ἀπεναντίον πλευράς ἐκατέρας παραλληλόγραμμα καλεῖται. τούτων δὲ ὀρθογώνια μὲν τὰ τὰς γωνίας ἔχοντα ὀρθὰς· ὀρθαὶ δὲ εἰσι γωνίαι, ἅστινας εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἐφεστῶσα δύο ἴσας παρ' ἐκάτερα ἀποτελεῖ. τῶν δὲ ὀρθογωνίων παραλληλογράμμων ἕκαστον περιέχεσθαι λέγεται ἰδίως ὑπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν. καὶ τῶν τοιούτων τὰ μὲν τὰς τέσσαρας πλευράς ἴσας ἔχοντα ἰδίως λέγεται τετράγωνα, τὰ δὲ μὴ τοιαῦτα ἑτερομήκη. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν στερεῶν τὰ μὲν ὑπὸ ἐπιπέδων παραλληλογράμμων πάντων ἐξ ὄντων περιεχόμενα παραλληλεπίπεδα καλεῖται, τὰ δὲ καὶ ὑπὸ ὀρθογωνίων τούτων ὀρθογώνια. ^[25]

113 τούτων δὲ τὰ μὲν πάντα ἰσόπλευρα, τουτέστιν ἴσον ἔχοντα τὸ μήκος καὶ πλάτος καὶ βάθος, ὑπὸ τετραγώνων ἴσων πάντων περιεχόμενα, κύβοι· τὰ δὲ τὸ μὲν μήκος καὶ πλάτος ἴσον ἔχοντα, τουτέστι τὰς βάσεις τετραγώνους, τὸ δὲ ὕψος ἑλάττον, πλινθίδες· τὰ δὲ τὸ μὲν μήκος καὶ πλάτος ἴσον, τὸ δὲ ὕψος μείζον, δοκίδες· τὰ δὲ πάντα ἀνισόπλευρα σκαληνά. ἀκριβέστερον δὲ περὶ τῶν μεσοτήτων λεκτέον, ἐπειδὴ καὶ ἀναγκαιοτάτη εἰς τὰ Πλατωνικά ἡ τούτων θεωρία. ἀπλῶς μὲν οὖν μεσότης ἐστίν, ἐπειδὴν δύο ὁρῶν ὁμογενῶν ἀνίσων μεταξύ τις ὁμογενὴς ἕτερος ὁρος ληφθῇ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ πρώτου καὶ μείζονος ὁρου παρὰ τὸν ληφθέντα πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου παρὰ τὸν ἐλάττονα, οὕτως τὸν πρῶτον ὅρον ἦτοι πρὸς ἑαυτὸν ἢ πρὸς τινὰ τῶν ἄλλων ἢ ἀνάπαλιν τὸν ἐλάττονα πρὸς τινὰ τῶν ἄλλων. ἐπὶ μέρους δὲ ἀριθμητικὴ μὲν ἐστὶ μεσότης ἡ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ τῶν ἄκρων τοῦ μὲν ὑπερέχουσα, ὕφ' οὗ δὲ ὑπερεχομένη· οἷον γ' β' α'· ὁ γὰρ τῶν β' ἀριθμὸς μονάδι ὑπερέχει τοῦ ἐνὸς καὶ μονάδι ὑπερέχεται ὑπὸ τοῦ γ'. συμβέβηκε δὲ ταύτῃ τῇ μεσότητι πρὸς τὴν τῶν ἄκρων σύνθεσιν ὑποδιπλασίῳ εἶναι· ἢ τε γὰρ τριάς καὶ ἡ μονὰς συντεθεῖσαι τὴν τετράδα ἐποίησαν, ἣτις διπλασία ἐστὶ τοῦ μέσου ἀριθμοῦ τῆς δυάδος. γεωμετρικὴ δὲ ἐστὶ μεσότης ἡ καὶ ἀναλογία κυρίως λεγομένη ἡ τῷ αὐτῷ λόγῳ ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη, οἷον πολλαπλασίῳ ἢ ἐπιμορίῳ· οἷον α' β' δ'. [25]

114 τὰ τε γὰρ δ' τῶν β' διπλάσια καὶ τὰ β' τοῦ ἐνὸς διπλάσια· καὶ πάλιν ἡ ὑπεροχὴ τῶν β' ἐστὶ τὸ ἐν <καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν δ' τὰ β'> , ταῦτα δὲ ὁμοίως ἐξεταζόμενά ἐστιν ἐν διπλασίῳ λόγῳ. συμβέβηκε δὲ ταύτῃ τῇ ἀναλογίᾳ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων συντιθέμενον κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου τετραγώνῳ. οἷον οἱ ἄκροι ἐπ' ἀλλήλους πολλαπλασιαζόμενοι ποιοῦσι τὸν δ'· ἅπαξ γὰρ δ' δ' καὶ πάλιν ὁ β' ἐφ' ἑαυτὸν λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν δ'· δις γὰρ β' δ' ὥστε <τὸ> ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον γίνεται τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου· α' β' δ'. ἀρμονικὴ δὲ ἐστὶν μεσότης, ἐπειδὴν τριῶν ὁρῶν προτεθέντων ὃν ἔχει λόγον ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον, τὸν αὐτὸν ἢ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴν ἔχη· οἷον ζ' γ' β'· ἡ γὰρ ἐξὰς πρὸς τὴν δυάδα τριπλασία ἐστὶ καὶ ἡ ὑπεροχὴ δὲ τῆς ἐξάδος πρὸς τὰ γ' τριάς οὔσα τριπλασία ἐστὶ τῆς μονάδος, ἣτις ὑπεροχὴ ἐστὶ τῆς τριάδος συγκρινομένης πρὸς τὰ β'. συμβέβηκε δὲ ταύτῃ τῇ μεσότητι, τὸν μέσον ὅρον τῷ αὐτῷ μέρει κατὰ τοὺς ἄκρους ὑπερέχειν τε καὶ ὑπερέχεσθαι· οἷον β' γ' ζ'. καὶ γὰρ ὁ τῶν ζ' τῷ ἡμίσει αὐτοῦ ὑπερέχει τῆς τριάδος καὶ ἡ δυὰς τῷ ἑαυτῆς ἡμίσει ὑπερέχεται ὑπὸ τῆς τριάδος. καὶ τοὺς ἄκρους δὲ συντεθέντας ἀλλήλοις καὶ ὑπὸ τοῦ μέσου πολλαπλασιασθέντας διπλασίους ἂν εὕροιμεν τοῦ ἐκ τῶν ἄκρων ἀποτελουμένου πολλαπλασίου. [25]

115 οἷον ζ' καὶ β' ἡ· ταῦτα δὲ ὑπὸ τῆς τριάδος, ὅς ἐστι μέσος, πολλαπλασιασθέντα γίνεται κδ'· καὶ πάλιν δις ζ' ιβ'· τούτων δὲ τὰ κδ' διπλάσια. ὑπεναντία δὲ τῇ ἀρμονικῇ καλεῖται μεσότης, ὅταν ὡς ὁ τρίτος ὁρος πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου· οἷον ζ' ε' γ'· τὰ μὲν οὖν ζ' τῶν ε' μονάδι ὑπερέχει, τὰ δὲ ε' τῶν γ' δυσὶ· τὰ δὲ γ' τῶν ζ' ὑποδιπλασία ἐστίν· ἀλλὰ καὶ ἡ μονὰς ὑπεροχὴ οὔσα τοῦ [τε] πρώτου ἀριθμοῦ ὑποδιπλασία ἐστὶ τῆς δυάδος ὑπεροχῆς οὔσης τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ. ἡ δὲ πέμπτη μεσότης ἐστίν, ὅταν τριῶν ὁρῶν ὄντων ὃν ἂν ἔχη λόγον ὁ τρίτος πρὸς τὸν δεύτερον, τοῦτον ἔχη τὸν λόγον ἢ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴν· οἷον ε' δ' β'· τὰ μὲν ε' τῶν δ' μονάδι ὑπερέχει, ἀλλὰ καὶ τὰ δ' τῶν β' δυάδι· ὑποδιπλασία δὲ τὰ β' τῶν δ'· καὶ τὸ ἐν δὲ τῶν β' ὑποδιπλασίον, ἅπερ ὑπεροχαὶ εἰσι τοῦ τε πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ. ἔκτη λέγεται μεσότης, ὅταν τριῶν ὁρῶν προτεθέντων ὡς ὁ δεύτερος πρὸς τὸν πρῶτον ἔχει, οὕτως ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου· οἷον ζ' δ' α'· τὰ μὲν γὰρ ζ' τῶν δ' δυσὶν ὑπερέχει, τὰ δὲ δ' τοῦ α' τρισὶν· ἐστὶ δὲ δ' τῶν ζ' ὕφημιόλια· καὶ ἡ δυὰς ὑπεροχὴ οὔσα τῶν ζ' ὕφημιολία ἐστὶ τῆς τριάδος ἣτις ἐστὶν ὑπεροχὴ τῆς τετράδος. [20]

περὶ μὲν τούτων καὶ τῶν ταύταις ὑπεναντίων ἕξ μεσοτήτων ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν καὶ ἐπὶ πλέον εἴρηται· ἡμῖν δ' ἐξαρκεῖ κατὰ τὸν Πυθαγορικὸν λόγον συνόψεως ἕνεκα τῶν μαθηματικῶν τυπωδῶς αὐτὰ ἡθροικέσθαι καὶ ἐπιτομικῶς. εὐρίσκονται δὲ αἱ μεσότητες κατὰ μὲν τὴν ἀριθμητικὴν <ἀναλογίαν> οὕτως. τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα τὸ ἥμισυ προστιθέντες τῷ ἐλάττονι ἔχομεν τὸν μέσον, ἢ ἐκατέρου τῶν δοθέντων ἀριθμῶν τὰ ἡμίσεα συνθέντες τὸν συντεθέντα μέσον εὐρήκαμεν, ἢ τοῦ συνθέτου ἕξ ἀμφοῖν λαμβάνοντες τὸ ἥμισυ [ὥστε καὶ εἰς τὰ Πλατωνικὰ τὸ χρήσιμον ἀνευρεῖν]. προστετάχθω δύο ἀριθμῶν τῶν ιβ' καὶ ζ' μέσον ὅρον λαβεῖν κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν μεσότητα. λαμβάνομεν τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα ζ' ὧν ἡμισυ γ'. ταῦτα προσθῶμεν τῷ ἐλάττονι· γίνεται θ', ὅς ἐστι μέσος τῶν ιβ' καὶ ζ', ἀριθμητικῶς τρισὶν ὑπερέχων καὶ ὑπερεχόμενος· ιβ' θ' ζ'. πάλιν συνθῶμεν τοὺς ἕξ ἀρχῆς ἄκρους τὰ ιβ' καὶ τὰ ζ'· γίνεται ιη'. ὧν ἡμισυ θ', ὅς ἐστι μέσος. κατὰ δὲ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν ἐπὶ μὲν ἀριθμῶν τοῦ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχομένου πλευρὰν τετράγωνον λαβόντες ταύτη ἔχομεν τὸν μέσον ὅρον. οἷον δεδόσθωσαν δύο ἀριθμοὶ ὃ τε κδ' καὶ ὃ ζ'. προστετάχθω τούτων κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν τὸν μέσον ὅρον ἀνευρεῖν. ^[25]

117 πεπολλαπλασιάσθωσαν οἱ τεθέντες ἐπ' ἀλλήλους· γίνεται ρμδ'· τούτων εἰλήφθω πλευρὰ τετράγωνος· ἔσται ὁ ιβ', ὅς γίνεται μέσος· ἔστι γὰρ ὡς ὁ κδ' πρὸς ιβ', οὕτως τὰ ιβ' πρὸς ζ' ἐν διπλασίῳ λόγῳ. ἀλλ' ἂν μὲν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενος ἦ τετράγωνος, ὁ ληφθεὶς οὕτως μέσος ὅρος ῥητὸς γίνεται καὶ μήκει σύμμετρος τοῖς ἄκροις ἕξ ὅλων μονάδων εὐρισκόμενος, ἐὰν δὲ μὴ ἦ τετράγωνος ὁ περιεχόμενος ὑπὸ τῶν ἄκρων, ὁ μέσος ὅρος δυνάμει μόνον ἔσται σύμμετρος τοῖς ἄκροις. λαμβάνεται δὲ κοινότερον ἔν τε ἀριθμοῖς [καὶ] ῥητοῖς καὶ ἐν λόγοις καὶ μεγέθεσι [καὶ] συμμέτροις γεωμετρικῶς οὕτως. ἔστωσαν δύο ὅροι ὧν δεῖ μέσον ἀνάλογον λαβεῖν γεωμετρικῶς· οἷον αβ βγ καὶ ἐκκείσθωσαν ἐπ' εὐθείας· καὶ περὶ ὅλην τὴν αγ γεγράφθω ἡμικύκλιον· καὶ ἀπὸ τοῦ β ἀνήχθω τῇ αγ πρὸς ὀρθὰς μέχρι τῆς περιφερείας ἢ βδ· αὕτη δὴ γίνεται μέση τῶν αβ βγ κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν. ἐπιζευχθεισῶν γὰρ τῶν αδ δγ ὀρθὴ γίνεται ἡ δ γωνία, ἐπεὶ ἐστὶν ἐν ἡμικυκλίῳ· καὶ <ἐν> ὀρθογωνίῳ τῷ αδγ κάθετος ἡ δβ· καὶ τὰ περὶ ταύτην τρίγωνα τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις ὁμοία ἐστίν· ὥστε αἱ περὶ τὰς ἴσας αὐτῶν γωνίας πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν βδ, ἡ δβ πρὸς βγ· τῶν ἄρα αβ βγ μέση ἀνάλογόν ἐστὶν ἡ βδ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ^[20]

118 λείπεται δεῖξαι, πῶς κατὰ τὴν ἀρμονικὴν ἀναλογίαν εὐροῖμεν ἂν τὸν μέσον ὅρον. ἐὰν μὲν οὖν ἐν διπλασίῳ λόγῳ πρὸς ἀλλήλους δοθῶσιν οἱ ἄκροι, οἷον ὁ ιβ' καὶ ὁ ζ', τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα οἷον τὰ ζ' ποιήσαντες ἐπὶ τὸν ζ' καὶ τὸν γενόμενον λζ' παραβαλόντες παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων οἷον παρὰ τὰ ιη' καὶ τὸ πλάτος τῶν λζ' οἷον τὰ β' προσθέντες τῷ ἐλάττονι, τουτέστι τῷ τῶν ζ', ἔχομεν τὸ ζητούμενον. ἔσται γὰρ ὁ τῶν η' τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχων καὶ ὑπερεχόμενος, τουτέστι τῷ τῶν ἄκρων τρίτῳ· ιβ' η' ζ'. ἐὰν δ' ἐν τριπλασίῳ λόγῳ πρὸς ἀλλήλους δοθῶσιν οἱ ἄκροι, οἷον ὁ ιη' καὶ ὁ ζ', τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα ποιήσομεν ἐφ' ἑαυτὴν· γίνεται ιβ' ἐπὶ ιβ', ἃ ἐστὶν ρμδ' ὧν ἡμισυ ὁ οβ', <ὄν> παραβαλόντες παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων οἷον τὰ κδ' τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς οἷον τὰ γ' προσθέντες τῷ ἐλάττονι ἔχομεν τὸν ζητούμενον ὅρον μέσον τῶν ἕξ ἀρχῆς τὸν θ', ὅς ὑπερέχων ἔσται καὶ ὑπερεχόμενος ἡμίσει τῶν ἄκρων· ιη' θ' ζ'. ^[15]

119 κοινότερον δ' ἐπὶ πάντων τῶν δοθέντων ἀνίσων δύο ὅρων τὸν μέσον ἀρμονικῶς ληπτέον οὕτω. τὴν ὑπεροχὴν ποιητέον ἐπὶ τὸν ἐλάττονα καὶ τὸν γενόμενον παραβλητέον παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων· ἔπειτα τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς προσθετέον τῷ ἐλάττονι. οἷον εἰλήφθωσαν δύο ὅροι ὁ ιβ' καὶ ὁ δ'· καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ιβ', τουτέστιν η', ληφθήτω ἐπὶ τὸν ἐλάττονα, τουτέστι τὸν δ'· γίνεται λβ'· καὶ τὰ λβ' παραβλητέον παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων τὸν ιζ'· <καὶ προσθετέον τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς,> τουτέστι τὰ β', τῷ ἐλάττονι,

τουτέστι τῷ δ' καὶ ἔσται ζ' μεσότης ἀρμονικὴ τῶν ιβ' καὶ δ', τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη, τουτέστι τῷ ἡμίσει τῶν ἄκρων· ιβ' ζ' δ'. ταῦτα μὲν τὰ ἀναγκαιότατα χρησιμωτάτων ἐν τοῖς προειρημένοις μαθήμασιν ὡς ἐν κεφαλαιώδει παραδόσει πρὸς τὴν τῶν Πλατωνικῶν ἀνάγνωσιν. λείπεται δὲ μνημονεῦσαι στοιχειωδῶς καὶ τῶν κατ' ἀστρονομίαν. ὅτι πᾶς ὁ κόσμος σφαιρικός, μέση δ' αὐτοῦ ἡ γῆ, σφαιροειδὴς οὖσα καὶ αὐτὴ, κέντρου μὲν κατὰ τὴν θέσιν, σημείου δὲ κατὰ τὸ μέγεθος λόγον ἔχουσα πρὸς τὸ πᾶν, ἀνάγκη προκαταστήσασθαι πρὸ τῶν ἄλλων. ^[20]

120 ἡ μὲν γὰρ ἀκριβεστέρα τούτων ἀφήγησις μακροτέρας σκέψεως δεῖται, ὡς λόγων πλειόνων· ἐξαρκέσει δὲ πρὸς τὴν τῶν μελλόντων παραδοθήσεσθαι σύνοψιν μόνον μνημονεῦσαι τῶν ὑπὸ τοῦ Ἀδράστου κεφαλαιωδῶς παραδοθέντων. ὅτι γὰρ σφαιρικός ὁ κόσμος καὶ ἡ γῆ σφαιρική, κέντρου μὲν κατὰ τὴν θέσιν, σημείου δὲ κατὰ τὸ μέγεθος πρὸς τὸ πᾶν λόγον ἔχουσα, δῆλον ἐκ τοῦ πάσας τὰς τῶν οὐρανίων ἀνατολὰς <καὶ> δύσεις καὶ περιπολήσεις καὶ πάλιν ἀνατολὰς κατὰ τοὺς αὐτοὺς γίνεσθαι τόπους τοῖς ἐπὶ τῶν αὐτῶν οἰκήσεων. δηλοῖ δὲ ταῦτα καὶ τὸ ἀπὸ παντὸς μέρους τῆς γῆς ἡμισυ μὲν, ὡς πρὸς αἴσθησιν, τοῦ οὐρανοῦ μετέωρον ὑπὲρ ἡμᾶς ὁρᾶσθαι, τὸ δὲ λοιπὸν ἀφανὲς ὑπὸ γῆν, ἐπιπροσθούσης ἡμῖν τῆς γῆς, καὶ τὸ <ἐξ> ἀπάσης ὁψεως πάσας τὰς πρὸς τὸν ἔσχατον οὐρανὸν προσπιπτούσας εὐθείας ἴσας δοκεῖν. τῶν τε κατὰ διάμετρον ἄστρον ἐπὶ τῶν μεγίστων κύκλων κατὰ συζυγίας αἰεὶ θάτερον μὲν ἐπὶ ἀνατολῆς, θάτερον δὲ ἐπὶ δύσεως. κωνικὸν γὰρ ἢ κυλινδρικὸν ἢ πυραμοειδὲς ἢ τι ἕτερον στερεὸν σχῆμα παρὰ τὸ σφαιρικὸν τοῦ παντὸς ἔχοντος, κατὰ τῆς γῆς οὐκ ἂν ταῦτα ἀπῆντα, ἀλλ' ἄλλοτε μὲν πλεῖον ἄλλοτε δὲ ἔλαττον τὸ ὑπέργειον εὐρίσκετο τοῦ οὐρανοῦ καὶ τῶν πρὸς τοῦτον ἀπὸ γῆς εὐθειῶν ἄνισον τὸ μέγεθος. ^[25]

121 τό τε τῆς γῆς σφαιροειδὲς ἐμφανίζουσιν ἀπὸ μὲν τῆς ἕω ἐφ' ἐσπέραν αἱ τῶν αὐτῶν ἄστρον ἐπιτολαὶ καὶ δύσεις θάττον μὲν τοῖς ἐώοις κλίμασι, βράδιον δὲ τοῖς πρὸς ἐσπέραν γινόμεναι· καὶ ἡ αὐτὴ καὶ μία σελήνης ἔκλειψις, ὅφ' ἕνα βραχὺν καὶ τὸν αὐτὸν καιρὸν ἐπιτελουμένη καὶ πᾶσιν οἷς δυνατὸν ὁμοῦ βλεπομένη, διαφόρως κατὰ τὰς ὥρας καὶ αἰεὶ τοῖς ἀνατολικωτέροις ἐν παραυξήσει φαίνεται, διὰ τὴν περιφέρειαν τῆς γῆς μὴ πᾶσιν ὁμοῦ τοῖς κλίμασιν ἐπιλάμποντος ἡλίου καὶ κατὰ λόγον ἀντιπερισταμένης τῆς ἀπὸ τῆς γῆς σκιάς, νυκτὸς τούτου συμβαίνοντος. φαίνεται δὲ καὶ ἀπὸ τῶν ἀρκτικῶν καὶ βορείων ἐπὶ τὰ νότια καὶ μεσημβρινὰ περιφερές. καὶ γὰρ τοῖς ταύτῃ προϋοῦσι πολλὰ μὲν τῶν αἰεὶ φανερῶν ἄστρον περὶ τὸν μετέωρον ἡμῖν πόλον ἐν τῷ προελθεῖν ἐπὶ τὰ μεσημβρινὰ ἀνατολὰς ὁρᾶται ποιούμενα καὶ δύσεις, τῶν δὲ αἰεὶ ἀφανῶν περὶ τὸν ἀποκεκρυμμένον ἡμῖν τόπον ὁμοίως ἀνατέλλοντά τινα καὶ δύόμενα φαίνεται· καθάπερ καὶ ὁ Κάνωβος λεγόμενος ἀστήρ, τοῖς βορειοτέροις τῆς Κνίδου μέρεσιν ἀφανὴς ὢν, τοῖς νοτιωτέροις ταύτης ἤδη φανερὸς γίνεται καὶ ἐπιπλέον αἰεὶ τοῖς μᾶλλον. ἀνάπαλιν δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν νοτίων ἐπὶ τὰ βόρεια παραγινομένοις πολλὰ μὲν τῶν ὀπισθεν, πρότερον ἀνατολὰς καὶ δύσεις ποιούμενα, παντάπασιν ἀφανῆ γίνεται, τινὰ δὲ τῶν περὶ τὰς ἄρκτους παραπλησίως ἀνατέλλοντα καὶ δύνοντα προϋοῦσιν αἰεὶ φανερά καθίσταται, καὶ αἰεὶ πλεῖον τοῖς πλεόν προκόπτουσι. πάντῃ δὲ περιφερῆς ὁρωμένη καὶ ἡ γῆ σφαιρική ἂν εἴη. ^[25]

122 ἔτι τῶν βάρους ἐχόντων φύσει ἐπὶ τοῦ μέσου τοῦ παντὸς φερομένων, εἰ νοῆσαι μὲν τινα διὰ μέγεθος μέρη γῆς πλεόν ἀφεστάναι τοῦ μέσου, ὑπὸ τούτων ἀνάγκη τὰ ἐλάττονα περιεχόμενα θλίβεσθαι καὶ βαρούμενα κατισχύεσθαι καὶ ἀπωθεῖσθαι τοῦ μέσου, μέχρις ἂν ἴσον ἀποσχόντα καὶ ἰσοκρατῇ γενόμενα καὶ ἰσορροπήσαντα πάντα εἰς ἡρεμίαν καταστῇ, καθάπερ οἱ τε ἀμείβοντες καὶ οἱ τῇ ἴσῃ δυνάμει τῶν ἀσκητῶν διυποβεβλημένοι· ἀπανταχόθεν δὲ τῶν μερῶν τῆς γῆς τοῦ μέσου ἴσον ἀπεχόντων τὸ σχῆμα ἂν εἴη σφαιρικόν. ἔτι τ' ἐπεὶ τῶν βαρῶν πανταχόθεν ἐπὶ τὸ μέσον ἐστὶν ἡ ῥοπή, πάντων ἐφ' ἐν σημείον συννευόντων, φέρεται δ' αὐτῶν ἕκαστον κατὰ κάθετον, τουτέστιν ἴσας ποιοῦν γωνίας τὰς πρὸς τὴν τῆς γῆς ἐπιφάνειαν παρ'

ἐκάτερα ἥς φέρεται γραμμῆς, σφαιρικὴν καὶ τοῦτο μηνύει τὴν τῆς γῆς ἐπιφάνειαν. ἀλλὰ μὴν καὶ τῆς θαλάσσης καὶ παντὸς ὕδατος ἐν γαλήνῃ ὄντος σφαιρικὸν κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν γίνεται τὸ σχῆμα. καὶ γὰρ τοῦτο τῇ μὲν αἰσθήσει δῆλον ἐντεῦθεν· ἐὰν γὰρ ἐστὼς ἐπὶ τινος αἰγιαλοῦ θεωρῆς τι μετὰ τὴν θάλασσαν, οἶον ὄρος ἢ δένδρον ἢ πύργον ἢ πλοῖον ἢ αὐτὴν τὴν γῆν, κύψας καὶ πρὸς τὴν τῆς θαλάττης ἐπιφάνειαν καταστήσας τὴν ὄψιν ἢ οὐδὲν ὅλως ἔτι ἢ ἔλαττον ὅψει τὸ πρὸ τοῦ μεῖζον βλεπόμενον, τῆς κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάττης κυρτώσεως ἐπιπροσθοῦσης τὴν ὄψιν. κὰν τῷ πλοῖζεσθαι δὲ πολλάκις, ἀπὸ τῆς νεὼς μήπω βλεπομένης γῆς ἢ πλοίου προϊόντος, τὸ αὐτὸ τοῦτο ἀναβάντες τινὲς ἐπὶ τὸν ἰστὸν εἶδον, ἐφ' ὑψηλοῦ γενόμενοι καὶ οἶον ὑπερκύψαντες τὴν ἐπιπροσθοῦσαν ταῖς ὄψεσι κυρτότητα τῆς θαλάττης. ^[25]

123 καὶ φυσικῶς δὲ καὶ μαθηματικῶς ἢ παντὸς ὕδατος ἐπιφάνεια, ἡρεμοῦντος μὲν, σφαιρικὴ δεικνύται οὕτως. πέφυκε γὰρ ἀπὸ τῶν ὑψηλοτέρων αἰεὶ εἰσεῖν τὸ ὕδωρ ἐπὶ τὰ κοιλότερα· ἔστι δὲ ὑψηλότερα μὲν τὰ πλεον ἀπέχοντα τοῦ κέντρου τῆς γῆς, κοιλότερα δὲ τὰ ἔλαττον· ὥστε ἂν ὑποθώμεθα τὴν τοῦ ὕδατος ἐπιφάνειαν ὀρθὴν καὶ ἐπίπεδον, οἶον τὴν αβγ, ἔπειτα ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς, οἶον ἀπὸ τοῦ κ, ἐπὶ μὲν τὸ μέσον κάθετον ἀγάγωμεν τὴν κβ, ἐπὶ δὲ τὰ ἄκρα τῆς ἐπιφανείας ἐπιζεύξωμεν εὐθείας τὰς κα κγ, δῆλον ὡς ἐκάτερα τῶν κα κγ μεῖζον ἐστὶ τῆς κβ καὶ ἐκάτερον τῶν α γ σημείων πλεον ἀπέχον τοῦ κ ἢ περ τὸ β καὶ ὑψηλότερον ἔσται τοῦ β. ^[15]

