

eul_wid: odi-an

Ἡρων ὁ Ἀλεξανδρεὺς · Hero of Alexandria

Metrical

Μετρικά

Period: *Ῥωμαϊκή* [Roman](#)
Dialect: *Κοινή τεχνική* [Technical Koine](#)
Domain: *Ἐπιστήμη* [Science](#)
Format: *Πραγματεία* [Treatise](#)

1 proem (1st)
ἩΡΩΝΟΣ ΜΕΤΡΙΚΩΝ Α ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ Ἡ πρώτη γεωμετρία, ὡς ὁ παλαιὸς ἡμᾶς διδάσκει λόγος, περὶ τὰς ἐν τῇ γῇ μετρήσεις καὶ διανομὰς κατησχολεῖτο, ὅθεν καὶ γεωμετρία ἐκλήθη· χρεϊώδους δὲ τοῦ πράγματος τοῖς ἀνθρώποις ὑπάρχοντος ἐπὶ πλέον προήχθη τὸ γένος, ὥστε καὶ ἐπὶ τὰ στερεὰ σώματα χωρῆσαι τὴν διοίκησιν τῶν τε μετρήσεων καὶ διανομῶν· καὶ ἐπειδὴ οὐκ ἐξήρκει τὰ πρῶτα ἐπινοηθέντα θεωρήματα, προσεδεήθησαν ἔτι περισσοτέρας ἐπισκέψεως, ὥστε καὶ μέχρι νῦν τινὰ αὐτῶν ἀπορεῖσθαι, καίτοι Ἀρχιμήδους τε καὶ Εὐδόξου γενναίως ἐπιβεβληκότων τῇ πραγματείᾳ. ἀμήχανον γὰρ ἦν πρὸ τῆς Εὐδόξου ἐπινοίας ἀπόδειξιν ποιήσασθαι, δι' ἧς ὁ κύλινδρος τοῦ κώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον τριπλάσιός ἐστι, καὶ ὅτι οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα. καὶ πρὸς τῆς Ἀρχιμήδους συνέσεως ἄπιστον ἦν ἐπινοῆσαι, διότι ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ καὶ ὅτι τὸ στερεὸν αὐτῆς δύο τριτημόρια ἐστὶ τοῦ περιλαμβάνοντος αὐτὴν κυλίνδρου καὶ ὅσα τούτων ἀδελφὰ τυγχάνει. ἀναγκαίᾳ οὖν ὑπαρχούσης τῆς εἰρημένης πραγματείας καλῶς ἔχειν ἡγησάμεθα συναγαγεῖν, ὅσα τοῖς πρὸ ἡμῶν εὐχρηστα ἀναγέγραπται καὶ ὅσα ἡμεῖς προ <σ> εθεωρήσαμεν. ἀρξώμεθα δὲ ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων μετρήσεων, συμπαραλαμβάνοντες τοῖς ἐπιπέδοις καὶ τὰς ἄλλας ἐπιφανείας κοίλας ἢ κυρτάς, ἐπειδὴ περ πᾶσα ἐπιφάνεια ἐκ δύο <δια> στάσεων ἐπινοεῖται. αἱ δὲ συγκρίσεις τῶν εἰρημένων ἐπιφανειῶν γίνονται πρὸς τι χωρίον εὐθύγραμμόν τε καὶ ὀρθογώνιον, εὐθύγραμμον μὲν, ἐπεὶ ἡ εὐθεῖα ἀμετάπτωτός ἐστι παρὰ τὰς ἄλλας γραμμάς· πᾶσα γὰρ εὐθεῖα ἐπὶ πᾶσαν εὐθεῖαν ἐφαρμόζει, αἱ δὲ ἄλλαι κοῖλαι ἢ κυρταὶ οὐ πᾶσαι ἐπὶ πάσας. <...> διὸ πρὸς ἐστηκός τι, λέγω δὲ τὴν εὐθεῖαν, ἔτι δὲ καὶ πρὸς τὴν ὀρθὴν γωνίαν τὴν σύγκρισιν ἐποιήσαντο· πάλιν γὰρ πᾶσα ὀρθὴ ἐπὶ πᾶσαν ὀρθὴν ἐφαρμόζει, αἱ δ' ἄλλαι οὐ πᾶσαι ἐπὶ πάσας. καλεῖται δὲ πῆχυς μὲν ἐμβαδός, ὅταν χωρίον τετράγωνον ἐκάστην πλευρὰν ἔχη πῆχεος ἑνός· ὁμοίως δὲ καὶ ἐμβαδός ποὺς καλεῖται, ὅταν χωρίον τετράγωνον ἔχη ἐκάστην πλευρὰν ποδὸς ἑνός. ὥστε αἱ εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὰς συγκρίσεις λαμβάνουσι πρὸς τὰ εἰρημένα χωρία ἢ τὰ τούτων μέρη. πάλιν δ' αὖ τὰ στερεὰ σώματα τὰς συγκρίσεις λαμβάνει πρὸς χωρίον στερεὸν εὐθύγραμμόν τε καὶ ὀρθογώνιον, πάντῃ ἰσόπλευρον· τοῦτο δὲ ἐστὶ κύβος ἔχων ἐκάστην πλευρὰν ἥτοι πῆχεος ἑνός ἢ ποδὸς ἑνός ἢ πάλιν πρὸς τὰ τούτων μέρη. δι' ἣν μὲν οὖν αἰτίαν πρὸς τὰ εἰρημένα χωρία ἡ σύγκρισις γίνεται, εἴρηται, ἐξῆς δὲ ἀρξώμεθα τῶν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις μετρήσεων.

ἵνα οὖν μὴ καθ' ἐκάστην μέτρησιν πόδας ἢ πήχεις ἢ τὰ τούτων μέρη ὀνομάζωμεν, ἐπὶ μονάδων τοὺς ἀριθμοὺς ἐκθησόμεθα· ἔξδον γὰρ αὐτὰς πρὸς ὃ βούλεται τις μέτρον ὑποτίθεσθαι. Ἔστω χωρίον ἑτερόμηκες <τὸ ΑΒΓΔ ἔχον> τὴν μὲν ΑΒ μονάδωνε, τὴν δὲ ΑΓ μονάδων γ.

