

eul_wid: lww-aa

Θεοδόσιος ὁ Βιθυνικός · Theodosius of Bithynia

On Days and Nights

Περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν

Period: Ἑλληνιστική **Hellenistic**
Dialect: Κοινή τεχνική **Technical Koine**
Domain: Ἐπιστήμη **Science**
Format: Πραγματεία **Treatise**

54 (1T) Θεοδοσίου περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν α' [Ἐποθέσει χρῆται ὁ Θεοδόσιος ὁμαλῶς κινεῖσθαι τὸν ἥλιον τὴν ἐναντίαν τῷ κόσμῳ κίνησιν κατὰ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλου, ὄντινα κύκλον ἡλιακὸν καλεῖ. Καὶ χρόνον ἡμέρας καλεῖ τὸν ἀπὸ ἀνατολῆς ἕως δύσεως, νυκτὸς δὲ τὸν ἀπὸ δύσεως ἕως ἀνατολῆς. Ἐξαλλαγὴν δὲ περιφερείας φανεροῦ ἡμισφαίριου, ὅταν τοῦ προηγουμένου σημείου τῆς περιφερείας ἐπὶ τῆς ἀνατολῆς ὄντος τὸ ἐπόμενον ἀνατεῖλαν καὶ διελθὼν ὅλον τὸ φανερόν ἡμισφαίριον ἐπὶ τῆς δύσεως γένηται. Ἀφανοῦς δὲ ἡμισφαίριου ἑξαλλαγὴν περιφερείας λέγει, ὅταν τοῦ προοδεδυκότος σημείου τῆς ἑξαλλαγῆς περιφερείας τὸ φανερόν ἡμισφαίριον γενομένου πρὸς τῷ ἀνατολικῷ ὀρίζοντι καὶ τὸ ἐπόμενον ἀνατεῖλῃ, τουτέστιν ὅταν τοῦ προηγουμένου σημείου τῆς περιφερείας δύναντος καὶ διελθόντος ὅλον τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον τὸ ἐπόμενον σημεῖον ἐπὶ τῆς ἀνατολῆς γένηται. Κόσμου περιστροφὴ ἐστίν, ἐν ᾗ ἕκαστος τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων ἀπὸ ἀνατολῆς ἐπὶ τὴν ἐξῆς ἀνατολὴν παραγένηται ἢ ἀπὸ δύσεως ἐπὶ δύσιν ἢ ἀφ' οὗ δηποτοῦν τόπου ἐπὶ τὸν αὐτὸν τόπον.] α' Ἀπὸ τροπῶν θερινῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἡμέρα μὲν ἢ προτέρα τῆς ὑστερόν ἐστι μακροτέρα, νύξ δὲ ἢ προτέρα τῆς ὑστερόν ἐστι βραχυτέρα· ἀπὸ δὲ χειμερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἡμέρα μὲν ἢ προτέρα τῆς ὑστερόν ἐστι βραχυτέρα, νύξ δὲ ἢ προτέρα τῆς ὑστερόν ἐστι μακροτέρα. ^[20]

56 Ἔστω ὀρίζων ὁ ΔΒΕΓ, μέγιστος δὲ τῶν αἰεὶ φανερῶν ἔστω ὁ ΑΔ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ἔστω ὁ ΒΓ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος ἔστω ὁ ΕΖΝ, καὶ ὁ ἥλιος ἀπὸ τροπῶν θερινῶν πορευόμενος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Ζ, τὴν δὲ μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Η ὦν, τουτέστιν τὸν ἴδιον ἀριθμὸν κινούμενος τὸν ἀπὸ δύσεως ἐπ' ἀνατολὴν, ἐν δὲ ἄλλῃ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ. Λέγω, ὅτι ἡ ἡμέρα, ἥς ἀνατολή ἐστὶ τὸ Ζ σημεῖον, δύσις δὲ τὸ Η, μείζων ἐστὶ τῆς ἡμέρας, ἥς ἀνατολή ἐστὶ τὸ Θ σημεῖον. Κείσθω γὰρ τῇ ΖΗ περιφερείᾳ ἴση περιφέρεια ἢ ΘΚ. Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ζ σημεῖον τὴν μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Η, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΖΗ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ ἡ ΖΗ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον· ἐν τῷ ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἡ ΖΗ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Ἐν τῷ ἴσῳ δὲ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΗ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν ΘΚ· τὰς γὰρ ἴσας περιφερείας ὁ ἥλιος ἐν ἴσῳ χρόνῳ διαπορεύεται· ὁμαλῶς γὰρ ὑπόκειται ὁ ἥλιος κινούμενος· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἡ ΖΗ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ἡ ΖΗ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ

φανερὸν ἡμισφαίριον ἥπερ ἡ ΘΚ· ἔγγιον γάρ ἐστιν ἡ ΖΗ τῆς συναφῆς τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ ἥπερ ἡ ΘΚ· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ ἡ ΘΚ ἐξαλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον. Ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ἐξαλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον ἡ ΘΚ περιφέρεια, ὁ ἥλιος ἐλάσσονα περιφέρειαν τῆς ΘΚ διελεύσεται. Διεληλυθῆτω τὴν ΘΛ· τοῦ Κ ἄρα ἐπὶ δυσμαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ Λ ἤδη ἐστὶ δεδυκώς· πρότερον γὰρ δύνει τὸ Λ τοῦ Κ· ἵνα ἄρα φανῇ ὁ ἥλιος δύνων, ἔτι ἐλάσσονα περιφέρειαν τῆς ΘΛ διελεύσεται. Διεληλυθῆτω τὴν ΘΜ· πρὸς τῷ Μ ἄρα ὦν ὁ ἥλιος φανήσεται δεδυκώς. Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Θ τὴν μετὰ τὸ Θ ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Μ, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΜ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ καὶ ἡμέρας χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἔστιν μείζων ἡ ΖΗ περιφέρεια τῆς ΘΜ περιφερείας· μείζων ἄρα καὶ ἡ ἡμέρα, ἥς ἀνατολὴ μὲν ἐστὶ τὸ Ζ σημεῖον, δύσιν δὲ τὸ Η, τῆς ἡμέρας, ἥς ἀνατολὴ ἐστὶ τὸ Θ σημεῖον, δύσιν δὲ τὸ Μ. ^[40]

58 Λέγω, ὅτι καὶ νύξ ἡ προτέρα τῆς ὕστερόν ἐστι βραχυτέρα. Ἐστω γὰρ ὡς ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ ὦν, τὴν δὲ συνεχῇ ἀνατολὴν κατὰ τὸ Λ· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΛ περιφέρειαν διαπορεύεται. Πάλιν δὲ ἐν ἄλλῃ ἡμέρᾳ ὁ ἥλιος δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Μ. Λέγω, ὅτι ἡ νύξ, ἥς δύσιν μὲν ἐστὶ τὸ Κ σημεῖον, ἀνατολὴ δὲ τὸ Λ, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς νυκτός, ἥς δύσιν ἐστὶ τὸ Μ. Κεῖσθω γὰρ τῇ ΚΛ περιφερείᾳ ἴση περιφέρεια ἡ ΜΝ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΚΛ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν ΜΝ. Ἀλλ' ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΛ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΚΛ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΜΝ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ ἡ ΚΛ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον. Ἐν ἐλάσσονι δὲ χρόνῳ ἡ ΚΛ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον ἥπερ ἡ ΜΝ· ἐν ἐλάσσονι ἄρα χρόνῳ καὶ ὁ ἥλιος τὴν ΜΝ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ ἡ ΜΝ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον. Τῆς ΜΝ ἄρα ἐξαλλασσοῦσης τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον ὁ ἥλιος μείζονά τινα περιφέρειαν τῆς ΜΝ διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΝΞ· τοῦ ἄρα Ν ἐπὶ τῆς ἀνατολῆς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ Ξ οὕτω ἀνέτειλεν· προανατέλλει γὰρ τὸ Ν τοῦ Ξ· ἵνα ἄρα φανῇ ἀνατέλλων ὁ ἥλιος, μείζονά τινα περιφέρειαν τῆς ΜΞ διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΜΟ· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΜΟ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΛ διαπορεύεται, καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἡ ΚΛ τῆς ΜΟ· καὶ ἡ νύξ ἄρα, ἥς δύσιν μὲν ἐστὶ τὸ Κ, ἀνατολὴ δὲ τὸ Λ, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς νυκτός, ἥς δύσιν μὲν ἐστὶ τὸ Μ, ἀνατολὴ δὲ τὸ Ο. Ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου τὰ ἐναντία συμβήσεται· καὶ γὰρ τὰ μεταξὺ τμήματα τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἴσα ἐστὶν τοῖς ὑπὸ γῆν τμήμασι τοῖς μεταξὺ τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ χειμερινοῦ, καὶ τοῖς προειρημένοις καὶ ἐπὶ τῆς κάτω ἐπαφῆς τοῦ χειμερινοῦ τὰ αὐτὰ κατασκευασθέντα ἀποδειχθήσεται. ^[35]

60 β' Ἐὰν ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ὁ ἥλιος τὴν ἀνατολὴν ποιήσεται καὶ τὴν δύσιν ἴσον ἀπέχων τῆς τροπικῆς συναφῆς ὁποτερασοῦν, μέσου ἡμέρας ἡ τροπὴ ἔσται τῷ ἡλίῳ ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ· καὶ ἐὰν ποιήσεται τὴν τροπὴν πρὸς τῷ θερινῷ τροπικῷ, ἐν ᾗ ἂν ἡμέρᾳ τὴν τροπὴν ποιήσεται, ἐκείνη ἡ ἡμέρα μακροτάτη ἔσται πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ ἡμερῶν, αἱ δὲ προγεγεννημέναι ἡμέραι τε καὶ νύκτες τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν ἐπὶ τροπὰς θερινὰς ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐσομέναις ἡμέραις τε καὶ νυξὶ τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν θερινῶν ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τῆς τροπικῆς ἡμέρας. Ἐστω ὀρίζων ὁ ΑΒΓΔ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΑΒ, ὁ δὲ τῶν ζωδίων κύκλος ἔστω ὁ ΓΕΔ, καὶ ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Ζ, τὴν δὲ μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Η, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΖΕ περιφέρεια τῇ ΕΗ περιφερείᾳ. Λέγω, ὅτι μέσου ἡμέρας ἡ τροπὴ ἔσται τῷ ἡλίῳ ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ Ζ σημείου τῷ ΑΒ κύκλῳ παράλληλος κύκλος· ἥξει δὲ καὶ διὰ τοῦ Η. Ἐρχέσθω ὡς ὁ

ΘΚ· ἔσται ἄρα ὁ ἥλιος ἀνατεταλκῶς μὲν κατὰ τὸ Κ, δεδυκῶς δὲ κατὰ τὸ Θ, ἄτινα ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἐστίν· ὥστε οὐδὲν διοίσει λέγειν τὸν ἥλιον ποιεῖσθαι τὴν τε ἀνατολὴν καὶ τὴν δύσιν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου τῶν παραλλήλων. Καὶ ἐπεὶ ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ζ σημεῖον τὴν μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Η, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται· ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ἡμίσειαν τῆς ΖΕΗ περιφερείας διαπορεύεται. Ἡμίσεια δὲ ἐστὶ ἡ ΖΕ· ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕ περιφέρειαν διελεύσεται. Καὶ ἀνατέλλει πρὸς τῷ Ζ ὦν· μέσου ἄρα ἡμέρας ἔσται ὁ ἥλιος κατὰ τὸ Ε σημεῖον. Κατὰ τὸ Ε δὲ ὦν ὁ ἥλιος τὴν τροπὴν ποιεῖται· μέσου ἄρα ἡμέρας ὁ ἥλιος τὴν τροπὴν ποιήσεται. Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ Ε καὶ τῶν τοῦ ΑΒ κύκλου πόλων μέγιστος κύκλος ὁ ΑΕΝ. Ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ὅ τε ΑΕΒ καὶ ὁ ΓΕΔ, διὰ δὲ τῶν τοῦ ΑΕΒ πόλων καὶ τῆς Ε συναφῆς μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΑΕΝ, ὁ ΑΕΝ ἄρα καὶ διὰ τῶν τοῦ ΓΕΔ πόλων ἐλεύσεται. ^[40]

62 Πάλιν ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι οἱ ΖΕΗ ΖΜΗ τέμνουσιν ἀλλήλους, διὰ δὲ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΑΕΜ, δίχα τεμεῖ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα αὐτῶν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΜ περιφέρεια τῇ ΜΗ περιφερείᾳ. Καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ ἀπὸ ἀνατολῶν μέχρι μεσουρανήματος χρόνος τῷ ἀπὸ μεσουρανήματος ἄχρι δυσμῶν, ἀλλ' ἐν τῷ μὲν ἀπὸ ἀνατολῆς μέχρι μεσουρανήματος χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, τουτέστιν τὸ Ζ τὴν ΚΖ περιφέρειαν τοῦ παραλλήλου· (ἀνατέλλει μὲν γὰρ ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ κατὰ τὸ Ζ σημεῖον ὦν, ἐπὶ δὲ τοῦ ὀρίζοντος κατὰ τὸ Κ· ἐὰν γὰρ νοήσωμεν τὴν τοῦ ζωδιακοῦ θέσιν ὡς τὴν ΚΕΟ, ὅτε ἀνέτελλεν ὁ ἥλιος κατὰ τὸ Ζ ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ, ἐφαίνετο ἐπὶ τοῦ ὀρίζοντος κατὰ τὸ Κ· ὥστε μέσου ἡμέρας τὸ μὲν Ξ ἐπὶ τὸ Ε παραγίγνεται ἐν τῇ περιφορᾷ τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ἥλιος ἔσται διελθὼν τὴν ΖΕ περιφέρειαν, τουτέστιν τὴν ΚΞ· ὅταν ἄρα τὸ Ξ ἐπὶ τὸ Ε παραγένηται, τότε καὶ αὐτὸς ἐπὶ τὸ Ε παρέσται· ὥστε καὶ τὸ Κ ἐπὶ τὸ Ζ παραγενήσεται ἐν τῷ ἀπὸ ἀνατολῆς ἄχρι μεσουρανήσεως χρόνῳ), ἐν δὲ τῷ ἀπὸ μέσου ἡμέρας χρόνῳ ἄχρι δυσμῶν ὁμοίως ὁ μὲν ἥλιος τὴν ΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, τὸ δὲ Η τὴν ΗΘ διαπορεύεται ἐν τῇ περιφορᾷ τῆς σφαίρας, ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ Ζ τὴν ΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὸ Η τὴν ΗΘ· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΖ περιφέρεια τῇ ΗΘ περιφερείᾳ. Καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΖ περιφέρεια τῇ ΗΘ περιφερείᾳ. Κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ ΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΘ λοιπὴ τῇ ΗΚ ἴση ἐστίν. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΖΜ τῇ ΜΗ περιφερείᾳ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ΜΘ ὅλη τῇ ΜΚ ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ οὖν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ ΑΒΓΔ, ΘΜΚ, διὰ δὲ τῶν τοῦ ΘΜΚ κύκλου πόλων καὶ τῆς Μ διχοτομίας μέγιστος κύκλος γέγραπται ὁ ΑΕΝ, ὁ ΑΕΝ ἄρα καὶ διὰ τῶν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου πόλων ἐλεύσεται καὶ ὀρθὸς ἔσται πρὸς αὐτόν. Καὶ ἔστιν ὀρίζων ὁ ΑΒΓΔ· μεσημβρινὸς ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΕΝ κύκλος. Καὶ ἐπ' αὐτοῦ ἡ τροπὴ γεγένηται· ὥστε μέσου ἡμέρας ἡ τροπὴ ἔσται τοῦ ἡλίου ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐν ἡ ἡμέρᾳ ἡ τροπὴ γένηται ἐπὶ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, ἐκείνη ἡ ἡμέρα μακροτάτη ἐστὶν πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ ἡμερῶν, καὶ ἡ πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς νύξ ἴση ἐστὶν τῇ μετὰ τὴν Η δύσιν νυκτί. Ἐστω γὰρ ἡ πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς δύσις ἡ Υ, καὶ ἔστω παράλληλος κύκλος, καθ' οὗ φέρεται τὸ Υ σημεῖον, ὁ ΥΦ. ^[35]

64 Ἐπεὶ ὁ ἥλιος δύναις κατὰ τὸ Υ τὴν μετὰ τὴν Υ δύσιν ἀνατολὴν ἐποίησατο κατὰ τὸ Ζ, νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΥΖ περιφέρειαν διέρχεται· ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ ἡ ΥΖ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον. Ἀλλ' ἐν ἴσῳ μὲν χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΥΖ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν ΗΦ· ἴση γάρ ἐστὶν ἡ ΥΖ τῇ ΗΦ· ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἡ ΥΖ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον καὶ ἡ ΗΦ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ἡ ΗΦ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον, καὶ ὁ ἥλιος τὴν ΗΦ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ δύνει ὁ ἥλιος πρὸς τῷ Η ὦν· τὴν μετὰ τὴν Η ἄρα δύσιν ἀνατολὴν ἐποίησατο κατὰ τὸ Φ ὦν· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΗΦ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΥΖ

περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν τε ΥΖ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν ΗΦ· ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς νύξ τῇ μετὰ τὴν Η δύσιν νυκτί. Κεῖσθω δὴ τῇ ΖΕΗ περιφερεία ἴση περιφέρεια ἡ ΦΠ. Ἐπεὶ ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ζ σημεῖον καὶ διελθὼν τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν τὴν μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐποιήσατο κατὰ τὸ Η σημεῖον, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ ἡ ΖΕΗ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Ἀλλ' ἐν ἴσῳ μὲν χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν ΦΠ· ἴσαι γάρ εἰσιν· ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ἡ ΖΕΗ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον ἥπερ ἡ ΦΠ· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ἡ ΦΠ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ὁ ἥλιος ἐλάσσονα περιφέρειαν τῆς ΦΠ διελεύσεται. Διεληλυθέτω τὴν ΦΡ· τοῦ Π ἄρα ἐπὶ δυσμαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ Ρ ἤδη ἔσται δεδυκώς· πρότερον γὰρ δύνει τὸ Ρ τοῦ Π· ἵνα ἄρα φανῇ ὁ ἥλιος δύνων, ἔτι ἐλάσσονα περιφέρειαν τῆς ΦΡ διελεύσεται. Διεληλυθέτω τὴν ΦΣ· πρὸς τῷ Σ ἄρα ὦν ὁ ἥλιος φανήσεται δεδυκώς. Ἐπεὶ οὖν ἀνατείλας κατὰ τὸ Φ τὴν μετὰ τὴν Φ ἀνατολὴν δύσιν ἐποιήσατο κατὰ τὸ Σ, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΦΣ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ καὶ ἡμέρας χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἔστι μείζων ἡ ΖΕΗ περιφέρεια τῆς ΦΣ περιφερείας· μείζων ἄρα καὶ ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΦΣ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐπεὶ καὶ ἡ ΦΠ τῇ ΖΗ ἴση οὖσα τῆς ΦΣ μείζων ἐστίν. Γεγράφθω δὴ διὰ τοῦ Σ σημείου παράλληλος κύκλος ὁ ΣΤ. Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Φ σημεῖον τὴν μετὰ τὴν Φ ἀνατολὴν δύσιν ἐποιήσατο κατὰ τὸ Σ, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΦΣ περιφέρειαν διαπορεύεται· ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ ἡ ΦΣ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. [35]