124 συρρυσήσεται τὸ ὕδωρ ἀπὸ τῶν α γ ὡς κοιλότερον τὸ β μέχρι τοσούτου, ἕως ἂν καὶ τὸ β ἀναπληρούμενον ἴσα ἀπόσχη τοῦ κ ὅσον ἐκάτερον τὸ τε α καὶ τὸ γ. καὶ ὁμοίως πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος σημεῖα τοῦ κ ἴσον ἀπέχει. δῆλον ὡς αὕτη γίνεται σφαιρικὴ. ὥστε καὶ ὁ πᾶς ὄγκος ὁμοῦ γῆς καὶ θαλάττης ἐστὶ σφαιρικός. οὐδὲ γὰρ τὴν τῶν ὀρῶν ὑπεροχὴν ἢ τὴν τῶν πεδίων χθαμαλότητα κατὰ λόγον τοῦ παντὸς μεγέθους ὡς ἀνωμαλίας αἰτίαν ἱκανὴν ἂν τις ἡγήσαιοτο. τὸ ὅλον γὰρ τῆς γῆς μέγεθος κατὰ τὸν μέγιστον αὐτῆς περιμετρούμενον κύκλον μυριάδων κε' καὶ ἔτι δισχιλίων σταδίων σύνεγγυς δείκνυσιν Ἑρατοσθένους, Ἀρχιμήδης δὲ τοῦ κύκλου τὴν περιφέρειαν εἰς εὐθεῖαν ἐκτεινομένην τῆς διαμέτρου τριπλασίαν καὶ ἔτι τῷ ἐβδόμῳ μέρει μάλιστα αὐτῆς [τῆς διαμέτρου] μεῖζονα· ὥστ' εἴη ἂν ἡ πᾶσα τῆς γῆς διάμετρος μυριάδων η' καὶ ρβ' σταδίων ἔγγιστα· ταύτης γὰρ τριπλασία καὶ τῷ ἐβδόμῳ μεῖζον ἢ τῶν κε' μυριάδων καὶ τῶν δισχιλίων σταδίων περίμετρος ἦν. <δέκα δὲ σταδίων ἐστὶν ἡ> τῶν ὑψηλοτάτων ὀρῶν πρὸς τὰ χθαμαλώτατα τῆς γῆς ὑπεροχὴ κατὰ κάθετον, καθὰ Ἑρατοσθένους καὶ Δικαίάρχου εὐρηκέναι φασί· καὶ ὁργανικῶς δὲ ταῖς τὰ ἐξ ἀποστημάτων μεγέθη μετρούσαις διόπτραις τηλικαῦτα θεωρεῖται. ^[20]

125 γίνεται οὖν ἡ τοῦ μεγίστου ὄρους ὑπεροχὴ ὀκτακισχιλιοστὸν ἔγγιστα τῆς ὅλης διαμέτρου τῆς γῆς. ἐὰν δὲ κατασκευάσωμεν [τάνταῦθα] ποδιαίαν τινὰ κατὰ διάμετρον σφαῖραν, ἐπεὶ τὸ δακτυλικὸν διάστημα συμπληροῦται [καὶ] κεγχριαίαις διαμέτροις τὸ μῆκος ἔγγιστα δέκα δυσὶν [ὑπερμετρούντων καὶ ἡμίσεια], εἴη ἂν ἡ ποδιαία τῆς κατασκευασθείσης σφαίρας διάμετρος κεγχριαίαις διαμέτροις τὸ μῆκος ἀναπληρουμένη διακοσίαις ἢ καὶ βραχὺ ἐλάττωσιν. ὁ γὰρ ποῦς ἔχει δακτύλους ις'. ὁ δὲ δάκτυλος ἀναπληροῦται κεγχριαίαις διαμέτροις ιβ'. τὰ δὲ ις' δωδεκάκις ρζβ'. τὸ τεσσαρακοστὸν οὖν μέρος τῆς κεγχριαίας διαμέτρου <μεῖζόν ἐστὶν ἢ ὀκτακισχιλιοστὸν τῆς ποδιαίας διαμέτρου> · τεσσαρακοντάκις γὰρ διακόσια ὀκτακισχίλια. τὸ δὲ ὑψηλότατον ὄρος κατὰ τὴν κάθετον ἐδείχθη τῆς διαμέτρου τῆς γῆς ὀκτακισχιλιοστὸν ἔγγιστα μέρος· ὥστε τὸ τεσσαρακοστὸν μέρος τῆς κεγχριαίας διαμέτρου μεῖζονα λόγον ἔξει πρὸς τὴν ποδιαίαν τῆς σφαίρας διάμετρον. καὶ τὸ συνιστάμενον ἄρα στερεὸν ἀπὸ τοῦ τεσσαρακοστοῦ μέρους τῆς κεγχριαίας διαμέτρου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ποδιαίας ὅμοιον στερεόν, <μεῖζονα λόγον ἔξει ἢ> τὸ ἀπὸ τῆς δεκασταδιαίας καθέτου στερεὸν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς γῆς ὅμοιον στερεόν. τὸ δὲ συνιστάμενον σφαιρικὸν στερεὸν ἀπὸ τοῦ

τεσσαρακοστοῦ μέρους τῆς κεγχριαίας διαμέτρου ἑξακισμυριοτετρακισχιλιοστὸν μέρος ἔσται τῆς ὅλης κέγχρου· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δεκασταδιαίας καθέτου σφαιρικὸν ὄρος σταδίων ἐστὶ στερεῶν ἔγγιστα <φκδ'> · ἡ δὲ ὅλη γῆ, σφαιροειδὴς λογιζομένη, στερεῶν σταδίων ἔχει μυριάδας τρίτων μὲν ἀριθμῶν σξθ', δευτέρων δὲ , θυί', πρώτων δὲ , δτλα', καὶ ἔτι στάδια , ζωκα' καὶ τριτημόριον σταδίου. ^[5]

126 πάλιν γὰρ ἀποδείκνυται σχῆμα τὸ ὑπὸ τῆς διαμέτρου καὶ τῆς κύκλου περιφερείας εἰς εὐθεῖαν ἐξαπλουμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον τετραπλάσιον εἶναι τοῦ ἐμβαδοῦ τετάρτου μέρους τῆς σφαίρας, ἴσου τῷ ἐμβαδῷ τοῦ κύκλου. διόπερ εὐρίσκεται τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου λόγον ἔχον, ὃν ιδ' πρὸς ια'. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ἡ περιφέρεια τῆς διαμέτρου τριπλασία καὶ ἔτι τῷ ἐβδόμῳ μείζων, οἷων ἐστὶν ἡ διάμετρος ζ', τοιούτων ἡ περιφέρεια γίνεται κβ'. τὸ δὲ τέταρτον αὐτῆς ε' ζ' ὥστε καὶ οἷων τὸ τετράγωνον μθ', τοιούτων ὁ κύκλος λη' ζ', καὶ διὰ τὸ ἐπιτρέχον ἥμισυ διπλασιασθέντων οἷων τὸ τετράγωνον ζη', τοιούτων ὁ κύκλος οζ'. τούτων δὲ ἐν ἐλαχίστοις καὶ πρώτοις ἀριθμοῖς λόγος ὡς ιδ' πρὸς ια'. ἀμφοτέρων γὰρ αὐτῶν μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ ζ' ἀριθμός, ὅστις τὸν μὲν ζη' μετρεῖ τεσσαρεσκαideκάκις, τὸν δὲ οζ' ἑνδεκάκις ὥστε τοῦ ἀπὸ τῆς διαμέτρου κύβου πρὸς τὸν ἐπὶ τοῦ κύκλου κύλινδρον <λόγος ὡς ιδ' πρὸς ια' τὸν δὲ ἐπὶ τοῦ κύκλου κύλινδρον> ἀποδείκνυσιν Ἀρχιμήδης ἡμιόλιον τῆς ἐν αὐτῷ σφαίρας· γίνεται ἄρα οἷων <ὁ> ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου κύβος ιδ', τοιούτων ὁ μὲν κύλινδρος ια', ἡ δὲ σφαῖρα ζ' καὶ τρίτου. ^[5]

127 διὰ δὲ ταῦτα εὐρίσκεται τὰ σφαιρικὰ στερεὰ τῆς τε γῆς καὶ τοῦ μεγίστου ὄρους τῶν προειρημένων ἀριθμῶν. τὸ ἄρα δεκασταδιαίαν ἔχον τὴν κάθετον σφαιρικὸν ὄρος πρὸς τὴν ὅλην γῆν πολλῶ ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ ἑξακισμυριοτετρακισχιλιοστὸν μέρος τῆς κέγχρου πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς ποδιαίας διαμέτρου σφαῖραν· τὸ δὲ μὴ σφαιρικὸν ὄρος, ἄλλ' οἷον βλέπεται, πολὺ ἔτι ἐλάττονα. τὸ δὲ τοιοῦτον μέρος τῆς κέγχρου προστιθέμενον ἔξωθεν τῇ ποδιαίᾳ σφαίρᾳ ἢ ἰδίᾳ ἀφαιρούμενον αὐτῆς καὶ κοιλαινόμενον οὐδ' ἠντινοῦν ποιήσει διαφοράν. οὐδ' ἄρα τῶν ι' σταδίων ἔχον τὴν κάθετον ὑψηλότατον ὄρος ἐστὶ πρὸς λόγον τοῦ μὴ σφαιρικῆν εἶναι τὴν πᾶσαν τῆς γῆς καὶ θαλάττης ἐπιφάνειαν. [ἡ περίμετρος τῆς γῆς ἐστὶ σταδίων μ — κε', β, ἡ δὲ διάμετρος μ — η' ρπβ', τὸ δ' ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον μμ — ξδ' μ ———, βψιε', γρκδ', ὁ δὲ κύβος μμμ ——— φιε' μμ ———, γυιθ' μ ———, θροη', ηφξη' τοῦ δὲ κύβου τὸ τεσσαρεσκαideκάτον μμμ ——— λς' μμ ———, ηρα' μ ———, δσκζ' χιβ'.] σφαιρική δὲ ἐστὶν ἡ γῆ καὶ μέση κεῖται τοῦ κόσμου. ^[20]

128 παρεγκλιθεῖσα γὰρ κατὰ τὴν θέσιν οὐκ ἀπὸ παντὸς μέρους αὐτῆς τὸ μὲν ἥμισυ τοῦ οὐρανοῦ ὑπεράνω, τὸ δὲ ἥμισυ ὑφ' αὐτὴν ἔξει, οὐδὲ τὰς ἀπὸ παντὸς σημείου πρὸς τὸν ἔσχατον οὐρανὸν ἠκούσας εὐθείας ἴσας. καὶ μὴν ὅτι τοῦ μεγέθους οὐδένα λόγον αἰσθητὸν ἔχει πρὸς τὸ πᾶν ἡ γῆ, σημείου δὲ τάξιν ἐπέχει, δηλοῖ καὶ τὰ τῶν τῆς οἰκουμένης ὡς κέντρα τῆς ἡλιακῆς ὑποτιθέμενα σφαίρας καὶ μὴδ' ἠντινοῦν αἰσθητὴν διὰ τοῦτο ποιούμενα τὴν παραλλαγὴν. εἰ γὰρ ἐν μὲν ἐστὶ κέντρον ἀναγκαίως πρὸς τὰς ὅλας σφαίρας, πάντα δὲ τὰ ἐπὶ τῆς γῆς σημεῖα ὡς τοῦτο ὑπάρχοντα φαίνεται, δηλον ὡς ἡ ὅλη γῆ <σημείου τάξιν ἐπέχει> πρὸς τὴν ὅλην τοῦ ἡλίου σφαῖραν καὶ πολλῶ τινι μᾶλλον πρὸς τὴν τῶν ἀπλανῶν ὥστε καὶ διὰ τοῦτο ἀεὶ τὸ ἥμισυ τοῦ κόσμου θεωρεῖσθαι ὑπὲρ αὐτὴν [βραχεῖ τινι μοίρας]. ^[10]

129 καὶ περὶ μὲν σχήματος τοῦ τε παντὸς καὶ τῆς γῆς, ἔτι δὲ τῆς ταύτης μέσης θέσεως καὶ τοῦ πρὸς τὸ πᾶν αὐτῆς ἀδήλου μεγέθους, εἰ καὶ πολλὰ ἔτι οἷόν τε λέγειν, ἐξαρκέσει πρὸς τὴν τοῦ ἐφεξῆς παράδοσιν τὰ ὑπὸ τοῦ Ἀδράστου τὸν εἰρημένον ὑποδεδειγμένα τρόπων. ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς φησι· φερομένης δὲ τῆς οὐρανίας σφαίρας περὶ μένοντας τοὺς ἑαυτῆς πόλους καὶ τὸν ἐπιζευγνύντα τούτους ἄξονα, περὶ ὃν μέσον ἐρήρειται μέση ἡ γῆ, τὰ [δὲ] ἄστρα πάντα συμφερόμενα ταύτῃ καὶ ἀπλῶς τὰ κατὰ τὸν οὐρανὸν πάντα σημεῖα γράφει κύκλους παραλλήλους, τουτέστιν ἴσον

μὲν ἀπέχοντας ἀλλήλων, πρὸς ὀρθὰς δὲ γινομένους τῷ ἄξονι, ἅτε τοῖς τοῦ παντὸς πόλοις γραφομένους. ὄντων δὲ τῶν μὲν τοῖς ἄστροις <γραφομένων κύκλων> ἀριθμητῶν, τῶν δὲ τοῖς ἄλλοις σημείοις σχεδὸν ἀπείρων, ὀλίγοι τινὲς τετυχήκασιν διασήμεου προσηγορίας, οὐς χρησίμον εἰδέναι πρὸς τὴν τῶν κατὰ τὸν οὐρανὸν ἐπιτελουμένων θεωρίαν. εἷς μὲν ὁ περὶ τὸν ἡμῖν μετέωρον καὶ αἰὶ φαινόμενον πόλον καὶ αὐτὸς αἰὶ φανερός, καλούμενος ἀρκτικός ἀπὸ τῶν ἐν αὐτῷ κατηστερισμένων ἄρκτων. ^[20]

130 ἕτερος δὲ ἐξ ἐναντίας, ἴσος τούτῳ, περὶ τὸν ἀποκεκρυμμένον πόλον καὶ αὐτὸς ἡμῖν αἰὶ ἀφανής, καλούμενος ἀνταρκτικός. μέσος δὲ πάντων μέγιστος καὶ δίχα διελὼν τὴν ὅλην σφαῖραν, καλούμενος ἰσημερινός, ἐπειδὴ τῷ μὲν ὑπ' αὐτὸν κλίματι τῆς γῆς πᾶσαι νύκτες καὶ πᾶσαι ἡμέραι ἴσαι, καὶ τῶν ἄλλων δὲ ἐν ὅσοις κατὰ πᾶσαν ἐκάστην τροπὴν τοῦ παντὸς ἀνατέλλων τε καὶ δύνων φαίνεται ἥλιος, ἐπειδὴ κατὰ τοῦτον γένηται τὸν κύκλον, ἴσην ἡμέραν διαιρεῖ νυκτί. μετὰ δὲ τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τῶν ἀρκτικῶν καθ' ἑκάτερον τροπικός, θερινὸς μὲν ὡς πρὸς ἡμᾶς ἐπὶ τὰ ἐνθάδε τοῦ ἰσημερινοῦ ταττόμενος, χειμερινὸς δὲ ὁ ἐπὶ θάτερα, τὴν ἐπὶ τὰ νότιά τε καὶ βόρεια πάροδον τοῦ ἡλίου τρέποντος. λοξὸς γὰρ τούτοις ἔγκειται ὁ ζωδιακός, μέγιστος μὲν καὶ αὐτὸς κύκλος, τῶν μὲν τροπικῶν ἐφαπτόμενος καθ' ἓν ἐκατέρου σημεῖον, τοῦ μὲν θερινοῦ κατὰ καρκίνον, θατέρου δὲ κατ' αἰγοκέρων, δίχα δὲ τέμνων τὸν ἰσημερινὸν καὶ αὐτὸς ὑπ' ἐκείνου διχοτομούμενος κατὰ τε χηλὰς καὶ κριόν, ὑφ' ὃν ἥλιός τε φέρεται καὶ ἡ σελήνη καὶ οἱ λοιποὶ πλάνητες, φαίνων τε ὁ τοῦ Κρόνου προσαγορευόμενος, ὡς δέ τινες Ἡλίου, καὶ φαέθων ὁ τοῦ Διός, ἔτι δὲ πυρόεις, ὃν Ἄρεως καλοῦσιν, οἱ δὲ Ἡρακλέους, καὶ φωσφόρος, ὃν φασιν Ἀφροδίτης, τοῦτον δὲ καὶ ἑωσφόρον καὶ ἔσπερον ὀνομάζουσι, πρὸς δὲ τούτοις στίλβων, ὃν καλοῦσιν Ἑρμοῦ. ^[20]

131 λέγεται δὲ τις κύκλος ὀρίζων, ὁ διὰ τῆς ἡμετέρας ὀψεως ἐκβαλλόμενος καὶ κατ' ἐπιπρόσθησιν τῆς γῆς ἴσα διαιρῶν ὡς πρὸς αἴσθησιν τὸν ὅλον οὐρανόν, τουτέστι τό τε φανερόν ὑπὲρ γῆς ἡμισφαίριον καὶ τὸ ἀφανὲς ὑπὸ γῆς, μέγιστος ὁμοίως καὶ τοὺς μεγίστους διχοτομῶν τὸν τε ἰσημερινὸν καὶ τὸν ζωδιακόν· ὅθεν καὶ τῶν κατὰ διάμετρον ἄστρον κατὰ συζυγίαν αἰὶ θάτερον μὲν ἐπ' ἀνατολῆς ὀρᾷται, θάτερον δὲ ἐπὶ δύσεως. διαιρεῖ δὲ οὗτος δίχα καὶ τὸν μεσημβρινόν. ἔστι γάρ τις καὶ μεσημβρινὸς καλούμενος μέγιστος κύκλος, γραφόμενος μὲν διὰ τῶν πόλων τοῦ παντὸς ἀμφοτέρων, ὀρθὸς δὲ νοούμενος πρὸς τὸν ὀρίζοντα. καλεῖται <δὲ> μεσημβρινὸς οἷον ἐπειδὴ κατὰ μέσην ἡμέραν ἐπὶ τούτῳ γίνεται μετέωρος ὁ ἥλιος. ^[15]

132 καλοῦσι δὲ ἔνιοι τοῦτον καὶ κόλουρον, ἐπειδὴ <τὸ> πρὸς τὸν ἀφανῆ πόλον μέρος αὐτοῦ ἐφ' ἡμῖν ἐστὶν ἀφανές. ἀλλ' ὁ μὲν ἰσημερινὸς καὶ οἱ ἐκατέρωθεν τούτου τροπικοὶ δεδομένοι καὶ ἀραρότερες τοῖς μεγέθεσι καὶ ταῖς θέσεσι. δεδοσθαι δὲ λέγεται τῇ θέσει σημεῖα τε καὶ γραμμαί, ἃ τὸν αὐτὸν αἰὶ τόπον ἐπέχει· τῷ δὲ μεγέθει δεδομένα χωρία τε καὶ γραμμαί καὶ γωνίαι λέγονται, οἷς δυνάμεθα ἴσα πορίσασθαι. ὁ δὲ τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλος καὶ οἱ ἐκατέρωθεν τροπικοὶ αἰὶ τὸν αὐτὸν ἐπέχουσι τόπον καὶ ἀραρότερες εἰσὶ καὶ ἴσους αὐτοῖς οἷόν τε πορίσασθαι, τῷ μὲν ἰσημερινῷ τὸν τε ζωδιακόν καὶ τὸν ὀρίζοντα καὶ τὸν μεσημβρινόν, τῷ δὲ χειμερινῷ τὸν θερινόν καὶ τῷ θερινῷ τὸν χειμερινόν· οἵτινες διὰ τούτων αἰὶ εἰσι δεδομένοι, ὅτι οὐκ ἐφ' ἡμῖν ἐστὶ τοιούσδε ἢ τηλικούσδε ὑποστήσασθαι αὐτούς, ἀλλὰ τῇ φύσει ὑποκείμενοι τοιοῦτοι καὶ δεδομένοι, κἂν μὴ ἡμεῖς δῶμεν· ἃ δὲ ἐφ' ἡμῖν ἐστὶ δοῦναι αὐτὰ ἢ τοῖα ἢ τοῖα εἶναι, ταῦτα τῇ [δὲ] φύσει οὐκ ἔστι δεδομένα. φύσει οὖν δεδομένοι καὶ ἀραρότερες [τουτέστιν ὑφ' ἐστώτες καὶ ἀραρότερες] ὁ τ' ἰσημερινὸς καὶ οἱ ἐκατέρωθεν καὶ τῇ θέσει καὶ τοῖς μεγέθεσιν. ὁ δὲ ζωδιακὸς τῷ μὲν μεγέθει δέδοται καὶ τῇ κατ' αὐτὸν τὸν οὐρανὸν θέσει, τῷ δὲ πρὸς ἡμᾶς οὐ δέδοται τῇ θέσει· μεταπίπτει γὰρ ὡς πρὸς ἡμᾶς, διὰ τὴν ἐν τῷ παντὶ λόξωσιν ἄλλοτε ἄλλως ἰστάμενος ὑπὲρ ἡμᾶς. ^[25]

133

μεσημβρινός δὲ καὶ ὀρίζων τῷ μὲν μεγέθει δεδομένοι, μέγιστοι γάρ, τῇ δὲ θέσει μεταπίπτοντες καθ' ἕκαστον κλίμα τῆς γῆς, ἄλλοι παρ' ἄλλοις γινόμενοι· οὔτε γὰρ ἅπασι τοῖς ἐπὶ τῆς γῆς ὁ αὐτὸς ὀρίζων, οὔτε πᾶσι τὸ αὐτὸ μεσουράνισμα, οὐθ' ἐκάστῳ ἐστὶν ὁ <αὐτὸς> μεσημβρινός. οἱ μέντοι πρὸς τοῖς πόλοις, ὃ τε ἀρκτικός καὶ ὁ ἀνταρκτικός, οὔτε τοῖς μεγέθεσι δέδονται οὔτε ταῖς θέσεσι· κατὰ δὲ τὴν διαφορὰν τῶν νοτιωτέρων καὶ βορειωτέρων κλιμάτων παρ' οἷς μὲν μείζονες, παρ' οἷς δὲ ἐλάττονες ὀρῶνται, καὶ κατὰ μέσσην μέντοι τὴν γῆν, τουτέστι κατὰ τὴν ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν λεγομένην ζώνην διὰ καῦμα ἀοίκητον, οὐδ' ὅλως γίνονται, τῶν πόλων ἀμφοτέρων ἐκεῖ φαινόμενων καὶ τοῦ ὀρίζοντος δι' αὐτῶν ἐκπίπτοντος. εἰσὶ δὲ οἱ καὶ τὴν σφαῖραν ὀρθὴν καλοῦσι, πάντων τῶν παραλλήλων ὀρθῶν γινομένων ὡς πρὸς ἐκείνους τοὺς τόπους τῆς γῆς. ἔτι τῶν μὲν ἄλλων κύκλων ἕκαστος ὄντως ἐστὶ κύκλος ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενος. ὁ δὲ λεγόμενος ζωδιακὸς ἐν πλάτει τινὶ φαίνεται καθάπερ τυμπάνου κύκλος, ἐφ' οὗ καὶ εἰδωλοποιεῖται τὰ ζῳδία. τούτου δὲ ὁ μὲν διὰ μέσου λέγεται τῶν ζωδίων, ὅστις ἐστὶ καὶ μέγιστος καὶ τῶν τροπικῶν ἐφαπτόμενος καθ' ἓν ἐκατέρου σημείου καὶ τὸν ἰσημερινὸν διχοτομῶν· οἱ δὲ ἐκατέρωθεν τὸ πλάτος ἀφορίζοντες τοῦ ζωδιακοῦ καὶ τοῦ διὰ μέσου ἐλάττονες. οἱ μὲν οὖν πολλοὶ καὶ ἀπλανεῖς ἀστέρες τῇ πρώτῃ καὶ μεγίστῃ καὶ τὸ πᾶν ἔξωθεν περιεχούσῃ σφαίρᾳ συμπεριφέρονται μίαν καὶ ἀπλὴν ἐγκύκλιον κίνησιν, ὡς ἐνεστηριγμένοι ταύτῃ καὶ ὑπ' αὐτῆς φερόμενοι, θέσιν τε <μίαν> καὶ αἰετὴν αὐτὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ διαφυλάττοντες καὶ τὴν πρὸς ἀλλήλους τάξιν ὁμοίαν, μηδ' ἡντινοῦν ἐτέραν μεταβολὴν ποιούμενοι μήτε σχήματος ἢ μεταναστάσεως μήτε μεγέθους ἢ χρώματος. ^[5]

134 ἥλιος δὲ καὶ σελήνη καὶ οἱ λοιποὶ πάντες ἀστέρες καλούμενοι πλάνητες συναποφέρονται μὲν ὑπὸ τοῦ παντὸς τὴν ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δύσιν φορὰν καθ' ἐκάστην ἡμέραν, καθὰ καὶ οἱ ἀπλανεῖς, φαίνονται δὲ καθ' ἐκάστην ἡμέραν πολλὰς καὶ ποικίλας ἄλλας ποιούμενοι κινήσεις. εἷς τε γὰρ τὰ ἐπόμενα τῶν ζωδίων μετῴσιν καὶ οὐκ εἰς τὰ προηγούμενα κατὰ τὴν ἰδίαν πορείαν, ἀντιφερόμενοι <τῷ> παντὶ τὴν κατὰ μῆκος αὐτῶν λεγομένην φορὰν, καὶ ἀπὸ τῶν βορείων ἐπὶ τὰ νότια καὶ ἀνάπαλιν τρέπονται, τὴν κατὰ πλάτος ποιούμενοι μετάβασιν, ἀπλῶς δὲ ἀπὸ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ πρὸς τὸν χειμερινὸν καὶ ἀνάπαλιν φερόμενοι διὰ τὴν τοῦ ζωδιακοῦ λόξωσιν τούτοις ὅν ἂν αἰετὴ θεωροῦνται, καὶ ἐν αὐτῷ τῷ πλάτει τοῦ ζωδιακοῦ ποτὲ μὲν βορειότεροι τοῦ διὰ μέσου φαινόμενοι καὶ ὑψοῦσθαι λεγόμενοι, ποτὲ δὲ νοτιώτεροι καὶ ταπεινούμενοι, καὶ τοῦτο οἱ μὲν πλεῖον, οἱ δὲ ἔλαττον, ἔτι δὲ καὶ τοῖς μεγέθεσι διαλλάττοντες, διὰ τὸ ποτὲ μὲν ἀπογειότεροι, ποτὲ δὲ σύνεγγυς ἡμῖν ἐν τῷ βάθει φέρεσθαι. ^[5]