1.1 εὐρεῖν αὐτοῦ <τὸ ἐμβαδόν> . ἐπεὶ πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον <περιέχεσθαι λέ> γεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περι <ἐχουσῶν εὐθειῶν> καὶ ἔστι τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ περιεχόμενον <τοιοῦτο, τὸ> ἐμβαδὸν τοῦ ἑτερομήκου ἔσται μονάδων ιε. <ἐὰν γὰρ ἑκατέρα πλευρὰ> διαιρεθῇ ἢ μὲν ΑΒ εἰς τὰς μονάδαςε, ἢ δὲ ΑΓ ὁμοίως <εἰς τὰς γ μονάδας καὶ δι> ἃ τῶν τομῶν παράλληλοι ἀχθῶσιν ταῖς τοῦ παραλληλογράμμου πλευραῖς, ἔσται τὸ χωρίον διηρημένον εἰς χωρία ιε, ὧν ἕκαστον ἔσται μονάδος α. κἂν τετράγωνον δὲ ᾗ τὸ χωρίον, ὁ αὐτὸς ἀρμόσει λόγος. Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν.

1.2 καὶ ἔστω ἢ μὲν ΑΒ μονάδων γ, ἢ δὲ ΒΓ μονάδων δ. εὐρεῖν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου καὶ <τὴν ὑποτείνουσιν. προσανα> πεπληρώσθω τὸ ΑΒΓΔ <παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, οὗ> τὸ ἐμβαδὸν, ὡς ἐπάνω <δεδείκται, μονάδων ιβ. τὸ δὲ ΑΒΓ τρίγωνον> ἡμισὺ ἔστι τοῦ ΑΒΓΔ <παραλληλογράμμου ἔσται οὖν> τοῦ ΑΒ <Γ> τριγώνου <τὸ ἐμβαδὸν μονάδων ς· καὶ> ἐπεὶ ὀρθὴ ἔστιν <ἢ πρὸς τῷ Β γωνία, τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ> τετράγωνα ἴσα ἔστιν <τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνω.> καὶ ἔστι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ <τετράγωνα μονάδων κε· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς> ΑΓ ἄρα ἔσται μονάδων κε· αὕτη <ἄρα ἢ ΑΓ μονάδων ε. ἢ δὲ μέθοδός ἐστιν αὕτη> τὰ μὲν γ ἐπὶ τὰ δ ποιήσαντα λαβεῖν <τὸ ἡμισυ τούτων· γίνεται ς· τοσούτων> τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου. καὶ <..... τὰ γ> ἐφ' ἑαυτὰ ποιήσαντα καὶ ὁμοίως τὰ δ ἐφ' ἑαυτὰ <ποιήσαντα συνθεῖναι> · καὶ γίνονται κε· καὶ τούτων πλευρὰν λαβόντα ἔχειν <τοῦ τριγώνου τὴν> ὑποτείνουσιν. Ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ τῇ ΑΓ καὶ ἑκατέραν <τῶν> ἴσων μονάδων ι.

1.3 τὴν δὲ ΒΓ [τῇ ΑΓ <καὶ> ἑκατέραν τῶν ἴσων μονάδων ι <τὴν δὲ ΒΓ>] μονάδων ιβ. εὐρεῖν αὐτοῦ[ς] <τὸ ἐμβαδόν.> ἦχθω κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΓ ἢ ΑΔ. καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΒΓ παράλληλος ἦχθω ἢ ΕΖ, διὰ δὲ τῶν Β, Γ τῇ ΑΔ παράλληλοι ἦχθωσαν αἱ ΒΕ, Γ <Ζ> · διπλάσιον ἄρα ἔστιν τὸ ΒΓΕΖ παραλληλόγραμμον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ ἔχει τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστιν. καὶ ἐπεὶ ἰσοσκελὲς ἔστι καὶ κάθετος ἦκται ἢ ΑΔ, ἴση ἔστιν ἢ ΒΔ τῇ ΔΓ. καὶ ἔστιν ἢ ΒΓ μονάδων ιβ· ἢ ἄρα ΒΔ ἔστι μονάδων ς. ἢ δὲ ΑΒ μονάδων ι· ἢ ἄρα ΑΔ ἔσται μονάδων η, ἐπειδήπερ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἴσον ἔστι τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΔ ΔΑ· <ὥστε καὶ> ἢ ΒΕ ἔσται μονάδων η. ἢ δὲ ΒΓ ἔστι μονάδων ιβ. τοῦ ἄρα ΒΓΕΖ παραλληλογράμμου τὸ ἐμβαδὸν ἔστι μονάδων ςς· ὥστε τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν ἔστι μονάδων μη. ἢ δὲ μέθοδός ἐστιν αὕτη· λαβὲ τῶν ιβ τὸ ἡμισυ· γίνονται ς· καὶ τὰ ι ἐφ' ἑαυτὰ· γίνονται ρ. ἄφελε τὰ ς ἐφ' ἑαυτὰ, ἃ ἔστι λς· γίνονται λοιπὰ ξδ. <τούτων πλευρὰ γίνεται η> τοσούτου ἔσται ἢ ΑΔ κάθετος. <καὶ τὰ ιβ ἐπὶ τὰ η γίνονται> ςς. τούτων τὸ ἡμισυ. <γίνονται μη τοσούτων ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου> . Τῶν δὲ ἀνισοσκελῶν τριγώνων <τὰς γωνίας δεῖ ἐπισκέ> ψασθαι ὅπως τὰς ἀγομένας καθέτους ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς πλευρὰς εἰδῶμεν, ἥτοι ἐντὸς τῶν γωνιῶν πίπτουσιν ἢ ἐκτός· ἔστω οὖν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἔχον ἐκάστην πλευρὰν δοθεισῶν μοιρῶν.

1.4 καὶ δέον ἐστὶν ἐπισκέψασθαι εἰ τύχοι τὴν πρὸς τῷ Α γωνίαν, ἥτοι ὀρθὴ ἔστιν ἢ ἄ <μβλεῖ> α ἢ ὀξεῖα· εἰ μὲν οὖν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον ἔστιν <τοῖς> ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνους, δῆλον ὅτι ὀρθὴ ἔστιν ἢ πρὸς τῷ Α γωνία· εἰ δὲ ἔλασσον, ὀξεῖα· εἰ δὲ μεῖζον, δῆλον ὅτι ἀμβλεῖα ἔστιν ἢ πρὸς τῷ Α γωνία. ὑποκείσθω δὴ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἔλασσον τῶν ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνων. ὀξεῖα ἄρα ἔστιν ἢ πρὸς τῷ Α γωνία. εἰ γὰρ οὐκ ἔσται ὀξεῖα, ἥτοι ὀρθὴ ἔστιν ἢ ἀμβλεῖα. ὀρθὴ μὲν οὖν οὐκ ἔστιν· ἔδει γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον εἶναι τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΒ τετραγώνους· οὐκ ἔστιν δέ· οὐκ ἄρα ὀρθὴ ἔστιν ἢ πρὸς τῷ Α γωνία. οὐδὲ μὴν ἀμβλεῖα ἔστιν· ἔδει γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον μεῖζον εἶναι τῶν ἀπὸ τῶν ΓΑ ΑΒ τετραγώνων· οὐκ ἔστιν δέ· οὐδὲ ἄρα ἀμβλεῖα ἔστιν. ἐδείχθη δὲ ὅτι οὐδὲ ὀρθὴ· ὀξεῖα ἄρα ἔστιν. ὁμοίως δὲ