- 66 Ἀλλ' ἐν ἴσῳ μὲν χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΦΣ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν ΥΤ, ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἡ ΦΣ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον καὶ ἡ ΥΤ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΥΤ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἡ ΥΤ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Καὶ δύνει ὁ ἥλιος πρὸς τῷ Υ ὦν· τὴν ἄρα πρὸ τῆς Υ δύσεως ἀνατολὴν ὁ ἥλιος ἐποιήσατο κατὰ τὸ Τ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΥΤ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ καὶ ἡμέρας ἐστὶν χρόνος, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΦΣ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΥΤ περιφέρεια τῇ ΦΣ περιφερείᾳ· καὶ ἡ ἡμέρα ἄρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΦΣ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἴση ἐστὶν τῇ ἡμέρᾳ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΥΤ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΦΣ περιφέρειαν διαπορεύεται, μείζων, ἴση δὲ ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΥΤ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῇ ἡμέρᾳ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΣΦ περιφέρειαν διαπορεύεται, μείζων ἄρα καὶ ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΥΤ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλ' ἡ μὲν ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΥΤ περιφέρειαν διαπορεύεται, μείζων ἐστὶν πασῶν τῶν πρὸ αὐτῆς ἡμερῶν τῶν ἐν τῷ ΕΓ ἡμικυκλίῳ τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν ἐπὶ τροπὰς θερινὰς· τοῦτο γὰρ ὁμοίως τοῖς προθεωρηθεῖσιν ἀποδείκνυται· ἡ δὲ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΦΣ περιφέρειαν διαπορεύεται, μείζων ἐστὶ πασῶν τῶν μετ' αὐτὴν ἐν τῷ ΕΣΔ ἡμικυκλίῳ ἡμερῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν θερινῶν ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς· ὥστε καὶ ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, μακροτάτη ἐστὶν πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ ἡμερῶν· καὶ αἱ προγεγεννημέναι ἡμέραι τε καὶ νύκτες τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν ἐπὶ τροπὰς θερινὰς ταῖς ἐσομέναις ἡμέραις τε καὶ νυξὶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν θερινῶν ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς ἴσαι ἐδείχθησαν αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ὁποτέρας τροπικῆς συναφῆς. Ὅμοίως δὲ δεῖχθήσεται τοῖς ἐπάνω, ὅτι, ἐὰν ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ τὴν ἀνατολὴν καὶ τὴν δύσιν ποιήσεται ἴσον ἀπέχων τῆς χειμερινῆς συναφῆς, ὅτι τὴν τροπὴν ποιήσεται μέσου ἡμέρας ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, καὶ ὅτι, ἐὰν ἐν τινὶ νυκτί τὴν τε δύσιν καὶ τὴν ἀνατολὴν ποιήσεται ἴσον

ἀπέχων τῆς συναφῆς ὅποτερασοῦν, μέσου νυκτὸς τὴν τροπὴν ποιήσεται ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, καὶ ἐν ᾗ ἂν ποιήσεται πρὸς τῷ χειμερινῷ τροπικῷ, ἐκείνη ἡ νύξ μακροτάτη ἔσται πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ νυκτῶν, αἱ δὲ προγεγενημέναι νύκτες καὶ ἡμέραι τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν θερινῶν ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς ταῖς γινομέναις νυξί τε καὶ ἡμέραις τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν ἐπὶ τροπὰς θερινὰς ἴσαι ἔσονται αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τῆς τροπικῆς νυκτός. ^[5]

68 Ὅμοίως δὴ δείξομεν τοῖς πρότερον καὶ ἐπὶ τοῦ ἀφανοῦς ἡμισφαίριου. [Πόρισμα.] Φανερόν δέ, ὅτι, ἐὰν μέσου ἡμέρας ὅποτερασοῦν τῶν τροπῶν γένηται, ἡ ἀνατολή τε καὶ ἡ δύσις ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἔσται ἴσος γὰρ ὁ χρόνος ὁ πρὸ μέσου ἡμέρας καὶ μετὰ μέσον ἡμέρας ὑπάρχων ποιήσει καὶ τὸν ἥλιον ἴσας περιφερείας διαπορεύεσθαι τὴν πρὸ μέσου ἡμέρας τῇ μετὰ μέσον πρὸς τῇ συναφῇ· ὁ δὲ κύκλος ὁ διὰ τῶν δύο σημείων τῶν ἀφορίζοντων τὰς ἴσας περιφερείας πρὸς τῇ συναφῇ παράλληλος τῷ τροπικῷ γίνεται, καὶ ἔσται ἐπὶ παραλλήλου ἢ τε ἀνατολῇ καὶ ἡ δύσις. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί, ἐὰν μέσου νυκτὸς ὅποτερασοῦν τῶν τροπῶν γένηται, ἡ ἀνατολή καὶ ἡ δύσις ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἔσται κύκλου. γ' Ἐὰν ὁ ἥλιος ἐπὶ τινος τῶν παραλλήλων ἀνατολὴν ποιήσεται ἐν ἡμέρᾳ τινὶ πρὸ τροπῶν θερινῶν καὶ μετὰ τροπὰς θερινὰς ἐν ἄλλῃ ἡμέρᾳ δύσιν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων, ἴσαι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ ἡμέραι, καὶ αἱ πρὸ τῆς μιᾶς αὐτῶν γεγενημέναι νύκτες τε καὶ ἡμέραι τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν ἐπὶ τροπὰς θερινὰς ταῖς μετὰ τὴν ἐτέραν ἡμέραν γινομέναις νυξί τε καὶ ἡμέραις τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν θερινῶν ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς ἴσαι ἔσονται αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ὅποτερασοῦν ἡμέρας. Ἔστω ὀρίζων ὁ ΑΒΓΕ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ἔστω ὁ ΑΔΒ, ὁ δὲ τῶν ζωδίων κύκλος ὁ ΓΔΕ, καὶ τῷ ΑΒ παράλληλος ἔστω ὁ ΘΚ, καὶ ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ πρὸ τροπῶν θερινῶν ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Ζ ὦν, μετὰ δὲ τροπὴν θερινὴν ἐν ἄλλῃ ἡμέρᾳ δύσιν πεποιήσθω ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ παραλλήλου κατὰ τὸ Η ὦν. Λέγω, ὅτι ἡ μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσις ἔσται μεταξὺ τῶν Δ Ζ. Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἐπὶ τοῦ Δ ἔσται ἢ μεταξὺ τῶν Δ Η. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἐπὶ τοῦ Δ. ^[35]

70 Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ζ τὴν μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Δ, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΔΖ περιφέρειαν διαπορεύεται· ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ ἡ ΔΖ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Ἀλλ' ἐν ἴσῳ μὲν χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΔ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν ΔΗ· ἴσαι γὰρ εἰσιν· ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἡ ΖΔ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον καὶ ἡ ΔΗ· ἴσον γὰρ ἀπέχουσιν τῶν συναφῶν· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΔΗ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ ἡ ΔΗ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Καὶ δύνει ὁ ἥλιος πρὸς τῷ Η ὦν· τὴν ἄρα πρὸ τῆς Η δύσεως ἀνατολὴν ἐποίησατο κατὰ τὸ Δ. Ἀλλὰ καὶ τὴν μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Δ· ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἔτει καὶ ἀνέτειλε καὶ ἔδυνε κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον· ὅπερ ἄτοπον ἔσται· κινεῖται γὰρ ὁ ἥλιος περιφέρειάν τινα ἐκάστης ἡμέρας. Οὐκ ἄρα τὴν μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Δ ὦν. Λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ μεταξὺ τῶν Δ Η· πολλῷ γὰρ ἔσται ἀτοπώτερον. Εἰ γὰρ δυνατόν, πεποιήσθω τὴν μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐπὶ τοῦ Μ, καὶ τῇ ΜΔΖ περιφερείᾳ ἴση κείσθω ἢ ἀπὸ τοῦ Η ἢ ΗΔΛ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΖΔΜ περιφέρεια τῇ ΗΔΛ περιφερείᾳ, κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς ΛΔΜ λοιπὴ ἄρα ἡ ΖΛ περιφέρεια [λοιπῇ] τῇ ΗΜ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν· ὥστε ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἐξαλλάσσουσιν τὸ φανερόν ἡμισφαίριον· ἴσον γὰρ πάλιν ἀπέχουσιν τῶν συναφῶν. Κοινὸς προσκείσθω ὁ τῆς ΛΔΜ περιφερείας τῆς ἐξαλλαγῆς χρόνος· ὅλη ἄρα ἡ ΖΔΜ περιφέρεια τῇ ΛΔΗ περιφερείᾳ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Διέρχεται δὲ καὶ ὁ ἥλιος ἐκατέραν αὐτῶν ἐν ἴσῳ χρόνῳ· ἴσαι γὰρ εἰσιν. Καὶ ἔστιν ἡμέρας χρόνος, ἐν ᾧ ὁ τε ἥλιος τὴν ΖΔΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἡ ΖΔΜ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον· καὶ ἐν ᾧ ἄρα ὁ ἥλιος χρόνῳ τὴν ΛΔΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἡ ΛΔΗ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ἡμέρας ἐστίν

χρόνος. Καὶ δύνει ὁ ἥλιος κατὰ τὸ Η· τὴν ἄρα πρὸ τῆς Η δύσεως ἀνατολὴν ἐποίησατο κατὰ τὸ Λ. Ὑπόκειται δὲ καὶ κατὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν πεποιημένος· τὴν δὲ μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Μ. Καὶ ἔστι τὸ Λ σημεῖον μεταξὺ τῶν Ζ Μ· ἐν ᾗ ἄρα ἡμέρα τὴν ΖΜ περιφέρειαν διελθὼν [ὁ ἥλιος] τὴν ἀνατολὴν ἐποίησατο κατὰ τὸ Ζ, ἐν τῇ αὐτῇ ἡμέρᾳ καὶ κατὰ τὸ Λ ἀνέτειλεν. Κατὰ τὴν αὐτὴν ἄρα ἡμέραν δύο ἀνατολὰς ἐποίησατο ὁ ἥλιος· ὅπερ ἔστιν ἄτοπον. ^[35]

⁷² Οὐκ ἄρα τὴν μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσιν ποιήσεται μεταξὺ τῶν Δ Η. Ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τοῦ Δ· μεταξὺ ἄρα τῶν Δ, Ζ ποιήσεται τὴν μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν. Ποιείσθω οὖν κατὰ τὸ Λ, καὶ κείσθω τῇ ΛΖ περιφερείᾳ ἴση περιφέρεια ἢ ΜΗ. Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ζ τὴν μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Λ, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΛ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ ἢ ΖΛ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὃ τε ἥλιος τὴν ΖΛ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ ἢ ΖΛ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Ἄλλ' ἐν ἴσῳ μὲν χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΛ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν ΜΗ· ἴσαι γάρ εἰσιν· ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἢ ΖΛ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον καὶ ἢ ΜΗ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΜΗ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ ἢ ΜΗ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Καὶ δύνει ὁ ἥλιος πρὸς τῷ Η ὦν· τὴν ἄρα πρὸ τῆς Η δύσεως ἀνατολὴν ἐποίησατο κατὰ τὸ Μ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΜΗ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ μὴν καὶ ἡμέρας χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΖ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἔστιν ἴση ἢ ΛΖ τῇ ΜΗ· ἴση ἄρα καὶ ἢ μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν ἡμέρα τῇ πρὸ τῆς Η δύσεως ἡμέρα. Ὅμοίως καὶ ἢ πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς νύξ ἴση ἐστὶν τῇ μετὰ τὴν Η δύσιν νυκτί· ὥστε καὶ αἱ προγενόμεναι νύκτες τε καὶ ἡμέραι τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν ἐπὶ τροπὰς θερινὰς ταῖς ἐσομέναις νυξί τε καὶ ἡμέραις τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν θερινῶν ἐπὶ τροπὰς χειμερινὰς ἴσαι ἔσσονται αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἑκατερασοῦν ἡμέρας, τουτέστι τῶν ΖΛ ΜΗ. [Λήμμα τοῦ δ' Ἔστω ὀρίζων ὁ ΑΒΓ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΑΕΔ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος ὁ ΒΕΓ, καὶ ἔστω ἐλάσσων ἢ ΖΕ περιφέρεια τῆς ΕΗ περιφερείας, καὶ τῇ ΖΕΗ ἴση κείσθω ἢ ΘΚ. Λέγω, ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἢ ΖΕΗ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον ἢ περ ἢ ΘΚ. Κείσθω γὰρ τῇ μὲν ΖΕ ἴση ἢ ΕΛ, τῇ δὲ ΖΕΛ ἴση ἢ ΘΜ· λοιπὴ ἄρα ἢ ΛΗ λοιπὴ τῇ ΜΚ ἐστὶν ἴση. Ἐπεὶ οὖν ἐν πλείονι χρόνῳ ἢ ΖΕΛ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον ἢ περ ἢ ΘΜ (τοῦτο γὰρ δείκνυται δίχα τμηθείσης τῆς ΘΜ), ἀλλὰ καὶ ἢ ΛΗ τῆς ΜΚ ἐν πλείονι χρόνῳ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον (ἔγγιον γάρ ἐστι μᾶλλον τοῦ Ε τὸ Η ἢ περ τὸ Κ), καὶ ὅλη ἄρα ἢ ΖΕΗ ὅλης τῆς ΘΚ ἐν πλείονι χρόνῳ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. ^[5]

⁷⁴] δ' Ἐὰν ἔν τινι ἡμέρᾳ ὁ ἥλιος τὴν ἀνατολὴν καὶ τὴν δύσιν ποιήσεται μὴ ἴσον ἀπέχων τῆς τροπικῆς συναφῆς ὅποτερασοῦν, οὐκ ἔσται μέσου ἡμέρας ἢ τροπῇ τῷ ἡλίῳ, ἐν ᾗ δὲ ἂν ποιήσεται ἡμέρα πρὸς τῷ θερινῷ τροπικῷ τὴν τροπὴν, μακροτάτη πασῶν ἐστὶ τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ ἡμερῶν, καὶ αἱ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ ἡμέραι, ἐν ᾧ ἔγγιον ὦν τῆς θερινῆς συναφῆς τὴν ἀνατολὴν ἢ τὴν δύσιν ἐποίησατο, μακρότεραι ἔσσονται τῶν γινομένων ἡμερῶν τοῦ ἡλίου διαπορευομένου τὸ ἕτερον ἡμικύκλιον, νύκτες δὲ τούναντίον βραχύτεραι, ἐὰν δὲ πρὸς τῷ χειμερινῷ τροπικῷ, τὰ ἐναντία συμβήσεται. Ἔστω ὀρίζων ὁ ΑΒΓΔ, θερινὸς δὲ τροπικὸς κύκλος ἔστω ὁ ΑΒ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος ἔστω ὁ ΓΕΔ· καὶ ὁ ἥλιος πρὸς τροπῶν θερινῶν ἔν τινι ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Ζ, μετὰ δὲ τὴν θερινὴν τροπὴν τὴν μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Η, καὶ ἔστω ἔγγιον τὸ Ζ σημεῖον τῆς Ε συναφῆς ἢ περ τὸ Η. Λέγω, ὅτι πάντα τὰ διὰ τῆς προτάσεως ἔσται. Ἐπεὶ γὰρ ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ζ τὴν μετὰ τὸ Ζ ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Η, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται· ὥστε ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται· ἐν τῷ ἡμίσει ἄρα τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ἡμίσειαν τῆς ΖΕΗ περιφερείας διαπορεύεται. Ἡ δὲ

τῆς ZEH ἡμίσεια μείζων ἐστὶ τῆς ZE· ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος μείζονα περιφέρειαν τῆς ZE διελεύσεται. Καὶ ἀνατέλλει πρὸς τῷ Z ὦν· πρὸ μέσου ἄρα ἡμέρας ἔσται ὁ ἥλιος πρὸς τῷ E. Πρὸς δὲ τῷ E ὦν τὰς τροπὰς ποιεῖται· πρὸ μέσου ἄρα ἡμέρας ἔσται ἡ τροπὴ τῷ ἡλίῳ. Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐν τῷ ΓZE ἡμικυκλίῳ ἡμέραι αἱ προγεγεννημέναι τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν μακρότεραι ἔσονται τῶν ἐν τῷ EHA ἡμικυκλίῳ ἡμερῶν, νύκτες δὲ τούναντίον βραχύτεραι. ^[35]

⁷⁶ Ἔστω γὰρ ἡ πρὸ τῆς Z ἀνατολῆς δύσις κατὰ τὸ Θ, καὶ κείσθω τῇ ΘZ περιφερείᾳ ἴση περιφέρεια ἡ HK. Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος δὺς κατὰ τὸ Θ τὴν μετὰ τὴν Θ δύσιν ἀνατολὴν ἐποίησατο κατὰ τὸ Z, νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘZ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ ἡ ΘZ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον. Ἀλλ' ἐν ἴσῳ μὲν χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘZ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν HK· ἴσαι γάρ εἰσιν· ἐν ἐλάσσονι δὲ χρόνῳ ἡ ΘZ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον ἥπερ ἡ HK· ἔγγιον γάρ ἐστὶν ἡ HK τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ ἥπερ ἡ ΘZ· ἐν ἐλάσσονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν HK περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ ἡ HK ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον. Ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ἡ HK ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον, ὁ ἥλιος μείζονα περιφέρειαν τῆς HK διελεύσεται. Διεληλυθέτω τὴν HA· τοῦ K ἄρα ἐπ' ἀνατολαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ A οὐδέπω ἔσται ἀνατεταλκῶς· πρότερον γὰρ τὸ K τοῦ A ἀνατέλλει· ἵνα ἄρα φανῇ ὁ ἥλιος ἀνατέλλων, ἔτι μείζονα περιφέρειαν τῆς HA διελεύσεται. Διεληλυθέτω τὴν HM· πρὸς τῷ M ἄρα ὦν ὁ ἥλιος φανήσεται ἀνατέλλων. Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος δύνας κατὰ τὸ H τὴν μετὰ τὴν H δύσιν ἀνατολὴν ἐποίησατο κατὰ τὸ M, νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν HM περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘZ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἡ ΘZ περιφέρεια τῆς HM περιφερείας [καὶ ἔστιν πρὸς τῷ χειμερινῷ τροπικῷ ἡ HM περιφέρεια ἥπερ ἡ ΘZ] ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ πρὸ τῆς Z ἀνατολῆς νύξ τῆς μετὰ τὴν H δύσιν νυκτός. Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἡ πρὸ τῆς Θ δύσεως ἡμέρα μείζων ἐστὶν τῆς μετὰ τὴν M ἀνατολῆν ἡμέρας. Ἔστω γὰρ ἡ πρὸ τῆς Θ δύσεως ἀνατολὴ κατὰ τὸ N, καὶ κείσθω τῇ ΘN περιφερείᾳ ἴση περιφέρεια ἡ MΞ. Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ N τὴν μετὰ τὴν N ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ Θ, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν NΘ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ ἡ NΘ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Ἀλλ' ἐν ἴσῳ μὲν χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν NΘ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν MΞ, ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ἡ NΘ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον ἥπερ ἡ MΞ· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν MΞ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ ἡ MΞ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ἡ MΞ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ὁ ἥλιος ἐλάσσονα τῆς MΞ περιφέρειαν διελεύσεται. ^[35]

⁷⁸ Διεληλυθέτω τὴν MO· τοῦ Ξ ἄρα ἐπὶ δυσμαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ O ἤδη ἔσται δεδυκῶς· πρότερον γὰρ δύνει τὸ O τοῦ Ξ· ἵνα ἄρα φανῇ ὁ ἥλιος δύνων, ἔτι ἐλάσσονα περιφέρειαν τῆς MO διελεύσεται. Διεληλυθέτω τὴν MP· πρὸς τῷ P ἄρα ὦν ὁ ἥλιος φανήσεται δεδυκῶς. Ἐπεὶ οὖν ἀνατείλας κατὰ τὸ M τὴν μετὰ τὴν M ἀνατολὴν δύσιν ἐποίησατο κατὰ τὸ P, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν MP περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ καὶ ἡμέρας χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν NΘ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἔστιν μείζων ἡ ΘN περιφέρεια τῆς MP περιφερείας μείζων ἄρα καὶ ἡ πρὸ τῆς Θ δύσεως ἡμέρα τῆς μετὰ τὴν M ἀνατολῆν ἡμέρας. Ὅμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ αἱ ἐν τῷ ΓZE ἡμικυκλίῳ ἡμέραι αἱ πρὸ τῆς N ἀνατολῆς μείζονές εἰσιν τῶν ἐν τῷ EHA ἡμικυκλίῳ ἡμερῶν τῶν μετὰ τὴν P δύσιν, νύκτες δὲ τούναντίον βραχύτεραι· καὶ φανερόν, ὅτι ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ZEH περιφέρειαν διαπορεύεται, μακροτάτη ἐστὶν πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ ἡμερῶν, οὗ ἀρχὴ αἱ χειμεριναὶ τροπαί. Λέγω δὴ, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ZEH περιφέρεια τῆς NΘ περιφερείας. Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴση ἐστὶν ἢ ἐλάττων. Ἔστω πρότερον ἐλάττων ἡ ZEH τῆς NΘ, καὶ κείσθω τῇ NΘ ἴση ἡ ZEK. Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος ἐν