135 διὰ δὲ τοῦτο καὶ τὸ τάχος τῆς κινήσεως διὰ τῶν ζωδίων ἀνώμαλον φαίνονται ποιούμενοι, τὰ ἴσα διαστήματα μὴ ἐν ἴσοις χρόνοις παραλλάττοντες, ἀλλὰ θάττον μὲν ὅτε καὶ μέγιστοι δοκοῦσι διὰ τὸ προσγειότεροι καθίστασθαι, βραδύτερον δὲ ὅτε καὶ μικρότεροι διὰ τὸ γίνεσθαι ἀπόγειοι. τὸ δ' ἐν αὐτῷ τῷ ζωδιακῷ πλάτος τῆς μεταβάσεως ὁ μὲν ἥλιος βραχὺ τι παντάπασιν ὁρᾶται, τὸ πᾶν περὶ μίαν μοῖραν τῶν τξ'· ἡ δὲ σελήνη, καθὰ οἱ ἀρχαῖοί φασι, καὶ ὁ φωσφόρος πλεῖστον, περὶ γὰρ μοίρας ιβ'· στίλβων δὲ περὶ μοίρας η'· πυρόεις δὲ καὶ φαέθων περὶ μοίρας ε'· φαίνων δὲ περὶ μοίρας γ'. ἀλλὰ σελήνη μὲν καὶ ἥλιος ἴσον ἐφ' ἐκάτερον τοῦ διὰ μέσου ἐν παντὶ ζωδίῳ κατὰ πλάτος φαίνονται χωρεῖν, τῶν δὲ ἄλλων ἕκαστος οὐκ ἴσον, ἀλλ' ἐν τινὶ μὲν βορειότατος, ἐν τινὶ δὲ νοτιώτατος γίνεται. τὸν δὲ τῶν ζωδίων κύκλον κατὰ τὸ μῆκος ἀπὸ σημείου ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον, εἰς τὰ ἐπόμενα καὶ οὐκ εἰς τὰ προηγούμενα, σελήνη μὲν ἐν ἡμέραις κζ' καὶ τρίτῳ μάλιστα ἡμέρας καὶ νυκτὸς διέρχεται· ὁ ἥλιος δ' ἐνιαυτῷ, ὅς ἐστιν ἡμερῶν ἐγγὺς τξε' δ'·· φωσφόρος δὲ καὶ στίλβων καθ' ἕκαστα μὲν ἀνωμάλως, ὀλίγον παραλλάττοντες τοῖς χρόνοις, ὡς δὲ τὸ ὅλον εἰπεῖν ἰσόδρομοι ἡλίῳ εἰσὶν, αἰετὴ περὶ τοῦτον ὀρώμενοι· διὸ καταλαμβάνουσιν αὐτὸν καὶ καταλαμβάνονται· πυρόεις δὲ ὀλίγου δεῖν διετίγ, καὶ φαέθων μὲν σύνεγγυς ἔτεσι δώδεκα, φαίνων δὲ παρ' ὀλίγον ἔτεσι λ'. ^[5]

- 136 διὸ καὶ τὰς πρὸς τὸν ἥλιον συνόδους καὶ φάσεις καὶ κρύψεις, ἃς καὶ αὐτὰς ἀνατολὰς καλοῦσι καὶ δύσεις, οὐχ ὁμοίως πάντες ποιοῦνται. σελήνην μὲν γὰρ μετὰ τὴν πρὸς τὸν ἥλιον σύνοδον, ἐπειδὴ θᾶπτον αὐτοῦ τὴν εἰς τὰ ἐπόμενα ποιεῖται κίνησιν, ἀεὶ ἐσπερία πρῶτως φαινομένη καὶ ἀνατέλλουσα, ἐῴα κρύπτεται καὶ δύνει. φαίνων δὲ καὶ φαέθων καὶ πυρόεις ἀνάπαλιν ἐπειδὴ βράδιον ἡλίου τὸν τῶν ζωδίων ἀνύουσιν εἰς τὰ ἐπόμενα κύκλον, οἷον αὐτοὶ καταλαμβάνόμενοι ὑπ' αὐτοῦ καὶ παριέμενοι, ἀεὶ ἐσπέριοι δύνοντες [δὲ] ἐῴοι ἀνατέλλουσιν. ὁ φωσφόρος δὲ καὶ στίλβων ἰσόδρομοι ὄντες ἡλίῳ καὶ περὶ αὐτὸν ἀεὶ βλέπομενοι, καταλαμβάνοντες αὐτὸν καὶ καταλαμβάνόμενοι ὑπ' αὐτοῦ, ἐκατέρως ἐσπέριοι μὲν ἀνατείλαντες ἐσπέριοι πάλιν κρύπτονται, ἐῴοι δὲ φανέντες ἐῴοι δύνουσι καὶ ἀφανίζονται. τῶν γὰρ ἄλλων πλανωμένων ἀπὸ τοῦ ἡλίου πᾶν ἀπόστημα ἀφισταμένων καὶ κατὰ διάμετρον αὐτῷ ποτε γινομένων, οἱ δύο οὗτοι ἀεὶ περὶ τὸν ἥλιον ὀρῶνται, στίλβων μὲν κ' που μοίρας, τουτέστιν ἔγγιστα δύο μέρη ζωδίου, τὸ πλεῖστον ἀνατολικώτερος ἢ δυσμικώτερος αὐτοῦ γινόμενος, ὁ δὲ τῆς Ἀφροδίτης περὶ ν' μοίρας πρὸς ἀνατολὰς ἢ δύσεις ἀφιστάμενος. ^[5]
- 137 ἀνατολή δὲ λέγεται πλεοναχῶς· κυρίως μὲν καὶ κοινῶς ἐπὶ τε ἡλίου καὶ τῶν ἄλλων ἄστρον ἢ πρώτη ἀναφορὰ ὑπὲρ τὸν ὀρίζοντα· ἕτερον δὲ τρόπον ἐπὶ τῶν ἄλλων ἢ πρώτη φαῦσις ἐκ τῶν τοῦ ἡλίου αὐγῶν, ἣτις καὶ κυρίως <φαῦσις> ὀνομάζεται· λοιπὴ δὲ ἢ καλουμένη ἀκρόνυχος, ἐπειδὴν ἡλίου δύνοντος τὸ κατὰ διάμετρον ἄστρον ἐπὶ τῆς ἀνατολῆς βλέπεται· καλεῖται δὲ ἀκρόνυχος, ἐπειδὴ ἢ τοιαύτη ἀνατολή γίνεται ἄκρας νυκτός, τουτέστιν ἀρχομένης. παραπλησίως δὲ καὶ δύσις κοινῶς μὲν ἢ πρώτη κάθοδος ἢ ὑπὸ τὸν ὀρίζοντα· τρόπον δὲ ἄλλον ὁ πρῶτος ἀφανισμὸς ἄστρου τινὸς ὑπὸ τῶν τοῦ ἡλίου αὐγῶν, ἣτις καὶ κυρίως κρύψις πάλιν προσαγορεύεται· λοιπὴ δὲ καὶ ἀκρόνυχος, ἐπειδὴν ἡλίου ἀνατέλλοντος τὸ κατὰ διάμετρον ἄστρον ἀντικαταδύνη. τῶν δὲ διὰ τὰς τοῦ ἡλίου αὐγὰς λεγομένων ἀνατολῶν καὶ δύσεων, τουτέστι φαύσεων καὶ κρύψεων, αἱ μὲν εἰσιν ἐῴαι, αἱ δὲ ἐσπέρια. ἐῴα μὲν οὖν ἐστὶν ἀνατολή ἄστρου, ἐπειδὴν ἐκφεῦγον τὰς τοῦ ἡλίου αὐγὰς προανατέλλον αὐτοῦ πρῶτως ὀραθῇ, καθάπερ καὶ ἢ τοῦ κυνὸς ἐπιτολή λέγεται· ἐσπερία δὲ, ἐπειδὴν μετὰ τὴν δύσιν τοῦ ἡλίου πρῶτως φανῇ, καθάπερ τὴν σελήνην ταῖς νεομηνίαις φαμὲν ἀνατέλλειν. ^[25]
- 138 παραπλησίως δὲ καὶ δύσεις ἐῴαι μὲν, ἐπειδὴν ταῖς ἔμπροσθεν ἡμέραις τι προανατέλλον ἡλίου συνεγγίσαντος αὐτῷ πρῶτως ἀφανισθῇ, καθάπερ ἢ σελήνη· ἐσπερία δὲ, ἐπειδὴν ἐπικαταδυομένῳ τινὶ συνεγγίσας ὁ ἥλιος πρῶτως διὰ τὰς αὐγὰς ἀφανὲς αὐτὸ καταστήσῃ. τὴν δὲ κατὰ τόπον τῶν σφαιρῶν <ἢ> κύκλων θέσιν τε καὶ τάξιν, ἐν οἷς κείμενα φέρεται τὰ πλανώμενα, τινὲς μὲν τῶν Πυθαγορείων τοιάνδε νομίζουσι· προσγειότατον μὲν εἶναι τὸν τῆς σελήνης κύκλον, δεύτερον δ' ὑπὲρ τοῦτον <τὸν τοῦ> Ἑρμοῦ, ἔπειτα τὸν τοῦ φωσφόρου, καὶ τέταρτον <τὸν> τοῦ ἡλίου, εἴτα τὸν τοῦ Ἀρεως, ἔπειτα τὸν τοῦ Διός, τελευταῖον δὲ καὶ σύνεγγυς τοῖς ἀπλανέσι τὸν τοῦ Κρόνου· μέσον εἶναι βουλόμενοι τὸν τοῦ ἡλίου τῶν πλανωμένων ὡς ἡγεμονικώτατον καὶ οἷον καρδίαν τοῦ παντός. μηνύει δὲ ταῦτα καὶ Ἀλέξανδρος ὁ Αἰτωλός, λέγων οὕτως· ὑψοῦ δ' ἄλλοθεν ἄλλος ὑπέρτερον ἔλλαχε κύκλον· ἀγχοτάτη μὲν διὰ σεληναίῃ περὶ γαῖαν, δεύτερος αὖ στίλβων χελυοξόου Ἑρμείας, τῷ δ' ἔπι φωσφόρος ἐστὶ φαινότατος Κυθερείης, τέταρτος αὐτὸς ὑπερθεῖν ἐπ' ἡέλιος φέρεθ' ἵπποις, πέμπτος δ' αὖ πυρόεις φονίου Θρήικος Ἄρης, ἕκτος δ' αὖ φαέθων Διὸς ἀγλαδὸς ἵσταται ἀστήρ, ἔβδομος <αὖ> φαίνων Κρόνου ἀγχόθι τέλλεται ἄστρον. ^[5]
- 139 πάντες δ' ἐπτανόνοιο λύρης φθόγγοισι συνῶδον ἁρμονίην προχέουσι διαστάσει ἄλλος ἐπ' ἄλλῃ. καὶ γὰρ τοῦτο Πυθαγόρειον, τὸ καθ' ἁρμονίαν εἶρεσθαι τὸν κόσμον καὶ κατὰ τοὺς τῶν ἡρμοσμένων καὶ συμφώνων φθόγγων λόγους διεστῶτα τὰ οὐράνια τῇ ῥύμῃ καὶ τῷ τάχει τῆς φορᾶς ἡρμοσμένους καὶ συμφώνους φθόγγους ἀποτελεῖν. ^[10]

ὅθεν καὶ ἐν τοῖς ἐφεξῆς φησιν Ἀλέξανδρος· γαῖα μὲν οὖν ὑπάτη τε βαρεῖα τε μεσσόθι ναίει· ἀπλανέων δὲ σφαῖρα συνημμένη ἔπλετο νήτη· μέσσην δ' ἡέλιος πλαγκτῶν θέσιν ἔσχεθεν ἄστρον· τοῦ δ' ἀπὸ δὴ ψυχρὸς μὲν ἔχει διὰ τέσσαρα κύκλος· κείνου δ' ἡμίτονον φαίνων ἀνίησι χαλασθεῖς, τοῦ δὲ τόσον φαέθων ὅσον ὄβριμος Ἄρεος ἀστήρ· ἡέλιος δ' ὑπὸ τοῖσι τόνον τερψίμβροτος ἴσχει, αἴγλης δ' ἡελίοιο τριημίτονον Κυθέρεια· ἡμίτονον δ' ὑπὸ τῷ στίλβων φέρεθ' Ἑρμείαο, τόσσον δὲ χρωσθεῖσα φύσιν πολυκαμπέα μήνη· κέντρον δ' ἡελίοιο θέσιν διὰ <πέντ'> ἔλαχε χθών· αὕτη πεντάζωνος ἀπ' ἡέρος εἰς φλογόεν πῦρ ἀρμοσθεῖς· ἀκτίσι πυρὸς κρυερῇσί τε πάχναις οὐρανοῦ ἐξάτονον τόνον ἔσχεθε τὸν διὰ πασῶν. ^[15]

141 τοίην τοι σειρῆνα Διὸς παῖς ἤρμοσεν Ἑρμῆς, ἐπτάτονον κίθαριν, θεομήτορος εἰκόνα κόσμου. ἐν δὲ τούτοις τὴν μὲν τάξιν τῶν σφαιρῶν ἣν βεβούληται μεμήνυκε, τὴν δὲ διάστασιν αὐτῶν καὶ τὰ ἄλλα σχεδὸν πάντα φαίνεται εἰκῇ πεποιῆσθαι. τὴν γὰρ λύραν ἐπτάχορδον λέγων εἰκόνα κόσμου συστήσασθαι τὸν Ἑρμῆν καὶ ἐν τῇ διὰ πασῶν ἡρμοσμένην συμφωνίᾳ τὸ πᾶν ἐννεάχορδον συνίστησιν, ἔξ μέντοι τόνους περιέχον. καὶ τὸν μὲν τῆς ὑπάτης φθόγγον ἀποδίδωσι τῇ γῇ, διότι βαρυτάτη τῶν ἄλλων ἐστὶν αὕτη· καίτοι ἡ ἐπὶ τοῦ μέσου ἐστὶν ἀκίνητος, οὐδ' ὅλως ποιεῖ φθόγγον· τὸν δὲ τῆς συνημμένης νήτης τῇ τῶν ἀπλανῶν ἀποδίδωσι σφαῖρα, καὶ τοῦτο ζ'· μεταξὺ δὲ τίθησι φθόγγους τοὺς τῶν πλανωμένων. πάλιν τὸν τῆς μέσης ἀποδίδωσι τῷ ἡλίῳ, τῆς ὑπάτης οὔτε πρὸς τὴν μέσσην διὰ πέντε συμφωνούσης, ἀλλὰ διὰ τεσσάρων, οὔτε πρὸς τὴν συνημμένην νήτην διὰ πασῶν, ἀλλὰ πρὸς τὴν διεζευγμένην. τό τε πᾶν σύστημα οὔτε κατὰ διάτονον γένος ἀρμόζεται· οὔτε γὰρ τριημιτονιαῖον ἀσύνθετον οὔτε πλείω ἐνὸς ἡμιτόνια κατὰ τὸ ἐξῆς ἐν τούτῳ μελωδεῖται τῷ γένει· οὔτε μὴν κατὰ χρῶμα· πάλιν γὰρ ἐν χρώματι τόνος ἀσύνθετος οὐ μελωδεῖται. ^[20]

142 εἰ δὲ μικτὸν ἐξ ἀμφοῖν λέγει τις τοῖν γενοῖν εἶναι τὸ σύστημα, τό τε πλείω δυοῖν κατὰ τὸ ἐξῆς ἡμιτόνια τάττεσθαι οὐδ' ὅλως ἐστὶν ἐμμελές. ἀλλὰ ταῦτα μὲν τοῖς ἀμυήτοις μουσικῆς ἐστὶν ἄδηλα. Ἑρατοσθένους δὲ τὴν μὲν διὰ τῆς φορᾶς τῶν ἄστρον γινομένην ἀρμονίαν παραπλησίως ἐνδείκνυται, τὴν μὲντοι τάξιν τῶν πλανωμένων οὐ τὴν αὐτήν, ἀλλὰ μετὰ σελήνην ὑπὲρ γῆς δευτερόν φησι φέρεσθαι τὸν ἥλιον. φησὶ γὰρ ὡς Ἑρμῆς ἔτι νέος, ἐργασάμενος τὴν λύραν, ἔπειτα πρῶτως εἰς τὸν οὐρανὸν ἀνιῶν καὶ παραμείβων τὰ πλανᾶσθαι λεγόμενα, θαυμάσας τὴν διὰ τὴν ρύμην τῆς φορᾶς αὐτῶν γινομένην ἀρμονίαν τῇ ὑπ' αὐτοῦ κατεσκευασμένην λύρα <ὁμοίαν> ἐν δὲ τοῖς ἔπεσι φαίνεται ὁ ἀνὴρ οὗτος τὴν μὲν γῆν ἔαν ἀκίνητον, ἐν ἧ' δὲ φθόγγοις ποιεῖ ὑπὸ τὴν τῶν ἀπλανῶν σφαῖραν τὰς τῶν πλανωμένων ἐπτά, [καὶ] πάσας κινῶν περὶ τὴν γῆν καὶ τὴν λύραν ποιούμενος ὀκτάχορδον ἐν τῇ διὰ πασῶν συμφωνίᾳ [ὁ μουσικώτατος Ἀλέξανδρος]. ^[20]

143 οἱ μὲντοι μαθηματικοὶ τὴν τάξιν τῶν πλανωμένων οὔτε ταύτην <οὔτε τὴν> αὐτὴν πάντες τιθέασιν, ἀλλὰ μετὰ μὲν τὴν σελήνην τάττουσι τὸν ἥλιον, ὑπὲρ δὲ τοῦτον ἔνιοι μὲν τὸν στίλβοντα, εἴτα τὸν φωσφόρον, <ἄλλοι δὲ τὸν φωσφόρον>· ἔπειτα τὸν στίλβοντα, τοὺς δὲ ἄλλους ὡς εἴρηται. Πλάτων δὲ ἐπὶ τέλει τῆς Πολιτείας, προτρέπων ἐπὶ δικαιοσύνην καὶ ἀρετὴν, μῦθόν τινα διέξεισι [καὶ] περὶ τῆς τῶν οὐρανίων διακοσμήσεως, λέγων ἄξονα μὲν τινα διὰ τοῦ πόλου διήκοντα οἶον κίονα, ἐτέραν δὲ ἡλακάτην καὶ ἄτρακτον, τοὺς δὲ τινὰς περὶ τοῦτον κοίλους ἐν ἀλλήλοις ἡρμοσμένους σφονδύλους τὰς τῶν ἄστρον σφαῖρας, ζ' μὲν τῶν πλανωμένων, ἐκτὸς δὲ μίαν τῶν ἀπλανῶν ἐντὸς αὐτῆς περιέχουσιν τὰς ἄλλας· δηλοῖ δὲ τὴν τάξιν τῶν σφαιρῶν διὰ τε τοῦ μεγέθους τῶν ἄστρον ἐκάστου καὶ διὰ τοῦ χρώματος ἐκάστου καὶ ἔτι διὰ τοῦ τάχους τῆς ἐπὶ τὰ ἐναντία τῷ παντὶ φορᾶς, λέγων οὕτως· ἐπεὶ δὲ τοῖς ἐν τῷ λειμῶνι ἐκάστοις ἐπτά ἡμέραι γένοιντο, ἀναστάντας ἐντεῦθεν δεῖν τῇ ὀγδόῃ ἐκπορεύεσθαι, καὶ ἀφικνεῖσθαι [ἦ] τεταρταίους ὅθεν καθορᾶν ἄνωθεν διὰ παντὸς τοῦ οὐρανοῦ καὶ γῆς τεταμένον φῶς εὐθύ, οἶον κίονα, μάλιστα τῇ ἱριδι ἐμφορές, λαμπρότερον δὲ καὶ καθαρώτερον, εἰς ὃ

ἀφικνεῖσθαι προελθόντας ἡμερησίαν ὁδόν, καὶ ἰδεῖν αὐτόθι κατὰ μέσον τὸ φῶς ἐκ τοῦ οὐρανοῦ τὰ ἄκρα τῶν δεσμῶν τεταμένα· εἶναι γὰρ τοῦτο τὸ φῶς σύνδεσμον τοῦ οὐρανοῦ, οἷον τὰ ὑποζώματα τῶν τριήρων, οὕτω πᾶσαν συνέχον τὴν περιφορὰν· ἐκ δὲ τῶν ἄκρων τεταμένον ἀνάγκης ἄτρακτον, δι' οὗ πάσας ἐπιστρέφεσθαι τὰς περιφοράς· οὐ τὴν μὲν ἡλακάτην καὶ τὸ ἄγκιστρον εἶναι ἐξ ἀδάμαντος, τὸν δὲ σφόνδυλον μικτὸν ἐκ τούτου καὶ ἄλλων. ^[10]

144 τὴν δὲ τοῦ σφονδύλου φύσιν εἶναι τοιάνδε· τὸ μὲν σχῆμα οἶανπερ τοῦ ἐνθάδε· νοῆσαι δὲ δεῖ ἐξ ὧν ἔλεγε τοιόνδε αὐτὸν εἶναι· ὥσπερ γὰρ ἂν ἐν ἐνὶ μεγάλῳ σφονδύλῳ κοίλῳ καὶ ἐξεγλυμμένῳ διαμπερὲς ἄλλος τοιοῦτος ἐλάττων ἐγκέοιτο ἀρμόττων καθάπερ οἱ κᾶδοι εἰς ἀλλήλους ἀρμόττοντες· καὶ οὕτω δὲ τρίτον ἄλλον καὶ τέταρτον καὶ ἄλλους τέτταρας· ὁκτῶ γὰρ εἶναι τοὺς σύμπαντας σφονδύλους ἐν ἀλλήλοις ἐγκειμένους, κύκλους ἄνωθεν τὰ χεῖλη φαίνοντας, νῶτον συνεχὲς ἐνὸς σφονδύλου ἀπεργαζομένους περὶ τὴν ἡλακάτην· ἐκείνην δὲ διὰ μέσου τοῦ ὀγδόου διαμπερὲς ἐληλάσθαι. ^[20]

145 τὸν μὲν οὖν πρῶτόν τε <καὶ> ἐξωτάτῳ σφόνδυλον πλατύτατον τὸν τοῦ χεῖλους κύκλον ἔχειν, τὸν δὲ <τοῦ> ἔκτου δεύτερον, τρίτον δὲ τὸν τοῦ τετάρτου, τέταρτον δὲ τὸν τοῦ ὀγδόου, πέμπτον δὲ τὸν τοῦ ἐβδόμου, ἕκτον δὲ τὸν τοῦ πέμπτου, ἕβδομον δὲ τὸν τοῦ τρίτου, ὀγδοὺν δὲ τὸν τοῦ δευτέρου. καὶ τὸν μὲν τοῦ μεγίστου ποικίλον, τὸν δὲ τοῦ ἐβδόμου λαμπρότατον, τὸν δὲ τοῦ ὀγδόου χρῶμα ἀπὸ τοῦ ἐβδόμου ἔχειν προσλάμποντος, τὸν δὲ τοῦ δευτέρου καὶ πέμπτου παραπλήσια ἀλλήλοις, ξανθότερα ἐκείνων χρώματα, τρίτον δὲ λευκότερον χρῶμα ἔχειν, τὸν τέταρτον ὑπέρυθρον, δεύτερον λευκότητι τὸν ἕκτον. κυλίεσθαι δὲ στρεφόμενον τὸν ἄτρακτον ὅλον μὲν τὴν αὐτὴν φορὰν τῷ κόσμῳ, ἐν δὲ ὅλῳ περιφερομένῳ τοὺς ἐντὸς ἐπτὰ κύκλους τὴν ἐναντίαν τῷ ὅλῳ ἡρέμα περιάγεσθαι, αὐτῶν δὲ τούτων τάχιστα μὲν ἰέναι τὸν ὀγδοὺν, δευτέρους δὲ καὶ ἅμα ἀλλήλοις ἰσοταχῶς τὸν τε ἕβδομον καὶ τὸν ἕκτον καὶ τὸν πέμπτον· τρίτον δὲ φορᾶ ἰέναι, ὃν φασὶ φαίνεσθαι ἐπανακυκλούμενον μάλιστα τῶν ἄλλων· τέταρτον δὲ <τὸν> τρίτον καὶ πέμπτον τὸν δεύτερον. στρέφεσθαι δὲ αὐτὸν ἐν τοῖς τῆς ἀνάγκης γόνασιν. ἐπὶ δὲ τῶν κύκλων αὐτοῦ ἄνωθεν ἐφ' ἐκάστου βεβηκέναι Σειρήνα συμπεριφερομένην, φωνὴν μίαν ἰεῖσαν, ἓνα τόνον· ἐκ πασῶν ὁκτῶ οὐσῶν ἀρμονίαν συμφωνεῖν. ^[20]

146 ταῦτα μὲν οὖν καὶ ὁ Πλάτων· ὧν τὴν ἐξήγησιν ἐν τοῖς τῆς Πολιτείας ποιοῦμεθα ὑπομνήμασιν. κατεσκευάσται δ' ἡμῖν καὶ σφαιροποιία κατὰ τὰ εἰρημένα· καὶ γὰρ αὐτός φησιν ὁ Πλάτων ὅτι τὸ ἄνευ τῶν δι' ὅψεως μιμημάτων [τῶν] τὰ τοιαῦτα ἐθέλειν ἐκδιδάσκειν μάταιος πόνος. ἐπὶ δὲ τῶν κύκλων <ἅς> φησιν ἐφεστάναι Σειρήνας οἱ μὲν αὐτοὺς <φασὶ> λέγεσθαι τοὺς πλάνητας, ἀπὸ τοῦ σειριάζει ν· κοινῶς τε γάρ, φησὶν ὁ Ἄδραστος, πάντας τοὺς ἀστέρας οἱ ποιηταὶ σειρίους καλοῦσιν, ὥς Ἰβυκος φλεγέθων, ἅπερ διὰ νύκτα μακρὰν σείρια παμφανώοντα, καὶ κατὰ διαφορὰν ἔνιοι τοὺς λαμπροὺς καὶ ἐπιφανεῖς, ὥς Ἄρατος τὸν τοῦ κυνὸς ὀξέα σειριᾶν φησι, καὶ ὁ τραγικὸς ἐπὶ τινος τῶν πλανήτων· τί ποτ' ἄρα ὁ ἀστὴρ ὅδε πορθμεύει σείριος; ἔνιοι δὲ Σειρήνας οὐ τοὺς ἀστέρας λέγεσθαί φασιν, ἀλλὰ κατὰ τὸ Πυθαγορικὸν τοὺς ὑπὸ τῆς τούτων φορᾶς γινομένους ἥχους καὶ φθόγγους ἡρμοσμένους καὶ συμφώνους, ἐξ ὧν μίαν ἡρμοσμένην ἀποτελεῖσθαι φωνήν. ^[5]