ἐπιλογιούμεθα καὶ ἐὰν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον μεῖζον ᾦ τῶν ἀπὸ τῶν ΒΑ ΑΓ τετραγώνων, ὅτι ἀμβλεῖά ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία. Ἐστω τρίγωνον ὀξυγώνιον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, τὴν δὲ ΑΓ μονάδων ιε.

1.5 > εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. φανερόν <..... ὅτι> ὀξεῖά ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Β γωνία· τὸ <γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον ἔλασσον> ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ <ΒΓ τετραγώνων. κάθετος ἦχθω ἐπὶ> τὴν ΒΓ ἢ ΑΔ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΓ <τῷ δις ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ ἔλασσόν> ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ ὡς <.....> δέδεικται. καὶ ἔστι τὰ μὲν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ <μονάδων τξε, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς> ΑΓ μονάδων <σ> κε· λοιπὸν ἄρα τὸ δις ὑπὸ <τῶν ΓΒ ΒΔ μονάδων ρμ· τὸ ἄρα> ἅπαξ ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ ἔσται μονάδων ο. καὶ <ἔστιν ἡ ΒΓ μονάδων> ιδ· ἢ ἄρα ΒΔ ἔσται μονάδων ε. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ <ἴσον ἐστὶ> τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΔ ΔΒ· καὶ ἔστι τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΒ μονάδων ρξθ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΔ μονάδων κε· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἔσται μονάδων ρμδ. αὕτη ἄρα ἡ ΑΔ ἔσται μονάδων ιβ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ μονάδων ιδ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΓ ΑΔ ἔσται μονάδων ρξη. καὶ ἔστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου διπλάσιον· τὸ <ἄρα> ΑΒΓ τρίγωνον ἔσται μονάδων πδ. ἡ δὲ μέθοδος ἔσται τοιαύτη· τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρξθ· καὶ τὰ ιδ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρζς· καὶ τὰ ιε ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται σκε· <σύνθεσις τὰ ρξθ καὶ τὰ ρζς· γίγνεται τξε· ἀπὸ τούτων ἄφελε τὰ σκε> γίγνεται λοιπὰ ρμ· τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται ο· παράβαλε παρὰ τὸν ιδ· γίγνεται ε· καὶ τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρξθ. ἀφ' ὧν ἄφελε τὰ ε ἐφ' ἑαυτά· λοιπὰ ρμδ. τούτων πλευρὰ γίγνεται ιβ· τοσούτου ἔσται ἡ κάθετος, ταῦτα πολυπλασίασον ἐπὶ τὸν ιδ· γίγνεται ρξη· τούτων τὸ ἥμισυ πδ· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν. Ἐστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ια, τὴν δὲ ΑΓ μονάδων κ· εὐρεῖν αὐτοῦ τὴν κάθετον καὶ τὸ ἐμβαδόν.

1.6 ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΓ καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἦχθω ἡ ΑΔ. τὸ <ἄρα> ἀπὸ τῆς ΑΓ μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΓ τῷ δις ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ. καὶ ἔστιν <τὸ> μὲν ἀπὸ τῆς ΑΓ μονάδων ι, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ μονάδων <ρκα, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΒ ρξθ· τὸ ἄρα δις ὑπὸ> τῶν ΓΒ ΒΔ μονάδων ρι. τὸ ἄρα ἅπαξ ὑπὸ τῶν ΓΒ ΒΔ ἔστιν <μονάδων νε> καὶ ἔστιν ἡ ΒΓ μονάδων ια· ἢ ἄρα ΒΔ ἔσται μονάδων ε. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ μονάδων ιγ· ἢ ἄρα ΑΔ ἔσται μονάδων ιβ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΓ μονάδων <ια· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ> ΒΓ ἔσται μονάδων ρλβ. καὶ ἔστι διπλάσιον τοῦ ΑΒ <Γ> τριγώνου. τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον ἔσται μονάδων ξ <ς> . ἡ δὲ μέθοδος ἔσται [ή] αὕτη. τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά γίγνεται ρξθ· καὶ τὰ ια ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρκα· καὶ τὰ κ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται υ. σύνθεσις τὰ ρξθ καὶ τὰ ρκα· γίγνεται σζ· ταῦτα ἄφελε ἀπὸ τῶν υ· λοιπὰ ρι. τούτων τὸ ἥμισυ· γίγνεται νε. παράβαλε παρὰ τὸν ια· γίγνεται ε. καὶ τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται ρξθ. ἄφελε τὰ ε ἐφ' ἑαυτά· λοιπὰ ρμδ. τούτων πλευρὰ γίγνεται ιβ. ἔσται ἡ κάθετος μονάδων ιβ. ταῦτα ἐπὶ τὰ ια· γίγνεται ρλβ. τούτων τὸ ἥμισυ ξς· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν τοῦ τριγώνου. Μέχρι μὲν οὖν τούτου ἐπιλογιζόμενοι τὰς γεωμετρικὰς ἀποδείξεις ἐποιήσαμεθα, ἐξῆς δὲ κατὰ ἀνάλυσιν διὰ τῆς τῶν ἀριθμῶν συνθέσεως τὰς μετρήσεις ποιήσομεθα. Ἐὰν ὥσι δύο ἀριθμοὶ οἱ ΑΒ, ΒΓ, ἔσται τοῦ ἀπὸ ΑΒ τετραγώνου ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ΒΓ τετράγωνον πλευρὰ <δ> ὑπὸ ΑΒ <Γ> περιεχόμενος ἀριθμός.