ἡμέρα τὴν ΝΘ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐν ᾧ ἄρα ὁ ἥλιος τὴν ΝΘ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΝΘ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΝΘ διαπορεύεται καὶ τὴν ΖΕΚ· ἴσαι γάρ εἰσιν. Ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ἡ ΖΕΚ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον ἥπερ ἡ ΝΘ [διὰ τὸ λῆμμα]· ἐν ἐλάσσονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ ἡ ΖΕΚ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Ἐν ᾧ ἄρα ἡ ΖΕΚ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ὁ ἥλιος μείζονά τινα τῆς ΖΕΚ διελεύσεται. Διαπορευέσθω τὴν ΖΕΛ· ὅταν ἄρα δύνῃ τὸ Κ σημεῖον, ὁ ἥλιος ὦν ἐπὶ τοῦ Λ οὕτω δέδουκεν· πρότερον γὰρ δύνει τὸ Κ τοῦ Λ· ἵνα ἄρα φανῇ δύνων, ἔτι μείζονα τῆς ΖΕΛ περιφέρειαν ὁ ἥλιος διαπορεύσεται. Διεληλυθέτω τὴν ΖΕΜ· ἀνατείλας ἄρα ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ Ζ δύσεται ἐπὶ τοῦ Μ. Ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τοῦ Η ἔδυνεν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΖΕΗ περιφέρεια τῆς ΝΘ περιφερείας. Ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι οὐδὲ ἴση μείζων ἄρα ἡ ΖΕΗ περιφέρεια τῆς ΝΘ περιφερείας· ὥστε καὶ ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, μείζων ἐστὶν τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΝΘ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἡ δὲ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΝΘ περιφέρειαν διαπορεύεται, μείζων ἐδείχθη τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΜΠ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ ἡ ἡμέρα ἄρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, μείζων ἐστὶν τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΜΠ περιφέρειαν διαπορεύεται. ^[5]

80 Ἀλλ' ἡ μὲν ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΝΘ περιφέρειαν διαπορεύεται, μακροτάτη ἐστὶν πασῶν τῶν προγεγενημένων ἡμερῶν ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν, ἡ δὲ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΜΠ περιφέρειαν διαπορεύεται, μακροτάτη ἔσται πασῶν τῶν ὑστέρων ἕως χειμερινῶν τροπῶν· καὶ ἡ ἡμέρα ἄρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, μακροτάτη ἔσται πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ ἡμερῶν· ὥστε ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ἡ τροπὴ γέγονεν, μακροτάτη ἐστὶν πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ ἡμερῶν, οὗ ἀρχὴ αἱ χειμεριναὶ τροπαί. Ἐὰν δὲ πρὸς τῷ χειμερινῷ τροπικῷ ἔν τινι ἡμέρᾳ ὁ ἥλιος μέλλων τροπὴν ποιῆσθαι τὴν ἀνατολὴν καὶ τὴν δύσιν ποιήσεται μὴ ἴσον ἀπέχων τῆς τροπικῆς συναφῆς, ὁμοίως οὐκ ἔσται μέσου ἡμέρας ἡ τροπὴ τῷ ἡλίῳ, καὶ αἱ προγενόμεναι ἡμέραι τε καὶ νύκτες τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ θερινῶν τροπῶν ταῖς μετὰ ταύτας ἕως τῶν θερινῶν τροπῶν ἄνισοι ἔσονται. Δειχθήσεται δὲ καὶ τοῦτο ὁμοίως τοῖς πρότερον. [Πόρισμα.] Φανερόν δέ, ὅτι, ἐὰν μὴ μέσου ἡμέρας ἢ μέσων νυκτῶν ὅποτεραποτοῦν τροπὴ γένηται ἢ ἀνατεταλκότος τοῦ ἡλίου ἢ δεδυκότος, ὅτι οὐκ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου τῶν παραλλήλων ἔσται ἢ τε ἀνατολὴ καὶ ἡ δύσις, κἂν ὁ ἥλιος τὴν δύσιν ἢ τὴν ἀνατολὴν ποιήσεται ἐπὶ τῆς συναφῆς τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, ἐν ᾗ ἂν ποιήσεται ἡμέρα, μακροτάτη ἔσται πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ ἡμερῶν, οὗ ἀρχὴ αἱ χειμεριναὶ τροπαί. Τῶν δὲ ἄλλων ἡμερῶν μακρότεραι ἔσονται αἱ γινόμεναι ἡμέραι τοῦ ἡλίου ὄντος ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ, ἐν ᾧ μὴ ἐποιήσατο τὴν δύσιν ἢ τὴν ἀνατολὴν τῆς τροπικῆς ἡμέρας, τῶν γεγενημένων ἡμερῶν τοῦ ἡλίου ὄντος ἐν τῷ ἐτέρῳ ἡμικυκλίῳ, ἐν ᾧ ἐποιήσατο τὴν τροπικὴν ἡμέραν, νύκτες δὲ τούναντίον βραχυτέρας. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τοῦτο τοῖς πρότερον. Ἐὰν ἡ θερινὴ τροπὴ μέσων νυκτῶν γένηται, αἱ προγεγενημέναι ἡμέραι τε καὶ νύκτες ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν ταῖς μετὰ θερινὰς τροπὰς ἴσαι ἔσονται, καὶ ἐὰν μέσου ἡμέρας ἢ θερινὴ τροπὴ γένηται, αἱ προγεγενημέναι ἡμέραι τε καὶ νύκτες ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν ταῖς μετὰ τὰς θερινὰς ἴσαι ἔσονται. Τῶν δὲ ἴσων ἡμερῶν καὶ παρ' ἐκάτερα οὐσῶν τῶν τροπικῶν ἡμερῶν καὶ νυκτῶν μακρότεραι ἔσονται αἱ ἡμέραι αἱ γινόμεναι ἐν τῷ ἐνιαυτῷ, ἐν ᾧ ἡ θερινὴ τροπὴ μέσων νυκτῶν ἐγένετο, τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ, ἐν ᾧ ἡ θερινὴ τροπὴ μέσου ἡμέρας ἐγένετο· ἔγγιον γὰρ ἔσονται πᾶσαι τῆς τροπικῆς συναφῆς αἱ ἐν τῷ ἐνιαυτῷ, ἐν ᾧ μέσων νυκτῶν ἡ τροπὴ ἐγένετο, τῶν ἐν τῷ ἐτέρῳ, ἐν ᾧ μέσου ἡμέρας ἡ τροπὴ ἐγένετο. ^[5]

82 Τῶν δὲ ἴσων νυκτῶν μακρότεραι ἔσονται αἱ γινόμεναι ἐν τῷ ἐνιαυτῷ, ἐν ᾧ ἡ θερινὴ τροπὴ μέσου ἡμέρας ἐγένετο. ε' Ἀπὸ θερινῆς τροπῆς τοῦ ἡλίου πορευομένου, ἐὰν ἀνατολὴ γένηται τῷ

ἡλίῳ ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, ἢ πρὸ τῆς ἀνατολῆς νύξ ἴση ἐστὶν τῇ μετὰ τὴν ἀνατολὴν ἡμέρᾳ. Ἐστω ὀρίζων ὁ ΑΒΓΔ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ἔστω ὁ ΑΕΒ, ἰσημερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος ὁ ΓΕΔ, καὶ ὁ ἥλιος ἀπὸ τροπῶν θερινῶν πορευόμενος ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Δ. Λέγω, ὅτι ἢ πρὸ τῆς Δ ἀνατολῆς νύξ ἴση ἐστὶν τῇ μετὰ τὴν Δ ἀνατολὴν ἡμέρᾳ. Ἐστω γὰρ ἢ πρὸ τῆς Δ ἀνατολῆς δύοσις κατὰ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΔΖ περιφερείᾳ ἴση ἡ ΔΗ. Ἐπεὶ ὁ ἥλιος δὺς κατὰ τὸ Ζ τὴν μετὰ τὴν Ζ δύσιν ἀνατολὴν ἐποιήσατο κατὰ τὸ Δ, νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΔ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ ἡ ΖΔ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον. Ἄλλ' ἐν ἴσῳ μὲν χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΔ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὴν ΔΗ, ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἡ ΖΔ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον καὶ ἡ ΔΗ τὸ φανερόν· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΔΗ περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ ἡ ΔΗ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον. Καὶ συνανατέλλει αὐτῇ ὁ ἥλιος πρὸς τῷ Δ ὦν· συνδύνει ἄρα αὐτῇ πρὸς τῷ Η ὦν. Ἐπεὶ οὖν ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Δ τὴν μετὰ τὴν Δ ἀνατολὴν δύσιν ἐποιήσατο κατὰ τὸ Η, ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΔΗ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΔ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΖΔ περιφέρεια τῇ ΗΔ περιφερείᾳ· καὶ ὁ χρόνος ἄρα, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος ἐκατέραν αὐτῶν διαπορεύεται, ἴσος ἐστίν. Ἰση ἄρα ἐστὶν καὶ ἢ πρὸ τῆς Δ ἀνατολῆς νύξ τῇ μετὰ τὴν Δ ἀνατολὴν ἡμέρᾳ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, κἂν δύοσις γένηται ἐπὶ τοῦ Δ ὄντος τοῦ ἡλίου, ὅτι ἢ πρὸ τῆς Δ δύσεως ἡμέρα τῇ μετὰ τὴν Δ δύσιν νυκτὶ ἴση ἐστίν. ^[10]

84 Καὶ ἀπὸ τροπῶν δὲ χειμερινῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου, ἐὰν ἀνατολὴ ἢ δύσις τῷ ἡλίῳ γένηται ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ κατὰ τὸ Γ, ὁμοίως δειχθήσεται ἡ ἡμέρα τῇ συνεχεῖ νυκτὶ ἴση οὔσα. ζ' Αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου ἡμέραι τε καὶ νύκτες ἴσαι εἰσὶν· ἴσον δὲ ἀπέχειν τοῦ ἰσημερινοῦ λέγονται, ὅταν αἱ τε ἀνατολαὶ καὶ δύοσις ἴσον ἀπέχωσι τοῦ ἰσημερινοῦ. Ἐστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, ζωδιακὸς δὲ κύκλος θέσιν ἐχέτω τὴν ΑΕΓ, ἰσημερινὸς δὲ κύκλος ὁ ΖΕΗ. Λέγω, ὅτι αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ ἡμέραι τε καὶ νύκτες ἴσαι εἰσὶν. Ὁ γὰρ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν μὲν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ σημεῖον, δύσιν δὲ κατὰ τὸ Κ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. Κείσθω τῇ ΚΕ ἴση ἡ ΕΛ, ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Λ. Λέγω, ὅτι ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ διαπορεύεται περιφέρειαν, ἴση ἐστὶν τῇ νυκτί, ἥς δύοσις ἐστὶν τὸ Λ σημεῖον. Κείσθω τῇ ΘΚ ἴση ἡ ΛΜ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΘΚ ΛΜ περιφερείας διαπορεύεται. Ἄλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΘΚ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ἐν ᾧ δὲ ἡ ΘΚ τὸ φανερόν, ἡ ΛΜ τὸ ἀφανές· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΛΜ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον. Καὶ συνδύνει τῷ Λ· συνανατέλλει ἄρα τῷ Μ· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἔστιν ἴση τῇ ΚΘ περιφερείᾳ ἴση ἄρα ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῇ νυκτί, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι, κἂν δύο ἀνατολὰς ὑποθώμεθα κατὰ τὰ Κ, Λ, ἢ πρὸ τῆς Κ ἀνατολῆς νύξ ἴση ἐστὶν τῇ μετὰ τὴν Λ ἀνατολὴν ἡμέρᾳ. ζ' Ἐὰν γένηται τῷ ἡλίῳ δύοσις καὶ ἀνατολὴ κατὰ διάμετρον, ἢ δι' ἡμίσεως ἐνιαυτοῦ νύξ ἴση ἐστὶν τῇ ἡμέρᾳ. ^[35]

86 Ἐστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΑΒ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἐχέτω ὡς τὴν ΓΕΔ, καὶ ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Δ, ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ κατὰ διάμετρον τοῦ Δ δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Γ. Λέγω, ὅτι ἡ ἡμέρα, ἥς ἀνατολή ἐστὶν τὸ Δ σημεῖον, ἴση ἐστὶν τῇ νυκτί, ἥς δύοσις ἐστὶν τὸ Γ. Ἐστω γὰρ ἢ μετὰ τὴν Δ ἀνατολὴν δύοσις κατὰ τὸ Ζ σημεῖον· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΔΖ περιφέρειαν διαπορεύεται. Κείσθω τῇ ΔΖ ἴση ἡ ΓΗ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΖΔ, ΓΗ περιφερείας διαπορεύεται. Ἄλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΔΖ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΔΖ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ἐν ᾧ δὲ ἡ

ΔΖ τὸ φανερόν, ἡ ΓΗ τὸ ἀφανές· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΓΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΓΗ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανές ἡμισφαίριον. Καὶ συνδύνει τῷ Γ· συνανατέλλει ἄρα τῷ Η. Νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΓΗ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ ἔστιν ἴση τῇ ΔΖ. ἡ' Ὄταν ὁ ἥλιος διαπορεύηται τὸ ἀπολαμβανόμενον ἡμικύκλιον ὑπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τῷ θερινῷ τροπικῷ, ἡ βραχυτάτη ἡμέρα τῆς μακροτάτης νυκτὸς μείζων ἐστίν. Ἐστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΖΗ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΑΒ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἐχέτω ὡς τὴν ΖΕΗ, ἰσημερινὸς δὲ κύκλος ἔστω ὁ ΖΘΗ· τὸ ἄρα ἀπολαμβανόμενον ἡμικύκλιον ὑπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τῷ θερινῷ τροπικῷ τὸ ΖΕΗ ἐστίν. Λέγω, ὅτι, ὅταν ὁ ἥλιος τὸ ΖΕΗ ἡμικύκλιον διαπορεύηται, ἡ βραχυτάτη ἡμέρα τῆς μακροτάτης νυκτὸς μείζων ἐστίν. Ὁ γὰρ ἥλιος ἔν τινι ἡμέρᾳ ἀνατολὴν μὲν πεποιήσθω κατὰ τὸ Λ σημεῖον, δύσιν δὲ κατὰ τὸ Μ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Ν, καὶ κείσθω τῇ ΛΜ ἴση ἡ ΝΞ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΛΜ, ΝΞ περιφερείας διαπορεύεται. Ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΛΜ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΝΞ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΛΜ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον.

[35]

- 88 Ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ἡ ΛΜ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον ἥπερ ἡ ΝΞ τὸ ἀφανές ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΝΞ περιφέρειαν διαπορεύεται ἥπερ ἡ ΝΞ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανές ἡμισφαίριον. Ὅτε ἄρα ἡ ΝΞ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανές ἡμισφαίριον, ὁ ἥλιος ἐλάσσονά τινα περιφέρειαν τῆς ΝΞ διελεύσεται. Διεληλυθέτω τὴν ΝΟ· τοῦ Ξ ἄρα πρὸς ἀνατολαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ Ο ἤδη ἀνέτειλεν. Ἵνα ἄρα φανῇ ἀνατέλλων, ἔτι ἐλάσσονά τινα τῆς ΝΟ διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΝΠ· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΝΠ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΝΞ τῆς ΝΠ, ἴση δὲ ἡ ΝΞ τῇ ΛΜ, μείζων ἄρα ἡ ΛΜ τῆς ΝΠ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς νυκτὸς, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΝΠ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ὅμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι, ἐὰν ὁ ἥλιος διαπορεύηται τὸ ἀπολαμβανόμενον ἡμικύκλιον ὑπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τῷ χειμερινῷ τροπικῷ, ἡ μακροτάτη ἡμέρα τῆς βραχυτάτης νυκτὸς ἐλάσσων ἐστίν. Θ' Ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου διαπορευομένου, ἐὰν γίνωνται τῷ ἡλίῳ ἀνατολαὶ δύο, ἡ μὲν ἀνώτερον, ἡ δὲ κατώτερον, ἡ μετὰ τὴν ἀνώτερον ἀνατολὴν δύσιν ἀνωτέρω ἔσται τῆς μετὰ τὴν κατώτερον ἀνατολὴν δύσεως, καὶ ἡ πρὸ τῆς ἀνώτερον ἀνατολῆς δύσιν ἀνώτερον ἔσται τῆς πρὸ τῆς κατώτερον ἀνατολῆς δύσεως. Ἐστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὸν αἰγόκερω ἡμικύκλιον ὑπὸ γῆν τὸ ΔΕΒ, καὶ ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου γεγενήσθωσαν ἀνατολαὶ δύο κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ ἔστω ἡ Ε ἀνώτερον. Λέγω, ὅτι ἡ μετὰ τὴν Ε ἀνατολὴν δύσιν ἀνώτερόν ἐστι τῆς μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσεως. Εἰ μὲν οὖν ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ε τὴν μετὰ τὴν Ε ἀνατολὴν δύσιν ποιήσεται ἥτοι κατὰ τὸ Ζ ἢ ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν Ε, Ζ, φανερόν, ὅτι ἡ μετὰ τὴν Ε ἀνατολὴν δύσιν ἀνώτερόν ἐστι τῆς μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσεως. [40]

- 90 Ἀλλὰ δὴ ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ε τὴν μετὰ τὴν Ε ἀνατολὴν δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Η· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἡμέρα ἡ πρότερον τῆς ὕστερόν ἐστι βραχυτέρα, ἐλάσσων ἄρα ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς ἡμέρας, ἥς ἀνατολὴ ἐστὶ τὸ Ζ· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ΕΗ περιφέρεια τῆς περιφερείας, ἣν διέρχεται ὁ ἥλιος ἐν τῇ ἡμέρᾳ, ἥς ἀνατολὴ ἐστὶ τὸ Ζ· πολλῷ ἄρα ἡ ΖΗ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς εἰρημένης ἡμέρας. Ἐστω αὐτῇ ἴση ἡ ΖΘ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΘ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ συνανατέλλει τῷ Ζ· συνδύνει ἄρα τῷ Θ· ὥστε ἡ μετὰ τὴν Ε ἀνατολὴν δύσιν ἀνώτερόν ἐστι τῆς μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσεως. Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἡ πρὸ τῆς Ε ἀνατολῆς δύσιν ἀνώτερόν ἐστι τῆς πρὸ τῆς Ζ

ἀνατολῆς δύσεως. Εἰ μὲν οὖν ὁ ἥλιος ἀνατεῖλας κατὰ τὸ Ζ τὴν πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς δύσιν πεποιήται ἥτοι κατὰ τὸ Ε ἢ μεταξὺ τῶν Ζ, Ε, φανερόν, ὅτι ἡ πρὸ τῆς Ε ἀνατολῆς δύσις ἀνώτερόν ἐστι τῆς πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς δύσεως. Ἀλλὰ δὴ ὁ ἥλιος ἀνατεῖλας κατὰ τὸ Ζ τὴν πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου νῦξ ἢ πρότερον τῆς ὕστερόν ἐστι μακροτέρα, μείζων ἄρα καὶ ἡ νύξ, ἥς ἀνατολή ἐστὶ τὸ Ε, τῆς νυκτός, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται· μείζων ἄρα καὶ ἡ περιφέρεια, ἣν διέρχεται ὁ ἥλιος ἐν τῇ νυκτί, ἥς ἀνατολή ἐστὶν τὸ Ε, τῆς ΚΖ περιφερείας· πολλῶ ἄρα τῆς ΚΕ μείζων ἐστὶν ἡ προειρημένη περιφέρεια. Ἐστω αὐτῇ ἴση ἡ ΕΛ· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΕ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ συνανατέλλει τῷ Ε· συνδύνει ἄρα τῷ Λ· ὥστε ἡ πρὸ τῆς Ε ἀνατολῆς δύσις ἀνώτερόν ἐστι τῆς πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς δύσεως. Ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι, ἐὰν γένωνται τῷ ἡλίῳ δύσεις δύο, ἡ μὲν ἀνώτερον, ἡ δὲ κατώτερον, ἡ μετὰ τὴν ἀνώτερον δύσιν ἀνατολὴ ἀνώτερον ἔσται τῆς μετὰ τὴν κατώτερον δύσιν ἀνατολῆς, καὶ ἡ πρὸ τῆς ἀνώτερον δύσεως ἀνατολὴ ἀνώτερον ἔσται τῆς πρὸ τῆς κατώτερον δύσεως ἀνατολῆς. 1' Ἀπὸ θερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου, ἐὰν γένωνται τῷ ἡλίῳ δύσεις δύο, ἡ μὲν ἀνώτερον, ἡ δὲ κατώτερον, ἡ μετὰ τὴν ἀνώτερον δύσιν ἀνατολὴ ἀνώτερον ἔσται τῆς μετὰ τὴν κατώτερον δύσιν ἀνατολῆς, καὶ ἡ πρὸ τῆς ἀνώτερον δύσεως ἀνατολὴ ἀνώτερον ἔσται τῆς πρὸ τῆς κατώτερον δύσεως ἀνατολῆς. ^[35]