147 τῶν δὲ πλανωμένων, φησὶν ὁ Ἄδραστος, τὰ μὲν ἐστὶν αἰεὶ ὑπολειπτικά, ὥς ἥλιος καὶ σελήνη· ταῦτα γὰρ οὐδέποτε εἰς τὰ προηγούμενα τῶν ζωδίων μεταβαίνει, ἀλλὰ πάντοτε ὁρᾶται μεταβαίνοντα εἰς τὰ ἐπόμενα· διόπερ οὐδὲ στηριγμοὺς οὐδὲ ἀναποδισμοὺς ποιεῖται. τὰ δὲ καὶ προηγεῖται καὶ ὑπολείπεται, καθάπερ τὰ ἄλλα· διόπερ ἀναγκαίως καὶ στηρίζοντά ποτε φαίνεται καὶ ἀναποδίζοντα. ἔστι γὰρ ὑπόλειψις μὲν φαντασία πλάνητος ὥς εἰς τὰ ἐπόμενα τῶν ζωδίων καὶ πρὸς ἀνατολὰς ἀπιόντος, ὥς φησιν ὁ Ἄδραστος, ὥς δὲ ὁ Πλάτων φησὶν, οὐ φαντασία, ἀλλὰ τῷ ὄντι μετάβασις πλάνητος εἰς τὰ ἐπόμενα ζῶδια ἐπ' ἀνατολὰς ἀπιόντος κατὰ τὴν ἰδίαν

κίνησιν, οἷον ἀπὸ Καρκίνου εἰς Λέοντα. προήγησις δέ ἐστι φαντασία πλάνητος ὡς ἐπὶ τὰ προηγούμενα καὶ ἐπὶ δυσμὰς μεταβαίνοντος, οἷον ἀπὸ Καρκίνου εἰς Διδύμους. ^[20]

148 στηριγμός δέ ἐστι φαντασία πλάνητος ὡς ἐπὶ πλέον ἐστῶτος καὶ μένοντος παρά τινι τῶν ἀπλανῶν. ἀναποδισμός δέ ἐστι φαντασία πλάνητος ὑποστροφῆς ἀπὸ στηριγμοῦ ὡς ἐπὶ τὰ ἐναντία τῇ πρόσθεν κινήσει. πάντα δὲ ταῦτα ἡμῖν φαίνεται γίνεσθαι, οὐ μὴν οὕτως ἐπιτελεῖται· τούτου δ' αἴτιον τὸ κατὰ ἰδίου τινὸς κύκλου ἢ ἐν ἰδίᾳ σφαίρᾳ φερόμενον ἕκαστον τῶν πλανωμένων κατωτέρω τῶν ἀπλανῶν ἡμῖν διὰ τὴν ἐπιπρόσθησιν δοκεῖν κατὰ τὸν ζωδιακὸν φέρεσθαι κύκλον ἐπάνω κείμενον, ὡς καὶ περὶ τούτων διορίζει ὁ Ἄδραστος εἰς τὸ τὴν διαφορὰν τῶν περὶ τοὺς πλάνητας ὑποθέσεων φανερὰν γίνεσθαι αἷς ἔπεται τὰ φαινόμενα. φησὶ δ' ὅτι ὁ μὲν πᾶς κόσμος τοιοῦτός τε καὶ ἐκ τοσούτων καὶ τοιούτων συνεστηκὼς οἶων καὶ ὄσων διειλόμεθα, φερόμενός τε φορὰν ἐγκύκλιον καὶ τοῦ σφαιρικοῦ σχήματος οἰκείαν ὑπὸ τοῦ πρώτου· ὅθεν καὶ κατεσκευάσθη τοῦ βελτίστου καὶ ἀρίστου χάριν. πρὸς δὲ τὴν χρόνου διαρίθμησην καὶ τὴν τῶν περιγείων καὶ ἀπογείων μεταβολὴν ἐγένετο ἡ τῶν πλανωμένων φορὰ ποικίλη τις ἥδη συνεστηκυῖα, ὥστε ἀκολουθεῖν αὐτῇ τὸ ἐνταῦθα· ταῖς γὰρ τούτων τροπαῖς προσιόντων καὶ ἀπιόντων συμμεταβάλλει καὶ ἀνταῦθα παντοίως. τῶν μὲν γὰρ ἀπλανῶν ἀπλῇ καὶ μία φορὰ κύκλῳ, τεταγμένη τε καὶ ὁμαλή. ^[20]

149 τῶν δὲ ἄλλων πλανωμένων κυκλικὴ μὲν, οὐ μὴν ἀπλῇ δοκεῖ καὶ μία, οὐδὲ ὁμαλὴ καὶ τεταγμένη. τῶν δ' ὑπὸ σελήνην καὶ περὶ ἡμᾶς καὶ μέχρις ἡμῶν πᾶσα μεταβολὴ καὶ κίνησις καί, καθάπερ φησὶν, ἔνθα κότος τε φόνος τε καὶ ἄλλων ἔθνεα κηρῶν. καὶ γὰρ γένεσις καὶ φθορὰ περὶ πάντα ἀνταῦθα καὶ αὔξεις καὶ μείωσις ἀλλοιώσεις τε παντοῖα καὶ ἡ κατὰ τόπον ποικίλη φορὰ. τούτων δέ, φησὶν, αἴτια τὰ πλανώμενα τῶν ἄστρον. ταῦτα δὲ λέγοι τις ἂν οὐχ ὡς τῶν τιμιωτέρων καὶ θείων καὶ αἰδίων ἀγεννήτων τε καὶ ἀφθάρτων ἔνεκα τῶν ἐλαττόνων καὶ θνητῶν καὶ ἐπικήρων πεφυκότων, ἀλλ' ὡς ἐκείνων μὲν διὰ τὸ κάλλιστον καὶ ἄριστον καὶ μακαριώτατον αἰεὶ οὕτως ἐχόντων, τῶν δ' ἐνταῦθα κατὰ συμβεβηκὸς ἐκείνοις ἐπομένων. ἴνα μὲν γὰρ ἡ ἐν κύκλῳ τοῦ παντὸς αἰεὶ ὁμοία φορὰ γίνηται, οἷον ἐνέργειά τις οὕσα καὶ ζωὴ τούτου θεία, μένειν ἐπὶ τοῦ μέσου τὴν γῆν ἀνάγκη, <ἥ> περιενεχθήσεται τὸ κύκλῳ φερόμενον. εἰ δὲ ἀνάγκη μένειν κάτω τὴν γῆν, ἀνάγκη καὶ τὸ πῦρ τὸν ἐναντίον ταύτῃ κατέχειν τόπον, ὑπὸ τὴν κύκλῳ φορητικὴν αἰθέριον οὐσίαν καθιστάμενον. τούτων δ' οὕτω διεστηκότων ἀνάγκη καὶ τᾶλλα στοιχεῖα, ὕδωρ καὶ ἀέρα, κατὰ λόγον τὸν μεταξὺ τόπον ἐπέχειν. τούτων δὲ ὄντων ἀνάγκη καὶ μεταβολὴν εἶναι τῶν ἐνταῦθα, διὰ <τὸ> τὴν ὕλην αὐτῶν διόλου εἶναι τρεπτὴν καὶ [ταῦτα] δυνάμεις ἔχειν ὑπεναντίας. ^[20]

150 ἐγγίνεται δ' ἡ μεταβολὴ τῇ ποικίλῃ φορᾷ τῶν πλανωμένων. εἰ γὰρ ὁμοίως τοῖς ἀπλανέσι καὶ ταῦτα ἐφέρετο κατὰ παραλλήλων, αἰεὶ ὁμοίας οὔσης τῆς τῶν ὅλων καὶ πάντων καταστάσεως, οὐκ ἂν τῶν ἐνταῦθα ἐτεροιώσις ἢ μεταβολὴ τις ἦν. νῦν δὲ τροπαὶ καὶ ἰσημερίαι πρόσοδοι τε καὶ ἀποχωρήσεις κατὰ τε ὕψος καὶ πλάτος μάλιστα μὲν ἡλίου καὶ σελήνης, οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ τῶν ἄλλων, τὰς τε ὥρας διαφόρους ἐπιτελοῦσι καὶ τὴν ἐνταῦθα πᾶσαν ἐργάζονται μεταβολὴν καὶ γένεσιν καὶ ἀλλοίωσιν. ἡ δὲ ποικίλη τῆς φορᾶς τῶν πλανωμένων φαντασία γίνεται διὰ τὸ κατ' ἰδίων τινῶν κύκλων καὶ ἐν ἰδίαις σφαίραις ἐνδεδεμένα καὶ δι' ἐκείνων κινούμενα δοκεῖν ἡμῖν φέρεσθαι διὰ τῶν ζωδίων, καθὰ πρῶτος ἐνόησε Πυθαγόρας, τῇ κατὰ ταῦτα τεταγμένη ἀπλῇ καὶ ὁμαλῇ αὐτῶν φορᾷ κατὰ συμβεβηκὸς ἐπιγινόμενης τινὸς ποικίλης καὶ ἀνωμάλου κινήσεως. περὶ δὲ τῆς θέσεως τῶν σφαιρῶν [κύκλων] τ..... ἥτις σώσει τὰ φαινόμενα διέξεισι ταῦτα· φυσικὸν μὲν καὶ ἀναγκαῖον, καθάπερ τὰ ἀπλανῆ, καὶ τῶν ἄλλων οὐρανίων ἕκαστον ἀπλῆν καὶ μίαν καθ' αὐτὸ φορὰν ὁμαλῶς φέρεσθαι καὶ εὐτάκτως. δῆλον δὲ φημι τοῦτο γενήσεσθαι, ἐὰν κατ' ἐπίνοιαν στήσαντες τὸν κόσμον νοήσωμεν τὰ πλανώμενα ὑπὸ τὸν ζωδιακόν, ἀκίνητον ὄντα καθ' ὑπόθεσιν, κινούμενα· οὕτως γὰρ οὐκέτι ποικίλη καὶ ἀνώμαλος,

ἀλλ' εὐτακτος ἡ κίνησις αὐτῶν ἐπιτελουμένη φανήσεται, ὡς ἐπὶ τῆς σφαιροποιίας τῆς Πλατωνικῆς ὑφ' ἡμῶν ἐπιδείκνυται. ^[5]

151 τῆς δ' ἄλληνάλλου δοκούσης αὐτῶν κινήσεως καὶ ποικίλης αἰτία ἡ διττὴ κίνησις, τῆς ἀπλανοῦς σφαίρας ἀπ' ἀνατολῆς ἐπὶ δύσιν φερομένης περὶ τὸν διὰ τῶν πόλων ἄξονα καὶ συμπεριαγούσης τῇ οἰκείᾳ ῥύμῃ τὰ πλανώμενα καὶ πάντας γραφούσης τοὺς κύκλους καθ' ὧν φέρεται τὰ ἀπλανῆ παραλλήλους, αὐτὰ δὲ τὰ πλανώμενα κατὰ τὴν ἰδίαν κίνησιν οὖσαν βραδυτέραν ἀπὸ δύσεως ἐπ' ἀνατολὴν φέρεσθαι ἐν ἀνίσοις χρόνοις ὑπὸ τὸν ζῳδιακὸν λελοξωμένον κατὰ τῶν τριῶν παραλλήλων, χειμερινοῦ ἰσημερινοῦ θερινοῦ, περὶ ἕτερον ἄξονα τὸν πρὸς ὀρθὰς ὄντα τῷ ζῳδιακῷ, πεντεκαϊδεκαγώνου πλευρὰν ἀπέχοντα τοῦ τῶν ἀπλανῶν ἄξονος. τὸν δὲ τῶν πλανωμένων ἄξονα ὁ Πλάτων ἡλακάτην καὶ ἄτρακτον καλεῖ. λέγεται δέ, φησὶν Ἄδραστος, ὁμαλῶς μὲν κινεῖσθαι τὸ τὰ ἴσα διαστήματα ἐν ἴσοις χρόνοις διανύειν, ἀλλὰ μὴ ποτὲ μὲν ἀνιέναι ὅτε δὲ ἐπιτείνειν ἕκαστον τὸ αὐτοῦ τάχος. εὐτάκτως δὲ ἐστὶ κινεῖσθαι τὸ μὴ ποτὲ μὲν ἴστασθαι ποτὲ δὲ ἀνακάμπειν, φέρεσθαι δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀεὶ ὁμοίως. ^[20]

152 δοκεῖ δ' ἡμῖν τὰ πλανώμενα πάντα μὲν ἀνωμαλίας, ἔνια δὲ καὶ ἀταξίας μετέχειν. τίς οὖν ἡ τῆς τοιαύτης φαντασίας αἰτία; πρώτη μὲν τὸ ἐν ἐτέραις σφαίραις καὶ ἐν ἐτέροις κύκλοις ὄντα, καθ' ὧν φέρονται, δοκεῖν διὰ τοῦ ζῳδιακοῦ φέρεσθαι, καθὰ ἤδη προεῖρηται. κατὰ συμβεβηκὸς δέ, ὡς προεῖρηται, καίτοι ἀπλῆν τὴν ἰδίαν ποιούμενοι κίνησιν οἱ ζ', πλείονας κύκλους γράφουσι καὶ διαφόρους. δῆλον δὲ τοῦτο ἂν ἡμῖν καὶ ἐφ' ἐνὸς γένοιτο σκοπούμενοις τοῦ φανερωτάτου καὶ μεγίστου τῶν πλανωμένων ἡλίου. ἔστω ζῳδιακὸς μὲν ὁ αβγδ· κέντρον δὲ αὐτοῦ καὶ τοῦ παντός, περὶ ὃ λέγεται ἐρηρεῖσθαι μέση <ῆ> γῆ, τὸ θ, καὶ διὰ τούτου πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ αβ βδ διαμέτροι· καὶ τὸ μὲν α ἐν ἀρχῇ τοῦ Κριοῦ, τὸ δὲ β Καρκίνου, πάλιν δὲ τὸ μὲν γ τοῦ Ζυγοῦ, τὸ δὲ δ Αἰγοκέρω. φαίνεται δὴ ὁ ἥλιος κατὰ τὸ α γενόμενος ἰσημερίαν ἑαρινὴν ποιεῖσθαι, κατὰ δὲ τὸ β τροπὴν θερινήν, καὶ κατὰ μὲν τὸ γ μετοπωρινήν <ἰσημερίαν, κατὰ δὲ τὸ δ τροπὴν χειμερινήν>, ἴσας δὲ οὖσας τὰς αβ βγ γδ δα περιφερείας τεταρτημοριαίας ἀνωμάλως ἐν ἀνίσοις χρόνοις διεξιῶν. ^[5]

153 ἀπὸ μὲν γὰρ ἰσημερίας ἑαρινῆς ἐπὶ τροπὴν θερινήν ἐν ἡμέραις παραγίνεται ζδ' ζ', ἀπὸ δὲ θερινῆς τροπῆς ἐπὶ ἰσημερίαν μετοπωρινήν ἡμέραις ζβ' ζ', ἀπὸ δὲ μετοπωρινῆς ἰσημερίας ἐπὶ τροπὴν χειμερινήν ἡμέραις πη' η'', λοιπὸν ἀπὸ τροπῆς χειμερινῆς ἐπὶ τὴν ἑαρινὴν ἰσημερίαν ἡμέραις ζ' η'', ὥστε τὸν ὅλον κύκλον ἐνιαυτῷ διανύειν, ἡμέραις ἑγγιστα τξε' δ'', καὶ κατὰ τῶν Διδύμων τὴν ἀρχὴν βραδύτατα κινούμενος, κατὰ δὲ τὴν ἀρχὴν τοῦ Τοξότου τάχιστα, μέσα δὲ κατὰ τὴν Παρθένον καὶ τοὺς Ἰχθύας. φυσικὸν δέ, ὡς φαμεν, καὶ ἀναγκαῖον ἅπαντα τὰ θεῖα ὁμαλῶς κινεῖσθαι καὶ εὐτάκτως δῆλον οὖν ὡς ἐπὶ τινος ἰδίου κύκλου φερόμενος ὁμαλῶς καὶ εὐτάκτως ἡμῖν ἀπὸ τοῦ θ ὁρῶσιν ἐπὶ τοῦ αβγδ δοκεῖ φέρεσθαι ἀνωμάλως. εἰ μὲν οὖν ὁ κύκλος αὐτοῦ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἦν τῷ παντί, λέγω δὲ περὶ τὸ θ, τοὺς αὐτοὺς λόγους διαιρούμενος ὑπὸ τῶν αβ βδ διαμέτρων, διὰ τὴν ἰσότητα τῶν περὶ τὸ κέντρον γωνιῶν καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν περιφερειῶν τὴν αὐτὴν ἂν παρεῖχεν ἀπορίαν. ^[20]

154 δῆλον δὲ ὡς ἐτέρως κινούμενος καὶ οὐ περὶ τὸ θ κέντρον αἰτιὸν ἐστὶ τῆς τοιαύτης ἐμφάσεως. ἦτοι οὖν ἐντὸς αὐτοῦ περιλήψεται τὸ θ, ἢ δι' αὐτοῦ ἐλεύσεται, ἢ ἐκτὸς αὐτοῦ ἀπολείψει. διὰ μὲν οὖν τοῦ θ τὸν ἡλιακὸν ἔρχεσθαι κύκλον, ἀμήχανον· καὶ γὰρ αὐτὸς ἂν ὁ ἥλιος ἐπὶ γῆν παρεγίνετο, καὶ τοῖς μὲν ἐπὶ θάτερα τῆς γῆς ἀεὶ ἦν ἡμέρα, τοῖς δ' ἄλλοις ἀεὶ νύξ ἦν, καὶ οὐτ' ἀνατέλλων οὔτε δύνων οὔθ' ὅλως περὶ τὴν γῆν ἐρχόμενος ἐφαίνετο ἂν ὁ ἥλιος· ἅπερ ἄτοπα. λείπεται οὖν ἢ ἐντὸς περιλαμβάνεσθαι τὸ θ ὑπὸ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου ἢ ἐκτὸς ἀπολείπεσθαι. ὁποτέρως δ' ἂν ὑποτεθῇ, φησί, σωθήσεται τὰ φαινόμενα, καὶ ἐντεῦθεν ἡ διαφορὰ τῶν μαθηματικῶν ἐλεγχθήσεται ἄτοπος οὖσα, τῶν μὲν κατὰ ἐκκέντρων μόνον λεγόντων φέρεσθαι τὰ πλανώμενα, τῶν δὲ κατ' ἐπίκυκλον, τῶν δὲ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῇ ἀπλανεῖ.

ἐπιδειχθήσονται γὰρ τοὺς τρεῖς γράφοντες κύκλους κατὰ συμβεβηκός, καὶ τὸν περὶ <τὸ> τοῦ παντὸς κέντρον καὶ τὸν ἔκκεντρον καὶ τὸν ἐπίκυκλον. ἐὰν μὲν γὰρ περιλαμβάνεσθαι ὑποθώμεθα τὸ θ ἐντὸς ὑπὸ ἡλιακοῦ κύκλου, φησί, μὴ μέντοι γε ὡς κέντρον, ἔκκεντρος ἢ τοιαύτη λέγεται πραγματεία, ἐὰν δὲ ἐκτὸς ἀπολείπεσθαι, κατ' ἐπίκυκλον. ὑποκείσθω πρότερον ἔκκεντρος εἶναι ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος ὁ ἐζηκ, παρεγκεκλιμένος οὕτως, ὡς ἔχειν τὸ αὐτοῦ κέντρον ὑπὸ τῇ ἐξ περιφερείᾳ, οἷον τὸ μ, καὶ διαιρουμένου εἰς ἴσα μέρη τξε' δ'' [καὶ] τὴν μὲν ἐξ περιφέρειαν εἶναι ζδ' ζ', τὴν δὲ ζη ζβ' ζ', καὶ τὴν ηκ πη' η'', τὴν δὲ κε ζ' η''. ^[5]

155 φανερόν οὖν ὡς ἐπὶ μὲν τοῦ ε γενόμενος ἡμῖν ἀπὸ τοῦ θ ἐπ' εὐθείας ὁρῶσιν ἐπὶ τοῦ α εἶναι δόξει, τὴν δὲ ἐξ διελθών, μεγίστην οὔσαν τῶν εἰς τέσσαρα τετμημένων τοῦ ἰδίου κύκλου, ἡμέραις ζδ' ζ', ὅσων περ ἦν καὶ αὕτη <μοιρῶν>, ὁμαλῶς, καὶ γενόμενος ἐπὶ τοῦ ζ, ἡμῖν ἐπὶ τοῦ β φανήσεται, καὶ δόξει τὴν αβ διεληλυθέναι, τεταρτημοριαίαν τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου, οὐ ταῖς αὐταῖς ἡμέραις, ἀνωμάλως. ^[10]

156 πάλιν δὲ τὴν ζη περιφέρειαν, δευτέραν μεγέθει τοῦ ἰδίου κύκλου, περιελθὼν ὁμαλῶς ἐν ἡμέραις ζβ' ζ', ὅσων περ ἦν αὕτη μοιρῶν, καὶ γενόμενος ἐπὶ τοῦ η, ἡμῖν ἐπὶ τοῦ γ φανήσεται, καὶ δόξει τὴν βγ, τεταρτημοριαίαν τοῦ ζωδιακοῦ καὶ ἴσην τῇ πρόσθεν ἐν ἐλάττωσιν ἡμέραις διεληλυθέναι καὶ ἀνωμάλως, παραπλησίως δὲ τὴν ηκ διαπορευθεῖς, ἐλαχίστην οὔσαν τῶν εἰς τέσσαρα τοῦ ἰδίου κύκλου, μοιρῶν πη' η'', ἐν ἡμέραις τοσαύταις, καὶ γενόμενος ἐπὶ τοῦ κ, τοῖς ἀπὸ τοῦ θ ὁρῶσι φανήσεται μὲν ἐπὶ τοῦ δ, δόξει δὲ τὴν γδ, τεταρτημοριαίαν καὶ ἴσην ταῖς πρόσθεν, ἐλαχίσταις ἡμέραις διεληλυθέναι. καὶ κατὰ λόγον λοιπὴν τὴν κε πορευθεῖς ἡμέραις ζ' η'', ὅσων καὶ μοιρῶν ἦν, καὶ ἀποκαταστὰς ἐπὶ τὸ ε, δόξει τὴν δα διηनुκέναι, τεταρτημοριαίαν καὶ ἴσην, ἐν ἡμέραις ζ' η'', καὶ ἐπὶ τὸ α σημεῖον ἀποκαθίστασθαι. καὶ τὸν ἑαυτοῦ κύκλον διαπορευθεῖς ὁμαλῶς τὸν τῶν ζωδίων ἀνωμάλως δόξει διεληλυθέναι. ἐὰν δὲ ἐπιζεύξαντες μεταξὺ τῶν κέντρων τὴν θμ ἐκβάλωμεν ἐφ' ἑκάτερα ἐπ' εὐθείας, ἐπειδὴ τοῦ ἐξ κύκλου κέντρον τὸ μ, ἴση ἔσται ἡ μν <τῇ> μξ. ^[20]

157 ὥστε κατὰ μὲν τὸ ν γενόμενος ὁ ἥλιος ἀπογειότατος ἂν εἴη, καὶ ἡμῖν ἀπὸ τοῦ θ ὁρῶσι τὸ μέγεθος ἐλάχιστος δόξει καὶ βραδύτατα κινούμενος· ὅπερ φαίνεται ποιῶν κατὰ τὴν πέμπτην ἡμίσειαν μάλιστα μοῖραν τῶν Διδύμων· κατὰ δὲ τὸ ξ γενόμενος προσγειότατός τε καὶ διὰ τοῦτο μέγιστος τῇ φάσει καὶ τάχιστα κινούμενος δόξει· ἅτινα πάλιν φαίνεται ποιούμενος κατὰ τὴν ε' ἡμίσειαν μοῖραν τοῦ Τοξότου· εὐλόγως τε καὶ περὶ τὰς αὐτὰς μοίρας τῶν τε Ἰχθύων καὶ τῆς Παρθένου μέσως τῷ μεγέθει καὶ τῷ τάχει φέρεσθαι δοκεῖ. καὶ οὕτως πάντα, φησί, σωθήσεται τὰ φαινόμενα. εὐρίσκεται ὁ ἐζηκ κύκλος τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει δεδομένος. ἤχθωσαν γὰρ διὰ τοῦ μ ταῖς αγ βδ παράλληλοι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ οπ ρς, καὶ ἐζεύχθωσαν αἱ ζμ με. δῆλον οὖν ὅτι τοῦ ἐζηκ κύκλου διαιρεθέντος εἰς ἡμέρας τξε' δ'' ἡ μὲν ἐζη περιφέρεια τοιούτων ἔσται ἡμερῶν ρπζ', ἡ δὲ ηκε ἔσται ἡμερῶν ροη' δ''. ἴσα ἄρα ἑκατέρω τῶν εο πη ρζ σκ, αἱ δὲ σπ πρ ρο ος περιφέρειαι ἀνὰ ζα' δ'' ις'' τοιούτων ὑπάρχουσαι. ἡ δοθεῖσα ἄρα γωνία ὑπὸ ομν ἴση ἔσται τῇ θμτ· ὁμοίως καὶ <ῆ> ρμν γωνία ἴση ἔσται τῇ υμθ. ἔσται ἄρα ὁ λόγος τῆς μτ πρὸς μθ, τουτέστι μτ πρὸς θτ, <δεδομένος>. ^[20]

158 δέδοται ἄρα τὸ μτθ τρίγωνον τῷ εἶδει. καὶ δοθὲν τὸ θ κέντρον τοῦ παντὸς πρὸς ἑκάτερον τῶν ν ξ σημείων· τὸ μὲν γὰρ μέγιστον ὀρίζει ἀπόστημα, τὸ δὲ ἐλάχιστον· καὶ ἔστιν ἡ μὲν θμ μεταξὺ κέντρων τοῦ τε παντὸς καὶ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου. δέδοται ἄρα ὁ ἐζηκ κύκλος τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει· εὐρίσκεται δὲ διὰ τῆς περὶ ἀποστημάτων καὶ μεγεθῶν πραγματείας ὁ λόγος τῆς θμ <πρὸς τὴν μν> ἔγγιστα ὡς ἐν πρὸς κδ'. τοιάνδε μὲν τὴν κατὰ ἔκκεντρον πραγματείαν παραδίδωσιν, σώζουσιν τὰ φαινόμενα. τὴν δὲ κατ' ἐπίκυκλον τοιάνδε λέγουσιν εἶναι. ^[10]