1.7 ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΒΓ, οὕτως ὁ τε ἀπὸ ΑΒ τετράγωνος πρὸς τὸν ὑπὸ ΑΒΓ περιεχόμενον ἀριθμὸν καὶ ὁ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον, ἔσται ἄρα καὶ ὡς ὁ ἀπὸ ΑΒ τετράγωνος πρὸς τὸν ὑπὸ ΑΒΓ, οὕτως ὁ ὑπὸ ΑΒΓ πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον. ἐπεὶ οὖν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔχουσιν, ἔσται ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου τετραγώνῳ· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ ΑΒ τετράγωνος ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ΒΓ ἴσος ἔσται τῷ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἐφ' ἑαυτόν. τοῦ ἄρα ἀπὸ ΑΒ ἐπὶ τὸν ἀπὸ ΒΓ τετράγωνον πλευρὰ ἐστὶν ὁ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ περιεχόμενος ἀριθμός. Ἐστὶ δὲ καθολικὴ μέθοδος ὥστε τριῶν πλευρῶν δοθεισῶν οἰοῦναι τοῦ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν εὐρεῖν χωρὶς καθέτου· οἷον ἔστωσαν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ μονάδων ζ, η, θ.

1.8

σύνθετες τὰ ζ καὶ τὰ η καὶ τὰ θ· γίνονται κδ. τούτων λαβὲ τὸ ἥμισυ· γίνονται ιβ. ἄφελε τὰς ζ μονάδας· λοιπαὶ ε. πάλιν ἄφελε ἀπὸ τῶν ιβ τὰς η· λοιπαὶ δ. καὶ ἔτι τὰς θ· λοιπαὶ γ. ποιήσον τὰ ιβ ἐπὶ τὰ ε· γίνονται ξ. ταῦτα ἐπὶ τὸν δ· γίνονται σμ· ταῦτα ἐπὶ τὸν γ· γίνονται ψκ· τούτων λαβὲ πλευρὰν καὶ ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου. ἐπεὶ οὖν αἱ ψκ ῥητὴν τὴν πλευρὰν οὐκ ἔχουσι, ληψόμεθα μετὰ διαφόρου ἐλαχίστου τὴν πλευρὰν οὕτως· ἐπεὶ ὁ συνεγγίζων τῷ ψκ τετράγωνός ἐστιν ὁ ψκθ καὶ πλευρὰν ἔχει τὸν κζ, μέρισον τὰς ψκ εἰς τὸν κζ· γίνονται κς καὶ τρίτα δύο· πρόσθετες τὰς κζ· γίνονται νγ τρίτα δύο. τούτων τὸ ἥμισυ· γίνονται κς ζ γ'. ἔσται ἄρα τοῦ ψκ ἡ πλευρὰ ἔγγιστα τὰ κς ζ γ'. τὰ γὰρ κς ζ γ' ἐφ' ἑαυτὰ γίνονται ψκ λς' ὥστε τὸ διάφορον μονάδος ἐστὶ μόριον λς'. ἐὰν δὲ βουλώμεθα ἐν ἐλάσσονι μορίῳ τοῦ λς' τὴν διαφορὰν γίνεσθαι, ἀντὶ τοῦ ψκθ τάξομεν τὰ νῦν εὐρεθέντα ψκ καὶ λς', καὶ ταῦτα ποιήσαντες εὐρήσομεν πολλῶ ἐλάττονα <τοῦ> λς' τὴν διαφορὰν γιγνομένην. ἡ δὲ γεωμετρικὴ τούτου ἀπόδειξις ἐστὶν ἥδε· τριγώνου δοθεισῶν τῶν πλευρῶν εὐρεῖν τὸ ἐμβαδόν. δυνατὸν μὲν οὖν ἐστὶν ἀγαγόντα[ς] μίαν κάθετον καὶ πορισάμενον αὐτῆς τὸ μέγεθος εὐρεῖν τοῦ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν, δέον δὲ ἔστω χωρὶς τῆς καθέτου τὸ ἐμβαδόν πορίσασθαι. ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ ἔστω ἐκάστη τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ δοθεῖσα· εὐρεῖν τὸ ἐμβαδόν. ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τρίγωνον κύκλος ὁ ΔΕΖ, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ, ΔΗ, ΕΗ, ΖΗ. τὸ μὲν ἄρα ὑπὸ ΒΓ ΕΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΒΗΓ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΓΑ ΖΗ τοῦ ΑΓΗ τριγώνου, <τὸ δὲ ὑπὸ ΑΒ ΔΗ τοῦ ΑΒΗ τριγώνου>· τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου καὶ τῆς ΕΗ, τουτέστι τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΔΕΖ κύκλου, διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΒ, καὶ τῇ ΑΔ ἴση κείσθω ἡ ΒΘ· ἡ ἄρα ΓΒΘ ἡμίσειά ἐστι τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΔ τῇ ΑΖ, τὴν δὲ ΔΒ τῇ ΒΕ, τὴν δὲ ΖΓ τῇ ΓΕ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΘ ΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ ΕΗ πλευρὰ ἐστὶν τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΘ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ· ἔσται ἄρα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν ἐφ' ἑαυτὸ γενόμενον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΘΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ. ἤχθω τῇ μὲν ΓΗ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΗΛ, τῇ δὲ ΓΒ ἡ ΒΛ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΛ. ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστὶν ἐκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΗΛ, ΓΒΛ, ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΒΛ τετράπλευρον· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΗΒ, ΓΛΒ δυσὶν ὀρθαῖς εἰσὶν ἴσαι.

1.8. (50)