92 Ἐστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΓΔ, τὸ δὲ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικύκλιον τὸ ΑΖΓ, καὶ τοῦ ἡλίου ἀπὸ θερινῶν τροπῶν πορευομένου γεγενήσθωσαν δύο δύσεις κατὰ τὰ Ε, Ζ. Λέγω, ὅτι ἡ μετὰ τὴν Ε δύσιν ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστι τῆς μετὰ τὴν Ζ δύσιν ἀνατολῆς. Εἰ μὲν οὖν ὁ ἥλιος δύνας κατὰ τὸ Ε τὴν μετὰ τὴν Ε δύσιν ἀνατολὴν ποιήσεται ἥτοι κατὰ τὸ Ζ ἢ μεταξὺ τῶν Ε, Ζ, φανερόν, ὅτι ἡ μετὰ τὴν Ε δύσιν ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστὶν τῆς μετὰ τὴν Ζ δύσιν ἀνατολῆς. Ἀλλὰ δὴ ὁ ἥλιος δύνας κατὰ τὸ Ε τὴν μετὰ τὴν Ε δύσιν ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Η· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ θερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου νῦξ ἢ πρότερον τῆς ὕστερόν ἐστι βραχυτέρα, ἐλάσσων ἄρα ἡ νύξ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΕΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς νυκτός, ἥς δύσις ἐστὶν τὸ Ζ· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ΕΗ περιφέρεια τῆς περιφερείας, ἣν διέρχεται ὁ ἥλιος ἐν τῇ νυκτί, ἥς δύσις ἐστὶν τὸ Ζ· πολλῶ ἄρα ἡ ΖΗ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς εἰρημένης περιφερείας. Ἐστω αὐτῇ ἴση ἡ ΖΘ· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΘ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ συνδύνει τῷ Ζ· συνανατέλλει ἄρα τῷ Θ· ὥστε ἡ μετὰ τὴν Ε δύσιν ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστι τῆς μετὰ τὴν Ζ δύσιν ἀνατολῆς. Λέγω, ὅτι καὶ ἡ πρὸ τῆς Ε δύσεως ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστι τῆς πρὸ τῆς Ζ δύσεως ἀνατολῆς. Εἰ μὲν οὖν ὁ ἥλιος δύνας κατὰ τὸ Ζ τὴν πρὸ τῆς Ζ δύσεως ἀνατολὴν πεποιήται ἥτοι κατὰ τὸ Ε ἢ ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν Ε, Ζ, φανερόν, ὅτι ἡ πρὸ τῆς Ε δύσεως ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστὶν τῆς πρὸ τῆς Ζ δύσεως ἀνατολῆς. Ἀλλὰ δὴ ὁ ἥλιος δύνας κατὰ τὸ Ζ τὴν πρὸ τῆς Ζ δύσεως ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ θερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἡμέρα ἢ πρότερον τῆς ὕστερόν ἐστι μακροτέρα, μείζων ἄρα ἡ ἡμέρα, ἥς δύσις ἐστὶ τὸ Ε, τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται· μείζων ἄρα καὶ ἡ περιφέρεια, ἣν διέρχεται ὁ ἥλιος ἐν τῇ ἡμέρᾳ, ἥς δύσις ἐστὶν τὸ Ε, τῆς ΚΖ περιφερείας· πολλῶ ἄρα τῆς ΚΕ μείζων ἐστὶν. ^[35]

94 Ἐστω αὐτῇ ἴση ἡ ΕΛ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΕ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ συνδύνει τῷ Ε· συνανατέλλει ἄρα τῷ Λ· ὥστε ἡ πρὸ τῆς Ε δύσεως ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστὶν τῆς πρὸ τῆς Ζ δύσεως ἀνατολῆς. Ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι, ἐὰν γένωνται τῷ ἡλίῳ ἀνατολαὶ δύο, ἡ μὲν ἀνώτερον, ἡ δὲ κατώτερον, ἡ μετὰ τὴν ἀνώτερον ἀνατολὴν δύσις ἀνώτερον ἔσται

τῆς μετὰ τὴν κατώτερον ἀνατολὴν δύσεως, καὶ ἡ πρὸ τῆς ἀνώτερον ἀνατολῆς δύσις ἀνώτερον ἔσται τῆς πρὸ τῆς κατώτερον ἀνατολῆς δύσεως. ἰα' Ἀπὸ θερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου, ἐὰν μήτε δύσις μήτε ἀνατολὴ γένηται τῷ ἡλίῳ ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, οὐκ ἔσται ἰσημερία. Ἔστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΓΔ, ζωδιακὸς δὲ ὁ ΑΕΓ, ἰσημερινὸς δὲ ὁ ΖΕΗ. Λέγω, ὅτι ἀπὸ θερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου, ἐὰν μήτε δύσις μήτε ἀνατολὴ γένηται τῷ ἡλίῳ ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, οὐκ ἔσται ἰσημερία. Ὁ γὰρ ἥλιος ἔν τινι ἡμέρᾳ ἀνατολὴν μὲν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ, δύσιν δὲ κατὰ τὸ Κ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. Λέγω δὴ, ὅτι ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, οὐκ ἔστιν ἴση οὔτε τῇ πρὸ αὐτῆς νυκτὶ οὔτε τῇ μετ' αὐτήν. Ὑποκείσθω γὰρ ὁ ἥλιος ἀνατολὴν πεποιημένος κατὰ τὸ Ε. Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ θερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου δύο ἀνατολαὶ εἰσιν κατὰ τὰ Θ, Ε, ὧν ἀνώτερον ἡ Θ, ἡ ἄρα μετὰ τὴν Θ ἀνατολὴν δύσις ἀνώτερόν ἐστιν τῆς μετὰ τὴν Ε ἀνατολὴν δύσεως. Ἔστω οὖν μετὰ τὴν Ε ἀνατολὴν δύσις κατὰ τὸ Λ. Πάλιν ἐπεὶ δύο ἀνατολαὶ εἰσιν κατὰ τὰ Θ, Ε, ἡ πρὸ τῆς Θ ἀνατολῆς δύσις ἀνώτερόν ἐστιν τῆς πρὸ τῆς Ε ἀνατολῆς δύσεως. Ἔστω οὖν ἡ μὲν πρὸ τῆς Θ ἀνατολῆς δύσις κατὰ τὸ Μ, ἡ δὲ πρὸ τῆς Ε ἀνατολῆς δύσις κατὰ τὸ Ν. Καὶ ἐπεὶ ὁ ἥλιος ἔν τινι ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήται ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ κατὰ τὸ Ε, ἡ ἄρα πρὸ τῆς Ε ἀνατολῆς νύξ ἴση ἐστὶν τῇ μετὰ τὴν Ε ἀνατολὴν ἡμέρᾳ· ἴση ἄρα ἡ νύξ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΝΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῇ ἡμέρᾳ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΕΛ περιφέρειαν διαπορεύεται. ^[35]

- ⁹⁶ Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ θερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἡμέρα μὲν ἢ πρότερον τῆς ὕστερόν ἐστι μακροτέρα, νύξ δὲ ἢ πρότερον τῆς ὕστερόν ἐστι βραχυτέρα, ἐλάσσων ἄρα ἡ νύξ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΜΘ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς νυκτός, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΝΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, τουτέστιν τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΕΛ περιφέρειαν διαπορεύεται· ἴση γὰρ ἡ ΕΝ νύξ τῇ ΕΛ ἡμέρᾳ· ἐλάσσων δὲ καὶ ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΕΛ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται· πολλῶ ἄρα ἡ νύξ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΜΘ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἡ ἄρα ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, οὐκ ἔστιν ἴση τῇ πρὸ αὐτῆς νυκτὶ. Λέγω, ὅτι οὐδὲ τῇ μετ' αὐτήν. Ὑποκείσθω ὁ ἥλιος δύσιν πεποιημένος κατὰ τὸ Ε, ἀνατολὴν δὲ κατὰ τὸ Λ. Καὶ ἐπεὶ δύο δύσεις εἰσὶν αἱ Ε, Κ, ἡ ἄρα μετὰ τὴν Ε δύσιν ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστιν τῆς μετὰ τὴν Κ δύσιν ἀνατολῆς. Ἔστω οὖν ἡ μετὰ τὴν Κ δύσιν ἀνατολὴ κατὰ τὸ Ξ· νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΞ περιφέρειαν διαπορεύεται. Πάλιν ἐπεὶ δύο δύσεις εἰσὶν αἱ Ε, Κ, ἡ ἄρα πρὸ τῆς Ε δύσεως ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστι τῆς πρὸ τῆς Κ δύσεως ἀνατολῆς. Ἔστω οὖν ἡ μὲν πρὸ τῆς Ε δύσεως ἀνατολὴ κατὰ τὸ Ν, ἡ δὲ πρὸ τῆς Κ δύσεως ἀνατολὴ κατὰ τὸ Θ. Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ θερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου δύσις γέγονεν ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ κατὰ τὸ Ε, ἡ ἄρα πρὸ τῆς Ε δύσεως ἡμέρα ἴση ἐστὶν τῇ μετὰ τὴν Ε νυκτὶ· ἴση ἐστὶν ἄρα ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΝΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῇ νυκτὶ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΕΛ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ θερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἡμέρα μὲν ἢ πρότερον τῆς ὕστερόν ἐστιν μακροτέρα, νύξ δὲ ἢ πρότερον τῆς ὕστερόν ἐστιν βραχυτέρα, μείζων ἄρα ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΝΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΝΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἴση ἐστὶν τῇ νυκτὶ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΕΛ περιφέρειαν διαπορεύεται· μείζων ἄρα ἡ νύξ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΕΛ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἀλλὰ τῆς νυκτός, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΕΛ περιφέρειαν διαπορεύεται, μείζων ἐστὶν ἡ νύξ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΚΞ περιφέρειαν διαπορεύεται· πολλῶ ἄρα ἡ νύξ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΚΞ περιφέρειαν διαπορεύεται, μείζων ἐστὶν τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἡ ἄρα ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῇ

μετ' αὐτὴν νυκτὶ οὐκ ἔστιν ἴση. Ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ τῇ πρὸ αὐτῆς οὐκ ἔσται ἄρα ἰσημερία. Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καί, ἐὰν δύοσιν μὲν ὑποστησώμεθα πρὸς τῷ Θ, ἀνατολὴν δὲ πρὸς τῷ Κ, ὅτι ἡ ΘΚ νῦξ οὔτε τῇ πρὸ αὐτῆς ἡμέρᾳ οὔτε τῇ μετ' αὐτὴν ἴση ἐστίν. ^[40]

98 ἰβ' Ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου, ἐὰν μήτε ἀνατολὴ μήτε δύσις γένηται τῷ ἡλίῳ ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, οὐκ ἔσται ἰσημερία. Ἐστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ἔστω ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, ἰσημερινὸς δὲ ὁ ΕΖΗ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος ἔστω ὁ ΒΓ, καὶ ὁ ἥλιος ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν πορευόμενος ἔν τινι ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ, τὴν δὲ μετὰ τὴν Θ ἀνατολὴν δύοσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ. Λέγω, ὅτι ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, οὐκ ἔστιν ἴση οὔτε τῇ πρὸ αὐτῆς νυκτὶ οὔτε τῇ μετ' αὐτὴν. Ἐστω γὰρ ἡ μὲν πρὸ τῆς Θ ἀνατολῆς δύσις κατὰ τὸ Λ, ἡ δὲ μετὰ τὴν Κ δύσιν ἀνατολὴ κατὰ τὸ Μ, καὶ ὑποκείσθω ὁ ἥλιος ἔν τινι ἡμέρᾳ ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν πορευόμενος καὶ ἀνατολὴν πεποιημένος ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ κατὰ τὸ Ζ. Ἐπεὶ οὖν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀπὸ τροπῶν χειμερινῶν δύο ἀνατολαὶ εἰλημμέναι εἰσὶν αἱ Θ, Ζ, ὧν ἡ Θ ἀνώτερον, ἡ ἄρα πρὸ τῆς Θ ἀνατολῆς δύσις ἀνώτερόν ἐστιν τῆς πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς δύσεως. Καὶ ἔστιν ἡ πρὸ τῆς Θ ἀνατολῆς δύσις τὸ Λ· ἡ ἄρα πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς δύσις ἔσται μεταξὺ τῶν Θ, Λ. Ἐστω κατὰ τὸ Ν. Πάλιν ἐπεὶ δύο ἀνατολαὶ εἰλημμέναι εἰσὶν αἱ Θ, Ζ, ὧν ἡ Θ ἀνώτερον, ἡ ἄρα μετὰ τὴν Θ ἀνατολὴν δύσις, ἥτις ἐστὶν κατὰ τὸ Κ, ἀνώτερόν ἐστιν τῆς μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσεως· ὥστε ἡ μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσις μεταξὺ ἔσται τῶν Κ, Μ. Ἐστω κατὰ τὸ Ξ. Ἐπεὶ οὖν ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἀνατολὴ γέγονεν κατὰ τὸ Ζ, ἡ ἄρα πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς νῦξ ἴση ἐστὶν τῇ μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν ἡμέρᾳ. Ἀλλ' ἐν μὲν τῇ πρὸ τῆς Ζ ἀνατολῆς νυκτὶ ὁ ἥλιος τὴν ΝΖ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐν δὲ τῇ μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν ἡμέρᾳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΞ περιφέρειαν διαπορεύεται· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΖ νῦξ τῇ ΖΞ ἡμέρᾳ. Ἀλλὰ ἡ ΝΖ νῦξ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ΘΛ νυκτός· καὶ ἡ ΖΞ ἄρα ἡμέρα ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ΘΛ νυκτός. ^[35]

100 Ἀλλ' ἡ ΖΞ ἡμέρα μείζων ἐστὶν τῆς ΘΚ ἡμέρας· πολλῶ ἄρα ἡ ΘΚ ἡμέρα ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ΘΛ νυκτός· ὥστε ἡ ΘΚ ἡμέρα ἐλάσσων ἐστὶν τῆς πρὸ αὐτῆς νυκτός. Λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ τῇ μετ' αὐτὴν νυκτὶ ἴση ἐστίν. Ὑποκείσθω γὰρ ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ δύοσιν πεποιημένος κατὰ τὸ Ζ. Ἐπεὶ οὖν πάλιν δύο δύσεις εἰλημμέναι εἰσὶν αἱ Ζ, Κ, ὧν ἀνώτερον ἡ Ζ, ἡ ἄρα πρὸ τῆς Ζ δύσεως ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστι τῆς πρὸ τῆς Κ δύσεως ἀνατολῆς. Καὶ ἔστιν ἡ πρὸ τῆς Κ δύσεως ἀνατολὴ κατὰ τὸ Θ· ἡ ἄρα πρὸ τῆς Ζ δύσεως ἀνατολὴ ἀνώτερόν ἐστι τῆς Θ. Ἐστω κατὰ τὸ Ν. Ἡ ἄρα πρὸ τῆς Ζ δύσεως ἡμέρα ἴση ἐστὶν τῇ μετὰ τὴν Ζ δύοσιν νυκτὶ. Ἀλλ' ἐν μὲν τῇ πρὸ τῆς Ζ δύσεως ἡμέρᾳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΝ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐν δὲ τῇ μετὰ τὴν Ζ δύοσιν νυκτὶ ὁ ἥλιος τὴν ΕΖ περιφέρειαν διαπορεύεται· πάλιν γὰρ ὁμοίως ἔσται ἡ μετὰ τὴν Ζ δύοσιν ἀνατολὴ κατώτερον τοῦ Κ· ὥστε ἡ ΝΖ ἡμέρα ἴση ἐστὶν τῇ ΖΞ νυκτὶ. Ἀλλὰ τῆς ΝΖ ἡμέρας μείζων ἐστὶν ἡ ΘΚ ἡμέρα· καὶ ἡ ΘΚ ἄρα ἡμέρα μείζων ἐστὶν τῆς ΕΖ νυκτός. Ἀλλὰ ἡ ΖΞ νῦξ μείζων ἐστὶν τῆς ΚΜ νυκτός· πολλῶ ἄρα ἡ ΘΚ ἡμέρα μείζων ἐστὶ τῆς ΚΜ νυκτός· ὥστε ἡ ΘΚ ἡμέρα οὐκ ἔστιν ἴση οὔτε τῇ πρὸ αὐτῆς νυκτὶ οὔτε τῇ μετ' αὐτὴν. Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καί, ἐὰν δύοσιν μὲν ὑποστησώμεθα πρὸς τῷ Θ, ἀνατολὴν δὲ πρὸς τῷ Κ, ὅτι ἡ ΘΚ νῦξ οὔτε τῇ πρὸ αὐτῆς ἡμέρᾳ οὔτε τῇ μετ' αὐτὴν ἴση ἐστίν. Θεοδοσίου περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν β' α' Ὅταν ὁ ἥλιος διαπορεύηται τὸ μετὰ τὸν καρκίνον τεταρτημόριον, νῦξ καὶ ἡμέρα τὸ συναμφότερον νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ συναμφοτέρῳ ἄνισος ἔσται, καὶ μείζους αἰεὶ αἱ πρότερον τῶν ὕστερον. Ἐστω ἐν κόσμῳ ὀρίζων ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, ζωδιακὸς δὲ ὁ ΑΓ, ἰσημερινὸς δὲ ὁ ΖΗ, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὸν καρκίνον τεταρτημόριον ὑπὲρ γῆν τὸ ΑΕ. ^[25]

102 Λέγω, ὅτι, ὅταν ὁ ἥλιος τὸ ΑΕ τεταρτημόριον διαπορεύηται, νῦξ καὶ ἡμέρα τὸ συναμφότερον νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ συναμφοτέρῳ ἄνισός ἐστι, καὶ μείζους αἰεὶ αἱ πρότερον τῶν ὕστερον. Ὁ γὰρ ἥλιος ἔν τινι ἡμέρᾳ δύοσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ, τὴν δὲ μετὰ τὴν Θ δύοσιν ἐτέραν δύοσιν

πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ· νυκτὸς ἄρα καὶ ἡμέρας χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Λ. Λέγω, ὅτι νύξ καὶ ἡμέρα τὸ συναμφοτέρων, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, νυκτὸς καὶ ἡμέρας συναμφοτέρου, ἧς δύσις ἐστὶν τὸ Λ, μείζων ἐστί. Κείσθω τῇ ΘΚ ἴση ἡ ΛΜ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΘΚ, ΛΜ περιφερείας διαπορεύεται. Ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας δύσις· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας δύσις. Ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ἡ ΘΚ δύνει ἥπερ ἡ ΛΜ· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΛΜ περιφερείας δύσις· ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῆς ΛΜ περιφερείας δύσει ὁ ἥλιος ἐλάσσονά τινα τῆς ΛΜ περιφερείας διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΛΝ· τοῦ Μ ἄρα πρὸς δυσμαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ Ν ἤδη δέδυκεν· ἵνα ἄρα φανῇ ὁ ἥλιος δύνων, ἐλάσσονά τινα τῆς ΛΝ περιφερείας διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΛΞ· νυκτὸς ἄρα καὶ ἡμέρας χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΞ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶ ἡ ΜΛ τῆς ΛΞ, ἴση δὲ ἡ ΜΛ τῇ ΘΚ, μείζων ἄρα ἡ ΘΚ τῆς ΛΞ· μείζων ἄρα νύξ καὶ ἡμέρα τὸ συναμφοτέρων, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, νυκτὸς καὶ ἡμέρας συναμφοτέρου, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΞ περιφέρειαν διαπορεύεται. β' Ὅταν ὁ ἥλιος διαπορεύηται τὸ μετὰ τὰς χηλὰς τεταρτημόριον, νύξ καὶ ἡμέρα τὸ συναμφοτέρων νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ συναμφοτέρῳ ἄνισός ἐστι, καὶ ἐλάσσονες αἱ πρότερον τῶν ὕστερον. Ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὰς χηλὰς τεταρτημόριον τὸ ΕΓ. ^[40]