159

ἔστω πάλιν ζωδιακὸς μὲν ὁ ἀβγδ , ἡλιακὸς δὲ κύκλος ὁ εζκ , ἐκτὸς ἀπολείπων ἑαυτοῦ τὸ θ ὅ ἐστι τοῦ παντὸς κέντρον. φερομένης δὴ τῆς τῶν ἀπλανῶν σφαίρας ἀπὸ τῆς β ἀνατολῆς ἐπὶ τὸ α μεσουράνημα καὶ ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὴν δ δύσιν, ὁ εζκ κύκλος ἥτοι ἡρεμήσει ἢ καὶ αὐτὸς κινηθήσεται, φερομένου περὶ αὐτὸν τοῦ ἡλίου. ἀλλ' εἰ μὲν ἡρεμήσει, δηλὸν ὡς ὁ ἥλιος οὔτε δύνων οὔτε ἀνατέλλων φανήσεται, ἀλλ' αἰετὶ τοῖς μὲν ὑπὲρ γῆν ἡμέραν ποιήσει, τοῖς δὲ ὡς πρὸς ἡμᾶς ὑπὸ γῆν νύκτα, καὶ μιᾷ περιστροφῇ τοῦ παντὸς δόξει πάντα παροδεῦν τὰ ζῶδια· ἅπερ ἐστὶν ἄτοπα. κινηθήσεται οὖν καὶ αὐτός· κινούμενος δὲ ἥτοι ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντὶ οἰσθήσεται ἢ ὑπεναντίως καὶ <εἰ> ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί, ἥτοι ἰσοταχῶς ἢ θᾶττον αὐτοῦ ἢ βραδύτερον. ἀλλ' εἰ μὲν ἰσοταχῶς, ἀχθεισῶν τῶν θζν θκλ ἐφαπτομένων τοῦ ζε κύκλου, ὁ ἥλιος ἐν τῇ ναλ περιφερείᾳ τοῦ ζωδιακοῦ αἰετὶ δόξει ἀναστρέφεσθαι· ἐπὶ μὲν γὰρ τοῦ ζ γενόμενος κατὰ τὸ ν φανήσεται, ἐπὶ δὲ τοῦ ε κατὰ τὸ α, μεταβὰς δὲ ἐπὶ τὸ κ κατὰ τὸ λ, καὶ τὴν μὲν ζεκ περιφέρειαν διανύσας, τὴν ναλ δόξει πεπορευθῆναι ἐπὶ τὰ προηγούμενα τῶν ζωδίων· τὴν δὲ κηζ διελθὼν δόξει τὴν λαν ἐπὶ τὰ ἐπόμενα ἐννέχθαι· ἅτινα πάλιν οὐ φαίνεται. οὐκ ἄρα ὁ εζκ τοῦ ἡλίου κύκλος ἰσοταχῶς ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί συμπεριενεχθήσεται. ^[20]

160 ἀλλὰ μὴν οὐδὲ θᾶττον, ἐπεὶ καὶ οὕτως προφθάνων προηγέισθαι δόξει τῶν ἀπλανῶν καὶ ἀνάπαλιν τὸν ζωδιακὸν διανύειν, οἷον ἀπὸ Κριοῦ εἰς Ἰχθύας καὶ Ὑδροχόον· ἅπερ οὐ φαίνεται. δηλὸν οὖν ὅτι ὁ εζκ κύκλος ἥτοι ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί, βραδύτερον μέντοι, κινηθήσεται, καὶ διὰ τοῦτο ὑπολειπόμενος εἰς τὰ ἐπόμενα δόξει μεταβαίνειν, ἢ καθ' ἑαυτὸν [εἰ] μὲν ὑπεναντίως τῷ παντί οἰσθήσεται, συναπενεχθήσεται δὲ τῷ παντί πρὸς ἡμέραν ἐκάστην κρατούμενος τὴν ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις· καὶ γὰρ οὕτως εἰς τὰ ἐπόμενα φανήσεται μετιῶν καὶ οἷον ὑπολειπόμενος. πῶς οὖν σώσει τὰ φαινόμενα; ἔστω κέντρον τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου τὸ μ, καὶ γεγράφθω κέντρον μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ θμ , κύκλος ὁ μονξ , καὶ ὑποκείσθω ὁ εζηκ κύκλος νῦν συναποφέρεσθαι μὲν τῷ παντί τὴν ἀπὸ τῶν ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις φοράν, ἥτοι δὲ διὰ βραδυτῆτα ὑπολειπόμενος, ἢ καὶ φερόμενος ὑπεναντίως τῷ παντί, ὃ καὶ μᾶλλον δοκεῖ τῷ Πλάτῳ, ὥστε τὸ μὲν κέντρον κατὰ τοῦ μονξ κύκλου φερόμενον ὁμαλῶς περιπορεύεσθαι αὐτὸν ἐνιαυτῷ, καὶ ἐν τῷ <αὐτῷ> χρόνῳ τὸν ἥλιον διανύειν τὸν ἑαυτοῦ κύκλον, ὁμοίως φερόμενον ὁμαλῶς. πάλιν ὁ ἥλιος κατὰ τοῦ εζηκ κύκλου ἥτοι ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί ἐνεχθήσεται, ἢ ὑπεναντίως, <ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ> τῷ ἰδίῳ κύκλῳ, οἷον ἀπὸ τοῦ κ ἐπὶ τὸ ε καὶ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ ζ. λέγω δὲ ὅτι τοῦ εζηκ κύκλου περιφερομένου κατὰ τοῦ μονξ ὑπεναντίως τῷ παντί ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ εζηκ κύκλου ἐνεχθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί καὶ σώσει τὰ φαινόμενα. ^[25]

161 ἐννέχθω γὰρ πρότερον ὑπεναντίως μὲν τῷ παντί, ἐπὶ τὰ αὐτὰ <δὲ> τῷ ἑαυτοῦ κύκλῳ, οἷον ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ ζ ἢ ἀπὸ τοῦ ζ ἐπὶ τὸ η ἢ ἀπὸ τοῦ η ἐπὶ τὸ κ. ἐπεὶ τοίνυν ἐπὶ τοῦ ε γενόμενος πλεῖστον ἀφέστηκεν ἡμῶν, δηλὸν ὅτι τὸ α κατὰ τὴν ε' ἡμίσειαν μοῖραν ἐστὶ τῶν Διδύμων· ἔσται οὖν τὸ γ περὶ τὴν ε' ἡμίσειαν μοῖραν τοῦ Τοξότου· καὶ τὸ μὲν μ, τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου κέντρον, τεταρτημοριαίαν ἐννέχθω περιφέρειαν τοῦ μονξ κινούμενον ὁμαλῶς, τὴν μο , καὶ τὸν εζηκ κύκλον μετενηνοχέτω ἐπὶ τὸν λπ · ὁ δὲ ἥλιος ἐπὶ τὰ αὐτὰ τούτῳ φερόμενος ὁμοίως τεταρτημοριαίαν ἐννέχθω περιφέρειαν τοῦ εζηκ τὴν εζ · ἔσται οὖν ἐπὶ τοῦ π, φανήσεται δὲ ἡμῖν ἐπὶ τοῦ ς, καὶ τὴν εζ τεταρτημοριαίαν τοῦ ἰδίου κύκλου διελθὼν δόξει τοῦ ζωδιακοῦ μείζονα ἢ ὁμοίαν πορεύεσθαι τὴν αβς καὶ ἀπὸ τοῦ α ταχέως ἀπιέναι. πάλιν δὲ τὸ ο ἐννέχθω κέντρον τεταρτημοριαίαν περιφέρειαν τὴν ον , καὶ καθεστακέτω τὸν λπ κύκλον ἐπὶ τὸν φυ · ὁ δὲ ἥλιος τεταρτημοριαίαν κεκινήσθω περιφέρειαν τὴν πτ · ἔσται οὖν ἐπὶ τοῦ υ, φανήσεται δὲ ἡμῖν ἐπὶ τοῦ γ, καὶ ἐννέχθαι δόξει τὴν σγ τοῦ ζωδιακοῦ ἐλάττονα ἢ τεταρτημοριαίαν καὶ προσιέναι τῷ γ βραδέως. ^[20]

162 πάλιν δὴ τὸ ν τεταρτημοριαίαν μεταβὰν περιφέρειαν τὴν νξ , μετενηνοχέτω τὸν κύκλον ἐπὶ τὸν χψ · ὁ δὲ ἥλιος τεταρτημοριαίαν ἐνεχθεὶς περιφέρειαν ἔστω ἐπὶ τοῦ ψ· φανήσεται δὲ ἄρα

κατὰ τὸ ω καὶ δόξει διεληλυθέναι τὴν γω , ἐλάττονα <ἦ> τεταρτημοριαίαν, καὶ βραδέως ἀπιέναι τοῦ γ. λοιπὸν δὲ τὸ μὲν ξ κέντρον, τεταρτημοριαίαν ἐλθὼν περιφέρειαν τὴν ξμ , ἀποκαθεστακέτω τὸν ψχ κύκλον ἐπὶ τὸν εζηκ , καὶ αὐτὸς δὲ ὁ ἥλιος, διελθὼν [θ'] ὁμοίαν τὴν περιφέρειαν τὴν ψχ , ἀποκαθεστάσθω ἐπὶ τὸ ε, φαινόμενος κατὰ τὸ α· καὶ ἐνθενέχθαι δόξει τὴν ωδα τοῦ ζωδιακοῦ μείζονα περιφέρειαν καὶ ταχύνειν ἐπὶ τὸ α. ὥστε δῆλον ὅτι φερόμενος οὕτως τάχιστα μὲν δόξει κινεῖσθαι περὶ τοὺς Διδύμους, βραδύτατα δὲ περὶ τὸν Τοξότην· φαίνεται δὲ τοῦναντίον· οὐκ ἄρα, τοῦ κύκλου αὐτοῦ φερομένου κατὰ τὸν μονξ ἔγκεντρον κύκλον ἐπὶ τὰ ἐναντία τῷ παντί, καὶ αὐτὸς ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου ἐπὶ τὰ αὐτὰ μὲν τούτῳ κινηθήσεται, ὑπεναντίως δὲ τῷ παντί. λείπεται οὖν, τοῦ ἐπικύκλου φερομένου ὑπεναντίως τῷ παντί, τὸν ἥλιον κατὰ τοῦ ἐπικύκλου φέρεσθαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῖς ἀπλανέσιν· οὕτως γὰρ σωθήσεται τὰ φαινόμενα. ^[15]

163 οἷον ἐνθενέχθω τὸ μὲν κέντρον τοῦ ἐπικύκλου τεταρτημοριαίαν περιφέρειαν περὶ ἔγκεντρον κύκλον τὴν μο , καὶ μετενηνοχέτω τὸν ἐπίκυκλον ἐπὶ τὸν λπ· ὁ δὲ ἥλιος ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου τὴν εκ ὁμοίαν· ἔσται οὖν ἐπὶ τοῦ λ, φανήσεται δὲ ἡμῖν ἐπὶ τοῦ ς, τεταρτημοριαίαν τοῦ ἰδίου κύκλου κινηθεὶς περιφέρειαν· ἐπὶ δὲ τοῦ ζωδιακοῦ δόξει ἐλάττονα ἐνθενέχθαι τὴν ας καὶ βραδέως ἀπερχόμενος τοῦ α σημείου. πάλιν τὸ ο κέντρον μεταβεβηκέτω τεταρτημοριαίαν τὴν ον , καὶ ὁ ἥλιος ὁμοίαν τοῦ ἐπικύκλου τὴν λπ· ἔσται δὲ ἐπὶ τοῦ υ, φανήσεται δὲ κατὰ τὸ γ, καὶ δόξει κεκινήσθαι τοῦ ζωδιακοῦ τὴν σβγ , μείζονα τεταρτημοριαίας, ταχύνων ἐπὶ τὸ γ. ἐπενθενέχθω τὸ ν ἐπὶ τὸ ξ τεταρτημοριαίαν τὴν νξ καὶ τὸν υφ κύκλον ἐφηρμοκέτω τῷ χψ· ὁ δὲ ἥλιος, κινηθεὶς ὁμοίαν ταῖς πρόσθεν τὴν υφ [περὶ τὴν υφ] περιφέρειαν, ἔστω ἐπὶ τοῦ χ· φανήσεται δὲ κατὰ τὸ ω, καὶ δόξει διεληλυθέναι τὴν γδω τοῦ ζωδιακοῦ περιφέρειαν μείζονα τεταρτημοριαίας, καὶ ταχέως ἀπιέναι τοῦ γ ἐπὶ τὸ δ. ^[5]

164 λοιπὴν <δὲ τὸ κέντρον ἐλθὼν> τὴν ξμ κίνησιν ἀποκαθεστακέτω <τὸν> χψ ἐπὶ τὸν ἐπίκυκλον τὸν εζη , καὶ αὐτὸς ὁ ἥλιος, ἐνεχθεὶς ὁμοίαν λοιπὴν τὴν χψ, ἀποκαθεστάσθω ἐπὶ τὸ ε, φανήσεται δὲ κατὰ τὸ α, δόξει δὲ [ὁ κατὰ τὸ α] τοῦ ζωδιακοῦ διεληλυθέναι τὴν ωα ἐλάττονα τεταρτημοριαίας καὶ βραδέως προσιέναι τῷ α. ὥστε κατὰ τήνδε τὴν ὑπόθεσιν σωθήσεται τὰ φαινόμενα· βραδύτατον μὲν γὰρ δόξει κινεῖσθαι καὶ μικρότατος εἶναι κατὰ μέγεθος ὁ ἥλιος περὶ τὴν ε' ς' μοῖραν τῶν Διδύμων, τάχιστα δὲ φέρεσθαι καὶ μέγιστος εἶναι περὶ τὴν αὐτὴν μοῖραν τοῦ Τοξότου· καὶ ταῦτα εὐλόγως ἀπὸ μὲν γὰρ τοῦ ε μεταβαίνων ἐπὶ τὸ κ, τοῦ κύκλου αὐτοῦ κινουμένου ἀπὸ τοῦ μ ἐπὶ τὸ ο, ἀντιφερόμενος ἐπὶ τὸ π, τοῦ ἐπικύκλου μεταβαίνοντος ἀπὸ τοῦ ο ἐπὶ τὸ ν, συντρέχων αὐτῷ τὴν ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ φορὰν ἐπιτείνειν δόξει τῇ κινήσει ἐπὶ ταῦτα γινομένην <τῷ παντί καὶ> τρόπον τινὰ συμβαίνουσιν. ^[20]

165 καὶ παραπλησίως ἀπὸ τοῦ υ φερόμενος ἐπὶ τὸ φ, τοῦ ἐπικύκλου μεταβαίνοντος ἀπὸ τοῦ ν ἐπὶ τὸ ξ, οἷον προφθάνων τὸν ἑαυτοῦ κύκλον [καὶ] ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ δόξει ταχύνειν. ἀνάπαλιν δὲ ἀπὸ τοῦ χ παραγινόμενος ἐπὶ τὸ ψ, τοῦ ξ μεταβαίνοντος <ἐπὶ τὸ> μ, ἀντιφερόμενος τῷ ἑαυτοῦ κύκλῳ βραδεῖαν φαίνεται ποιούμενος τὴν ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ φορὰν. εὐρίσκεται δὲ πάλιν τὸ μέγεθος τοῦ ἐπικύκλου καὶ ὁ λόγος τοῦ μεταξὺ τῶν κέντρων πρὸς τὴν εη τοῦ εζ ἐπικύκλου <διάμετρον> ὑπεναντίως τῷ πρόσθεν, ὡς κδ' πρὸς ἐν, διὰ τῆς περὶ ἀποστημάτων καὶ μεγεθῶν πραγματείας· μέγιστον μὲν γὰρ ἀπόστημα τοῦ ἡλίου τὸ θε , ἐλάχιστον δὲ τὸ θυ· ἡ δὲ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου πρὸς τὸ ἐλάχιστον διάμετρος γίνεται τοῦ ἐπικύκλου· κατ' ἐπίκυκλον γὰρ καὶ ἡ τοιαύτη γίνεται πραγματεία, ἐπειδὴ ὁ εζκ τοῦ πλανωμένου κύκλος καθ' ἐτέρου τινὸς ἐγκέντρου [ὁμοκέντρου] φέρεται κύκλου, οἷον τοῦ μονξ. ^[15]

166 ἀλλ' ὅτι μὲν καθ' ἑκατέραν τὴν ὑπόθεσιν, τὴν κατ' ἔγκεντρον καὶ τὴν κατ' ἐπίκυκλον, σώζεται τὰ φαινόμενα, δείκνυσιν ἐκ τούτων. Ἰππαρχος δὲ φησιν ἄξιον εἶναι μαθηματικῆς ἐπιστάσεως

ιδεῖν τὴν αἰτίαν δι' ἣν τοσοῦτον διαφορούσαις ὑποθέσει, τῇ τε τῶν ἐκκέντρων κύκλων καὶ τῶν ὁμοκέντρων καὶ τῶν ἐπικύκλων, τὰ αὐτὰ φαίνεται ἀκολουθεῖν. δείκνυσι δὲ ὁ Ἄδραστος πρῶτον μὲν πῶς τῇ κατ' ἐπίκυκλον ἔπεται κατὰ συμβεβηκὸς ἢ κατὰ ἑκκεντρον· ὥς δὲ ἐγὼ φημι, καὶ τῇ κατὰ ἑκκεντρον ἢ κατ' ἐπίκυκλον. ἔστω γὰρ ζωδιακὸς μὲν ὁ αβγδ, κέντρον δὲ τοῦ παντός τὸ θ, ἡλίου δὲ ἐπίκυκλος ὁ εζηκ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ μ· καὶ γεγράφθω κέντρῳ μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ θμ, κύκλος ὁ μονξ. ^[10]

167 λέγω ὅτι, τοῦ μ κέντρον κινουμένου περὶ τὸν μονξ κύκλον ὁμόκεντρον ὁμαλῶς, ὑπεναντίως τῷ παντί, καὶ συναποφέροντος τὸν ἐπίκυκλον, ὁ ἥλιος ἐν ἴσῳ χρόνῳ διανύων τὸν εκηζ ἐπίκυκλον ὁμαλῶς, ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ τῷ παντί, γράψει καὶ τὸν ἑκκεντρον ἴσον ὄντα τῷ μονξ ἐγκέντρῳ. διήχθωσαν γὰρ αἱ α γ βδ διαμέτροι τοῦ ζωδιακοῦ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὥστε τὸ μὲν α σημεῖον περὶ τὴν ε' ς' μοῖραν τῶν Διδύμων εἶναι, τὸ δὲ γ περὶ τὴν αὐτὴν τοῦ Τοξότου, καὶ κέντροις τοῖς [μ] ο ν ξ γεγράφθωσαν τῷ εζηκ ἐπικύκλῳ ἴσοι κύκλοι οἱ λπτ υρφ χψς καὶ τῶν λπτ χψς διαμέτροι πρὸς ὀρθὰς τῇ βδ αἱ λπ χψ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ λχ < οξ >. λέγω ὅτι αἱ λχ οξ ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι· ἴση ἄρα ἑκατέρα τῶν λς σχ ἑκατέρα τῶν οθ θξ αἱ εἰσιν ἐκ τοῦ κέντρον τοῦ μονξ κύκλου· καὶ ἐπεὶ ἴση ἡ θς τῇ ολ, ἴσαι ἔσσονται ἡ θς καὶ ἑκατέρα τῶν υν με· ἔστι δὲ ἴση καὶ ἡ θν τῇ θμ· ἴση ἄρα καὶ ἡ υς τῇ σε. ἀλλ' ἐπεὶ ἴση ἡ θς τῇ υν, κοινὴ δὲ ἡ θυ, ἴση ἡ συ τῇ θν· ἑκατέρα ἄρα τῶν ες συ ἴση ἔσται τῇ ἐκ τοῦ κέντρον τοῦ μονξ κύκλου· ἐδείχθη δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν λς σχ ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρον τοῦ αὐτοῦ κύκλου· τέσσαρες ἄρα αἱ σε ολ συ σχ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσι καὶ πρὸς ὀρθὰς. ^[5]

168 ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ ς, διαστήματι δὲ τινι μιᾷ αὐτῶν γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ τῶν ε λ υ χ σημείων, καὶ ἴσος < ἔσται > τῷ μονξ κύκλῳ, καὶ ὑπὸ τῶν ευ λχ διαμέτρων εἰς τέσσαρα ἴσα διαιρεθήσεται. γεγράφθω οὖν καὶ ἔστω ὁ ελυχ· οὗτος δὲ ἔσται ὁ ἑκκεντρος, τὸ μὲν ἀπογοιότατον ἔχων ὑπὸ τὸ α, ε' ς' μοῖραν τῶν Διδύμων, τὸ δὲ προσγειότατον ὑπὸ τὸ γ, ε' ς' μοῖραν τοῦ Τοξότου. λέγω δ' ὅτι ἡλῖος, φερόμενος, ὡς ὑπετέθη, κατὰ τοῦ εκηζ ἐπικύκλου, κατὰ συμβεβηκὸς γράψει καὶ τὸν ελυχ ἑκκεντρον. ἐννεχθῶ γὰρ τὸ μὲν κέντρον τοῦ ἐπικύκλου τὴν μο περιφέρειαν τεταρτημοριαίαν· καὶ ὁ ἥλιος ἄρα, ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἐνεχθεὶς ὁμοίαν τοῦ ἐπικύκλου τὴν εκ, ἔσται ἐπὶ τοῦ λ, καὶ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ λ ἐλεύσεται τεταρτημοριαίαν γράψας περιφέρειαν τοῦ ἐκκέντρον τὴν ελ. πάλιν τὸ ο κέντρον ἐπὶ τοῦ κύκλου ἐννεχθῶ τεταρτημοριαίαν τὴν ον περιφέρειαν, ὁ δὲ ἥλιος ὁμοίαν τοῦ ἐπικύκλου τὴν λτ· ἔσται ἄρα ἐπὶ τοῦ υ, καὶ κατὰ συμβεβηκὸς γράψει τοῦ ἐκκέντρον ὁμοίαν περιφέρειαν τὴν λυ. ὁμοίως δὲ τοῦ ν διαπορευθέντος τὴν νξ, ὁ ἥλιος τοῦ ἐπικύκλου διελεύσεται ὁμοίαν τὴν υφ· ἔσται δὲ ἐπὶ τοῦ χ, κατὰ συμβεβηκὸς γράψας καὶ τὴν υχ ὁμοίαν περιφέρειαν τοῦ ἐκκέντρον. ^[20]

169 λοιπὸν δὲ τοῦ ξ διελθόντος τὴν ξμ, καὶ ὁ ἥλιος ἐξανύσας < τὴν > χς ἀποκατασταθήσεται ἐπὶ τὸ ε· γράψει δὲ ἅμα καὶ τὴν χε περιφέρειαν τοῦ ἐκκέντρον λοιπὴν καὶ ὁμοίαν· ὥστε ὅλον τὸν ἐπίκυκλον ἐξανύσας ὁμαλῶς διὰ τοῦ ὁμοκέντρον γράψει ἑκκεντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. δείκνυται δὲ τὸ αὐτὸ καὶ οὕτως. ἔστω ζωδιακὸς μὲν ὁ αβγδ, ἡλίου δὲ ἐπίκυκλος ὁ εζηκ, τὸ μὲν κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ μονξ κείμενον, ὅς ἐστιν ὁμόκεντρος περὶ τὸ θ κέντρον τοῦ παντός· καὶ ἔστω τὸ ε σημεῖον ἀπογοιότατον ὑπὸ τὴν ε' ς' μοῖραν τῶν Διδύμων. λέγω ὅτι, τοῦ κε φερομένου ὁμαλῶς ἐπὶ τοῦ μονξ κύκλου ὑπεναντίως τῷ παντί, ὁ ἥλιος ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ φερόμενος κατὰ τοῦ εκηζ ἐπικύκλου ὁμαλῶς μὲν καὶ ὑπεναντίως τῷ ἐπικύκλῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ τῷ παντί, κατὰ συμβεβηκὸς γράψει καὶ τὸν ἑκκεντρον ἴσον ὄντα τῷ μονξ ἐγκέντρῳ. ^[5]

170 ἀπεννεχθῶ γὰρ τὸ μὲν μ κέντρον τυχοῦσάν τινα περιφέρειαν τὴν μο, καὶ καθεστακέτω τὸν ἐπίκυκλον ἐπὶ τὸν πρχ· ὁ δὲ ἥλιος ἀρξάμενος ἀπὸ τοῦ ε, τουτέστιν ἀπὸ τοῦ ρ, ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ διεληλυθέτω τὴν ρπ, ὁμοίαν τῇ μο, καὶ κείσθω τῇ με ἴση ἡ θη, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ηπ θρ· ἐπεὶ οὖν ὁμοία ἡ ρπ περιφέρεια τῇ ομ, ἴση καὶ γωνία ἡ φ τῇ τ· παράλληλος ἄρα ἡ πο τῇ ηθ·

ἔστι δὲ καὶ ἴση· ἴση ἄρα ἢ πη τῇ οθ καὶ παράλληλος· ἔστι δὲ ἢ θο ἴση τῇ ηε· ἴση ἄρα ἢ ηπ τῇ ηε· ὁ ἄρα κέντρω μὲν τῷ η, διαστήματι δὲ τῷ ηε γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τοῦ π καὶ ἴσος ἔσται τῷ μονξ· γεγράφθω οὖν ὁ ἐπλυξ· οὗτος ἄρα ἔσται ὁ ἑκκεντρος· ἐπεὶ οὖν παράλληλος ἢ πη τῇ ρθ, ἴση ἢ φ γωνία τῇ τ, τουτέστι τῇ πηε· ὁμοία ἄρα ἢ επ· ἀρξάμενος δὲ <ὁ ἥλιος> ἀπὸ τοῦ ε, κατὰ συμβεβηκὸς γράψει καὶ τὴν επ ὁμοίαν περιφέρειαν τοῦ ἑκκέντρου· ὁμοίως δὲ δειχθήσεται τοῦτο ποιῶν αἰεὶ ὥστε καὶ ὅλον ἀνύσας τὸν ἐπίκυκλον διὰ τοῦ ἐγκέντρου ὅλον γράψει καὶ ἑκκεντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ^[20]

171 δεικτέον δὲ καὶ τὸ ἀναστρέφον· ἔστω γὰρ πάλιν ζωδιακὸς μὲν ὁ αβγδ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἢ αγ, καὶ κέντρον τὸ θ, ἡλίου δὲ κύκλος ἑκκεντρος ελυξ· καὶ ἔστω ἀπογειότατον μὲν αὐτοῦ τὸ ε ὑπὸ ε' ζ' μοῖραν τῶν Διδύμων, κέντρον δὲ ἐπὶ τῇ αθ τὸ η καὶ γεγράφθω κέντρω μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ ηε, κύκλος ὁ μονξ· πάλιν κέντρω μὲν τῷ μ, διαστήματι δὲ τῷ με, κύκλος γεγράφθω ὁ εζηκ· δῆλον οὖν ὡς οὗτος ἔσται ὁ αὐτὸς τῷ ἐπικύκλῳ· λέγω δὴ ὅτι ὁ ἥλιος κινούμενος ὁμαλῶς κατὰ τοῦ ελυξ ἑκκέντρου γράψει κατὰ συμβεβηκὸς καὶ τὸν εζηκ ἐπίκυκλον φερόμενον ὁμαλῶς κατὰ τοῦ μονξ καὶ ἰσοχρονίως τῷ ἡλίῳ· ἐνηνέχθω γὰρ ὁ ἥλιος τυχοῦσάν τινα περιφέρειαν ἐπὶ τοῦ ἑκκέντρου τὴν επ, καὶ ἐπεζεύχθω ἢ πη, καὶ <ἢ> ρθ παράλληλος, ἴση δὲ τῇ θη ἢ ορ, καὶ ἐπεζεύχθω ἢ πο· ἐπεὶ οὖν αἱ ηθ πο ἴσαι ἔσσονται καὶ παράλληλοι, ἔστι δὲ ἢ θη ἴση τῇ με, τουτέστι τῇ ορ τῇ οπ, ὁ ἄρα κέντρω μὲν τῷ ο, διαστήματι δὲ τῷ ορ γραφόμενος κύκλος ἥξει καὶ διὰ τοῦ π, καὶ ὁ αὐτὸς ἔσται τῷ εζηκ ἐπικύκλῳ· γεγράφθω οὖν ὁ πρχ· ἐπεὶ οὖν διὰ τὰς παραλλήλους αἱ τ φ γωνίαι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις, ἐν δὲ τοῖς κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐφ' ὁμοίων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐν δὲ τοῖς ἴσοις καὶ ἐπὶ ἴσων, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις, αἱ ρπ επ μο περιφέρεται [δὲ] ὁμοίαι ἔσσονται ἀλλήλαις, αἱ δὲ επ μο καὶ ἴσαι. ^[5]

172 ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν επ περιφέρειαν ἐκινήθη τοῦ ἑκκέντρου, ἐν τούτῳ καὶ τὸ μ κέντρον τοῦ ἐπικύκλου, τὴν μο περιφέρειαν ἐνεχθέν, τὸν εζη ἐπίκυκλον ἐπὶ τὸν πρχ μετήνεγκε, καὶ ὁ ἥλιος τὴν επ ἐπὶ τοῦ ἑκκέντρου διανύσας, ἀρξάμενος ἀπὸ τοῦ ε, τουτέστιν ἀπὸ τοῦ ρ, καὶ τὴν ρπ τοῦ ἐπικύκλου περιφέρειαν ὁμοίαν ἔγραψε· τὸ δ' αὐτὸ δειχθήσεται καὶ κατὰ πᾶσαν κίνησιν ποιούμενος ὥστε καὶ ὅλον διανύσας τὸν ἑκκεντρον ὁ ἥλιος ὅλον γράψει τὸν ἐπίκυκλον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι· ταῦτα δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πλανωμένων δείκνυται· πλὴν ὁ μὲν ἥλιος ἀπαραλλάκτως ταῦτα δοκεῖ ποιεῖν κατὰ ἀμφοτέρας τὰς ὑποθέσεις, διὰ τὸ τοὺς ἀποκαταστατικούς αὐτοῦ χρόνους, τὸν τε τοῦ μήκους καὶ τὸν τοῦ πλάτους καὶ τὸν τοῦ βάθους καὶ [τὸν] τῆς λεγομένης ἀνωμαλίας, οὕτως εἶναι σύνεγγυς ἀλλήλων, ὥστε τοῖς πλείστοις τῶν μαθηματικῶν ἴσους δοκεῖν, ἡμερῶν ἕκαστον τξε' δ'', ἀκριβέστερον δὲ ἐπισκοπούμενοις τὸν μὲν τοῦ μήκους, ἐν ᾧ τὸν ζωδιακὸν ἀπὸ σημείου τινὸς ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον διανύει καὶ ἀπὸ τροπῆς ἐπὶ τὴν αὐτὴν τροπὴν καὶ ἀπὸ ἰσημερίας ἐπὶ τὴν αὐτὴν ἰσημερίαν παραγίνεται, τὸν εἰρημένον σύνεγγυς [κύκλον] χρόνον, παρὰ τετραετίαν ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον τοῦ μήκους αὐτοῦ κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν ἀποκαθισταμένου· τὸν δὲ τῆς ἀνωμαλίας, καθ' ὃν ἀπογειότατος γινόμενος καὶ δι' αὐτὸ τῇ μὲν φάσει τοῦ μεγέθους μικρότατος, βραδύτατος δὲ κατὰ τὴν εἰς τὰ ἐπόμενα φοράν, ἢ ἀνάπαλιν προσγειότατος, καὶ διὰ τοῦτο μέγιστος μὲν τῷ μεγέθει δοκῶν, τῇ δὲ κινήσει τάχιστος, ἡμερῶν ἔγγιστα τξε' ζ', διετίᾳ πάλιν ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον τοῦ βάθους τὴν αὐτὴν ὥραν αὐτοῦ φαινομένου, τὸν δὲ τοῦ πλάτους, ἐν ᾧ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ βορειότατος ἢ νοτιώτατος γενόμενος ἐπὶ τὸ αὐτὸ παραγίνεται, ὡς πάλιν ἴσας ὀρᾶσθαι τὰς τῶν αὐτῶν γνωμόνων σκιάς, ἡμερῶν μάλιστα τξε' η'', κατὰ τὸ αὐτὸ τοῦ πλάτους σημεῖον αὐτοῦ τὴν αὐτὴν ὥραν ὀκταετίᾳ παραγινόμενου.