εἰσὶν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΗΒ, ΑΗΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι διὰ τὸ δίχα τετμηῆσθαι τὰς πρὸς τῷ Η γωνίας τα <ἱ> ζ ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ καὶ ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ τῶν ΓΗΒ, ΑΗΔ ταῖς ὑπὸ τῶν ΑΗΓ, ΔΗΒ καὶ τὰς πάσας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας εἶναι· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΔ τῇ ὑπὸ <Γ> ΛΒ. ἔστι δὲ καὶ ὀρθή ἡ ὑπὸ ΑΔΗ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΓΒΛ ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗΔ τρίγωνον τῷ ΓΒΛ τριγώνῳ. ὥς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς ΒΛ, ἡ ΑΔ πρὸς ΔΗ, τουτέστιν ἡ ΒΘ πρὸς ΕΗ, καὶ ἐναλλάξ, ὥς ἡ ΓΒ πρὸς ΒΘ, ἡ ΒΛ πρὸς ΕΗ, τουτέστιν ἡ ΒΚ πρὸς ΚΕ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΒΛ τῇ ΕΗ, καὶ συνθέντι, ὥς ἡ ΓΘ πρὸς ΒΘ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς ΕΚ· ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘ <ΘΒ>, οὕτως τὸ ὑπὸ ΒΕΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΕΚ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ· ἐν ὀρθογωνίῳ γὰρ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἥκται ἡ ΕΗ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς ΓΘ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ, <οὗ> πλευρὰ ἦν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, ἴσον ἔσται τῷ ὑπὸ ΓΘΒ ἐπὶ τὸ ὑπὸ ΓΕΒ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἐκάστη τῶν ΓΘ, ΘΒ, ΒΕ, ΓΕ· ἡ μὲν γὰρ ΓΘ ἡμίσειά ἐστι τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, ἡ δὲ ΒΘ ἡ ὑπεροχή, ἡ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς περιμέτρου τῆς ΓΒ, ἡ δὲ ΒΕ ἡ ὑπεροχή, ἡ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς περιμέτρου τῆς ΑΓ, ἡ δὲ ΕΓ <ἡ> ὑπεροχή, ἡ ὑπερέχει ἡ ἡμίσεια τῆς περιμέτρου τῆς ΑΒ, ἐπειδὴ περ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΕΓ τῇ ΓΖ, ἡ δὲ ΒΘ τῇ ΑΖ, ἐπεὶ καὶ τῇ ΑΔ ἐστὶν ἴση. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒ <Γ> τριγώνου. συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ μὲν ΑΒ μονάδων <ιγ>, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, ἡ δὲ ΑΓ μονάδων ιε. σύνθετες τὰ ιγ καὶ ιδ καὶ ιε· καὶ γίνονται μβ. ὧν ἥμισυ· γίνονται κα. ὕφελε τὰς ιγ· λοιπαὶ η· εἴτα τὰς ιδ· λοιπαὶ ζ· καὶ ἔτι τὰς ιε· λοιπαὶ ζ. τὰ κα ἐπὶ τὰ η, καὶ τὰ γενόμενα ἐπὶ τὸν ζ, καὶ ἔτι τὰ γενόμενα ἐπὶ τὸν ζ· συνάγονται, ζνς· τούτων πλευρὰ <πδ.> τοσούτου ἔσται τοῦ

τριγώνου τὸ ἐμβαδόν. Ἐπεὶ οὖν ἐμάθομεν τριγώνου τῶν πλευρῶν δοθεισῶν εὐρεῖν τὸ ἐμβαδόν ῥητῆς οὔσης <τῆς> καθέτου, ἔστω μὴ ῥητῆς ὑπαρχούσης τῆς καθέτου τὸ ἐμβαδόν εὐρεῖν.

1.9 ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων, τὴν δὲ ΑΓ μονάδων ἰβ' καὶ ἦχθω κάθετος ἡ ΑΔ. ἀκολουθῶς δὴ τοῖς ἐπὶ τοῦ ὀξυγωνίου εἰρημένοις ἔσται τὸ δις ὑπὸ ΓΒΔ μονάδων κ' ἢ ἄρα ΒΔ ἔσται μονάδος α, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ἄρα μονάδος α. ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ μονάδων ξδ' λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἔσται μονάδων ζγ. ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ ΒΓ μονάδων ρ' τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ ἔσται μονάδων , ζτ. τούτου δὲ πλευρά ἐστὶν ὁ ὑπὸ ΒΓ ΑΔ [ἐφ' ἑαυτόν]· ὁ ὑπὸ τῶν ΒΓ ΑΔ ἄρα ἐφ' ἑαυτὸν ἔσται μονάδων , ζτ. τὸ ἄρα ἡμισυ τοῦ ὑπὸ ΒΓ ΑΔ ἐφ' ἑαυτὸ μονάδων , αφοε' ὧν γὰρ τετραγώνων αἱ πλευραὶ διπλασίονες ἀλλήλων εἰσὶν, τὰ ἀπ' αὐτῶν τετραπλάσιά ἐστιν τῶν ἀπὸ τῶν ἡμίσεων. τὸ δὲ ἡμισυ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΓ ΑΔ τὸ ἐμβαδόν ἐστὶ τοῦ τριγώνου· ἔστιν ἄρα τὸ τοῦ τριγώνου ἐμβαδόν δυνάμει , αφοε. ἔξεστι δὲ τῶν ζγ τὴν πλευρὰν σύνεγγυς λαβόντα εὐρεῖν τὸ ἐμβαδόν ὡς ῥητῆς οὔσης τῆς καθέτου. τῶν δὲ ζγ σύνεγγυς ἐστὶν ἡ πλευρὰ ζ δ' ἡ' ις'. δεῖσει οὖν τοσούτου ὑποστησάμενον τὴν κάθετον τὸ ἐμβαδόν εὐρεῖν· ἔστι δὲ λθ δ' ἡ' ις'. Ἐστω τραπέζιον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓΔ ὀρθὰς ἔχον τὰς πρὸς τοῖς Α, Β γωνίας, καὶ ἔστω ἡ μὲν ΑΔ μονάδων ζ, ἡ δὲ ΒΓ ια, ἡ δὲ ΑΒ μονάδων ἰβ'· εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν καὶ ἔτι τὴν ΓΔ.

1.10 τετμήσθω δίχα ἡ ΓΔ κατὰ τὸ Ε, καὶ τῇ ΑΒ παράλληλος ἦχθω διὰ τοῦ Ε ἡ ΖΕΗ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐπὶ τὸ Ζ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΓ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΗΓ. κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΑΔ ΒΗ· συναμφοτέρος ἄρα ἡ ΑΖ ΒΗ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΔ ΒΓ ἴση ἐστίν. δοθεῖσα δὲ ἐστὶν συναμφοτέρος ἡ ΑΔ ΒΓ, ἐπεὶ καὶ ἐκατέρα αὐτῶν· δοθεῖσα ἄρα καὶ συναμφοτέρος ἡ ΑΖ ΒΗ, τουτέστι δύο αἱ ΒΗ· καὶ ἡ ΒΗ ἄρα ἐστὶ δοθεῖσα. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ· δοθὲν ἄρα τὸ ΑΒΖΗ παραλληλόγραμμον. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΕΗΓ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΒΗΕΔ πεντάπλευρον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΖΗ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΑΒΓΔ τραπέζιῳ ἴσον ἐστί. δοθὲν δὲ ἐδείχθη τὸ ΑΒΖΗ παραλληλόγραμμον· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔ τραπέζιον. ἡ δὲ ΓΔ εὐρεθήσεται οὕτως· ἦχθω κάθετος ἡ ΔΘ. ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστὶν ἡ ΑΔ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΒΘ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΓ· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΘ δοθεῖσά ἐστιν. ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΘ· ἴση γάρ ἐστὶ τῇ ΑΒ· καὶ ὀρθή ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Θ γωνία· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΓΔ. συντεθήσεται δὲ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· σύνθετες τὰ ζ καὶ τὰ ια· γίνεταί ις. τούτων τὸ ἡμισυ· γίνεταί η δ' . ταῦτα ἐπὶ τὰ ἰβ' γίνεταί ρβ' τοσούτου ἄρα τὸ ἐμβαδόν. ἡ δὲ ΔΓ οὕτως· ὕφελε ἀπὸ τῶν ια τὰ ζ· καὶ γίνεταί λοιπὰ ε. ταῦτα ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί κε· καὶ τὰ ἰβ' ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρμδ. πρόσθετες τὰ κε· γίνεταί ρξθ. τούτων πλευρὰ γίνεταί <ιγ>· τοσούτων ἔσται ἡ ΔΓ. Ἐστω τραπέζιον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓΔ ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ ἐκατέρα αὐτῶν ἔστω μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΑΔ μονάδων ζ, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ις· εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν καὶ τὴν κάθετον.