104 Λέγω, ὅτι, ὅταν ὁ ἥλιος τὸ ΕΓ τεταρτημόριον διαπορεύηται, νύξ καὶ ἡμέρα τὸ συναμφοτέρων νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ συναμφοτέρῳ ἄνισός ἐστι, καὶ ἐλάσσους αἱ πρότερον τῶν ὕστερον. Ὁ γὰρ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ, τὴν δὲ μετὰ τὴν Θ ἐτέραν δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ· νυκτὸς ἄρα καὶ ἡμέρας χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Λ, καὶ κείσθω τῇ ΘΚ ἴση ἡ ΛΜ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΘΚ, ΛΜ περιφερείας διαπορεύεται. Ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας δύσις· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστὶν περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας δύσις. Ἐν ἐλάσσονι δὲ χρόνῳ ἡ ΘΚ δύνει ἥπερ ἡ ΛΜ· ἐν ἐλάσσονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΛΜ περιφερείας δύσις. Ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῇ τῆς ΛΜ περιφερείας δύσει ὁ ἥλιος μείζονά τινα τῆς ΛΜ περιφερείας διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΛΝ. Τοῦ Μ ἄρα πρὸς δυσμαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ Ν οὐδέπω δέδυκεν. Ἵνα ἄρα φανῇ δύνων ὁ ἥλιος, μείζονά τινα τῆς ΛΝ περιφερείας διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΛΞ· νυκτὸς ἄρα χρόνος καὶ ἡμέρας ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΞ διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΛΜ τῆς ΛΞ, ἴση δὲ ἡ ΛΜ τῇ ΘΚ, ἐλάσσων ἄρα ἡ ΘΚ τῆς ΛΞ· ἐλάσσων ἄρα ἡ νύξ καὶ ἡμέρα τὸ συναμφοτέρων, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, νυκτὸς καὶ ἡμέρας συναμφοτέρου, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΛΞ περιφέρειαν διαπορεύεται. γ' Ὅταν ὁ ἥλιος διαπορεύηται τὸ μετὰ τὸν αἰγόκερω τεταρτημόριον, ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρων ἡμέρᾳ καὶ νυκτὶ συναμφοτέρῳ ἄνισός ἐστι, καὶ μείζους αἱ πρότερον τῶν ὕστερον. Ἔστω ἐν κόσμῳ ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, ζωδιακὸς δὲ ὁ ΑΓ, ἡμερινὸς δὲ ὁ ΖΕΗ, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὸν αἰγόκερω τεταρτημόριον τὸ ΓΕ. Λέγω, ὅτι, ὅταν ὁ ἥλιος τὸ ΓΕ τεταρτημόριον διαπορεύηται, ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρων ἡμέρᾳ καὶ νυκτὶ συναμφοτέρῳ ἄνισός ἐστι, καὶ μείζους αἱ πρότερον τῶν ὕστερον. ^[35]

106 Ὁ γὰρ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ, τὴν δὲ μετὰ τὴν Θ ἀνατολὴν ἐτέραν ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ· ἡμέρας ἄρα χρόνος καὶ νυκτὸς ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. Ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Λ. Λέγω, ὅτι ἡμέρα

καὶ νύξ τὸ συναμφοότερον, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡμέρας καὶ νυκτὸς συναμφοτέρου, ἥς ἀνατολή ἐστὶ τὸ Λ, μείζων ἐστὶ. Κεῖσθω τῇ ΘΚ ἴση ἡ ΛΜ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΘΚ, ΛΜ περιφερείας διαπορεύεται. Ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας ἀνατολή· καὶ ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας ἀνατολή. Ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ἡ ΘΚ ἀνατέλλει ἥπερ ἡ ΛΜ· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΛΜ περιφερείας ἀνατολή. Ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῆς ΛΜ περιφερείας ἀνατολῇ ὁ ἥλιος ἐλάσσονά τινα τῆς ΛΜ περιφέρειαν διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΛΝ. Τοῦ Μ ἄρα πρὸς ἀνατολαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ Ν ἤδη ἀνέτειλεν. Ἵνα ἄρα φανῇ ἀνατέλλων ὁ ἥλιος, ἐλάσσονά τινα τῆς ΛΝ περιφερείας διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΛΞ· ἡμέρας ἄρα καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΞ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΜΛ τῆς ΛΞ, ἴση δὲ ἡ ΜΛ τῇ ΘΚ, μείζων ἄρα ἡ ΘΚ τῆς ΛΞ· μείζων ἄρα ἡ ἡμέρα καὶ ἡ νύξ τὸ συναμφοότερον, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡμέρας καὶ νυκτός, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΛΞ περιφέρειαν διαπορεύεται. δ' Ὅταν ὁ ἥλιος διαπορεύηται τὸ μετὰ τὸν κριὸν τεταρτημόριον, ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοότερον ἡμέρα καὶ νυκτὶ συναμφοτέρῳ ἄνισός ἐστι· καὶ ἐλάσσους αἱ πρότερον τῶν ὕστερον. Ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὸν κριὸν τεταρτημόριον τὸ ΕΑ. Λέγω, ὅτι, ὅταν ὁ ἥλιος τὸ ΕΑ τεταρτημόριον διαπορεύηται, ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοότερον ἡμέρα καὶ νυκτὶ συναμφοτέρῳ ἄνισός ἐστὶ, καὶ ἐλάσσους αἱ πρότερον τῶν ὕστερον. Ὁ γὰρ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ, τὴν δὲ μετὰ τὴν Θ ἀνατολὴν ἐτέραν ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστὶ καὶ νυκτός, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. ^[40]

108 Ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Λ. Λέγω, ὅτι ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοότερον, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐλάσσων ἐστὶν ἡμέρας καὶ νυκτὸς συναμφοτέρου, ἥς ἀνατολή ἐστὶ τὸ Λ. Κεῖσθω τῇ ΘΚ ἴση ἡ ΛΜ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΘΚ, ΛΜ περιφερείας διαπορεύεται. Ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας ἀνατολή· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας ἀνατολή. Ἐν ἐλάττονι δὲ χρόνῳ ἡ ΘΚ ἀνατέλλει ἥπερ ἡ ΛΜ· ἐν ἐλάττονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ κόσμου τέ ἐστὶ περιστροφή καὶ τῆς ΛΜ περιφερείας ἀνατολή. Ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῆς ΛΜ περιφερείας ἀνατολῇ ὁ ἥλιος μείζονά τινα τῆς ΛΜ περιφερείας διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΛΝ· τοῦ Μ ἄρα πρὸς ἀνατολαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ Ν οὕτω ἀνέτειλεν. Ἵνα ἄρα φανῇ ἀνατέλλων ἔτι ὁ ἥλιος, μείζονά τινα περιφέρειαν τῆς ΛΝ διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΛΞ· ἡμέρας ἄρα καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΞ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΛΜ τῆς ΛΞ, ἡ δὲ ΛΜ ἴση τῇ ΘΚ, ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ΘΚ τῆς ΛΞ· ἐλάσσων ἐστὶν ἄρα ἡ ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοότερον, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡμέρας καὶ νυκτὸς συναμφοτέρου, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΛΞ περιφέρειαν διαπορεύεται. Λαμβανόμενα εἰς τὸ ἐξῆς. 1 Ἔστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικύκλιον τὸ ΑΕΓ ὑπὸ γῆν, καὶ ἀπειλήφθω τὶς περιφέρεια ἡ ΑΕ. Λέγω, ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ΑΕ ἀνατέλλει ἥπερ δύνει. Ἔστω, καθ' οὗ φέρεται τὸ Ε σημεῖον, κύκλος ὁ ΗΘΖΕ, καὶ τὸ ΑΕΓ ἡμικύκλιον θέσιν <ἴσην> ἐχέτω τῷ ΒΘΔ ἡμικυκλίῳ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ΒΘΔ ἡμικύκλιον τὸ αὐτὸ ἐστὶ τῷ ΑΕΓ ἡμικυκλίῳ, ὁμοία ἐστὶν ἡ ΒΚΑ περιφέρεια τῇ ΘΖΕ περιφερείᾳ. ^[35]

110 Ἀλλ' ἡ ΒΚΑ τῆς ΗΘΖ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία· καὶ ἡ ΘΖΕ ἄρα τῆς ΗΘΖ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. Καὶ εἰσὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΖΕ περιφέρεια τῆς ΗΘΖ περιφερείας. Κοινῇ

ἀφηρήσθω ἡ ΘΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΕΖ λοιπῆς τῆς ΘΗ μείζων ἐστίν. Ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ τὸ Ε ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ε τὴν ΕΖ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἥπερ τὸ Θ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Θ τὴν ΘΗ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Η παραγίγνεται. Ἀλλ' ἐν ᾧ μὲν χρόνῳ τὸ Ε ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ε τὴν ΕΖ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ζ παραγίγνεται, ἡ ΑΕ περιφέρεια ἀνατέλλει, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ τὸ Θ τὴν ΘΗ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Η παραγίγνεται, ἡ ΑΕ περιφέρεια δύνει· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ἡ ΑΕ περιφέρεια ἀνατέλλει ἥπερ δύνει. 2 Ἀλλὰ ἀπειλήφθω τις ἡ ΕΖ περιφέρεια. Λέγω, ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ΕΖ ἀνατέλλει ἥπερ δύνει. Ἐστῶσαν, καθ' ὧν φέρεται τὰ Ε, Ζ σημεῖα, παράλληλοι κύκλοι οἱ ΕΗΘΚ, ΖΛΜΝ, καὶ τὸ ΑΕΓ ἡμικύκλιον ὅτε μὲν θέσιν ἔχέτω ὡς τὴν ΟΗΣ, ὅτε δὲ ὡς τὴν ΡΚΜ. Ἐπεὶ ἀσύμπτωτόν ἐστι τὸ ΟΗΣ ἡμικύκλιον τῷ ΡΚΜ ἡμικυκλίῳ, ὁμοία ἐστὶν ἡ ΚΘΗ περιφέρεια τῇ ΜΛΣ περιφερείᾳ. Ἡ δὲ ΚΘΗ περιφέρεια τῆς ΝΜΛ περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία· καὶ ἡ ΜΛΣ ἄρα τῆς ΝΜΛ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. Καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· μείζων ἄρα ἡ ΣΛΜ περιφέρεια τῆς ΛΜΝ περιφερείας. Κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ ΛΜ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΣΛ λοιπῆς τῆς ΜΝ μείζων ἐστίν. Ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ τὸ Σ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Σ τὴν ΣΛ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Λ παραγίγνεται, ἥπερ τὸ Μ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Μ τὴν ΜΝ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ν παραγίγνεται. Ἀλλ' ἐν ᾧ μὲν χρόνῳ τὸ Σ τὴν ΣΛ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Λ παραγίγνεται, ἡ ΕΖ περιφέρεια ἀνατέλλει, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ τὸ Μ τὴν ΜΝ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ν παραγίγνεται, ἡ ΕΖ περιφέρεια δύνει· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ἡ ΕΖ περιφέρεια ἀνατέλλει ἥπερ δύνει. ^[40]

112 3 Ἐστῶ ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὸν αἰγόκερων ἡμικύκλιον ὑπὲρ γῆν τὸ ΑΕΓ, καὶ ἀπειλήφθω περιφέρεια ἡ ΑΕ. Λέγω, ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ΑΕ περιφέρεια δύνει ἥπερ ἀνατέλλει. Ἐστῶ γάρ ὁ παράλληλος κύκλος, καθ' οὗ φέρεται τὸ Ε σημεῖον, ὁ ΕΖΗΘ, καὶ ἔχέτω τὸ ΑΕΓ ἡμικύκλιον ὅτε μὲν θέσιν ὡς τὴν ΛΖΚ, ὅτε δὲ ὡς τὴν ΝΘΜ. Ἐπεὶ οὖν ἀσύμπτωτόν ἐστιν τὸ ΛΖΚ ἡμικύκλιον τῷ ΝΘΜ ἡμικυκλίῳ, ὁμοία ἐστὶν ἡ ΝΛ περιφέρεια τῇ ΘΕΖ περιφερείᾳ. Ἡ δὲ ΒΝΑ τῆς ΘΕΖ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία· καὶ ἡ ΒΝΑ ἄρα τῆς ΝΑΛ μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. Καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΝΑ τῆς ΝΑΛ. Κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ ΝΑ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΝ λοιπῆς τῆς ΑΛ μείζων ἐστίν. Ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ τὸ Ν ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ν τὴν ΝΒ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Β παραγίγνεται, ἥπερ τὸ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Λ τὴν ΛΑ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Α παραγίγνεται. Ἀλλ' ἐν ᾧ μὲν χρόνῳ τὸ Ν τὴν ΝΒ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Β παραγίγνεται, ἡ ΑΕ περιφέρεια δύνει, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ τὸ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Λ τὴν ΛΑ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Α παραγίγνεται, ἡ ΑΕ ἀνατέλλει· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ἡ ΑΕ δύνει ἥπερ ἀνατέλλει. 4 Ἐστῶ ὀρίζων ὁ ΑΒΓΔ καὶ τροπικοὶ οἱ ΑΒ, ΓΔ, ζῳδιακὸς δὲ ὁ ΑΖΓΘ τοῦ μὲν ΑΘΓ ὄντος τοῦ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικυκλίου, τοῦ δὲ ΓΖΑ τοῦ μετὰ τὸν αἰγόκερω, καὶ ἀπειλήφθωσαν ἴσαι κατὰ διάμετρον περιφέρειαι αἱ ΕΖ, ΗΘ. Λέγω, ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ΗΘ ἀνατέλλει ἥπερ ἡ ΕΖ, καὶ πάλιν, ὅτι ἐν πλείονι ἡ ΕΖ δύνει ἥπερ ἡ ΗΘ. Ἐπεὶ γὰρ ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ΘΗ ἀνατέλλει ἥπερ δύνει, ἐν ᾧ δὲ ἡ ΗΘ δύνει, ἡ ΖΕ ἀνατέλλει, ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ἡ ΗΘ ἀνατέλλει ἥπερ ἡ ΕΖ. ^[40]

114 Πάλιν, ἐπεὶ ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ΕΖ δύνει ἥπερ ἀνατέλλει, ἀλλ' ἐν ᾧ ἡ ΕΖ ἀνατέλλει, ἡ ΗΘ δύνει, ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ἡ ΕΖ δύνει ἥπερ ἡ ΗΘ. ε' Ἡ μετὰ θερινὰς τροπὰς ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρον τῆς μετὰ τροπὰς χειμερινὰς ἡμέρας καὶ νυκτὸς συναμφοτέρου μείζων ἐστὶ καὶ ἡ κατὰ διάμετρον τῆς κατὰ διάμετρον. Ἐστῶ ἐν κόσμῳ ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΑΒ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἔχέτω τὴν ΑΕΓΖ, καὶ ὁ ἥλιος ἔν τινι ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Α, τὴν δὲ μετὰ τὴν Α ἀνατολὴν ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Ε· ἡμέρας ἄρα καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΑΕ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ ἔστι μετὰ θερινὰς τροπὰς. Ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Γ. Λέγω, ὅτι ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρον, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΑΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡμέρας καὶ

νυκτὸς τοῦ συναμφοτέρου, ἥς ἀνατολὴ τὸ Γ, μείζων ἐστί. Κείσθω τῇ ΑΕ ἴση ἡ ΓΖ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΑΕ, ΓΖ διαπορεύεται. Ἄλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΑΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΑΕ περιφερείας ἀνατολή· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΓΖ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΑΕ περιφερείας ἀνατολή. Ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ἡ ΑΕ ἀνατέλλει ἢ περ ἡ ΓΖ διὰ τὸ προδειχθέν· ἐν πλείονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΓΖ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἢ περ κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΓΖ περιφερείας ἀνατολή. Ἐν ἄρα κόσμου περιστροφῇ καὶ τῆς ΓΖ περιφερείας ἀνατολῇ ὁ ἥλιος ἐλάσσονά τινα τῆς ΓΖ περιφερείας διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΓΗ· τοῦ Ζ ἄρα πρὸς ἀνατολαῖς ὄντος ὁ ἥλιος ὦν πρὸς τῷ Η ἤδη ἀνέτειλεν. Ἵνα ἄρα φανῇ ἀνατέλλων ἔτι ὁ ἥλιος, ἐλάσσονα τῆς ΓΗ περιφερείας διελεύσεται. Διερχέσθω τὴν ΓΘ· ἡμέρας ἄρα καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΓΘ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΓΖ τῆς ΓΘ περιφερείας, ἴση δὲ ἡ ΓΖ τῇ ΑΕ, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΕ τῆς ΓΘ. ^[35]

116 Μείζων ἄρα ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρον, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΑΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡμέρας καὶ νυκτὸς τοῦ συναμφοτέρου, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΓΘ περιφέρειαν διαπορεύεται. ζ' Ἡ μετὰ θερινὰς τροπὰς ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρον τῇ μετὰ χειμερινὰς τροπὰς νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ τῷ συναμφοτέρῳ ἴση ἐστὶν καὶ ἡ κατὰ διάμετρον τῇ κατὰ διάμετρον. Ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Α, τὴν δὲ μετὰ τὴν Α ἀνατολὴν ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Ε· ἡμέρας ἄρα καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΑΕ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ ἔστι μετὰ θερινὰς τροπὰς. Ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Γ. Λέγω, ὅτι ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρον, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΑΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ τῷ συναμφοτέρῳ ἴση ἐστίν, ἥς δύσιν ἐστὶν τὸ Γ. Κείσθω τῇ ΑΕ ἴση ἡ ΓΖ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΑΕ, ΓΖ περιφερείας διαπορεύεται. Ἄλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΑΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΑΕ περιφερείας ἀνατολή, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἡ ΑΕ περιφέρεια ἀνατέλλει, ἡ ΓΖ δύνει· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΓΖ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΓΖ περιφερείας δύσιν. Καὶ συνδύνει τῷ Γ· συνδύνει ἄρα καὶ τῷ Ζ· νυκτὸς ἄρα καὶ ἡμέρας χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΓΖ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἔστιν ἴση τῇ ΑΕ· ἴση ἄρα ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρον, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΑΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ τῷ συναμφοτέρῳ, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΓΖ περιφέρειαν διαπορεύεται. ζ' Αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ ἡμέραι τε καὶ νύκτες ἡμέραις τε καὶ νυξὶν ἴσαι εἰσὶ τοῦ ἡλίου διαπορευομένου ἥτοι τὸ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικύκλιον ἢ τὸ μετὰ τὸν αἰγόκερων. Ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς ἐπάνω, ἰσημερινὸς δὲ κύκλος ὁ ΖΕΗ, καὶ ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ, τὴν δὲ μετὰ τὴν Θ ἀνατολὴν ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ· ἡμέρας ἄρα καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. ^[35]

118 Κείσθω τῇ ΚΕ ἴση ἡ ΕΛ, ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Λ. Λέγω, ὅτι ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρον, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡμέρᾳ καὶ νυκτὶ συναμφοτέρῳ, ἥς ἀνατολή ἐστὶ τὸ Λ, ἴση ἐστί. Κείσθω τῇ ΘΚ ἴση ἡ ΛΜ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΘΚ, ΛΜ περιφερείας διαπορεύεται. Ἄλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας ἀνατολή, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἡ ΘΚ περιφέρεια ἀνατέλλει, ἐν τούτῳ καὶ ἡ ΛΜ· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΛΜ περιφερείας ἀνατολή. Καὶ συνανατέλλει τῷ Λ· συνανατέλλει ἄρα καὶ τῷ Μ. Ἡμέρας ἄρα καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΛΜ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ ἔστιν ἴση τῇ ΘΚ. η' Αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τῆς τροπικῆς συναφῆς ὅποτερασοῦν ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρον νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ τῷ συναμφοτέρῳ ἴση ἐστίν. Ἔστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς τροπικὸς ὁ ΑΒ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἐχέτω ὡς

τὴν ΓΕΔ, καὶ ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Ζ, τὴν δὲ ἐξῆς ἀνατολὴν κατὰ τὸ Η· ἡμέρας ἄρα καὶ νυκτὸς χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΗ περιφέρειαν διαπορεύεται. Κείσθω τῇ ΗΕ ἴση ἢ ΕΘ, ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ, καὶ κείσθω τῇ ΖΗ ἴση ἢ ΘΚ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΖΗ, ΘΚ περιφερείας διαπορεύεται. Ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΗ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΖΗ περιφερείας ἀνατολή· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΖΗ περιφερείας ἀνατολή. Ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἡ ΖΗ ἀνατέλλει, ἡ ΘΚ δύνει· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, κόσμου τέ ἐστι περιστροφή καὶ τῆς ΘΚ περιφερείας δύσις. Καὶ συνδύνει τῷ Θ· συνδύνει ἄρα καὶ τῷ Κ. ^[40]