[15]

173 ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων, ἐπεὶ καθ' ἕκαστον τῶν πλανωμένων πολὺ παραλλάττουσιν <οἱ> εἰρημένοι χρόνοι πάντες, καὶ ἐφ' ὧν μὲν μᾶλλον, ἐφ' ὧν δὲ ἥττον, τὰ γινόμενα καθ' ἕκαστον

φαίνεται ποικιλώτερα καὶ διαλλάττοντά πως καθ' ἑκατέραν τὴν ὑπόθεσιν, οὐκέτ' ἐν ἴσῳ χρόνῳ τοῦ πλάνητος ἑκάστου τὸν ἑαυτοῦ ἐπικύκλον περιερχομένου καὶ τοῦ ἐπικύκλου τὸν ἔγκεντρον, ἀλλ' ὧν μὲν θᾶττον, ὧν δὲ βράδιον, διὰ τε τὰς τῶν κύκλων ἀνισότητας καὶ διὰ τὰς ἀπὸ τοῦ μέσου τοῦ παντὸς ἀνίσους ἀποστάσεις, ἔτι τε διὰ τὰς πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζῳδίων διαφόρους λοξώσεις ἢ ἀνομοίους ἐγκλίσεις τε καὶ θέσεις. ^[20]

174 ὅθεν καὶ τὰ τῶν στηριγμῶν τε καὶ ἀναποδισμῶν καὶ προηγέσεων καὶ ὑπολείψεων οὐχ ὁμοίως ἐπὶ πάντων ἀπαντᾷ· ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῶν ε' γίνεσθαι [ὡς] ταῦτα φαίνεται, εἰ καὶ μὴ παντάπασιν ὁμοίως· ἐπὶ μέντοι γε ἡλίου καὶ σελήνης οὐδ' ὅλως οὔτε γὰρ προηγείσθαι ποτε οὔτε στηρίζειν οὔτε ἀναποδίζειν οὔτοι φαίνονται, διὰ τὸ τὸν μὲν ἥλιον σύνεγγυς κατὰ τὸν <αὐτὸν> χρόνον ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου φαίνεσθαι φερόμενον, καὶ τὸν ἐπικύκλον αὐτοῦ κατὰ τοῦ ἐγκέντρου, καθάπερ ἔφαμεν, τῆς δὲ σελήνης τὸν ἐπικύκλον θᾶττον κατὰ τοῦ ἐγκέντρου φέρεσθαι καὶ τοῦ τῶν ζῳδίων ὑπολείπεσθαι κύκλου ἢ αὐτὴν διεξιέναι τὸν ἐπικύκλον. δῆλον δὲ ὡς οὐδὲν διαφέρει πρὸς τὸ σώζειν τὰ φαινόμενα, τοὺς πλάνητας κατὰ τῶν κύκλων, ὡς διώριστα, λέγειν κινεῖσθαι, ἢ τοὺς κύκλους φέροντας τὰ τούτων σώματα αὐτοὺς περὶ τὰ ἴδια κέντρα κινεῖσθαι· λέγω δὲ τοὺς μὲν ἐγκέντρους, φέροντας τὰ τῶν ἐπικύκλων κέντρα, περὶ τὰ αὐτῶν κέντρα κινεῖσθαι ὑπεναντίως <τῷ παντί> , τοὺς δὲ ἐπικύκλους, φέροντας τὰ τῶν πλανωμένων σώματα, πάλιν περὶ τὰ αὐτῶν κέντρα, οἷον τὸν μὲν μλνξ ἔγκεντρον φέρεσθαι περὶ τὸ θ, τοῦ παντὸς καὶ ἑαυτοῦ κέντρον, ὑπεναντίως τῷ παντί, φέροντα ἐπὶ τῆς αὐτοῦ περιφερείας τοῦ <ἐπικύκλου τὸ> μ κέντρον, τὸν <δὲ> εζηκ ἐπικύκλον ἔχοντα τὸν πλανώμενον κατὰ τὸ ε φέρεσθαι πάλιν περὶ τὸ μ κέντρον, ἐπὶ μὲν ἡλίου καὶ σελήνης ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί, ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων καὶ τοῦτον ὑπεναντίως τῷ παντί· σώζεται γὰρ οὕτως τὰ φαινόμενα. ^[15]

175 κατὰ δὲ τὴν ἑτέραν πραγματείαν, ὄντος ἐκκέντρου κύκλου τοῦ ελυξ περὶ κέντρον τὸ κ, ἐπὶ μὲν ἡλίου αὐτὸς ὁ ελυξ κύκλος ἐν ἐνιαυτῷ κινούμενος ὁμαλῶς περὶ τὸ κ κέντρον, φέρων τὸν ἥλιον ἐνεστηριγμένον κατὰ τὸ ε σημεῖον, σώσει τὰ φαινόμενα, τοῦ κ κέντρου καθ' ἑαυτὸ μὲν μὴ κινουμένου μηδ' ὑπεναντίως τῷ παντί, συναποφερομένου δὲ τῷ παντί καὶ πρὸς ἡμέραν ἑκάστην γράφοντος τὸν κρπ κύκλον, ἴσον γινόμενον τῷ τῆς ἑτέρας πραγματείας κύκλῳ· ποιήσεται γὰρ οὕτως ὁ ἥλιος ἀεὶ κατὰ τοὺς αὐτοὺς τόπους μέγιστα ἀποστήματα καὶ πάλιν καθ' ἑτέρους ἐλάχιστα καὶ παραπλησίως κατὰ ἄλλους μέσα, τὰ μὲν μέγιστα κατὰ τὴν ε' ς' μοῖραν, ὡς εἴρηται, τῶν Διδύμων, τὰ δὲ ἐλάχιστα κατὰ τὴν αὐτὴν τοῦ Τοξότου, καὶ τὰ μέσα ὁμοίως κατὰ τὰς αὐτὰς τῆς τε Παρθένου καὶ τῶν Ἰχθύων· ἐπειδὴ καὶ τὸ ε σημεῖον τοῦ ἐκκέντρου ἐφ' οὗ ἔστιν ὁ ἥλιος, τήνδε μὲν ἔχοντος τὴν θέσιν τοῦ κύκλου, φαινόμενον ὑπὸ τοὺς Διδύμους ἀπογειότατόν ἐστιν, περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου περὶ τὸ κ κέντρον, μεταπεσὸν ὅπου νῦν ἐστὶ τὸ υ, φανήσεται μὲν ὑπὸ τὸν Τοξότην, ἔσται δὲ προσγειότατον, μεταξύ δὲ τούτων, κατὰ τε τὴν Παρθένον καὶ τοὺς Ἰχθύας, μέσως ἀποστήσεται. ^[20]

176 τὰ δ' ἄλλα πλανητὰ ἐπειδὴ κατὰ πάντα τόπον τοῦ ζῳδιακοῦ καὶ μέγιστα καὶ ἐλάχιστα καὶ μέσα ποιεῖται καὶ ἀποστήματα καὶ κινήματα, ἐὰν κέντρῳ μὲν τῷ θ τοῦ παντός, διαστήματι δὲ τῷ θκ , γεγράφθαι νοήσωμεν κύκλον τὸν κπρ , ἔπειτα τοῦτον, ἔγκεντρον ὄντα καὶ ἴσον τῷ τῆς ἑτέρας ὑποθέσεως ἐπικύκλῳ, φέρεσθαι περὶ τὸ θ τοῦ παντὸς κέντρον καὶ συναποφέρειν τὸ κ κέντρον τοῦ ἐκκέντρου ὑπεναντίως τῷ παντί ἐν χρόνῳ τινί, τὸν δὲ ελυξ ἔγκεντρον ἐν ἑτέρῳ χρόνῳ κινεῖσθαι περὶ τὸ ἑαυτοῦ κέντρον τὸ κ, φέροντα τὸν πλανώμενον ἐνεστηριγμένον ἐν αὐτῷ κατὰ τὸ ε, λαμβανομένων τῶν χρόνων καθ' ἕκαστον τῶν πλανωμένων ἰδίων καὶ οἰκείων, σωθήσεται τὰ φαινόμενα. ^[5]

177 καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ πλεόν διεξιει τοῦ προσοικειῶσαι ἀλλήλαις τὰς τῶν μαθηματικῶν ὑποθέσεις τε καὶ πραγματείας, οἵτινες πρὸς τὰ φαινόμενα μόνον καὶ τὰς κατὰ συμβεβηκὸς γινομένας τῶν πλανωμένων κινήσεις ἀποβλέποντες, μακροῖς χρόνοις ταύτας τηρήσαντες διὰ τὸ εὐφυὲς τῆς

χώρας αὐτῶν, Βαβυλώνιοι καὶ Χαλδαῖοι καὶ Αἰγύπτιοι, προθύμως ἀρχὰς τινὰς καὶ ὑποθέσεις ἀνεζήτουν, αἷς ἐφαρμόζει τὰ φαινόμενα, δι' οὗ τὸ κατὰ τὰ εὐρημένα πρόσθεν ἐπικρίνουν καὶ κατὰ μέλλοντα προλήψασθαι, φέροντες οἱ μὲν ἀριθμητικὰς τινὰς, ὥσπερ Χαλδαῖοι, μεθόδους, οἱ δὲ καὶ γραμμικὰς, ὥσπερ Αἰγύπτιοι, πάντες μὲν ἄνευ φυσιολογίας ἀτελεῖς ποιούμενοι τὰς μεθόδους, δέον ἅμα καὶ φυσικῶς περὶ τούτων ἐπισκοπεῖν· ὅπερ οἱ παρὰ τοῖς Ἑλλήσιν ἀστρολογήσαντες ἐπειρῶντο ποιεῖν, τὰς παρὰ τούτων λαβόντες ἀρχὰς καὶ τῶν φαινομένων τηρήσεις, καθὰ καὶ Πλάτων ἐν τῷ Ἐπινομίῳ μηνύει, ὡς ὀλίγον ὕστερον ἔσται δῆλον παρατεθεισῶν τῶν λέξεων αὐτοῦ. ^[20]

- 178 καὶ Ἀριστοτέλης δὲ ἐν τοῖς περὶ οὐρανοῦ κοινῶς διὰ πλειόνων δείξας περὶ τῶν ἄστρον, ὡς οὔτε δι' ἡμεροῦντος αὐτὰ φέρεται τοῦ αἰθερίου σώματος οὔτε φερομένου συνθεῖ καθάπερ ἀπολελυμένα καὶ καθ' ἑαυτά, οὔτε μὴν δινούμενα οὔτε κυλινδούμενα, μᾶλλον δὲ ὑπ' ἐκείνων φέρεται τὰ ἀπλανῆ πολλὰ ὄντα ὑπὸ μιᾶς κοινῆς τῆς ἐκτός, τῶν δὲ πλανωμένων ἕκαστον ἐν ὑπὸ πλειόνων σφαιρῶν, πάλιν ἐν τῷ λ' τῶν μετὰ τὰ φυσικὰ φησιν Εὐδοξόν τε καὶ Κάλλιππον σφαίραις τισὶ κινεῖν τοὺς πλάνητας. τὸ γὰρ φυσικόν ἐστι μήτε τὰ ἄστρα αὐτὰ κατὰ ταῦτα φέρεσθαι κυκλικὰς τινὰς ἢ ἐλικοειδεῖς γραμμὰς καὶ ὑπεναντίως γε τῷ παντὶ μήτε αὐτοὺς τινὰς κύκλους περὶ τὰ αὐτῶν κέντρα δινεῖσθαι φέροντας ἐνεστηριγμένους τοὺς ἀστέρας, καὶ τοὺς μὲν [ἐπτὰ] ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί, τοὺς δὲ ὑπεναντίως. πῶς γὰρ καὶ δυνατόν ἐν κύκλοις ἀσώματοις τηλικαῦτα σώματα δεδέσθαι; σφαίρας δὲ τινὰς εἶναι τοῦ πέμπτου σώματος οἰκεῖον ἐν τῷ βάθει τοῦ παντός οὐρανοῦ κειμένας τε καὶ φερομένας, τὰς μὲν ὑψηλοτέρας, τὰς δὲ ὑπ' αὐτὰς τεταγμένας, καὶ τὰς μὲν μερίζονας, τὰς δὲ ἐλάττονας, ἔτι δὲ τὰς μὲν κοίλας, τὰς δ' ἐν τῷ βάθει τούτων πάλιν στερεάς, ἐν αἷς ἀπλανῶν δίκην ἐνεστηριγμένα τὰ πλανητὰ τῇ ἐκείνων ἀπλῇ μὲν, διὰ δὲ τοὺς τόπους ἀνισοταχεῖ φορᾷ κατὰ συμβεβηκὸς φαίνεται ποικίλως ἤδη κινεῖσθαι καὶ γράφειν τινὰς κύκλους ἐκκέντρους ἢ καὶ ἐφ' ἐτέρων τινῶν κύκλων κειμένους ἢ τινὰς ἑλικας, καθ' ὧν οἱ μαθηματικοὶ κινεῖσθαι νομίζουσιν αὐτά, τῇ ἀναστροφῇ ἀπατῶμενοι. ^[5]

- 179 ἐπεὶ οὖν φαίνεται μὲν συναποφέρεσθαι ὑπὸ τοῦ παντός πρὸς ἐκάστην ἡμέραν τὴν ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις, ἀντιφέρεσθαι δὲ τὴν εἰς τὰ ἐπόμενα κατὰ λοξοῦ τοῦ ζωδιακοῦ μετάβασιν, κινεῖσθαι δὲ τι καὶ πλάτος, βορειότερά τε καὶ νοτιώτερα βλεπόμενα, πρὸς δὲ τούτοις ὕψος τε καὶ βάθος, ὅτε μὲν ἀπογειότερα, ὅτε δὲ προσγειότερα θεωρούμενα, φησὶν ὁ Ἀριστοτέλης ὅτι διὰ πλειόνων σφαιρῶν ἕκαστον οἱ πρόσθεν ὑπετίθεντο φέρεσθαι. Εὐδοξος μὲν ἥλιον καὶ σελήνην διὰ τριῶν σφαιρῶν φησὶν ἐστηρίχθαι, μιᾶς μὲν τῆς τῶν ἀπλανῶν περὶ τοὺς τοῦ παντός πόλους δινουμένης καὶ διὰ κράτος κοινῶς πάσας τὰς ἄλλας ἀπὸ ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις ἐφελκομένης, ἐτέρας δὲ φερομένης περὶ ἄξονα τὸν πρὸς ὀρθὰς τῷ διὰ μέσου τῶν ζωδίων, δι' ἧς τὴν κατὰ μῆκος μετάβασιν εἰς τὰ ἐπόμενα τῶν ζωδίων κοινῶς ἕκαστον πάλιν φαίνεται ποιεῖσθαι, τρίτης δὲ περὶ ἄξονα τὸν πρὸς ὀρθὰς τῷ λελοξωμένῳ κύκλῳ πρὸς τὸν διὰ μέσου ἐν τῷ πλάτει τῶν ζωδίων, δι' ἧς τὴν κατὰ πλάτος κίνησιν ἕκαστον ἰδίαν, τὸ μὲν ἐν πλείονι, τὸ δὲ ἐν ἐλάττονι φέρεται διαστάσει, βορειότερόν τε καὶ νοτιώτερον γινόμενον τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων, τῶν δ' ἄλλων πλανωμένων ἕκαστον διὰ τεττάρων, προστεθείσης [ἂν τις ὑπολάβηται σειρήνας] καθ' ἕκαστον ἐτέρας, δι' ἧς καὶ τὸ βάθος ἕκαστον ποιήσεται. ^[5]

- 180 Κάλλιππος δέ, χωριστοῦ Κρόνου καὶ Διός, τοῖς ἄλλοις καὶ ἐτέρας τινὰς, φησί, προσετίθει σφαίρας, ἀνὰ δύο μὲν ἡλίῳ καὶ σελήνῃ, τοῖς δὲ λοιποῖς ἀνὰ μίαν. εἴτα δὲ ἐπιλογίζεται, εἰ μέλλοιεν συντεθεῖσαι σώζειν τὰ φαινόμενα, καθ' ἕκαστον τῶν πλανωμένων καὶ ἐτέρας εἶναι σφαίρας μιᾷ ἐλάττονας τῶν φερουσῶν τὰς ἀνελιττούσας, εἴτε ἑαυτοῦ δόξαν ταύτην, εἴτε ἐκείνων ἀποφαινόμενος. ἐπεὶ γὰρ ὦντο κατὰ φύσιν μὲν εἶναι τὸ ἐπὶ τὸ αὐτὸ φέρεσθαι πάντα, ἐώρων δὲ τὰ πλανώμενα καὶ ἐπὶ τούναντίον μεταβαίνοντα, ὑπέλαβον δεῖν εἶναι μεταξὺ

φερουσῶν ἑτέρας τινάς, στερεᾶς δηλονότι, σφαίρας, αἱ τῇ ἑαυτῶν κινήσει ἀνελίξουσιν τὰς φερούσας ἐπὶ τοῦναντίον, ἐφαπτόμενας αὐτῶν, ὥσπερ ἐν ταῖς μηχανοσφαιροποιίαις τὰ λεγόμενα τυμπάνια, κινούμενα περὶ τὸ κέντρον ἰδίαν τινὰ κίνησιν, τῇ παρεμπλοκῇ τῶν ὀδόντων εἰς τοῦναντίον κινεῖν καὶ ἀνελίττειν τὰ ὑποκείμενα καὶ προσυφαπτόμενα. ἔστι δὲ τὸ μὲν φυσικὸν ὄντως, πάσας τὰς σφαίρας φέρεσθαι μὲν ἐπὶ τὸ αὐτό, περιαγομένας ὑπὸ τῆς ἐξωτάτω, κατὰ δὲ τὴν ἰδίαν κίνησιν διὰ τὴν τάξιν τῆς θέσεως καὶ τοὺς τόπους καὶ τὰ μεγέθη τὰς μὲν θάττον, τὰς δὲ βραδύτερον ἐπὶ τὰ ἐναντία φέρεσθαι περὶ ἄξονας ἰδίου καὶ λελοξωμένους πρὸς τὴν τῶν ἀπλανῶν σφαῖραν· ὥστε τὰ ἐν αὐταῖς ἄστρα τῇ τούτων ἀπλῇ καὶ ὁμαλῇ κινήσει φερόμενα κατὰ συμβεβηκὸς αὐτὰ δοκεῖν συνθέτους καὶ ἀνωμάλους καὶ ποικίλας τινὰς ποιεῖσθαι φοράς. ^[5]

181 καὶ γράφουσιν τινὰς κύκλους διαφόρους, τοὺς μὲν ἐγκέντρους, τοὺς δὲ ἐκκέντρους, τοὺς δὲ ἐπικύκλους. ἔνεκα δὲ τῆς ἐννοίας τῶν λεγομένων ἐπὶ βραχὺ καὶ περὶ τούτων ἐκθετέον, κατὰ τὸ δοκοῦν ἡμῖν ἀναγκαῖον εἰς τὰς σφαιροποιίας διάγραμμα. ἔστω σφαῖρα κοίλη τῶν ἀπλανῶν ἢ αβγδ περὶ κέντρον τὸ θ τοῦ παντός ἐν βάθει τῷ αε· διάμετροι δ' αὐτῆς αἱ αγ βδ· καὶ νοείσθω ὁ αβγδ κύκλος μέγιστος καὶ διὰ μέσων τῶν ζωδίων· ἑτέρα δὲ τις ὑποκάτω αὐτῆς περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον κοίλη σφαῖρα πλάνητος ἢ ερστ καὶ πχυψ, ἐν βάθει τῷ επ· ἐν δὲ τῷ βάθει τούτῳ στερεὰ σφαῖρα ἢ εζπη, ἐνεστηριγμένον ἐν αὐτῇ φέρουσα τὸ πλανώμενον κατὰ τὸ ε. ^[15]

182 καὶ πᾶσαι φερέσθωσαν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ὁμαλῶς ἀπλᾶς κινήσεις ἀπ' ἀνατολῶν ἐπὶ δύσεις, μόνη δὲ ἡ τὸ πλάτος ἀφορίζουσα τοῦ πλάνητος ἐπὶ τὰ ἐναντία φερέσθω, ἢ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μὲν, ὑπολείπεσθω δὲ διὰ βραδυτῆτα· ἑκατέρως γὰρ σωθήσεται τὰ φαινόμενα. ἀλλ' ἢ μὲν τῶν ἀπλανῶν περὶ ἄξονα <τὸν> πρὸς ὀρθὰς τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐν ᾧ ἐστὶ καὶ ὁ τὸ πλάτος ἀφορίζων κύκλος ὁ λοξὸς πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων. φερέσθω δὲ ἢ μὲν τῶν ἀπλανῶν σφαῖρα τάχιστα· βραδύτερον δὲ ταύτης ἢ κοίλη τοῦ πλάνητος ἐπὶ τὰ ἐναντία, ὥστε ἔν τινι ὠρισμένῳ χρόνῳ πᾶσαν ἐπὶ τὰ ἐναντία περιεῖναι τὴν τῶν ἀπλανῶν, ἢ, ὡς τινες οἴονται, ὑπολείπεσθαι· ποτέρα δὲ ἀληθεστέρα δόξα, ἐν ἄλλοις εἴρηται· φερέτω δὲ [ἐπὶ] τὴν σφαῖραν τὴν στερεὰν ἔχουσαν τὸ πλανώμενον· ἢ δὲ στερεὰ σφαῖρα, φερομένη περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα ὁμαλῶς, ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἀποκαταστήσεται, κατὰ τὰ αὐτὰ φερομένη τῇ ἀπλανεῖ· ἦτοι δὲ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἀποκαταστήσεται, ἐν ᾧ καὶ ἡ κοίλη τοῦ πλανωμένου τὴν τῶν ἀπλανῶν ἐπὶ τὰ ἐναντία φερομένη περιέρχεται ἢ ὑπολείπεται, ἢ θάττον, ἢ βραδύτερον. ἀποκαθιστάσθω πρότερον ἐν τῷ αὐτῷ· καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ μ· καὶ γεγράφθω κέντρῳ μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ θμ κύκλος ὁ μλνξ· τῆς δὲ <εϋ> εὐθείας δίχα διαιρεθείσης κατὰ τὸ κ, κέντρῳ μὲν τῷ κ, διαστήματι δὲ τῷ κε, κύκλος γεγράφθω ὁ ελυξ, ἔκκεντρος πρὸς τὸ πᾶν. ^[5]