1.11 ἦχθω τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΕ, καὶ κάθετος ἦχθω ἐπὶ τὴν ΒΓ ἡ ΑΖ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕΓΔ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΕΓ, ἡ δὲ ΓΔ τῇ ΑΕ· ὥστε ἔσται ἡ μὲν ΑΕ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΕΓ μονάδων ζ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ μονάδων ι. ἐπεὶ οὖν ἰσοσκελὲς ἐστὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον ἔχον ἐκάστην πλευρὰν δοθεῖσαν, ἔσται ἄρα καὶ ἡ ΑΖ κάθετος δοθεῖσα· καὶ ἔσται μονάδων ἰβ', ὡς προδεδείκται. τετμήσθωσαν δὴ δίχα αἱ ΑΒ, ΓΔ τοῖς Η, Θ, καὶ κάθετοι ἐπὶ τὴν ΒΓ <ἦχθωσαν> αἱ ΚΗΛ, ΜΘΝ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ΑΚΗ τρίγωνον τῷ ΒΗΛ, τὸ δὲ ΔΜΘ τῷ ΓΝΘ· ὥστε κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ΑΗΛΝΘΔ ἑξαπλεύρου ἴσον ἔσται τὸ ΚΛΜΝ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓΔ τραπέζιῳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΚ τῇ ΒΛ, ἡ δὲ ΔΜ τῇ ΓΝ, αἱ ἄρα ΑΚ ΔΜ ἴσαι εἰσὶν ταῖς ΒΛ ΝΓ. κοινῶν προστεθεισῶν τῶν ΑΔ ΛΝ ἔσται συναμφοτέρος ἡ ΚΜΛΝ, τουτέστι δύο αἱ ΚΜ, συναμφοτέρῳ τῇ ΑΔ ΒΓ ἴση. καὶ ἔστι δοθεῖσα συναμφοτέρος ἡ ΑΔ ΒΓ· ἔστι γὰρ μονάδων κβ'· ἔσονται ἄρα καὶ αἱ δύο αἱ ΚΜ μονάδων κβ'· <αὐτὴ ἄρα ἡ ΚΜ> μονάδων ια. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΛ μονάδων ἰβ'· ἴση γάρ ἐστὶ τῇ Α <Ζ· τὸ ἄρα ΚΛΝΜ> παραλληλόγραμμον ἔσται μονάδων ρλβ. καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ

τραπεζίω· ἔσται ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔ τραπέζιον μονάδων ρλβ. <συντε> θήσεται δὲ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἄφελε ἀπὸ τῶν ις τὰς ς· γίνονται λοιπαὶ ι. τούτων τὸ ἥμισυ ε. καὶ ταῦτα ἐφ’ ἐαυτά· γίνονται κε· καὶ τὰ ιγ ἐφ’ ἐαυτά· γίνονται ρξθ. ἄφελε τὰ κε· λοιπὰ ρμδ. τούτων πλευρὰ γίνεταί <ιβ>· ἔσται ἡ κάθετος μονάδων ιβ. τὸ δὲ ἐμβαδὸν οὕτως σύνθεσ τὰ ις καὶ τὰ ς· γίνονται κβ· ὧν ἥμισυ· γίνονται ια· <ταῦτα> ἐπὶ τὴν κάθετον· γίνεταί ρλβ· τοσούτων ἔσται τὸ ἐμβαδόν. Ἔστω τραπέζιον ὀξυγώνιον τὸ ΑΒΓΔ ὀξείαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν, καὶ ἔστω ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΓΔ μονάδων κ, ἡ δὲ ΑΔ μονάδων ς, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων κζ· εὐρεῖν αὐτοῦ τὴν κάθετον καὶ τὸ ἐμβαδόν.

1.12 ἤχθω τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΕ καὶ κάθετος ἡ ΑΖ. ἡ μὲν ἄρα ΑΕ ἔσται μονάδων κ· ἡ δὲ ΓΕ μονάδων ς· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΕ μονάδων κα· ὥστε διὰ τὸ <τὸ> ΑΒΕ ὀξυγώνιον τρίγωνον <εἶναι> ἔσται ἡ ΑΖ κάθετος μονάδων ιβ. δίχα δὲ τμηθεῖσιν τῶν ΑΒ ΓΔ τοῖς Η, Θ καὶ καθέτων ἀχθεισῶν τῶν ΚΗΛ ΜΘΝ ὁμοίως τῷ ἐπάνω δεῖξομεν, ὅτι τὸ μὲν ΑΒΓ <Δ> τραπέζιον ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΛΜΝ παραλληλογράμμῳ, συναμφοτέρος δὲ ἡ ΒΓ ΑΔ διπλῇ ἐστὶ τῆς ΚΜ· καὶ ἔσται ἡ ΚΜ μονάδων ις· ἔστι δὲ καὶ ἡ ΚΛ μονάδων ιβ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΖ· τὸ ἄρα ἐμβαδόν τοῦ τραπεζίου ἔσται μονάδων ρζη. συντεθήσεται δὲ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἄφελε ἀπὸ τῶν κζ τὰς ς· λοιπὰ γίνεταί κα. καὶ τριγώνου ὀξυγωνίου τῶν πλευρῶν δοθεισῶν ιγ καὶ κα καὶ κ εὐρήσθω ἡ ΑΖ κάθετος· ἔστιν δὲ μονάδων ιβ, ὡς ἐμάθομεν· καὶ σύνθεσ κζ καὶ <ς>· γίνεταί τὸ ἥμισυ ις· ταῦτα ἐπὶ <ιβ> γίνεταί ρζη· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν. Ἔστω τραπέζιον ἀμβλυγώνιον τὸ ΑΒΓΔ ἔχον ἀμβλείαν τὴν πρὸς τῷ Β, καὶ ἔστω ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΓΔ κ, ἡ δὲ ΑΓ ς, ἡ δὲ ΒΔ μονάδων ιζ.