120 Νυκτὸς ἄρα καὶ ἡμέρας χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται· καὶ ἔστιν ἴση τῇ ΖΗ. Ἐὰν μέσου ἡμέρας ἢ μέσων νυκτῶν ὁ ἥλιος τὴν τροπὴν ποιήσῃται ὅποτερανοῦν, ἡμέρα καὶ νύξ τὸ συναμφοτέρον νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ τῷ συναμφοτέρῳ ἰσοχρόνιοι εἰσιν αἱ γινόμεναι ἐν τῷ ἐνὶ ἡμικυκλίῳ ταῖς γινομέναις ἐν τῷ ἐτέρῳ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τῆς συναφῆς τῆς, ἐν ᾗ ἐποιήσατο τὰς τροπὰς ἢ μέσου ἡμέρας ἢ μέσου νυκτός· τοῦτο δὲ ὁμοίως δειχθήσεται τοῖς ἐπάνω. Φανερόν δὴ, ὅτι τῆς μὲν συναφῆς, ἐν ᾗ ἂν τὴν τροπὴν ποιήσῃται ὁ ἥλιος μέσου ἡμέρας ἢ μέσων νυκτῶν, αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἡμέραι καὶ νύκτες ἢ τὸ συναμφοτέρον νύξ καὶ ἡμέρα τῷ συναμφοτέρῳ ἡμέρᾳ καὶ νυκτὶ ὅτι καὶ τῷ πλήθει τῶν ἡμερῶν καὶ τῶν νυκτῶν ἴσον ἀφέξουσι, τῆς δὲ ἐτέρας συναφῆς οὐ πάντως ἀναγκαῖον τῷ πλήθει τῶν ἡμερῶν καὶ νυκτῶν ἴσον ἀπέχειν, ἀλλὰ τοῖς διαστήμασιν τῶν γραμμῶν ἴσον ἀφέξουσι μόνον. Θ' Ἐὰν μέσου ἡμέρας ὁ ἥλιος τὴν τροπὴν ποιήσῃται ὅποτερανοῦν, μέσου ἡμέρας ἔσται ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ἔστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΑΒ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἐχέτω ὡς τὴν ΓΕΔ, καὶ ὁ ἥλιος μέσου ἡμέρας τὴν τροπὴν πεποιήσθω πρὸς τῷ Ε. Λέγω, ὅτι τὸ Ε ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐστίν. Ὁ γὰρ ἥλιος ἐν τῇ ἡμέρᾳ, ἐν ᾗ τὴν τροπὴν ἐποιήσατο πρὸς τῷ Ε, ἀνατελλέτω κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἔστω, καθ' οὗ φέρεται τὸ Ζ σημεῖον, παράλληλος κύκλος ὁ ΗΘ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΕ περιφέρεια τῇ ΕΚ περιφερείᾳ. Ἔστω ὁ πόλος τῶν παραλλήλων τὸ Λ σημεῖον, καὶ γεγράφθω διὰ τῶν Λ, Ε μέγιστος κύκλος ὁ ΜΝ. Καὶ ἐπεὶ ὁ ἥλιος μέσου ἡμέρας τὴν τροπὴν ἐποιήσατο πρὸς τῷ Ε, ἐν τῷ ἡμίσει ἄρα τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕ περιφέρειαν διελεύσεται· ἐν ἄρα τῷ λοιπῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ἴσην τῇ ΖΕ περιφερείᾳ διελεύσεται. Καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΖΕ τῇ ΕΚ· ἐν ἄρα τῷ λοιπῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΕΚ περιφέρειαν διελεύσεται· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. ^[35]

122 Καὶ συνανατέλλει τῷ Ζ· συνδύνει ἄρα τῷ Κ. Καὶ ἐπεὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὰς ΖΕ, ΕΚ περιφερείας διαπορεύεται, ἀλλ' ἐν ᾧ μὲν χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΖΕ περιφέρειαν διαπορεύεται, τὸ Ζ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Θ τὴν ΘΖ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ζ παραγίγνεται, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΕΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, τὸ Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Κ τὴν ΚΗ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Η παραγίγνεται, ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ ἀρξάμενον τὸ Ζ ἀπὸ τοῦ Θ τὴν ΘΖ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ζ παραγίγνεται, ἐν τούτῳ καὶ τὸ Κ τὴν ΚΗ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Η παραγίγνεται· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΖ τῇ ΚΗ. Καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΖ τῇ ΚΗ. Κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ ΖΚ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΘ λοιπὴ τῇ ΗΖ ἐστὶν ἴση. Ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΖΕ τῇ ΕΚ ἴση· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΗΞ ὅλη τῇ ΞΘ ἴση ἐστίν. Καὶ ἔστιν ὁ ΜΕΝ διὰ τῶν τοῦ ΗΞΘ πόλων· μεσημβρινὸς ἄρα ἐστὶν ὁ ΜΕΝ, ὡς δέδεικται. Τὸ Ε ἄρα ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐστίν· ὥστε ἐὰν μέσου ἡμέρας ὁ ἥλιος τὴν τροπὴν ποιήσῃται, μέσου ἡμέρας ἔσται ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Λῆμμα χρήσιμον εἰς τὸ ἐξῆς. Ἔστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ μέγιστος μὲν τῶν αἰὲ φανερῶν ὁ ΕΖ, μέγιστος δὲ τῶν αἰὲ ἀφανῶν ὁ ΗΘ, καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΚΛ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΔ, μεσημβρινὸς δὲ ὁ ΚΗΘ, καὶ γεγράφθω μέγιστος κύκλος ὁ ΜΕΝ ἐφαπτόμενος τοῦ ΕΖ, καὶ ἔστω τοῦ ΜΕΝ ὁ πόλος μεταξὺ

τῶν ΕΖ, ΚΛ, καὶ [ἀπ]εὶλήφθω τι σημεῖον μεταξύ τῶν Λ, Χ τὸ Π, καὶ γεγράφθωσαν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ ΡΠ, ΣΠ. Λέγω, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΡΠ τῆς ΠΣ. Ἐπεὶ γὰρ τοῦ ΜΕΝ ὁ πόλος μεταξύ ἐστὶν τῶν ΕΖ, ΚΛ, ὁ ἄρα ἕτερος αὐτοῦ πόλος μεταξύ τῶν ΗΘ, ΓΔ ἐστίν. Ἐστω τὸ Τ, καὶ γεγράφθω διὰ τῶν Τ, Π μέγιστος κύκλος ὁ ΦΤΥ· ὁ ΦΤΥ ἄρα τὸν ΜΕΝ δίχα τέμνει καὶ πρὸς ὀρθάς, ἐπειδήπερ καὶ διὰ τῶν πόλων αὐτὸν τέμνει. ^[35]

124 Κύκλου δὴ τοῦ ΜΕΝ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Υ τμήμα κύκλου ὀρθὸν ἐφέστηκεν τὸ ΦΠΥ, καὶ διήρηται ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Π, καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἡμισείας τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος ἡ ΦΠ· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Π ἐπὶ τὸ Φ ἐλαχίστη ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ Π πρὸς τὸν ΜΕΝ κύκλον προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, καὶ αἰεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ΦΠ τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστὶ ἐλάσσων ἄρα ἡ ΡΠ τῆς ΣΠ. ἵ' Ἐν ἄλλῃ δὲ οὐδεμιᾷ περιφορᾷ ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ἔσται ὁ ἥλιος οὔτε κατὰ τὰς μεσημβρίας, οὔτε κατὰ τὰς μέσας νύκτας, ἀλλ' ὅταν μὲν ἀπὸ τροπῶν θερινῶν πορεύηται, ἐν τῷ μεταξύ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τὰς τε μεσημβρίας ποιήσεται καὶ τὰ μεσονύκτια. Ἐστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΔ, μέγιστος δὲ τῶν αἰεὶ φανερῶν ὁ ΕΖ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΑΒ, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικύκλιον ὑπὲρ γῆν τὸ ΒΘΔ, μεσημβρινὸς δὲ κύκλος ὁ ΕΖΚ. καὶ ὁ ἥλιος ἀπὸ θερινῶν τροπῶν πορευόμενος ἔν τινι ἡμέρᾳ ἀνατολὴν μὲν πεποιήσθω κατὰ τὸ Η, δύσιν δὲ κατὰ τὸ Θ. Λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ μέσου ἡμέρας, ἀλλ' ἐν τῷ μεταξύ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου τοῦ ΕΔΚ καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ ΕΖΚ. Ἐστωσαν, καθ' ὧν φέρεται τὰ Η, Θ σημεῖα, παράλληλοι κύκλοι οἱ ΛΗΜ, ΝΩΞΟ. Ὁ ἄρα ἥλιος ἐπὶ τοῦ ὀρίζοντος ἀνατέλλει μὲν κατὰ τὸ Μ, δύνει δὲ κατὰ τὸ Ν, καὶ τοῦ ἡλίου ἀνατέλλοντος μὲν κατὰ τὸ Μ ἡ ΗΘ περιφέρεια θέσιν ἔξει τὴν ΜΟ, δύνοντος δὲ κατὰ τὸ Ν ἡ ΗΘ περιφέρεια θέσιν ἔξει τὴν ΝΠ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ἡ ΗΘ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ΗΘ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, τὸ μὲν Η ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Μ τὴν ΜΠ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Π παραγίγνεται, τὸ δὲ Θ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ο τὴν ΟΘΝ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ν παραγίγνεται, ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ τὸ Η ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Μ τὴν ΜΗΠ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Π παραγίγνεται, ἐν τούτῳ καὶ τὸ Θ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ο τὴν ΟΘΝ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ν παραγίγνεται. ^[35]

126 Ὅμοιά ἄρα ἐστὶν ἡ ΠΗΜ περιφέρεια τῇ ΝΘΟ περιφερείᾳ. Ἐστω τῆς μὲν ΞΟ ἡμίσεια ἡ ΡΣ, τῆς δὲ ΠΛ ἡμίσεια ἡ ΤΥ. Καὶ ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν ΞΡΝ περιφέρεια τῆς ΝΡ περιφερείας, ἡ δὲ ΟΞ τῆς ΣΡ, ὅλη ἄρα ἡ ΟΡΝ ὅλης τῆς ΝΣ, τουτέστιν τῆς ΟΣ, ἐστὶ διπλῇ. Πάλιν ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν ΑΤΜ τῆς ΜΤ, ἡ δὲ ΠΛ τῆς ΥΤ, ὅλη ἄρα ἡ ΠΜ ὅλης τῆς ΜΥ ἐστὶν διπλῇ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Η ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Μ τὴν ΜΠ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Π παραγίγνεται, τὸ δὲ Θ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ο τὴν ΟΝ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ν παραγίγνεται, ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Η ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Μ τὴν ΜΥ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Υ παραγίγνεται, τὸ δὲ Θ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ο τὴν ΟΣ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Σ παραγίγνεται, καὶ ἡ ΗΘ περιφέρεια θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΥΦΣ. Γεγράφθω οὖν διὰ τοῦ Υ μέγιστος κύκλος ὁ ΧΨ ἐφαπτόμενος τοῦ ΕΖ, ὥστε τὰ πρὸς τῇ ἀνατολῇ τμήματα ὅμοια εἶναι· ἐπεὶ γὰρ ἀσύμπτωτόν ἐστιν τὸ ἀπὸ τοῦ Χ ἡμικύκλιον ὡς ἐπὶ τὰ ΧΨ μέρη τῷ ἀπὸ Ε ἡμικυκλίῳ ὡς ἐπὶ τὰ ΕΔ μέρη, ὁμοία ἐστὶν ἡ ΥΜ περιφέρεια τῇ ΩΞ περιφερείᾳ. Ἀλλ' ἡ ΥΜ τῇ ΣΟ ἐστὶν ὁμοία· καὶ ἡ ΣΟ ἄρα τῇ ΩΞ ἐστὶν ὁμοία. Καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΩΞ περιφέρεια τῇ ΣΟ περιφερείᾳ. Κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ ΣΞ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΩΣ λοιπὴ τῇ ΞΟ ἐστὶν ἴση. Διπλῇ δὲ ἡ ΞΟ τῆς ΡΣ· διπλῇ ἄρα καὶ ἡ ΩΣ τῆς ΣΡ· ἴση ἄρα ἡ ΩΡ τῇ ΡΣ. Γεγράφθω δὴ διὰ τῶν Ω, Φ σημείων μέγιστος κύκλος ὁ ΩΦΣ. Καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΕΡΚ κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν ΝΡΞ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς. Κύκλου δὴ τοῦ ΝΡΞ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Ρ τμήμα κύκλου ὀρθὸν ἐφέστηκεν τὸ ΡΕ καὶ τὸ συνεχές

αὐτῷ, καὶ διήρηται ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Φ, καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἡμισείας τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος ἡ ΡΦ, καὶ προσβεβλημένοι εἰσὶ δύο εὐθεῖαι ἡ τε ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Ω καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Σ ἴσας περιφερείας ἀπολαμβάνουσαι τὰς ΩΡ, ΡΣ· ἴση ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Ω τῇ ἀπὸ τοῦ Φ ἐπὶ τὸ Σ. Καὶ ἐπεὶ ὁ τοῦ ΧΨ πόλος μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΒΑ κύκλων ἐστίν, ὡς ἐν τοῖς Φαινομένοις δέδεικται, ὁ ἄρα ἕτερος αὐτοῦ πόλος μεταξὺ τῶν ἴσων τε καὶ παραλλήλων τοῖς ΕΖ, ΒΑ ἐστίν. ^[30]

128 Καὶ γεγραμμένοι εἰσὶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ ΩΦ, ΥΦ· μείζων ἄρα ἡ ΩΦ περιφέρεια τῆς ΦΥ περιφερείας, ὡς προδέδεικται. Ἰση δὲ ἡ ΩΦ τῇ ΦΣ· μείζων ἄρα ἡ ΦΣ τῆς ΦΥ. Τετμήσθω ἡ ΣΥ δίχα κατὰ τὸ ↑. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΥΣ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν Υ ↑ περιφέρειαν διαπορεύεται· μέσου ἄρα ἡμέρας ἔσται πρὸς τῷ ↑· ὥστε μέσου ἡμέρας ὁ ἥλιος οὐκ ἔσται ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, ἀλλ' ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ τὰ μεσονύκτια ποιήσεται ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, ἀλλ' ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ὑπὸ γῆν. ια' Ὅταν ὁ ἥλιος ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν ἐπὶ θερινὰς τροπὰς πορεύηται, ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε ἐπὶ δυσμαῖς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τὰς τε μεσημβρίας ποιήσεται καὶ τὰ μεσονύκτια. Ἔστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, μέγιστος δὲ τῶν αἰὲ φανερῶν ὁ ΕΖ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΑΒ, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὸν αἰγόκερων ἡμικύκλιον ὑπὲρ γῆν τὸ ΑΗΔ, μεσημβρινὸς δὲ κύκλος ὁ ΕΖΜ, καὶ ὁ ἥλιος ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν πορευόμενος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Η, δύσιν δὲ κατὰ τὸ Θ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΗΘ περιφέρειαν διαπορεύεται. Λέγω, ὅτι μέσου ἡμέρας ὁ ἥλιος ἔσται ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε ἐπὶ δυσμὰς ἡμικυκλίου τοῦ ΕΓΜ καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ἔστωσαν, καθ' ὧν φέρεται τὰ Η, Θ σημεῖα, παράλληλοι κύκλοι οἱ ΚΘΛ, ΓΗΝ. Ὁ ἄρα ἥλιος ἐπὶ τοῦ ὀρίζοντος ἀνατέλλει μὲν κατὰ τὸ Ν, δύσεται δὲ κατὰ τὸ Κ, καὶ τοῦ ἡλίου ἀνατέλλοντος μὲν κατὰ τὸ Ν ἡ ΗΘ περιφέρεια θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΕΝ, δύνοντος δὲ κατὰ τὸ Κ θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΚΟ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ἡ ΗΘ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ΗΘ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, τὸ μὲν Η ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ν τὴν ΝΟ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ο παραγίνεται, τὸ δὲ Θ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ξ τὴν ΞΚ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Κ παραγίνεται, ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ τὸ Η ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ν τὴν ΝΓΟ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ο παραγίνεται, ἐν τούτῳ καὶ τὸ Θ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ξ τὴν ΞΚ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Κ παραγίνεται· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΞΚ τῇ ΟΝ. ^[5]

130 Ἔστω τῆς μὲν ΛΞ ἡμίσεια ἡ ΠΡ, τῆς δὲ ΟΓ ἡμίσεια ἡ ΣΤ. Καὶ ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν ΚΛ τῆς ΚΠ, ἡ δὲ ΕΛ τῆς ΠΡ, ὅλη ἄρα ἡ ΞΚ ὅλης τῆς ΚΡ ἐστὶ διπλῇ. Πάλιν ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν ΓΝ τῆς ΝΣ, ἡ δὲ ΟΓ τῆς ΣΤ, ὅλη ἄρα ἡ ΟΝ τῆς ΝΤ ἐστὶ διπλῇ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Θ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ξ τὴν ΞΚ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Κ παραγίνεται, τὸ δὲ Η ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ν τὴν ΝΟ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ο παραγίνεται, ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Θ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ξ τὴν ΞΡ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ρ παραγίνεται, τὸ δὲ Η ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ν τὴν ΝΗΤ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Τ παραγίνεται, καὶ μέσου ἡμέρας ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΤΡ. Γεγράφθω οὖν διὰ τοῦ Ρ μέγιστος κύκλος ὁ ΦΧ ἐφαπτόμενος τοῦ ΕΖ, ὥστε τὰ πρὸς τῇ δύσει τμήματα ὅμοια εἶναι· ἐπεὶ γὰρ ἀσύμπτωτόν ἐστι τὸ ἀπὸ τοῦ Φ ἡμικύκλιον ὡς ἐπὶ τὰ ΦΧ μέρη τῷ ἀπὸ τοῦ Ε ὡς ἐπὶ τὰ ΚΜ, ὁμοία ἐστὶν ἡ ΚΡ τῇ ΓΨ. Ἀλλὰ καὶ τῇ ΟΤ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΨ τῇ ΟΤ. Κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ ΓΤ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΤΨ τῇ ΟΓ ἴση ἐστίν. Διπλῇ δὲ ἡ ΓΟ τῆς ΤΣ· διπλῇ ἄρα καὶ ἡ ΤΨ τῆς ΤΣ· ἴση ἄρα ἡ ΨΣ τῇ ΣΤ. Γεγράφθω διὰ τῶν Ψ, Υ μέγιστος κύκλος ὁ ΩΨ. Ἐπεὶ ὁ ΕΣΜ τὸν ΓΣΝ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς. Κύκλου δὲ τοῦ ΓΣΝ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Σ τμήμα κύκλου ὀρθὸν ἐφέστηκεν τὸ ΣΕ καὶ τὸ συνεχὲς αὐτῷ, καὶ διήρηται ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα κατὰ

τὸ Υ, καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἡμισείας τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος ἢ ΣΥ, καὶ προσβεβλημένοι εἰσὶν δύο εὐθεῖαι ἢ τε ἀπὸ τοῦ Υ ἐπὶ τὸ Τ καὶ ἢ ἀπὸ τοῦ Υ ἐπὶ τὸ Ψ ἴσας περιφερείας ἀπολαμβάνουσαι τὰς ΤΣ, ΣΨ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἢ ἀπὸ τοῦ Υ ἐπὶ τὸ Τ τῇ ἀπὸ τοῦ Υ ἐπὶ τὸ Ψ· ἴση ἄρα ἢ ΥΤ περιφέρεια τῇ ΥΨ περιφέρειᾳ. Καὶ ἐπεὶ ὁ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου πόλος μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΒΑ ἐστίν, καὶ γέγραπται μέγιστος κύκλος ὁ ΦΧ ἐφαπτόμενος τοῦ ΕΖ, καὶ ὁ τοῦ ΦΧ ἄρα πόλος μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΒΑ ἐστίν· ὁ ἄρα ἕτερος αὐτοῦ πόλος μεταξὺ τῶν ἴσων τε καὶ παραλλήλων τοῖς ΕΖ, ΒΑ ἐστὶ. Καὶ γεγραμμένοι εἰσὶν μεγίστων κύκλων περιφέρειαι αἱ ΨΥ, ΥΡ· μείζων ἄρα ἢ ΨΥ, τουτέστιν ἢ ΤΥ, τῆς ΥΡ. ^[35]