183 φανερόν δὴ ὅτι ἐν ᾧ χρόνῳ ἢ κοίλη σφαῖρα τοῦ πλανωμένου τῆς τῶν ἀπλανῶν ὑπολείπεται φέρουσα τὴν στερεάν, τὸ μὲν μ κέντρον τῆς στερεᾶς σφαίρας διελεύσεται τὸν μλνξ κύκλον ἔγκεντρον, ἐπὶ τὰ ἐναντία δοκοῦν φέρεσθαι καὶ ἀπάγον τὴν στερεὰν σφαῖραν, τὸ δὲ ἐπὶ τοῦ ε πλανώμενον ἐν μὲν τῇ στερεᾷ σφαίρᾳ γράψει τὸν εηπζ κύκλον, ἐπίκυκλον γινόμενον τοῦ μλνξ ἐγκέντρου, αὐτὸν φερόμενον ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ παντί· κατὰ συμβεβηκὸς <δὲ> γράψει καὶ τὸν ελυξ ἔκκεντρον ἴσον τῷ ἐγκέντρῳ, περιγράφον αὐτὸν ἐπὶ τὰ ἐναντία τῷ παντί· δόξει δὲ τοῖς ἀπὸ τοῦ θ ὁρῶσι καὶ τὸν αβγδ ζωδιακὸν διανύειν, εἰς τὰ ἐπόμενα προῖον ὑπεναντίως τῇ τοῦ παντός φορᾷ· φανήσεται δὲ καὶ πλάτος κινεῖσθαι τὸ κατὰ λόγον τῆς λοξώσεως τοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων, ᾧ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς οἱ ἄξονες τῶν σφαιρῶν αὐτοῦ· κατὰ δὲ τὸν αὐτὸν τόπον αἰ μέγιστον ἀπόστημα ποιήσεται καὶ τὰ ἐλάχιστα δόξει κινεῖσθαι, οἷον κατὰ τὸ α σημεῖον τοῦ ζωδιακοῦ, ἐπειδὴν τῆς στερεᾶς σφαίρας τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς αθ εὐθείας κατὰ τὸ μ, αὐτὸ δὲ τὸ πλανώμενον κατὰ τὸ ε· κατὰ δὲ τοῦναντίον αἰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα ἀποστήσεται καὶ τὰ μέγιστα δόξει κινεῖσθαι, οἷον κατὰ τὸ γ σημεῖον τοῦ ζωδιακοῦ, ἐπειδὴν, ἐπὶ

τὰ ἐναντία τῆς κοίλης σφαίρας μεταπεσοῦσης, [καὶ] τῆς στερεᾶς τὸ μὲν κέντρον ἐπὶ τῆς θγ
εὐθείας γένηται κατὰ τὸ ν, αὐτὸ δὲ τὸ πλανώμενον κατὰ τὸ γ, τουτέστι κατὰ τὸ υ. ^[5]

184 τὰ μέντοι μέσα ἀποστήματα καὶ τὰ μέσα κινήματα ποιήσεται διχῆ, κατὰ τὰς διχοτομίας
γινόμενον τοῦ ἐζπη ἐπικύκλου καὶ τοῦ μλνξ ἐγκέντρου, οἷον τὰς ζ η, αἵτινες διὰ τὴν ἐπὶ τὰ
ἐναντία μετάπτωσιν τῶν σφαιρῶν ἢ ὑπόλειψιν αἱ αὐταὶ γίνονται ταῖς λ ξ διχοτομίαις τοῦ τε
ελυξ ἐκκέντρου κύκλου καὶ τοῦ μλνξ ἐγκέντρου, φαινόμεναι κατὰ τὰ μεταξὺ σημεῖα τῶν α γ
ἐφ' ἐκάτερα β δ ἐν τῷ ζωδιακῷ, οἷον τὰ φ ω· ἅ τινά πάντα φαίνεται περὶ τὸν ἥλιον, διὰ τὸ τοὺς
ἀποκαταστατικούς αὐτοῦ χρόνους πάντας ὡς πρὸς αἴσθησιν ἴσους ἢ σύνεγγυς ἀλλήλων
εὐρίσκεσθαι—λέγω δὲ τὸν τε τοῦ μήκους καὶ τοῦ πλάτους καὶ βάθους— <καὶ> ἐπισυναντᾶν
ἀμφοτέρων τῶν σφαιρῶν τὰ ὁμόλογα σημεῖα κατὰ τὰς ὁμολόγους αὐτῶν κινήσεις αἰεὶ κατὰ
τοὺς αὐτοὺς τόπους καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ ὁρᾶσθαι ζῶδια. ἐπειδὴ δὲ τῇ τοιαύτῃ καὶ κατὰ φύσιν
[οὕτω] φορᾷ τῶν [πλανωμένων οὕτω] σφαιρῶν, ὁμαλῇ καὶ ἀπλῇ καὶ τεταγμένη, λοξῇ δὲ καὶ
διὰ βραδυτῆτα μόνον ὑπολειπομένη τῶν ἀπλανῶν ἢ μιᾷ τῇ φερούσῃ τὴν στερεάν, τουτέστι τὸν
ἐπίκυκλον, ἐπὶ τὰ ἐναντία φερομένη κατὰ συμβεβηκὸς ἐπιγίνεται ποικίλη καὶ σύνθετος
ἀνώμαλός τε [καὶ] οὕσα φορὰ τοῦ πλανωμένου, διὰ μὲν. ^[5]

185 εἰς τὰ ἐπόμενα τῶν ζωδίων γινομένη ἢ ὄντως ἢ καθ' ὑπόλειψιν, διὰ δὲ τὴν λοξώσιν ἐν
πλάτει τινὶ τῶν ζωδίων θεωρουμένη, διὰ δὲ <τὴν> τῆς στερεᾶς περὶ τὸν αὐτῆς ἄξονα δίνῃσιν
ποτὲ μὲν ἐν ὕψει καὶ διὰ τοῦτο βραδεῖα δοκοῦσα, ποτὲ δὲ ἐν βάθει καὶ διὰ τοῦτο ταχυτέρα, καὶ
ἀπλῶς ἀνώμαλος, διὰ ταῦτα δὲ καὶ κατὰ τοῦ ἐπικύκλου γινομένη καὶ κατὰ τοῦ ἐκκέντρου
δοκοῦσα, δῆλον ὡς εἰκότως καὶ αἱ τῶν μαθηματικῶν ὑποθέσεις τῆς φορᾶς αὐτῶν, ἢ τε κατ'
ἐπίκυκλον καὶ κατ' ἔκκεντρον, ἀλλήλαις ἔπονται καὶ συνάδουσιν, ἐπειδὴ ἀμφοτέραι τῇ κατὰ
φύσιν, κατὰ συμβεβηκὸς δέ, ἀκολουθοῦσιν, ὃ καὶ θαυμάζει Ἰππαρχος, μάλιστα ἐπὶ τοῦ ἡλίου
διὰ τὸ ἰσοχρόνιον τῆς τῶν σφαιρῶν αὐτοῦ φορᾶς ἀκριβῶς ἀπαρτιζόμενον, ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων
οὐχ οὕτως ἀκριβῶς διὰ τὸ μὴ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ τὴν στερεάν σφαῖραν τοῦ πλάνητος
ἀποκαθίστασθαι, ἐν ᾧ ἡ κοίλη τῆς τῶν ἀπλανῶν ἢ ὑπολείπεται ἢ ἐπὶ τὰ ἐναντία περιέρχεται,
ἀλλ' ἐφ' ὧν μὲν θάττον, ἐφ' ὧν δὲ βραδύτερον, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν κινήσεις, καὶ κατὰ
τὰ αὐτὰ σημεῖα τῶν σφαιρῶν μὴ κατὰ τοὺς αὐτοὺς τόπους συναντᾶν, ἀλλ' αἰεὶ παραλλάττειν,
εἶναι δὲ καὶ τὰς λοξώσεις τῶν σφαιρῶν ἐν πλείοσι πλάτεσι, διὰ δὲ ταῦτα τοὺς τε [τοὺς]
ἀποκαταστατικούς αὐτῶν χρόνους τοῦ τε μήκους καὶ πλάτους καὶ βάθους ἀνίσους εἶναι καὶ
διαφόρους, <καὶ τὰς μεγίστας> καὶ ἐλαχίστας καὶ μέσας ἀποστάσεις καὶ κινήσεις ἄλλοτε κατ'
ἄλλους τόπους καὶ ἐν πᾶσι ποιεῖσθαι τοῖς ζωδίοις, ἔτι δέ, διὰ τὸ παραλλάττειν, ὡς φαμεν, τὰς
ὁμολόγους κινήσεις καὶ κατὰ τὰ ὁμόλογα σημεῖα τῶν σφαιρῶν, μηδὲ κύκλους δοκεῖν γράφειν
τὰ πλανώμενα ταῖς κατὰ συμβεβηκὸς κινήσεσιν, ἀλλὰ τινὰς ἑλικας. ^[10]

186 ἐπὶ οὖν τῶν πλανωμένων ἐκάστου χρή νομίζειν ἰδίαν μὲν εἶναι τὴν κοίλην σφαῖραν καὶ
φέρουσιν ἐν τῷ ἑαυτῆς βάθει τὴν στερεάν, ἰδίαν δὲ τὴν στερεάν, πρὸς τῇ ἰδίᾳ πάλιν ἐπιφανείᾳ
φέρουσιν τὸ πλανώμενον. ἐπὶ δὲ τοῦ ἡλίου καὶ φωσφόρου καὶ στίλβοντος [οὐ] δυνατόν μὲν
καὶ ἰδίας εἶναι καθ' ἕκαστον ἀμφοτέρας, ἀλλὰ τὰς μὲν κοίλας τῶν τριῶν ἰσοδρόμους ἐν ἴσῳ
χρόνῳ τὴν τῶν ἀπλανῶν ἐπὶ τὰναντία περιεῖναι σφαῖραν, τὰς δὲ στερεὰς ἐπὶ μιᾶς εὐθείας
ἐχούσας τὰ κέντρα, μεγέθει δὲ τὴν μὲν τοῦ ἡλίου ἐλάττονα, ταύτης δὲ μείζονα τὴν τοῦ
στίλβοντος, καὶ ταύτης ἔτι μείζονα τὴν τοῦ φωσφόρου. δυνατόν δὲ καὶ μίαν μὲν εἶναι τὴν
κοίλην κοινὴν τῶν τριῶν, τὰς δὲ στερεὰς <τῶν> τριῶν ἐν τῷ βάθει ταύτης περὶ τὸ αὐτὸ
κέντρον ἀλλήλαις, μικροτάτην μὲν καὶ ὄντως στερεάν τὴν τοῦ ἡλίου, περὶ δὲ ταύτην τὴν τοῦ
στίλβοντος, εἴτα ἀμφοτέρας περιειληφυῖαν καὶ τὸ πᾶν βάθος τῆς κοίλης καὶ κοινῆς πληροῦσαν
τὴν τοῦ φωσφόρου· δι' ὃ τὴν μὲν κατὰ τὸ μῆκος διὰ τῶν ζωδίων ἢ ὑπόλειψιν ἢ ἐπὶ τὰ ἐναντία
φορὰν ἰσοδρόμον οἱ τρεῖς οὗτοι ποιοῦνται, τὰς δὲ ἄλλας οὐχ ὁμοίως, [ἄς] αἰεὶ τε περὶ ἀλλήλους

ὀρῶνται καταλαμβάνοντες καὶ καταλαμβανόμενοι καὶ ἐπιπροσθοῦντες ἀλλήλοις, τοῦ μὲν Ἑρμοῦ τὸ πλεῖστον εἴκοσί που μοίρας ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἡλίου πρὸς ἐσπέραν ἢ πρὸς ἀνατολήν ἀφισταμένου, τοῦ δὲ τῆς Ἀφροδίτης τὸ πλεῖστον πεντήκοντα μοίρας. ^[10]

187 ὑποπεύσειε δ' ἄν <τις> καὶ τὴν ἀληθεστέραν θέσιν τε καὶ τάξιν εἶναι ταύτην, ἵνα τοῦ κόσμου, ὡς κόσμου καὶ ζώου, τῆς ἐμψυχίας ἢ τόπος οὗτος, ὡσανεὶ καρδίας τοῦ παντὸς ὄντος τοῦ ἡλίου πολυθέρμου διὰ τὴν κίνησιν καὶ τὸ μέγεθος καὶ τὴν συνοδίαν τῶν περὶ αὐτόν. ἄλλο γὰρ ἐν τοῖς ἐμψύχοις τὸ μέσον τοῦ πράγματος, τουτέστι τοῦ ζώου ἢ ζώου, καὶ ἄλλο τοῦ μεγέθους οἶον, ὡς ἔφαμεν, ἡμῶν αὐτῶν ἄλλο μὲν, ὡς ἀνθρώπων καὶ ζώων, τῆς ἐμψυχίας μέσον τὸ περὶ τὴν καρδίαν, ἀεικίνητον καὶ πολύθερμον καὶ διὰ ταῦτα πάσης ψυχικῆς δυνάμεως οὔσαν ἀρχήν, οἶον ψυχικῆς καὶ κατὰ τόπον ὀρμητικῆς, ὀρεκτικῆς καὶ φανταστικῆς καὶ διανοητικῆς, τοῦ δὲ μεγέθους ἡμῶν ἕτερον μέσον, οἶον τὸ περὶ τὸν ὀμφαλόν. ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ κόσμου παντός, ὡς ἀπὸ βραχέων καὶ τυχόντων καὶ θνητῶν τὰ μέγιστα καὶ τιμιώτατα καὶ θεῖα εἰκάσαι, τοῦ μεγέθους μέσον τὸ περὶ τὴν γῆν κατεψυγμένον καὶ ἀκίνητον· ὡς κόσμου δὲ καὶ ἢ κόσμος καὶ ζῶον τῆς ἐμψυχίας μέσον τὸ περὶ τὸν ἥλιον, οἶονεὶ καρδίαν ὄντα τοῦ παντός, ὅθεν φέρουσιν αὐτοῦ καὶ τὴν ψυχὴν ἀρξαμένην διὰ παντὸς ἡκεῖν τοῦ σώματος τεταμένην ἀπὸ τῶν περάτων. ^[5]

188 δῆλον δὲ ὡς διὰ τὰς εἰρημένας αἰτίας ἀμφοτέρων τῶν ὑποθέσεων ἐπομένων ἀλλήλαις κοινοτέρα καὶ καθολικωτέρα δοκεῖ καὶ σύνεγγυς τῇ κατὰ φύσιν ἢ κατὰ τὸν ἐπίκυκλον· ὁ γὰρ τῆς στερεᾶς σφαίρας μέγιστος κύκλος, ὃν τῇ ἐπ' αὐτῆς περὶ αὐτὴν φορᾷ γράφει τὸ πλανώμενον, ἔστιν ὁ ἐπίκυκλος· ὁ δὲ ἔκκεντρος παντάπασιν ἀπηρητημένος τοῦ κατὰ φύσιν καὶ μᾶλλον κατὰ συμβεβηκὸς γραφόμενος, ὅπερ καὶ συνιδὼν ὁ Ἰππαρχος ἐπαινεῖ τὴν κατ' ἐπίκυκλον ὑπόθεσιν ὡς οὔσαν ἑαυτοῦ, πιθανώτερον εἶναι λέγων πρὸς τὸ τοῦ κόσμου μέσον πάντα τὰ οὐράνια ἰσορρόπως κεῖσθαι καὶ ὁμοίως συναρηρότα· οὐδὲ αὐτὸς μέντοι, διὰ τὸ μὴ ἐφωδιάσθαι ἀπὸ φυσιολογίας, σύννοιδεν ἀκριβῶς, τίς ἢ κατὰ φύσιν καὶ κατὰ ταῦτα ἀληθῆς φορὰ τῶν πλανωμένων καὶ τίς ἢ κατὰ συμβεβηκὸς καὶ φαινομένη· ὑποτίθεται δὲ καὶ οὗτος τὸν μὲν ἐπίκυκλον ἐκάστου κινεῖσθαι κατὰ τοῦ ἐγκέντρου κύκλου, τὸ δὲ πλανώμενον κατὰ τοῦ ἐπικύκλου. ἔοικε δὲ καὶ Πλάτων κυριωτέραν ἡγεῖσθαι τὴν κατ' ἐπίκυκλον, οὐ μὴν σφαίρας, ἀλλὰ κύκλους εἶναι τὰ φέροντα τὰ πλανώμενα, καθάπερ καὶ ἐπὶ τέλει τῆς Πολιτείας τοῖς ἐν ἀλλήλοις ἡρμοσμένοις αἰνίσσεται σφονδύλοις· χρῆται δὲ τοῖς ὀνόμασι κοινότερον, καὶ τὰς μὲν σφαίρας πολλάκις κύκλους προσαγορεύει καὶ πόλους, τοὺς ἄξονας δὲ πόλους. ^[5]

189 ὁ δὲ Ἀριστοτέλης φησί· σφαίρας εἶναί τινας τοῦ πέμπτου σώματος οἰκεῖον ἐν τῷ βάθει τοῦ παντὸς οὐρανοῦ κειμένας τε καὶ φερομένας, τὰς μὲν ὑψηλοτέρας, τὰς δὲ ὑπ' αὐτὰς τεταγμένας, καὶ τὰς μὲν μείζονας, τὰς δὲ ἐλάττονας, ἔτι δὲ τὰς μὲν κοίλας, τὰς δὲ ἐν τῷ βάθει τούτων πάλιν στερεάς, ἐν αἷς ἀπλανῶν δίκην ἐνεστηριγμένα τὰ πλανητά, τῇ ἐκείνων ἀπλῇ μὲν, διὰ δὲ τοὺς τόπους ἀνισοταχεῖ φορᾷ κατὰ συμβεβηκὸς φαίνεται ποικίλως ἤδη κινεῖσθαι καὶ γράφειν τινὰς κύκλους ἐκκέντρους, ἢ καὶ ἐφ' ἑτέρων τινῶν κύκλων κειμένους ἢ τινὰς ἑλικας, καθ' ὧν οἱ μαθηματικοὶ κινεῖσθαι νομίζουσιν αὐτά, τῇ ἀναστροφῇ ἀπατῶμενοι. πῶς δὲ ποτε φαίνονται προηγῆσθαι τε καὶ στηρίζειν καὶ ἀναποδίζειν ὅσοι τῶν πλανήτων καὶ ταῦτα ποιεῖν δοκοῦσι, δηλωτέον. ^[15]

190 ἔστω ζωδιακὸς μὲν ὁ αβγδ περὶ τὸ θ τοῦ παντὸς κέντρον, πλάνητος δὲ ἐπίκυκλος ὁ εζη, καὶ ἀπὸ τῆς θ ὀψεως ἡμῶν ἤχθωσαν ἐφαπτόμενοι τοῦ ἐπικύκλου αἱ θζκ, θνλ, καὶ διὰ τοῦ μ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ἡ θμεα. ἐπεὶ οὖν ἐπ' εὐθείας ὀρῶμεν, δῆλον ὡς ὁ ἀστήρ ἐπὶ μὲν τοῦ ζ γενόμενος ἡμῖν ἐπὶ τοῦ κ φανήσεται· τὴν δὲ ζε περιφέρειαν ἐνεχθεὶς δόξει τοῦ ζωδιακοῦ τὴν κα εἰς τὰ προηγούμενα προπεποδικέναι· ὁμοίως τὴν εν διανύσας δόξει τὴν αλ προπεποδικέναι· πάλιν δὲ τὴν νζ διαπορευθεὶς δόξει τὴν λακ εἰς τὰ ἐπόμενα τῶν ζωδίων ἀναπεποδικέναι· καὶ

τῷ μὲν ζ προσίων καὶ πρώτως αὐτοῦ ἀποχωρῶν, ἐπὶ τοῦ κ φανήσεται πλείω χρόνον ποιῶν καὶ στηρίζων· πλεῖον δὲ ἀποστάς τοῦ ζ, πάλιν προηγησάμενος· ἔπειτα προσεγγίζων τῷ ν καὶ πρώτως ἀπιὼν αὐτοῦ, πάλιν ἐστάναι δόξει καὶ ἀναποδίζειν. ^[15]

191 τοὺς μέντοι στηριγμοὺς καὶ ἀναποδισμοὺς καὶ τὰς προηγήσεις καὶ ὑπολείψεις ἕκαστος πλάνης ἄλλοτε ἐν ἄλλοις ποιήσεται ζωδίοις καὶ μέρεσι ζωδίων, διὰ τὸ καὶ τὸν ἐπίκυκλον ἐκάστου ἀεὶ μετανίστασθαι εἰς τὰ ἐπόμενα ἢ μεταβαίνοντα ἢ ὑπολειπόμενον. χρήσιμον δὲ ἔνεκα τῶν προκειμένων καὶ τὴν μέσσην ἀπόστασιν πλάνητος, ὅποια ποτέ ἐστίν, ἰδεῖν. κατὰ μὲν οὖν τὴν τῶν ἐπικύκλων πραγματείαν, ἐὰν λάβωμεν τὸ μέγιστον ἀφ' ἡμῶν ἀπόστημα τοῦ ἀστέρος, οἶον τὸ θε , καὶ πάλιν τὸ ἐλάχιστον, οἶον τὸ θν , καὶ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μεγίστου παρὰ τὸ ἐλάχιστον, οἶον τὸ εν , καὶ δίχα διέλωμεν κατὰ τὸ μ, δηλὸν ὡς γενήσεται μέση αὐτοῦ ἀπόστασις ἢ θμ . ἐὰν οὖν κέντρῳ μὲν τῷ θ, διαστήματι δὲ τῷ θμ γράψωμεν τὸν μλνξ κύκλον ἔγκεντρον, κέντρῳ δὲ τῷ μ καὶ διαστήματι τῷ με τὸν εζνη ἐπίκυκλον, φανερόν ὡς ὁ ἀστήρ κατὰ τοῦ ἐπικύκλου φερόμενος, ἐπὶ μὲν τοῦ ε σημείου γενόμενος μέγιστον ἀποστήσεται ἀφ' ἡμῶν, ἐπὶ δὲ τοῦ ν ἐλάχιστον, καθ' ἑκάτερον δὲ τῶν ζ η, καθ' ἃ τέμνεται ὁ ἐπίκυκλος ὑπὸ τοῦ ἐγκέντρου, ὅπουδῆποτε μεταστάντος τοῦ ἐπικύκλου, τὸ μέσον. ^[5]

192 κατὰ δὲ τὴν <τῶν> ἐκκέντρων ὑπόθεσιν, ὄντος ἐκκέντρου τοῦ ελυξ περὶ κέντρον τὸ κ, τοῦ δὲ παντὸς κέντρου τοῦ θ, καὶ τῆς μεταξὺ τῶν κέντρων τῆς θκ ἐκβληθείσης ἐφ' ἑκάτερα, ἐὰν κέντρῳ τῷ θ γράψωμεν ἴσον τῷ ἐκκέντρῳ τὸν μλνξ , δηλὸν ὡς οὗτος ἔσται ὁ ἔγκεντρος, καθ' οὗ τῆς ἐτέρας ὑποθέσεως φέρεται ὁ ἐπίκυκλος, κέντρῳ μὲν γραφόμενος τῷ μ, διαστήματι δὲ τῷ με . ὁ πλάνης, κατὰ τοῦ ἐκκέντρου φερόμενος, ἐπὶ μὲν τοῦ ε γενόμενος, ὅπου ἂν καὶ τοῦτο, μέγιστον ἀφέξει ἀφ' ἡμῶν, ἐπὶ δὲ τοῦ υ ἐλάχιστον, κατὰ δὲ τὰς πρὸς τὸν ἔγκεντρον διχοτομίας τὰς λ ξ, ὅπου <ἂν> γίνωνται μεταπίπτοντος τοῦ ἐκκέντρου, τὰ μέσα. καὶ φανερόν ὡς καθ' ἑκατέραν τὴν ὑπόθεσιν τὰ αὐτὰ συμφωνήσῃ μέγιστα καὶ πάλιν ἐλάχιστα καὶ μέσα εἶναι ἀποστήματα. λείπεται περὶ συνόδων καὶ ἐπιπροσθήσεων καὶ κρύψεων καὶ ἐκλείψεων ἐπὶ βραχὺ τῶν προκειμένων ἔνεκα διελθεῖν. ἐπεὶ τοίνυν φύσει μὲν ἐπ' εὐθείας ὀρώμεν, ἔστι δὲ ἀνωτάτω μὲν ἢ τῶν ἀπλανῶν σφαῖρα, ὑπὸ δὲ ταύτην αἱ τῶν πλανωμένων, ἐν ἧ τάξει διωρίσαμεν, δηλὸν ὡς ἡ μὲν σελήνη, προσγειοτάτη οὖσα, πᾶσι τοῖς ὑπὲρ αὐτὴν ἐπιπροσθήσῃ, καὶ πάντα τὰ πλανώμενα, τινὰ δὲ καὶ τῶν ἀπλανῶν, κρύπτει, ἐπειδὴν μεταξύ τινος αὐτῶν καὶ τῆς ὀψεως ἡμῶν ἐπ' εὐθείας καταστῇ, αὐτὴ δὲ ὑπ' οὐδενὸς ἄστρου κρύπτεται. ^[5]

193 ὁ δὲ ἥλιος ὑπὸ μὲν τῆς σελήνης ἐπιπροσθεῖται, αὐτὸς δὲ πλὴν τῆς σελήνης τᾶλλα πάντα κρύπτει, τὸ μὲν πρῶτον συνεγγίζων καὶ καταυγάζων, ἔπειτα δὲ κατὰ μίαν εὐθεῖαν ἔμπροσθεν τῆς ὀψεως ἡμῶν κάκείνων τινὸς μεταξὺ καθιστάμενος. στίλβων δὲ καὶ φωσφόρος τὰ μὲν ὑπὲρ αὐτοὺς κρύπτουσι, τῆς ὀψεως ἡμῶν κάκείνων κατ' εὐθεῖαν ὁμοίως ἐπίπροσθεν γινόμενοι· δοκοῦσι <δὲ> καὶ ἀλλήλους ἐπιπροσθεῖν ποτε, διὰ τὰ μεγέθη καὶ τὰς λοξώσεις τῶν κύκλων καὶ τὰς θέσεις ἀλλήλων ὑπέρτεροί τε καὶ ταπεινότεροι γινόμενοι. τὸ μέντοι ἀκριβὲς ἄδηλον ἐπ' αὐτῶν, διὰ τὸ περὶ τὸν ἥλιον ἀναστρέφεσθαι καὶ μάλιστα τὸν στίλβοντα μικρὸν κέντρον εἶναι τῷ μεγέθει καὶ σύνεγγυς αἰεὶ τῷ ἡλίῳ καὶ τὰ πολλὰ καταυγαζόμενον ἀφανῆ. πυρόεις δὲ τοὺς ὑπὲρ αὐτὸν δύο πλάνητάς ποτε κρύπτει, φαέθων δὲ τὸν φαίνοντα, πάντες δὲ οἱ πλάνητες τῶν ἀπλανῶν τοὺς κατὰ τὸν ἑαυτοῦ δρόμον ἕκαστος. σελήνην δὲ κατὰ διάμετρον ἡλίου [καὶ σελήνης] γενομένη καὶ εἰς τὴν τῆς γῆς ἐμπίπτουσα σκιὰν ἐκλείπει, πλὴν οὐ κατὰ πάντα γε μῆνα· οὔτε <γὰρ πάσαις> ταῖς συνόδοις καὶ συμμηνιαῖς λεγομέναις ἥλιος ἐκλείπει, οὔτε ταῖς πανσελήνοις πάσαις ἢ σελήνην, διὰ τὸ τοὺς κύκλους αὐτῶν πολὺ λελοξῶσθαι πρὸς ἀλλήλους.