1.13 εὐρεῖν αὐτοῦ τὴν κάθετον καὶ τὸ ἐμβαδόν. ἤχθω κάθετος ἡ ΑΕ καὶ τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΖ· ἔσται ἄρα ἡ μὲν ΑΖ μονάδων κ, ἡ δὲ ΖΔ μονάδων ς· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΖ μονάδων ια· ὥστε διὰ τὸ τὸ ΑΒΖ τρίγωνον ἀμβλυγώνιον εἶναι ἔσται ἡ ΑΕ μονάδων ιβ. καὶ ὁμοίως τοῖς ἐπάνω δειχθήσεται τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΔΑΓ καὶ τῆς ΑΕ διπλάσιον τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου· τὸ ἄρα ἐμβαδόν τοῦ τραπεζίου ἔσται μονάδων ρλη. συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἄφελε ἀπὸ τῶν ιζ τὰς ς· λοιπὰ ια· καὶ τριγώνου ἀμβλυγωνίου τῶν πλευρῶν δοθεισῶν ιγ, ια, κ εὐρήσθω ἡ κάθετος· γίνεταί ιβ· καὶ σύνθεσ τὰ ιζ καὶ <ς>· γίνεταί κγ· τούτων τὸ ἥμισυ γίνεταί ια· ταῦτα ἐπὶ τὰ ιβ· γίνεταί ρλη· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν τοῦ τραπεζίου. Ὁ δὲ ῥόμβος καὶ τὸ ῥομβοειδὲς τὴν μέτρησιν φανεράν ἔχουσιν.

1.14 δεῖ γὰρ ἐκατέρου αὐτῶν τὰς πλευρὰς δοθείσας εἶναι καὶ μίαν διάμετρον. ὧν δοθέντων ὁ μὲν ῥόμβος ἔσται ἐκ δύο ἰσοσκελῶν τριγώνων συγκεκριμένος, τὸ δὲ ῥομβοειδὲς ἐκ δύο τριγώνων ἥτοι ὀξυγων <ί>ων <ἢ ἀμβλυγωνίων>, καὶ διὰ τοῦτο δοθήσεται αὐτῶν <τὸ ἐμβαδόν>. τὰ μὲν οὖν ἀποδειχθέντα τετράπλευρα <μίαν πλευράν μιᾷ πλευρᾷ> παράλληλον εἶχε· <τὸ δὲ παρὸν τὸ Α> ΒΓΔ τὴν μὲν πρὸς τῷ Γ γωνίαν <ἐχέτω> ὀρθήν, μηδεμίαν δὲ πλευράν μηδεμιᾷ παράλληλο <ν καὶ> ἔτι ἐκάστην τῶν πλευρῶν δοθεῖσαν, τὴν μὲν <ΑΒ μονάδων> ιγ, τὴν δὲ <Β> Γ μονάδων, τὴν δὲ ΓΔ μονάδων κ, τὴν δὲ ΔΑ μονάδων ιζ· δεῖξαι αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν δοθέν. ἐπεζεύχθω ἡ Β <Δ>· καὶ ἐπ’ αὐτὴν κάθετος <ἤχθω> ἡ ΑΕ. ἐπεὶ ἐκατέρα τῶν ΒΓ ΓΔ δοθεῖσά ἐστίν καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ [Δ]Γ, δοθέν ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΓΔ τρίγωνον· καὶ ἔτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ ἔσται δοθέν· ἔστι γὰρ μονάδων φ· ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ δοθέν· δοθέντα ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ· καὶ ἔστι μείζονα τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ἀπὸ ΑΒΔ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ μείζονα ἐστὶν τῷ δις ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΕ. δοθέν ἄρα ἐστὶν τὸ δις ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΕ· ὥστε καὶ τὸ ἅπαξ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΕ δοθέν ἐστὶ· καὶ ἔστι πλευρὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΔ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ. δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΔΒ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ· καὶ ἔστι δοθέν τὸ ἀπὸ ΒΔ· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ. ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ [Β]ΕΑ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΔ· καὶ ἔστιν αὐτοῦ πλευρὰ τὸ ὑπὸ ΒΔ ΑΕ. δοθέν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΒΔ ΑΕ. καὶ ἔστι διπλάσιον τοῦ ΑΒΔ τριγώνου· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον· ἀλλὰ καὶ τὸ ΒΓΔ· ὥστε

καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον δοθὲν ἔσται. συντεθήσεται δὲ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· τὰ ι ἐπὶ τὰ κ· γίνεταί ς. καὶ τούτων τὸ ἥμισυ· γίνεταί ρ. καὶ πάλιν τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρ. καὶ τὰ κ ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί υ. σύνθεσις γίνεταί φ. καὶ τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρξθ. ταῦτα μετὰ τῶν φ γίνεταί χξθ· ἄφελε τὰ ιζ ἐφ' ἑαυτά· λοιπαὶ τπ· τούτων τὸ ἥμισυ γίνεταί ρς· ταῦτα ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί μ γ , ςρ.

1.14. (50) ταῦτα παρὰ τὸν φ· γίνεταί οβ ε'· ἄφελε ταῦτα ἀπὸ τῶν <ρ> ξθ· γίνονται λοιπαὶ ςς ε'ι'. ταῦτα ἐπὶ τὸν φ· γίνεταί <μ δ , ηυ.> τούτων πλευρὰ γίνεταί σκ· τούτων τὸ ἥμισυ γίνεταί ρι· τοσούτου ἔσται τοῦ ΑΒΔ τὸ ἐμβαδόν. ἀλλὰ καὶ τοῦ <ΒΓΔ> μονάδων ρ· τοῦ ἄρα ΑΒΓΔ τετραπλεύρου τὸ ἐμβαδόν ἔσται <σι.> [ἔστιν] <ὅτι> δὲ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Α κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὴν ΓΔ δοθεῖσά ἐστιν, δεῖξομεν ἐξῆς. Ἔστω τραπέζιον τὸ ΑΒΓΔ δοθεῖσαν ἔχον ἐκάστην τῶν πλευρῶν καὶ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν.