132 Ἔστω τῆς ΤΡ ἡμίσεια ἢ Τ ↑ . Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΤΡ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὴν ἡμίσειαν τῆς ΤΡ διελεύσεται. Καὶ ἔστι τῆς ΤΡ ἡμίσεια ἢ Τ ↑ · ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν Τ ↑ περιφέρειαν διελεύσεται. Μέσου ἄρα ἡμέρας ἔσται πρὸς τῷ ↑ ὥστε μέσου ἡμέρας ἔσται ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς δυσμὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ὅμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι καὶ τὰ μεσονύκτια ποιήσεται ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε ἐπὶ δυσμαῖς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐν τῷ ὑπὸ γῆν ἡμισφαίριῳ. Ὅτι μὲν οὖν, ἐὰν μέσου ἡμέρας ἢ μέσων νυκτῶν ὁ ἥλιος ποιήσεται ὅποτεραν οὖν τῶν τροπῶν, ὅτι ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ποιήσεται μέσου ἡμέρας ἢ μέσων νυκτῶν, δέδεικται, ἐν ἄλλῃ δὲ ἡμέρᾳ ἢ ἐν ἄλλῃ νυκτὶ ὅτι οὐκ ἔσται ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ οὔτε μέσου ἡμέρας οὔτε μέσων νυκτῶν, καὶ τοῦτο δέδεικται. Λοιπὸν δεῖ δεῖξαι, ὅτι, καὶ ἐν αἷς ἡμέραις καὶ νυξὶ τὰς τροπὰς ποιήσεται ὁ ἥλιος μὴ μέσου ἡμέρας μηδὲ μέσων νυκτῶν, ὅτι οὐκ ἔσται ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ οὔτε μέσου ἡμέρας οὔτε μέσων νυκτῶν. ἰβ' Ἐὰν ἀνατέλλων ὁ ἥλιος τὴν θερινὴν τροπὴν ποιήσεται, οὐκ ἔσται μέσου ἡμέρας ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, ἀλλ' ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε ἀνατολικοῦ ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ἀνατέλλων δὲ ποιείσθω τὰς τροπὰς. Λέγω δὲ, ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τοῦ μεσημβρινοῦ καὶ τῶν ἀνατολῶν ἔσται ὁ ἥλιος μέσου ἡμέρας. Ἔστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, μέγιστος δὲ τῶν αἰεὶ φανερῶν ὁ ΕΖ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΒΗΑ, καὶ ἔστω τὸ μετὰ τὸν καρκίνον ἡμικύκλιον ὑπὸ γῆν τὸ ΑΓ, μεσημβρινὸς δὲ κύκλος ὁ ΕΗΘ, καὶ ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατελλέτω κατὰ τὸ Α ἐπὶ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ τοῦ ΑΒ. Λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται μέσου ἡμέρας ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, ἀλλ' ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ἔστω γάρ ἢ μετὰ τὴν Α ἀνατολὴν δύσις κατὰ τὸ Κ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΑΚ περιφέρειαν διαπορεύεται. ^[30]

134 Ἔστω, καθ' οὗ φέρεται τὸ Κ σημεῖον, παράλληλος κύκλος ὁ ΚΛΜ· ὁ ἄρα ἥλιος ἐπὶ τοῦ ὀρίζοντος δύσεται κατὰ τὸ Μ, καὶ τοῦ ἡλίου δύνοντος κατὰ τὸ Μ ἢ ΑΚ περιφέρεια θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΜΝ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ἢ ΑΚ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ἢ ΑΚ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, τὸ μὲν Α ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Α τὴν ΑΝ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ν παραγίγνεται, τὸ δὲ Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Κ τὴν ΚΛΠΜ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Μ παραγίγνεται, ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ τὸ Α ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Α τὴν ΑΒΝ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ν παραγίγνεται, ἐν τούτῳ καὶ τὸ Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Κ τὴν ΚΛΠΜ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Μ παραγίγνεται· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἢ ΑΒΝ τῇ ΚΛΠΜ. Ἔστω τῆς μὲν ΝΒ ἡμίσεια ἢ ΗΞ, τῆς δὲ ΚΑ ἡμίσεια ἢ ΠΟ. Καὶ ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἢ μὲν ΒΑ τῆς ΑΗ, ἢ δὲ ΝΒ τῆς ΞΗ, ὅλη ἄρα ἢ ΝΑ ὅλης τῆς ΑΞ ἐστὶ διπλῇ. Πάλιν ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἢ μὲν ΛΠΜ τῆς ΜΠ, ἢ δὲ ΚΑ τῆς ΠΟ, ὅλη ἄρα ἢ ΚΛΠΜ ὅλης τῆς ΜΟ ἐστὶ διπλῇ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Α ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Α τὴν ΑΝ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ν παραγίγνεται, τὸ δὲ Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Κ τὴν ΚΛΠΜ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Μ παραγίγνεται, ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Α ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Α τὴν ΑΞ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ξ παραγίγνεται, τὸ δὲ Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Κ τὴν ΚΛΟ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ο παραγίγνεται· ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ τὸ Α ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Α τὴν ΑΞ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ξ παραγίγνεται, ἐν τούτῳ καὶ τὸ Κ

ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Κ τὴν ΚΛΟ περιφέρειαν διελθὸν ἐπὶ τὸ Ο παραγίγνεται, καὶ μέσου ἡμέρας ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΕΟ. Γεγράφθω διὰ τοῦ Ξ μέγιστος κύκλος ὁ ΣΤ ἐφαπτόμενος τοῦ ΕΖ, ὥστε τὰ πρὸς τῇ ἀνατολῇ τμήματα ὅμοια εἶναι· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΞΑ περιφέρεια τῇ ΥΛ περιφερείᾳ. Ἀλλ' ἡ ΞΑ τῇ ΟΛΚ ἐστὶν ὁμοία· καὶ ἡ ΥΛ ἄρα τῇ ΟΛΚ ἐστὶν ὁμοία. Καὶ εἰσὶ τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΥΛ τῇ ΟΛΚ. Κοινὴ ἀφηγήσθω ἡ ΟΛ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΥΟ λοιπὴ τῇ ΚΛ ἐστὶν ἴση. Διπλῇ δὲ ἡ ΚΛ τῆς ΠΟ· διπλῇ ἄρα καὶ ἡ ΥΟ τῆς ΟΠ· ἴση ἄρα ἡ ΥΠ τῇ ΠΟ. Γεγράφθω διὰ τῶν Υ, Ρ μέγιστος κύκλος ὁ ΥΡΦ. Καὶ ἐπεὶ ὁ ΕΠΘ τὸν ΜΠΛ διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς. ^[40]

136 Κύκλου δὴ τοῦ ΜΠΛ ἐπὶ διαμέτρου τῆς ἀπὸ τοῦ Π τμήμα κύκλου ὀρθὸν ἐφέστηκεν τὸ ΠΕ καὶ τὸ συνεχὲς αὐτῶ, καὶ διήρηται ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Ρ, καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἡ ΠΡ, καὶ προσβεβλημένα εἰσὶν δύο εὐθεῖαι ἢ τε ἀπὸ τοῦ Ρ ἐπὶ τὸ Ο καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ρ ἐπὶ τὸ Υ ἴσας περιφερείας ἀπολαμβάνουσαι τὰς ΥΠ, ΠΟ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ἀπὸ τοῦ Ρ ἐπὶ τὸ Υ τῇ ἀπὸ τοῦ Ρ ἐπὶ τὸ Ο· ἴση ἄρα ἡ ΥΡ περιφέρεια τῇ ΡΟ περιφερείᾳ. Καὶ ἐπεὶ ὁ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου πόλος μεταξὺ ἐστὶν τῶν ΕΖ, ΝΑ καὶ γέγραπται μέγιστος κύκλος ὁ ΣΤ ἐφαπτόμενος τοῦ ΕΖ, καὶ ὁ τοῦ ΣΤ ἄρα πόλος μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΝΑ κύκλων ἐστὶν· ὁ ἄρα ἕτερος αὐτοῦ πόλος μεταξὺ τῶν ἴσων τε καὶ παραλλήλων τοῖς ΕΖ, ΝΑ ἐστί. Καὶ γεγραμμένοι εἰσὶ μέγιστων κύκλων περιφέρειαι αἱ ΥΡ, ΞΡ· μείζων ἄρα ἡ ΥΡ τῆς ΡΞ. Ἰση δὲ ἡ ΥΡ τῇ ΡΟ· μείζων ἄρα ἡ ΟΡ τῆς ΡΞ. Τετμήσθω ἡ ΟΞ δίχα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΕΟ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΕΧ περιφέρειαν διελεύσεται· μέσου ἄρα ἡμέρας ἔσται πρὸς τῷ Χ· ὥστε μέσου ἡμέρας ἔσται ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καί, ἐὰν ἀνατέλλων ποιῇται τὰς τροπὰς ὁ ἥλιος, ὅτι μέσων νυκτῶν ἔσται μεταξὺ τοῦ τε πρὸς δυσμὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, καὶ ἔτι, ἐὰν δυόμενος ποιῇται τὰς τροπὰς, ὅτι μέσων νυκτῶν ἔσται ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου τοῦ ὀρίζοντος καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, μέσης δὲ ἡμέρας ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε μεσημβρινοῦ καὶ τοῦ πρὸς δυσμὰς ἡμικυκλίου τοῦ ὀρίζοντος ἔσται ὁ ἥλιος, ἐπὶ δὲ τῶν χειμερινῶν ἐναντίως τοῖς προειρημένοις, ἐὰν ἀνατέλλων ἢ δυόμενος τὰς τροπὰς ποιήσεται. ιγ' Ἐὰν πρὸ μέσου ἡμέρας ὁ ἥλιος τὴν θερινὴν τροπὴν ποιήσεται, οὐκ ἔσται μέσου ἡμέρας ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, ἀλλ' ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε μεσημβρινοῦ καὶ τοῦ ἀνατολικοῦ ἡμικυκλίου τὰς τε μεσημβρίας ποιήσεται καὶ τὰ μεσονύκτια. Πάλιν δὲ τὰς θερινὰς τροπὰς ποιείσθω ἓν τι νῆμα ἡμέρα πρὸ μέσου ἡμέρας. Λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται ὁ ἥλιος μέσου ἡμέρας ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, ἀλλ' ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ἐστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, μέγιστος δὲ τῶν αἰεὶ φανερῶν ὁ ΕΖ, θερινὸς δὲ τροπικὸς ὁ ΑΒ, μεσημβρινὸς δὲ κύκλος ὁ ΕΖΗ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος ὁ ΓΘΔ, καὶ ὁ ἥλιος πρὸ μέσου ἡμέρας τὴν τροπὴν πεποιήσθω. ^[35]

138 Λέγω, ὅτι μέσου ἡμέρας ἔσται ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ὁ γὰρ ἥλιος ἐν τῇ ἡμέρᾳ, ἐν ἣ τὴν τροπὴν πεποιήται, ἀνατελλέτω μὲν κατὰ τὸ Κ, δυνέτω δὲ κατὰ τὸ Λ· ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστί, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΘΛ περιφέρειαν διαπορεύεται. Καὶ ἐπεὶ ὁ ἥλιος πρὸ μέσου ἡμέρας τὴν τροπὴν πεποιήται, ὁ ἄρα πρὸ τῆς τροπῆς τῆς ἡμέρας χρόνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ μετὰ τὴν τροπὴν τῆς ἡμέρας χρόνου· ἐν ἐλάσσονι ἄρα χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΚΘ περιφέρειαν διαπορεύεται ἢ περ τὴν ΘΛ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΚΘ τῆς ΛΘ. Ἐστωσαν, καθ' ὧν φέρεται τὰ Κ, Λ σημεῖα, παράλληλοι κύκλοι οἱ ΜΚΝ, ΞΛΟ· ὁ ἄρα ἥλιος ἐπὶ τοῦ ὀρίζοντος ἀνατέλλει μὲν κατὰ τὸ Ν, δύνει δὲ κατὰ τὸ Ξ, καὶ τοῦ ἡλίου ἀνατέλλοντος μὲν κατὰ τὸ Ν ἢ ΚΘΛ περιφέρεια θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΝΠΡ, δύνοντος δὲ κατὰ τὸ Ξ ἢ ΚΘΛ θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΞΣΤ περιφέρειαν. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ἡ ΚΘΛ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ΚΘΛ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, τὸ μὲν Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ν

τὴν NT περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ T παραγίνεται, τὸ δὲ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ρ τὴν ΡΞ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ξ παραγίνεται, ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ τὸ Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ν τὴν NT περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ T παραγίνεται, ἐν τούτῳ καὶ τὸ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ρ τὴν ΡΞ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ξ παραγίνεται ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ TN τῇ ΞΡ. Ἐστω τῆς μὲν TM ἡμίσεια ἡ ΥΦ, τῆς δὲ OP ἡμίσεια ἡ ΩΨ. Ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν MYN τῆς NY, ἡ δὲ TM τῆς ΥΦ, ὅλη ἄρα ἡ TN ὅλης τῆς ΝΦ ἐστὶ διπλασίων. Πάλιν, ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν ΟΞ τῆς ΞΩ, ἡ δὲ ΡΟ τῆς ΨΩ, ὅλη ἄρα ἡ ΡΞ ὅλης τῆς ΞΨ ἐστὶ διπλῇ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ν τὴν NT περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ T παραγίνεται, τὸ δὲ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ρ τὴν ΡΞ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ξ παραγίνεται, ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ν τὴν ΝΦ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Φ παραγίνεται, τὸ δὲ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ρ τὴν ΡΨ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ψ παραγίνεται, καὶ μέσου ἡμέρας ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΦΨ. [40]

140 Γεγράφθω διὰ τοῦ Φ μέγιστος κύκλος ὁ ↑ Φο ἐφαπτόμενος τοῦ EZ, ὥστε τὰ πρὸς τῇ ἀνατολῇ τμήματα ὁμοία εἶναι· ὁμοία ἄρα ἔσται ἡ ΦΝ τῇ , ΑΟ. Ἀλλ' ἡ ΦΝ τῇ ΨΡ ἐστὶν ὁμοία· καὶ ἡ ΨΡ ἄρα τῇ , ΑΟ ἐστὶν ὁμοία. Καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΨΡ τῇ , ΑΟ. Κοινὴ ἀφηρησθῶ ἡ ΨΟ· λοιπὴ ἄρα ἡ , ΑΨ ἴση ἐστὶν τῇ OP. Διπλῇ δὲ ἡ OP τῆς ΩΨ· διπλῇ ἄρα καὶ ἡ , ΑΨ τῆς ΨΩ· ἴση ἄρα ἡ , ΑΩ τῇ ΩΨ. Γεγράφθω διὰ τῶν , Α, Β μέγιστος κύκλος ὁ , Α, Β, Γ. Κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ τοῖς πρὸ τούτου δειχθήσεται ἴση ἡ , Α, Β τῇ , ΒΨ. Καὶ ἐπεὶ ὁ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου πόλος μεταξὺ τῶν EZ, ΒΘΑ ἐστίν, καὶ ὁ τοῦ ↑ Φο ἄρα πόλος μεταξὺ τῶν EZ, ΒΘΑ ἐστίν. Ὁ ἄρα ἕτερος αὐτοῦ πόλος μεταξὺ τῶν ἴσων τε καὶ παραλλήλων τοῖς EZ, ΒΘΑ ἐστίν· μείζων ἄρα ἡ , Α, Β, τουτέστιν ἡ Ψ, Β, τῆς , ΒΦ. Τετμήσθω ἡ ΦΨ δίχα κατὰ τὸ Χ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΦΨ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἐν ἄρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΦΧ διελύσεται· μέσου ἄρα ἡμέρας ἔσται ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι, κὰν πρὸ μέσων νυκτῶν τὴν τροπὴν ποιήσεται ὁ ἥλιος, μέσων νυκτῶν ἔσται ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς ἀνατολὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. ἰδ' Ἐὰν μετὰ τὸ μέσον τῆς ἡμέρας ὁ ἥλιος τὴν θερινὴν τροπὴν ποιήσεται, οὐκ ἔσται μέσου ἡμέρας ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, ἀλλ' ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε δυτικοῦ ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τὰς τε μεσημβρίας ποιήσεται καὶ τὰ μεσονύκτια. Ἀλλὰ δὴ ὁ ἥλιος μετὰ τὸ μέσον τῆς ἡμέρας τὴν θερινὴν τροπὴν πεποιήσθω. Λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται μέσου ἡμέρας ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ, ἀλλ' ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς δυσμὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ὁ γὰρ ἥλιος ἐν τῇ ἡμέρᾳ, ἐν ᾗ τὴν τροπὴν ἐποιήσατο μετὰ τὸ μέσον τῆς ἡμέρας, ἀνατελλέτω μὲν κατὰ τὸ Κ, δυνέτω δὲ κατὰ τὸ Λ, καὶ ἔστωσαν, καθ' ὧν φέρεται τὰ Κ, Λ σημεία, παράλληλοι κύκλοι οἱ MN, ΞΟ· ὁ ἄρα ἥλιος ἐπὶ τοῦ ὀρίζοντος ἀνατέλλει μὲν κατὰ τὸ Ο, δύνει δὲ κατὰ τὸ Μ, καὶ τοῦ ἡλίου ἀνατέλλοντος μὲν κατὰ τὸ Ο ἡ ΚΘΛ περιφέρεια θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΟΠΡ, δύνοντος δὲ κατὰ τὸ Μ ἡ ΚΘΛ περιφέρεια θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΜΣΤ. [30]

142 Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ἡ ΚΘΛ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, ἀλλ' ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ΚΘΛ περιφέρεια ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, τὸ μὲν Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ο τὴν OT περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ T παραγίνεται, τὸ δὲ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ρ τὴν ΡΜ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Μ παραγίνεται, ἐν ᾧ ἄρα χρόνῳ τὸ Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ο τὴν OT περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ T παραγίνεται, ἐν τούτῳ καὶ τὸ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ρ τὴν ΡΜ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Μ παραγίνεται· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΡ περιφέρεια τῇ ΤΟ περιφερείᾳ. Ἐστω τῆς μὲν ΝΡ ἡμίσεια ἡ ΥΧ, τῆς δὲ ΤΞ ἡμίσεια ἡ ΦΨ. Ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν ΝΜ τῆς ΜΥ, ἡ δὲ ΝΡ τῆς ΥΧ, ὅλη ἄρα ἡ ΡΜ ὅλης τῆς ΜΧ ἐστὶ διπλῇ. Πάλιν, ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ μὲν ΞΟ τῆς ΟΦ, ἡ δὲ ΤΞ τῆς ΨΦ, ὅλη ἄρα ἡ ΤΟ ὅλης τῆς ΟΨ ἐστὶ διπλῇ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ο τὴν OT περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ T

παραγίνεται, τὸ δὲ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ρ τὴν ΡΜ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Μ παραγίνεται, ἐν ἅρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ τὸ μὲν Κ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ο τὴν ΟΨ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Ψ παραγίνεται, τὸ δὲ Λ ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ Ρ τὴν ΡΧ περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ Χ παραγίνεται, καὶ μέσου ἡμέρας ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἔξει ὡς τὴν ΧΨ. Γεγράφθω διὰ τοῦ Χ μέγιστος κύκλος ὁ Ω ↑ ἐφαπτόμενος τοῦ ΕΖ, ὥστε τὰ πρὸς τῇ δύσει τμήματα ὅμοια εἶναι· ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ ΜΧ τῇ Ξρ. Ἀλλ' ἡ ΜΧ τῇ ΨΤ ἐστὶν ὁμοία· καὶ ἡ ΤΨ ἄρα τῇ Ξρ ἐστὶν ὁμοία. Καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Ξρ τῇ ΤΨ. Κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ ΞΨ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΤΞ λοιπὴ τῇ Ψρ ἐστὶν ἴση. Διπλῇ δὲ ἡ ΤΞ τῆς ΨΦ· διπλῇ ἄρα καὶ ἡ ρΨ τῆς ΨΦ· ἴση ἄρα ἡ ΨΦ τῇ Φρ. Γεγράφθω διὰ τῶν ρ, ζ μέγιστος κύκλος ὁ ρς, Α· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Ψς τῇ ζρ. Καὶ ἐπεὶ ὁ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου πόλος μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΒΘΑ ἐστίν, ὁ ἄρα ἕτερος αὐτοῦ πόλος μεταξὺ τῶν Ἰσων τε καὶ παραλλήλων τοῖς ΕΖ, ΒΘΑ ἐστίν· μείζων ἄρα ἡ ρς, τουτέστιν ἡ Ψς, τῆς ζςΧ. ^[25]