^[20]

194 ὁ μὲν γὰρ ἡλίου κύκλος, ὡς φαμεν, ὑπ' αὐτῷ σύνεγγυς τῷ διὰ μέσων τῶν ζωδίων φαίνεται φερόμενος, τοῦ κύκλου αὐτοῦ βραχὺ τι πρὸς τοῦτον ἐγκεκλιμένου, ὡς ἡμισυ μοίρας ἐφ'

ἐκάτερον παραλλάττειν. ὁ δὲ τῆς σελήνης κύκλος, ὡς μὲν Ἴππαρχος εὕρισκει, ἐν πλάτει δέκα μοιρῶν λελόξωται, ὡς δ' οἱ πλείστοι τῶν μαθηματικῶν νομίζουσι, δώδεκα, ὥστε ε' ἢ καὶ ζ' μοίρας ἔφ' ἐκάτερα τοῦ διὰ μέσων βορειοτέραν ἢ νοτιωτέραν ποτὲ φαίνεσθαι. ἂν δὴ νοήσωμεν τὰ διὰ τῶν κύκλων ἐκατέρων, τοῦ τε ἡλιακοῦ καὶ τοῦ τῆς σελήνης, ἐπίπεδα ἐκβεβλήσθαι, ἔσται αὐτῶν κοινὴ τομὴ εὐθεῖα, ἔφ' ἧς ἀμφοτέρων ἐστὶ τὰ κέντρα· ἡτις εὐθεῖα τρόπον τινὰ κοινὴ διάμετρος ἔσται ἀμφοῖν· ἧς τὰ ἄκρα, καθ' ἃ τέμνειν δοκοῦσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, σύνδεσμοι καλοῦνται, ὁ μὲν ἀναβιβάζων, ὁ δὲ καταβιβάζων, καὶ αὐτοὶ μεταπίπτοντες εἰς τὰ ἐπόμενα τῶν ζωδίων. ἐὰν μὲν οὖν κατὰ σύνδεσμον ἢ σύνοδος ἡλίου πρὸς σελήνην γένηται, σύνεγγυς ἀλλήλων φαινομένων τῶν σωμάτων, ἐπιπροσθήσει τῷ ἡλίῳ πρὸς τὴν ὄψιν ἡμῶν σελήνη, ὥστε δόξει ἡμῖν ἐκλείπειν ὁ ἥλιος, καὶ τοσοῦτόν γε μέρος, ὅσον ἂν ἡ σελήνη ἐπίπροσθεν γένηται. ἐὰν δὲ μὴ κατὰ τὸν σύνδεσμον ἢ συμμηνιακὴ σύνοδος γένηται, ἀλλὰ τοῦ μὲν μήκους τῶν ζωδίων κατὰ τὴν αὐτὴν μοῖραν, τοῦ δὲ πλάτους μὴ κατὰ τὴν αὐτὴν, ἀλλὰ τὸ μὲν βορειότερον φαίνεται τῶν ἄστρον, τὸ δὲ νοτιώτερον, οὐκ ἐπιπροσθούμενος ἥλιος οὐδ' ἐκλείπειν δόξει. ^[25]

195 ἐπὶ δὲ τῆς σελήνης ὧδ' ἂν γένοιτο φανερόν. ὅτι μὲν γὰρ εἰς τὴν τῆς γῆς ἐμπίπτουσα σκιάν ποτὲ ἐκλείπει, πολλάκις εἴρηται· ὡς δ' οὐ καθ' ἕκαστον μῆνα, δηλωτέον. ἐπεὶ τοίνυν ἐπ' εὐθείας τῶν φωτιζόντων αἱ ἀκτῖνες καὶ αἱ αὐγαὶ πίπτουσι καὶ παραπλησίως συνεχεῖς ταύταις αἱ σκιαί, ὅταν μὲν ἴσον ἢ τό τε φωτίζουν καὶ τὸ τὴν σκιάν ἀποβάλλον, σφαιρικὰ δὲ ἄμφω, γίνεται ἡ [δὲ] σκιά κυλινδρική καὶ εἰς ἄπειρον ἐκπίπτουσα. οἷον ἔστω φωτίζον μὲν τὸ αβ, φωτιζόμενον δὲ τὸ γδ, ἴσα δὲ ἀλλήλοις καὶ σφαιρικὰ· δηλὸν οὖν ὡς τῆς γε αγ ἀκτίνος καὶ τῆς βδ ἐπ' εὐθείας ἐκπιπτουσῶν, ἐπεὶ αἱ αβ γδ διάμετροι ἴσαι τέ εἰσιν ἀλλήλαις καὶ πρὸς ὀρθὰς ταῖς αγ βδζ ἐφαπτομέναις, παράλληλοι ἔσονται, καὶ αἱ γε δζ ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι οὐ συμπεσοῦνται· τοῦ δὲ τοιούτου πάντοθεν γινομένου δηλὸν ὡς τῆς γδ σφαίρας ἡ σκιά κυλινδρική τε ἔσται καὶ ἐπ' ἄπειρον ἐκπίπτουσα. ^[15]

196 ἐὰν μέντοι τὸ φωτίζον ἔλαττον ἦ, οἷον τὸ ηθ, τὸ δὲ φωτιζόμενον μείζον, οἷον τὸ κλ, ἢ κμλν <σκιά> τῷ μὲν σχήματι ἔσται καλαθοειδής, ἐπ' ἄπειρον δὲ ὁμοίως ἐκπίπτουσα· ἐπεὶ γὰρ μείζων ἢ κλ διάμετρος τῆς ηθ, αἱ κμ λν ἀκτῖνες ἐπ' ἄπειρον ἐκπίπτουσαι ἐν πλείονι αἰεὶ διαστάσει γενήσονται, <καὶ> τοῦτ' ἔσται πανταχόθεν ὁμοίως. ἐὰν δὲ ἀνάπαλιν τὸ μὲν φωτίζον ἢ μείζον, καθάπερ τὸ ξο, τὸ δὲ φωτιζόμενον <ἔλαττον>, οἷον τὸ πρ, σφαιρικὰ δὲ ἄμφω, δηλὸν ὅτι ἡ τοῦ πρ σκιά, τουτέστιν ἡ πρς, κωνοειδής καὶ πεπερασμένη γενήσεται, τῶν ξπ ορ ἀκτίνων ἐπ' εὐθείας ἐκβαλλομένων καὶ συμπιπτουσῶν ἀλλήλαις κατὰ τὸ ς σημεῖον, ἐπειδὴ ἐλάττων ἐστὶν ἡ πρ διάμετρος τῆς ξο, καὶ τούτου γινομένου πανταχόθεν. ^[5]

197 ἐπεὶ τοίνυν διὰ τῆς περὶ ἀποστημάτων καὶ μεγεθῶν πραγματείας ἡλίου καὶ σελήνης δείκνυσιν Ἴππαρχος τὸν μὲν ἥλιον σύνεγγυς χιλιοκτακοσιογδοκονταπλασίονα τῆς γῆς, τὴν γῆν ἑptaεικοσαπλασίονα μάλιστα τῆς σελήνης, πολὺ δὲ ὑψηλότερον τὸν ἥλιον τῆς σελήνης, δηλὸν ὡς ἡ τε σκιά ἔσται τῆς γῆς κωνοειδής καὶ κατὰ τὴν κοινὴν διάμετρον τοῦ τε ἡλίου καὶ τῆς γῆς ἐμπίπτουσα, καὶ τὸ τῆς σελήνης μέγεθος κατὰ τὸ πλείστον ἔλαττον τοῦ πάχους τῆς ἀπὸ τῆς γῆς σκιάς. ἐπειδὴ κατὰ μὲν τὸν ἕτερον σύνδεσμον ἥλιος γένηται, κατὰ δὲ τὸν ἕτερον σελήνη, καὶ ἐπὶ μιᾷς εὐθείας ὁ τε ἥλιος καὶ ἡ γῆ καὶ ἡ σκιά καὶ ἡ σελήνη καταστῇ, τότε ἀναγκαίως ἐμπίπτουσα εἰς τὴν σκιάν τῆς γῆς ἡ σελήνη, διὰ τὸ ἐλάττων εἶναι αὐτῆς καὶ μηδὲν ἔχειν ἴδιον φῶς, ἀφανὴς καθίσταται καὶ λέγεται ἐκλείπειν. ἀλλ' ἐπειδὴ μὲν ἀκριβῶς γένωνται κατὰ διάμετρον, ὥστε ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ὡς φαμεν, εὐθείας καταστῆναι τό τε τοῦ ἡλίου κέντρον καὶ τὸ τῆς γῆς καὶ τὸ τῆς σελήνης, διὰ μέσου τοῦ σκιάσματος σελήνη ἰοῦσα ὅλη ἐκλείπει· ὅτε δὲ σύνεγγυς, μὴ μέντοι ἐπ' εὐθείας, ἐνίοτε οὐχ ὅλη· τὰ μέντοι πλείω, μὴ κατὰ τοὺς συνδέσμους γινομένων τῶν σωμάτων τοῦ τε ἡλίου καὶ σελήνης ἐν ταῖς πανσελήνοις, ἢ μὲν σκιά τῆς γῆς

καὶ οὕτως ἐπὶ μιᾷς εὐθείας ἔσται τῷ ἡλίῳ, ἢ δὲ σελήνῃ, βορειότερα τῆς σκιάς ἢ νοτιωτέρα παροῦσα καὶ κατ' οὐδὲν εἰς αὐτὴν ἐμπίπτουσα, οὐδ' ὅλως ἐκλείψει. ^[5]

198 ταυτὶ μὲν ὁ Ἄδραστος. ὁ δὲ Δερκυλλίδης οὐδεμιᾶ μὲν οἰκείᾳ καὶ προσηκούσῃ τάξει περὶ τούτων ἀνέγραψεν· ἃ δὲ καὶ αὐτὸς ὑποδείκνυσιν ἐν τῷ περὶ τοῦ ἀτράκτου καὶ τῶν σφονδύλων τῶν ἐν τῇ Πολιτείᾳ παρὰ Πλάτωνι λεγομένων ἐστὶ τοιαῦτα. Εὐδημος ἱστορεῖ ἐν ταῖς Ἀστρολογίαις, ὅτι Οἰνοπίδης εὗρε πρῶτος τὴν τοῦ ζωδιακοῦ διάζωσιν καὶ τὴν τοῦ μεγάλου ἐνιαυτοῦ περίστασιν· Θαλῆς δὲ ἡλίου ἔκλειψιν καὶ τὴν κατὰ τὰς τροπὰς αὐτοῦ περίοδον, ὥς οὐκ ἴση αἰὲ συμβαίνει· Ἀναξίμανδρος δὲ ὅτι ἐστὶν ἡ γῆ μετέωρος καὶ κινεῖται περὶ τὸ τοῦ κόσμου μέσον· Ἀναξίμενης δὲ ὅτι ἡ σελήνη ἐκ τοῦ ἡλίου ἔχει τὸ φῶς καὶ τίνα ἐκλείπει τρόπον. ^[15]

199 οἱ δὲ λοιποὶ ἐπὶ ἐξευρημένοις τούτοις ἐπεξεῦρον ἕτερα· ὅτι οἱ ἀπλανεῖς κινοῦνται περὶ τὸν διὰ τῶν πόλων ἄξονα μένοντα, οἱ δὲ πλανώμενοι περὶ τὸν τοῦ ζωδιακοῦ πρὸς ὀρθὰς ὄντα αὐτῷ ἄξονα, ἀπέχουσι δ' ἀλλήλων ὅ τε τῶν ἀπλανῶν καὶ τῶν πλανωμένων ἄξων πεντεκαίδεκαγώνου πλευρὰν ὅ ἐστι μοῖραι κδ'. ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς φησιν· ὃν τρόπον ἐπὶ γεωμετρίᾳ καὶ μουσικῇ μὴ καταστησάμενον τὰς ὑποθέσεις ἀδύνατον τῶν μετὰ τὰς ἀρχὰς λόγων ἐξάπτεσθαι, κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῆς ἀστρολογίας προομολογεῖσθαι χρὴ τὰς ὑποθέσεις, ἐφ' αἷς πρόεισιν ὁ λόγος ὁ περὶ τῆς τῶν πλανωμένων κινήσεως. πρὸ πάντων δέ, φησί, σχεδὸν τῶν περὶ τὰ μαθηματικὰ τὴν πραγματείαν ἔχόντων ἡ λῆψις τῶν ἀρχῶν ὡς ὁμολογουμένων ἐστὶ πρῶτον μὲν ὥς ἔστιν ἡ τοῦ κόσμου σύστασις τεταγμένως ἐπὶ μιᾷς ἀρχῆς διεπομένη ὑφέστηκέ τε τὰ ὄντα καὶ φαινόμενα ταῦτα· διὸ μὴ δεῖν φάναι τὸν κόσμον τῆς ἡμετέρας ὀψεως ἐκ τοῦ ἀπείρου, ἀλλὰ κατὰ περιγραφὴν εἶναι· δεύτερον δὲ ὥς οὐ σβέσει καὶ ἀνάψει τῶν θείων σωμάτων αἷ τε ἀνατολαὶ καὶ δύσεις· ἀλλὰ γὰρ εἰ μὴ αἰδῖος τούτων ἡ διαμονή, οὐκ ἂν ἡ ἐν τῷ παντὶ τάξις φυλαχθεῖη τρίτον ὥς οὐ πλείους οὐδὲ ἐλάττονες τῶν ζ' οἱ πλανώμενοι· καὶ τοῦτο δῆλον ἐκ μακρᾶς τηρήσεως· τέταρτον ἐπεὶ οὔτε πάντα τὰ ὄντα κινεῖσθαι εὐλογόν ἐστιν οὔτε πάντα μένειν, ἀλλὰ τὰ μὲν κινεῖσθαι, τὰ δὲ μένειν, ὁμολογεῖσθαι δεῖ, τίνα ἐν τῷ παντὶ μένειν χρὴ καὶ τίνα κινεῖσθαι. ^[5]

200 φησὶ δ' ὥς γῆν μὲν χρὴ οἶεσθαι μένειν, ἐστὶαν τοῦ θεῶν οἴκου κατὰ τὸν Πλάτωνα, τὰ δὲ πλανώμενα· σὺν τῷ παντὶ περιέχοντι οὐρανῷ κινεῖσθαι· τοὺς δὲ τὰ κινητὰ στήσαντας, τὰ δὲ ἀκίνητα φύσει καὶ ἔδρᾳ κινήσαντας ὥς παρὰ τὰς τῆς μαθηματικῆς ὑποθέσεις ἀποδιοπομπεῖται. ἐν δὲ τούτοις φησὶ καὶ κατὰ μῆκος τοὺς πλανωμένους κινεῖσθαι καὶ βάθος καὶ πλάτος τεταγμένως καὶ ὁμαλῶς καὶ ἐγκυκλίως, ἡγησάμενοι οὐκ ἂν σφαλλοίμεθα τῆς περὶ αὐτοῦς ἀληθείας διὸ τὰς τε ἀνατολὰς καὶ παρανατολὰς τῆς κατὰ μῆκος κινήσεως καὶ τὰς ἀπὸ τῶν πρεσβυτέρων ἀποδιδόμενας ἐκλύτους καὶ ῥαθύμους αἰτίας τῆς ὑπολείψεως λεγομένης παραιτεῖται. ὀρθὸν δὲ τὸ νομίζειν, φησί, πᾶν τὸ ἄλογον καὶ ἄτακτον φυγόντας τῆς τοιαύτης κινήσεως, ἐναντίαν τῇ ἀπλανεῖ φορᾷ τὰ πλανώμενα κινεῖσθαι ἡρέμα, περιανομένης τῆς ἐντὸς φορᾶς ὑπὸ τῆς ἐκτός. οὐκ ἀξιοῖ δὲ τοῦ πλανωμένου αἰτίας οἶεσθαι τὰς ἐλικοειδεῖς γραμμὰς ὥς προηγουμένης τὰς τε ἵπικῇ παραπλησίᾳ· γίνεσθαι μὲν γὰρ ταύτας κατὰ συμβεβηκός· πρώτην δὲ προηγουμένην αἰτίαν εἶναι καὶ τοῦ πλάνου καὶ τῆς ἑλίκης τὴν κατὰ λοξοῦ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου κίνησιν· καὶ γὰρ ἐπεισοδιώδης καὶ ὑστέρα ἢ κατὰ τὴν ἑλίκην κινήσεις, ἐκ τοῦ διπλοῦ τῆς περὶ αὐτοῦς κινήσεως ἀποτελουμένη. ^[25]

201 προτέραν δὲ χρὴ εἰπεῖν τὴν κατὰ τοῦ λοξοῦ προηγουμένην κίνησιν· ἐπομένη γὰρ ἡ ἑλιξ καὶ οὐ πρώτη. πάλιν παραιτεῖται καὶ τῆς κατὰ τὸ βάθος κινήσεως αἰτίας εἶναι τὰς ἐκκεντρότητας περὶ δὲ κέντρον ἐν τῇ αὐτῇ καὶ κόσμου ἡγεῖται τοῖς κατ' οὐρανὸν φερομένοις πᾶσι τὴν κίνησιν εἶναι, κατὰ συμβεβηκός ὑπὸ τῶν πλανωμένων, οὐ κατὰ προηγουμένην, ὥς ἐπάνω ἐπεδείξαμεν, τῶν ἐπικύκλων καὶ τῶν ἐκκέντρων κύκλων διὰ τοῦ τῶν ἐγκέντρων βάθους γραφομένων. δύο

γὰρ ἐπιφανείας ἔχει ἐκάστη σφαῖρα, τὴν μὲν ἐντὸς κοίλῃν, τὴν δὲ ἐκτὸς κυρτήν, ὧν ἐν τῷ μεταξὺ κατ' ἐπικύκλους καὶ ἐγκέντρον κινεῖται τὰ ἄστρα, καθ' ἣν κίνησιν καὶ τοὺς ἐκκέντρον κατὰ συμβεβηκὸς γράφει. φησὶ δὲ καὶ κατὰ μὲν τὰς ἡμετέρας φαντασίας ἀνωμάλους εἶναι τὰς τῶν πλανωμένων κινήσεις, κατὰ δὲ τὸ ὑποκείμενον καὶ τάληθές ὁμαλὰς· πᾶσι δὲ τὴν κίνησιν προαιρετικὴν καὶ ἀβίαστον εἶναι δι' ὀλιγίστων φορῶν καὶ ἐν τεταγμέναις σφαίραις. αἰτιᾶται δὲ τῶν φιλοσόφων ὅσοι ταῖς σφαίραις οἷον ἀψύχους ἐνώσαντες τοὺς ἀστέρας καὶ τοῖς τούτων κύκλοις πολυσφαιρίας εἰσηγοῦνται, ὥσπερ Ἀριστοτέλης ἀξιοῖ καὶ τῶν μαθηματικῶν Μέναιχμος καὶ Κάλλιππος, οἱ τὰς μὲν φερούσας, τὰς δὲ ἀνελιττούσας εἰσηγήσαντο. [25]

202 ἐπὶ δὲ τούτοις ὁμολογουμένοις περὶ μένουσαν τὴν γῆν τὸν οὐρανὸν σὺν τοῖς ἄστροις ἡγεῖται κινεῖσθαι ἐν ὁμαλαῖς καὶ ἐγκυκλίοις κινήσεσιν ἐλαχίσταις τε καὶ συμφώνοις ἐγκέντροις τε καὶ ἀβίαστοις φοραῖς, καὶ ταύτας σωζομένας καὶ παρὰ Πλάτωνι ἀποδείκνυσιν τὰς ὑποθέσεις. κινουῦνται δὲ οἱ μὲν ἀπλανεῖς περὶ τὸν διὰ τῶν πόλων ἄξονα μένοντα, οἱ δὲ πλανώμενοι περὶ τὸν τοῦ ζῳδιακοῦ πρὸς ὀρθὰς ὄντα αὐτῷ ἄξονα· ἀπέχουσι δ' ἀλλήλων ὅ τε τῶν ἀπλανῶν καὶ τῶν πλανωμένων ἄξων πεντεκαϊδεκαγώνου πλευρὰν. δίχα μὲν τέμνει τὸν κόσμον ὁ ζῳδιακὸς μέγιστος ὧν· τῆς δὲ τοῦ παντὸς περιφερείας εἰς τξ' μοῖρας διαιρουμένης ὁ ζῳδιακὸς ἐκατέρωθεν ρπ' μοῖρας ἀπολαμβάνει· ὁ δὲ ἄξων τοῦ ζῳδιακοῦ πρὸς ὀρθὰς ὧν δίχα διαιρεῖ τὰς ρπ' μοῖρας. λελόξωται δὲ ὁ ζῳδιακὸς ἀπὸ τοῦ χειμερινοῦ παραλλήλου ἐπὶ τὸν θερινόν· εἰσὶ δὲ ἀπὸ μὲν τοῦ θερινοῦ ἐπὶ τὸν ἀνταρκτικὸν μοῖραι λ', ὡς παραδίδωσιν Ἰππαρχος, ἀπὸ δὲ τοῦ ἀνταρκτικοῦ μέχρι τοῦ πόλου τῆς ἀπλανοῦς σφαίρας μοῖραι τριάκοντα ἕξ· συνάμφω δέ, ἀπὸ μὲν τοῦ θερινοῦ μέχρι τοῦ πόλου τῆς τῶν ἀπλανῶν σφαίρας, μοῖραι ξς'. ἵνα δὲ πληρωθῶσιν ἐπὶ τὸν πόλον τοῦ τῶν πλανωμένων ἄξονος ς' μοῖραι, προσθετέον μοῖρας κδ', καθ' ὃ εἴη ἂν ὁ πόλος τοῦ <τῶν> πλανωμένων ἄξονος πρὸς ὀρθὰς ὄντος τῷ ζῳδιακῷ. [20]

203 λοιπαὶ δὴ ἀπὸ τοῦ πόλου <τοῦ> τῶν πλανωμένων ἄξονος μοῖραι ἐπὶ τὰ θερινὰ μέρη τοῦ ἀνταρκτικοῦ ιβ'· αἱ πᾶσαι γὰρ ἦσαν λς'. ὧν ἀφέλωμεν κδ'· λοιπαὶ ιβ'. αἷς προσθετέον τὰς ἀπὸ τοῦ ἀνταρκτικοῦ μέχρι τοῦ θερινοῦ πάλιν μοῖρας λ' καὶ τὰς ἀπὸ τοῦ θερινοῦ ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν μοῖρας κδ' καὶ <τὰς> ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τὸν χειμερινόν, οὗ πάλιν ἐφάπτεται ὁ ζῳδιακός, μοῖρας κδ'. γίνονται μοῖραι κδ' τῶν τξ' τοῦ παντὸς μοιρῶν πεντεκαϊδέκατον μέρος· πεντεκαϊδεκάκις γὰρ κδ' γίνονται τξ'. διὰ τοῦτο φαμεν τοῦ ἐγγραφομένου εἰς σφαῖραν πεντεκαϊδεκαγώνου πλευρὰν ἀπέχειν ἀλλήλων τοὺς δύο ἄξονας, τὸν τε τῶν ἀπλανῶν καὶ τὸν τῶν πλανωμένων. ἔλικά δὲ γράφει τὰ πλανώμενα κατὰ συμβεβηκός, διὰ τὸ δύο κινεῖσθαι κινήσεις ἐναντίας ἀλλήλαις. τῷ γὰρ αὐτὰ κατὰ τὴν ἰδίαν κίνησιν ἀπὸ τοῦ θερινοῦ ἐπὶ χειμερινὸν φέρεσθαι καὶ ἀνάπαλιν, ἡρέμα μὲν αὐτὰ περιιόντα, τάχιστα δὲ ἐπὶ τὰ ἐναντία περιηγόμενα καθ' ἐκάστην ἡμέραν ὑπὸ τῆς ἀπλανοῦς σφαίρας, οὐκ ἐπ' εὐθείας ἀπὸ παραλλήλου ἐπὶ παράλληλον πορεύεται, ἀλλὰ περιηγόμενα περὶ τὴν ἀπλανῆ σφαῖραν. ἵνα δὴ διὰ τοῦ ζῳδιακοῦ ἀπὸ τοῦ α ἐπὶ τὸ β χωρήσῃ, τῆς φορᾶς αὐτῶν οὐκ ἐπὶ εὐθείας τοῦ ζῳδιακοῦ μόνον, ἀλλὰ καὶ ἐν κύκλῳ περὶ τὴν ἀπλανῆ γινομένης, ἔλικά γράφουσιν ἐν τῇ ἀπὸ παραλλήλου διόδῳ ὁμοίαν τῇ τῶν ἀμπέλων ἔλικι· καθάπερ εἴ τις ἱμάντα περιελίττει κυλίνδρῳ ἀπὸ τῆς ἐτέρας ἀποτομῆς μέχρι τῆς ἐτέρας, ὥσπερ ταῖς Λακωνικαῖς σκυτάλαις οἱ ἔφοροι περιελίττοντες ἱμάντας τὰς ἐπιστολάς ἔγραφον. [5]

204 γράφει δὲ καὶ ἄλλην ἔλικά τὰ πλανώμενα, οὐ μόνον ὡς περὶ κύλινδρον <ἀπὸ τῆς ἐτέρας> ἀποτομῆς ἐπὶ τὴν ἐτέραν ἀποτομήν, ἀλλὰ καὶ τὴν ὡς <ἐν> ἐπιπέδῳ. ἐπειδὴ γὰρ δι' αἰῶνος ἀπὸ τοῦ ἐτέρου παραλλήλου ἐπὶ τὸν ἕτερον χωροῦσι καὶ ἀπ' ἐκείνου πάλιν ἐπὶ τὸν αὐτὸν καὶ τοῦτο ἀδιαλείπτως καὶ ἀπαύστως γίνεται ὑπ' αὐτῶν, ἂν ἐπινοήσωμεν ἐπ' ἄπειρον ἐκτεινομένας εὐθείας εἶναι τὰ παραλλήλους καὶ δι' αὐτῶν κατὰ τὰ αὐτὰ πορευόμενα τὰ πλανώμενα ποτὲ μὲν τὴν χειμερινὴν ὁδόν, ποτὲ δὲ τὴν θερινήν, μέχρις ἀπειροῦ εὐρεθείη ἂν

ἡμῖν ἔλικά γραφοντα. κατὰ δὲ τὸ ἄπαυστον καὶ αἰώνιον τῆς περὶ τὴν σφαῖραν διὰ [τῆς] τῶν παραλλήλων πορείας ὁμοία ἢ ὁδὸς αὐτοῖς γίνεται τῇ διὰ τῶν ἐπ' ἄπειρον ἐκτεινομένων εὐθειῶν ὁδῷ, καθάπερ δηλοῖ τὰ ὑποκείμενα διαγράμματα. ὥστε δύο κατὰ συμβεβηκὸς γράφουσιν ἔλικας, τὴν μὲν ὡς περὶ κύλινδρον, τὴν δὲ ὡς δι' ἐπιπέδου. ταυτὶ μὲν τὰ ἀναγκαϊότατα καὶ ἐξ ἀστρολογίας κυριώτατα πρὸς τὴν τῶν Πλατωνικῶν ἀνάγνωσιν. ἐπεὶ δὲ ἔφαμεν εἶναι μουσικὴν καὶ ἁρμονίαν τὴν μὲν ἐν ὀργάνοις, τὴν δὲ ἐν ἀριθμοῖς, τὴν δὲ ἐν κόσμῳ, καὶ περὶ τῆς ἐν κόσμῳ τἀναγκαῖα πάντα ἐξῆς ἐπηγγειλάμεθα μετὰ τὴν περὶ ἀστρολογίας παράδοσιν—ταύτην γὰρ ἔφη καὶ Πλάτων ἐν τοῖς μαθήμασι πέμπτην εἶναι μετὰ ἀριθμητικὴν γεωμετρίαν στερεομετρίαν ἀστρονομίαν—, ἃ καὶ περὶ τούτων ἐν κεφαλαίοις παραδείκνυσιν ὁ Θράσυλλος σὺν οἷς καὶ αὐτοὶ προεξειργάσμεθα δηλωτέον. ^[5]