144 Τετμήσθω ἡ ΨΧ δίχα κατὰ τὸ Β. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΨΧ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ ἐστὶν τῆς ΨΧ ἡμίσεια ἡ Ψ Β, ἐν ἅρα τῷ ἡμίσει τῆς ἡμέρας χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν Ψ Β περιφέρειαν διελεύσεται· μέσου ἄρα ἡμέρας ἔσται ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς δυσμὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι, ἐὰν τὰς τροπὰς ποιήσῃται μετὰ τὸ μέσον τῆς νυκτός, ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τοῦ τε πρὸς δυσμὰς ἡμικυκλίου καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ἔσται τὰ μεσονύκτια· καὶ ἐπὶ τῶν χειμερινῶν δὲ τροπῶν, ἐὰν ὁμοίως ταῖς εἰρημέναις τροπαῖς τὰς τροπὰς ποιήσῃται, τὰ ἐναντία συμβαίνοντα δειχθήσεται ὡς καὶ ἐπὶ τῶν προαποδεδειγμένων. ^{ιε'} Ἐὰν ᾗ ὁ ἐνιαυτὸς ἐξ ὅλων περιφορῶν ἡλίου, τουτέστιν ῥητοῦ ἀριθμοῦ νυχθημέρων, καὶ αἱ καθ' ἕκαστον ἐνιαυτὸν ἡμέραι τε καὶ νύκτες ἴσαι ἔσονται τοῖς μεγέθεσιν καὶ τῷ πλήθει, καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα τοῦ τε ὀρίζοντος καὶ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου αἱ τροπαὶ καὶ αἱ ἀνατολαὶ καὶ αἱ δύσεις ἔσονται, ἔτι δὲ καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν ἐπὶ τε τοὺς τροπικοὺς παρέσται ὁ ἥλιος καὶ ἐπὶ τὸν ἰσημερινόν. Ἐστω ὀρίζων κύκλος ὁ ΑΒΓΔ καὶ θερινὸς μὲν τροπικὸς ὁ ΒΕΑ, χειμερινὸς δὲ ὁ ΓΖΔ, ὁ δὲ τοῦ ἡλίου κύκλος θέσιν ἐχέτω ὡς τὴν ΑΘΓΗ, καὶ ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ καὶ διελθὼν τὴν ΘΑΗΓΘ ἐν ὅλαις περιφοραῖς πάλιν ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ. Λέγω, ὅτι αἱ καθ' ἕκαστον ἐνιαυτὸν ἡμέραι τε καὶ νύκτες ἴσαι ἔσονται τοῖς μεγέθεσι καὶ τῷ πλήθει. Ὁ γὰρ ἥλιος ἐν τῷ πρώτῳ ἐνιαυτῷ τὴν μετὰ τὴν Θ ἀνατολὴν δύσιν πεποιήσθω κατὰ τὸ Κ, ἀνατολὴν δὲ κατὰ τὸ Λ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ πρώτῳ ἐνιαυτῷ, ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΘΚ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, αἰεὶ δὲ ἡ ΘΚ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον, καὶ ἔτι ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ αἰεὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ διαπορεύεται, καὶ ἐν ἅρα τῷ β' ἐνιαυτῷ, ἐν ᾧ χρόνῳ καὶ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΘΚ ἐξαλλάσσει τὸ φανερόν ἡμισφαίριον καὶ συνανατέλλει τῷ Θ· συνδύνει ἄρα τῷ Κ. ^[35]

146 Ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΘΚ περιφέρειαν διαπορεύεται ἐν τῷ δευτέρῳ ἐνιαυτῷ· ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ πρώτῳ. Πάλιν, ἐπεὶ ἐν τῷ πρώτῳ ἐνιαυτῷ, ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΚΛ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΚΛ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον, ἡ δὲ ΚΛ αἰεὶ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον, καὶ ἔτι τὴν ΚΛ αἰεὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ὁ ἥλιος διαπορεύεται, καὶ ἐν ἅρα τῷ β' ἐνιαυτῷ, ἐν ᾧ χρόνῳ ὁ ἥλιος τὴν ΚΛ περιφέρειαν διαπορεύεται, ἡ ΚΛ ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον. Καὶ συνδύνει τῷ Κ· συνανατέλλει ἄρα τῷ Λ. Νυκτὸς ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ΚΛ περιφέρειαν διαπορεύεται ἐν τῷ β' ἐνιαυτῷ· ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ πρώτῳ. Ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι αἱ καθ' ἕκαστον ἐνιαυτὸν ἡμέραι τε καὶ νύκτες ἴσαι ἔσονται τοῖς μεγέθεσιν καὶ τῷ πλήθει. Λέγω, ὅτι καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα τοῦ τε ὀρίζοντος καὶ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου αἱ τε ἀνατολαὶ καὶ αἱ δύσεις ἔσονται. Ὅτι μὲν οὖν ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου αἰεὶ κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἀνατέλλει τε καὶ δύνει, φανερόν. Λέγω, ὅτι καὶ ἐπὶ τοῦ ὀρίζοντος. Ἐστω γάρ, καθ' οὗ φέρεται τὸ Θ σημεῖον, κύκλος ὁ ΝΜ. Καὶ ἐπεὶ τὸ Θ σημεῖον αἰεὶ

ἀνατέλλει κατὰ τὸ Μ, καὶ ὁ ἥλιος ἄρα αἰεὶ ἀνατέλλει κατὰ τὸ Μ· ὥστε κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα τοῦ τε ὀρίζοντος καὶ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου αἱ τε ἀνατολαὶ καὶ αἱ δύσεις ἔσσονται. Λέγω, ὅτι καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν ἐπὶ τοὺς τροπικοὺς παρέσται ὁ ἥλιος. Εἰ μὲν οὖν ὁ ἥλιος ὁρμήσας ἀπὸ τοῦ Θ καὶ διελθὼν τὴν ΘΑ περιφέρειαν ἐν ὅλαις περιφοραῖς ἀνατολὰς ποιήσεται κατὰ τὸ Α, φανερόν, ὅτι καθ' ἕκαστον ἐνιαυτὸν κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν ὁ ἥλιος παρέσται ἐπὶ τὸν τροπικόν. Ἀλλὰ δὴ ὁ ἥλιος ὁρμήσας ἀπὸ τοῦ Θ καὶ διελθὼν τὴν ΘΞ περιφέρειαν ἐν ὅλαις περιφοραῖς τὴν λοιπὴν τὴν ΞΑ διερχέσθω ἐν μέρει τινὶ περιφορᾷ. Καὶ ἐπεὶ ὁ ἥλιος τὴν ΘΞ περιφέρειαν ἐν ὅλαις περιφοραῖς διαπορεύεται, ἀλλὰ καὶ τὴν ΞΑ ἐν ἴσῳ χρόνῳ διέρχεται, καθ' ἕκαστον ἄρα ἔτος κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν ἐπὶ τὸν τροπικόν παρέσται ὁ ἥλιος. Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν καὶ ἐπὶ τὸν χειμερινὸν τροπικόν. ἰς' Ἐὰν δὲ μὴ ᾗ ὁ ἐνιαυτὸς ἐξ ὅλων περιφορῶν ἡλίου, ἀλλ' ἐπὶ ἑφ' ὅλαις περιφοραῖς καὶ μόριόν τι, ἄνισοι ἔσσονται αἱ ἡμέραι καὶ αἱ νύκτες αἱ ἐν τῷ πρώτῳ ἐνιαυτῷ ταῖς ἐν τῷ ἐχομένῳ ἐνιαυτῷ τοῖς μεγέθεσι, καὶ οὔτε αἱ τροπαὶ οὔτε αἱ ἀνατολαὶ οὔτε αἱ δύσεις ἔσσονται κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα τοῦ τε ὀρίζοντος καὶ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου, οὔτε κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν ἐπὶ τοὺς τροπικοὺς παρέσται ὁ ἥλιος καὶ ἐπὶ τὸν ἰσημερινόν. ^[5]

148 Ἦστω ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος ὁ ΓΕΔ, καὶ ὁ ἥλιος ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Ζ, καὶ διελθὼν τὴν ΖΕΗΘ περιφέρειαν ἐν ὅλαις περιφοραῖς ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Θ. Λέγω, ὅτι ἄνισοι ἔσσονται αἱ ἡμέραι καὶ νύκτες τῷ μεγέθει. Ἐπεὶ γὰρ δύο ἀνατολαὶ εἰσι κατὰ τὰ Θ, Ζ, ἡ ἄρα μετὰ τὴν Θ ἀνατολὴν δύσις ἀνώτερον ἔσται τῆς μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσεως. Ἦστω οὖν ἡ μετὰ τὴν Θ ἀνατολὴν δύσις κατὰ τὸ Λ, ἡ δὲ μετὰ τὴν Ζ ἀνατολὴν δύσις κατὰ τὸ Κ. Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ χειμερινῶν τροπῶν τοῦ ἡλίου πορευομένου ἡμέρα ἢ πρότερον τῆς ὑστερόν ἐστι βραχυτέρα, ἐλάσσων ἄρα ἡ ἡμέρα, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΘΛ περιφέρειαν διαπορεύεται, τῆς ἡμέρας, ἐν ᾗ ὁ ἥλιος τὴν ΖΚ περιφέρειαν διαπορεύεται· ἄνισοι ἄρα εἰσὶν αἱ ἡμέραι. Ὅμοίως δὴ δειχθήσονται καὶ αἱ νύκτες. Καὶ φανερόν, ὅτι οὔθ' αἱ τροπαὶ οὔθ' αἱ ἀνατολαὶ καὶ αἱ δύσεις κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα τοῦ τε ὀρίζοντος καὶ τοῦ ἡλιακοῦ κύκλου ἔσσονται, οὔτε κατὰ τὴν αὐτὴν ὥραν ἐπὶ τοὺς τροπικοὺς παρέσται ὁ ἥλιος καὶ ἐπὶ τὸν ἰσημερινόν. ἰς' Ἐὰν ὑποθώμεθα τὰς περιφορὰς τοῦ ἡλίου ἰσοχρονίους ἀλλήλαις εἶναι, ὅπερ κατὰ τὰς αἰσθήσεις φαίνεται, καὶ ὅλος ὁ ἐνιαυτὸς ᾗ ἐξ ὅλων περιφορῶν ἡλίου, πάντα κατὰ τὰ αὐτὰ γένοιτ' ἂν καθ' ἕκαστον ἐνιαυτόν, ὥς καὶ ἐπάνω εἴρηται. Ἐὰν δὲ μὴ ᾗ ὁ ἐνιαυτὸς ἐξ ὅλων περιφορῶν, ἀλλ' ἐπιγένηται καὶ μόριον περιφορᾷ, εἰ μὲν ἐστι τὸ ἐπιγινόμενον σύμμετρον ὅλῃ τῇ περιφορᾷ, ἐν μὲν τοῖς ἐφεξῆς ἔτεσιν οὐκ ἂν γένοιτο τὰ αὐτά, ὥς εἴρηται, διὰ δὲ τινῶν ἐτῶν ἅπαντα κατὰ τὰ αὐτὰ γίνεται· διὰ πόσων δὲ ἐτῶν τοῦτο γένοιτ' ἂν, ῥηθήσεται οὕτως· ληφθέντων δύο ἀριθμῶν πρώτων πρὸς ἀλλήλους ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τῷ, ὃν ἔχει ἡ περιφορὰ πρὸς τὸ ἐπιγινόμενον μόριον, ὅσον ἂν τὸ πλῆθος ᾗ τοῦ μείζονος ἀριθμοῦ, διὰ τοσούτων ἐτῶν πάλιν ἔσσονται κατὰ τὰ αὐτὰ πάντα. ^[35]

150 Ἐὰν δὲ τὸ ἐπιγινόμενον ἀσύμμετρον ᾗ ὅλῃ τῇ περιφορᾷ, οὐδέποτε ἔσται κατὰ τὰ αὐτά. Κατὰ Κάλλιππον δὴ, ἐπεὶ φαίνεται τὸν ἐνιαυτὸν αὐτῷ εἶναι περιφορῶν τξε καὶ ἔτι περιφορᾷ τετάρτου, διὰ τὸ τὸ τέταρτον ἐπιγίνεσθαι διὰ τεσσάρων ἐτῶν ἔσται κατὰ τὰ αὐτά πάντα. Ἦστω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ὁ ἥλιος κατὰ τὸ Ε ἀνατείλας καὶ διελθὼν τὴν ΕΔΖΗ περιφέρειαν ἐν ὅλαις περιφοραῖς τριακοσίαις ἐξήκοντα πέντε ἀνατολὴν πεποιήσθω κατὰ τὸ Η, τὴν δὲ λοιπὴν τὴν ΗΕ διερχέσθω ἐν τετάρτῳ μέρει περιφορᾷ. Λέγω, ὅτι διὰ τεσσάρων ἐτῶν ἅπαντα ἔσται κατὰ τὰ αὐτά. Κεῖσθωσαν τῇ ΗΕ ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΗΘ, ΘΚ, ΚΛ. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ πρώτῳ ἐνιαυτῷ ὁ ἥλιος ὁρμήσας ἀπὸ τοῦ Ε καὶ διελθὼν τξε περιφορὰς ἔλειπεν τὴν ΗΕ καὶ ἀνέτειλεν κατὰ τὸ Η, ἐν ἄρα τῷ β' ἐνιαυτῷ ὁ ἥλιος ὁρμήσας ἀπὸ τοῦ Η καὶ διελθὼν τξε περιφορὰς λείψει τὴν ἴσην τῇ ΕΗ, τουτέστιν τὴν ΗΘ, καὶ ἀνατέλλει κατὰ τὸ Θ, ἐν δὲ τῷ γ' ἐνιαυτῷ ὁρμήσας ἀπὸ τοῦ Θ καὶ διελθὼν τξε περιφορὰς λείψει τὴν ἴσην τῇ ΗΘ, τουτέστιν τὴν ΘΚ, καὶ ἀνατέλλει κατὰ τὸ Κ, ἐν

δὲ τῷ δ' ὁρμήσας ἀπὸ τοῦ Κ καὶ διελθὼν τξε περιφορὰς λείψει τὴν ἴσην τῇ ΘΚ, τουτέστιν τὴν ΚΛ, καὶ ἀνατέλλει κατὰ τὸ Λ. Καὶ ἐπεὶ ἐκάστην τῶν ΛΚ, ΚΘ, ΘΗ, ΗΕ διέρχεται ἐν τῷ δ' μέρει περιφορᾶς, τὴν ΛΕ ἄρα διελεύσεται ἐν ὅλῃ περιφορᾷ· ὥστε προσδιελθὼν τὴν ΛΕ ἐν ὅλῃ περιφορᾷ πάλιν ἀνατέλλει κατὰ τὸ Ε, καθ' ὃ σημεῖον καὶ ἐν τῷ προτέρῳ ἐνιαυτῷ ἀνέτειλεν. Ὡστε διὰ τεσσάρων ἐτῶν ἔσται ἅπαντα κατὰ τὰ αὐτά. ιη' Πάλιν δὴ κατὰ Μέτωνα καὶ Εὐκτῆμονα, ἐπειδὴ φαίνεται τὸν ἐνιαυτὸν αὐτοῖς εἶναι ἡμερῶν τξε καὶ ἔτι πέντε ἐννεακαιδεκάτων περιφορᾶς, διὰ δεκαεννέα ἐτῶν ἔσται ἅπαντα κατὰ τὰ αὐτά. ^[30]

152 Ἦστω γὰρ ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος ὁ ΕΔΖΓ, καὶ ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ε καὶ διελθὼν τὴν ΕΔΖΗ περιφέρειαν ἐν ὅλαις περιφοραῖς [τξε] τὴν λοιπὴν τὴν ΗΕ διερχέσθω ἐν πέντε ἐννεακαιδεκάτοις περιφορᾶς. Λέγω, ὅτι διὰ ιθ ἐτῶν ἔσται ἅπαντα κατὰ τὰ αὐτά. Κεῖσθωσαν τῇ ΕΗ περιφερεία ἴσαι περιφέρειαι αἱ ΗΘ, ΘΚ, ΚΛ, ἡ δὲ ΛΡ ἐνὸς ἐννεακαιδεκάτου, καὶ διηρήσθω ἡ ΕΗ εἰς τὰ πέντε ἐννεακαιδέκατα κατὰ τὰ Μ, Ν, Ξ, Ο σημεῖα. Καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ πρώτῳ ἐνιαυτῷ ὁ ἥλιος ὁρμήσας ἀπὸ τοῦ Ε καὶ διελθὼν τξε περιφορὰς ἔλειπε τὴν ΕΗ καὶ ἀνέτειλεν κατὰ τὸ Η, ἐν ἄρα τῷ δευτέρῳ ἐνιαυτῷ λείψει τὴν ἴσην τῇ ΗΕ, τουτέστιν τὴν ΗΘ, καὶ ἀνατελεῖ κατὰ τὸ Θ, ἐν δὲ τῷ τρίτῳ ἐνιαυτῷ λείψει τὴν ΘΚ καὶ ἀνατελεῖ κατὰ τὸ Κ, ἐν δὲ τῷ δ' κατὰ τὸ Λ, καὶ προσδιελθὼν τὴν ΛΜ οὔσαν περιφορὰν πάλιν ἀνατελεῖ κατὰ τὸ Μ καὶ λείψει τὴν ΜΕ οὔσαν ἐννεακαιδέκατον περιφορᾶς. Ἐν ἄρα τοῖς τέτταρσιν ἔτεσιν ὁ ἥλιος ἐπαγαγὼν μίαν περιφορὰν λείψει ἐννεακαιδέκατον περιφορᾶς· ὥστε ἐν τοῖς ις ἔτεσιν ὁ ἥλιος ἐπαγαγὼν δ περιφορὰς λείψει δ ιθ' περιφορᾶς καὶ ἔσται πρὸς τῷ Ο. Ἐν δὲ τοῖς λοιποῖς τρισὶν ἔτεσιν ἀπολιπὼν καθ' ἕκαστον ἐνιαυτὸν πέντε ἐννεακαιδέκατα περιφορᾶς ἀπολείψει ιε ἐννεακαιδέκατα περιφορᾶς καὶ ἔσται πρὸς τῷ Ρ. ^[25]

154 Καὶ πληρώσας μίαν περιφορὰν ἔσται ἐπὶ τὸ Ε, ὅθεν καὶ ἐξ ἀρχῆς ὥρμησεν· ἐν ἄρα τοῖς ιθ ἔτεσιν λείψει δεκαεννέα ἐννεακαιδέκατα περιφορᾶς, τουτέστιν ὅλην περιφορὰν. Προσδιελθὼν ἄρα τὴν περιφορὰν πάλιν ἀνατελεῖ κατὰ τὸ Ε, καὶ ἔσται διὰ δεκαεννέα ἐτῶν ἅπαντα κατὰ τὰ αὐτά. ιθ' Ὅτι δέ, ἐὰν τὸ ἐπιγινόμενον μόριον ἀσύμμετρον ᾖ ὅλῃ περιφορᾷ, οὐδέποτε ἔσται κατὰ τὰ αὐτά, τουτέστιν οὐδέποτε εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκατασταθήσεται ὁ ἥλιος, δεῖξομεν οὕτως· Ἦστω γὰρ ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος ὁ ΕΓΔΖ, καὶ ὁ ἥλιος ἀνατείλας κατὰ τὸ Ε καὶ διελθὼν τξε περιφορὰς πάλιν ἀνατελλέτω κατὰ τὸ Η καὶ λειπέτω τὴν ΗΕ ἀσύμμετρον οὔσαν ὅλην περιφορᾷ. Λέγω, ὅτι οὐδέποτε ἔσται ἅπαντα κατὰ τὰ αὐτά. Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. Ἐπεὶ οὖν καθ' ἕκαστον ἐνιαυτὸν ὁ ἥλιος λείπει τὴν ἴσην τῇ ΗΕ, ἐν ἄρα τῷ ἐσχάτῳ ἐνιαυτῷ λείψει τὴν συγκειμένην ἐκ τῶν ἴσων τῇ ΕΗ, ἥτις μετρηθήσεται ὑπὸ ὅλης περιφορᾶς. Μετρεῖται δὲ ἡ συγκειμένη ἐκ τῶν ἴσων τῇ ΗΕ καὶ ὑπὸ τῆς ΕΗ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΗ ὅλη περιφορᾷ. Ἀλλὰ καὶ ἀσύμμετρος [ὅπερ ἀδύνατον]· οὐδέποτε ἄρα ἔσται πάντα κατὰ τὰ αὐτά. ^[25]