1.15 ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἡ ἀπὸ τοῦ Α κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὴν ΓΔ. ἦχθω γὰρ ἐπὶ μὲν τὴν ΓΔ κάθετος ἡ ΑΖ, ἐπὶ δὲ τὴν ΑΖ ἡ ΒΗ, ἐπὶ δὲ τὴν ΒΔ ἡ ΑΕ. φανερόν δὴ, ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΒΔ καὶ ἡ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἡ ΑΕ, ἐπεὶ καὶ αἱ ΒΑ, ΑΔ δοθεῖσαι εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΘΑ, ἀλλὰ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ὀρθὴ τῇ ὑπὸ ΑΕΘ ἴση, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΓ πρὸς ΓΒ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΘ. λόγος δὲ τῆς ΓΔ πρὸς ΓΒ δοθείς· λόγος ἄρα καὶ τῆς ΑΕ πρὸς ΕΘ δοθείς. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΑΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΕΘ. καὶ ὀρθὴν γωνίαν περιέχουσι· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΘ. καὶ ἐπεὶ ἐκατέρα τῶν ΒΕ, ΕΘ δοθεῖσά ἐστιν, δοθὲν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘΕ. καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΑΘΗ· ὀρθὴ γὰρ ἐκατέρα τῶν πρὸς τοῖς Ε, Η. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΗΘ· ὥστε καὶ ἡ ΑΗ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΖ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ΒΓ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΑΖ δοθεῖσά ἐστιν. συντεθήσεται δὲ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ι, ἡ δὲ ΓΔ μονάδων κ, ἡ δὲ ΔΑ μονάδων ιζ. ἀκολουθῶς δὴ τοῖς ἐπὶ τοῦ ἐμβαδοῦ εἰρημένοις ἔσται ἡ μὲν ΑΕ κάθετος δυνάμει ςς ε'ι', ἡ δὲ ΒΕ δυνάμει οβ ε', ἡ δὲ ΒΔ δυνάμει φ. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΓΔ ἐστὶ μονάδων κ, ἡ δὲ ΓΒ μονάδων ι, τὰ ἄρα ἀπὸ τούτων μονάδων υ καὶ μονάδων ρ. ποιήσον οὖν ὡς τὰ υ πρὸς ρ, τὰ ςς δ <ε'> πρὸς τί· ἔσται πρὸς κδε' τοσούτου ἔσται τὸ ἀπὸ Ε <Θ> . καὶ <πο> λλα <πλασιάσαντες> τὰ οβ ε' ἐπὶ τὰ κδ ε' καὶ τῶν γενομένων τὴν πλευρὰν λαβόντες καὶ διπλασιάσαντες ἃ γίνεταί τοῦ δις ὑπὸ τῶν ΒΕ <ΕΘ> προσθήσομεν τοῖς ἀπὸ ΒΕ, ΕΘ, τουτέστι τοῖς οβ ε' καὶ κδ ε' συντεθεῖσιν. καὶ ἔξομεν τὴν ΒΘ δυνάμει ρπ. καὶ σύνθεσις τὰ ςς ε'ι' καὶ κδ ε' γίνεταί ρκα. καὶ πολλαπλασιάσον τὰ ρπ ἐπὶ τὰ κδ ε'· γίνεταί δυνάμει , δτνς. μέρισον εἰς τὸν ρκα· γίνεταί λς. καὶ ἄφελε ἀπὸ δυνάμει ρκα δυνάμει λς [λοιπὰ δυνάμει λς] λοιπὰ δυνάμει κε, ἃ ἐστὶ μήκει ε. πρόσθεσις ὅσων ἐστὶν ἡ ΒΓ· ἔστι δὲ ι· γίνεταί ιε· τοσούτου ἔσται ἡ ΑΖ κάθετος. καὶ ἡ μὲν ΕΘ δυνάμει κδε', ἡ δὲ ΗΘ μήκει ς, ἡ δὲ ΑΘ μήκει ια. Ἔστω δὴ πάλιν τραπέζιον τὸ ΑΒΓΔ ἔχον τὴν μὲν πρὸς τῷ Γ ὀρθὴν, τὴν δὲ ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ι, τὴν δὲ ΓΔ μονάδων κ, τὴν δὲ ΑΔ μονάδων κε.

1.16 εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. ὁμοίως δὴ ἔσται τοῦ ΒΓΔ τριγώνου τὸ ἐμβαδόν δοθέν. καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ μονάδων ρξδ· ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ μονάδων ρξθ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ ἔσται μονάδων τλγ. καὶ ἔστιν ἐλάσσονα τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ. ἀμβλεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ. ἦχθω δὴ κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΔ ἐκβληθεῖσαν ἡ ΑΕ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΔ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ ΒΔ μεῖζόν ἐστι τῷ δις ὑπὸ τῶν ΒΔ ΒΕ· δοθὲν ἄρα τὸ δις ὑπὸ τῶν ΒΔ ΒΕ· ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΒ ΒΕ δοθέν ἐστίν. καὶ ἔστι πλευρὰ τοῦτο τοῦ ἀπὸ ΒΔ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ· δοθέν ἄρα τὸ ἀπὸ ΒΔ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΕ. ἀλλὰ καὶ τὸ ἀπὸ ΒΔ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ δοθέν ἐστίν. καὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Ε· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΑΕ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΑΕ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΔ δοθέν ἐστίν. καὶ ἔστιν αὐτοῦ πλευρὰ <τὸ> ὑπὸ τῶν ΑΕ ΒΔ. δοθέν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΑΕ ΒΔ. καὶ ἔστιν αὐτοῦ ἡμισυ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον. δοθέν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον· ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον δοθέν ἐστίν. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρ. καὶ τὰ η ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ξδ· ὁμοῦ ρξδ. καὶ τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρξθ· σύνθεσις γίνεταί τλγ. καὶ τὰ κε ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί χκε. ἄφελε τὰ

τλγ· γίνεται λοιπὰ ςζβ. τούτων τὸ ἥμισυ· γίνεται ρμς· ταῦτα ἐφ’ ἑαυτά· γίνεται μονάδες , κατὶς παρὰ τὸν ρξδ· γίνεται ρκθ καὶ ρξ ρξδ· ταῦτα ἄφελε ἀπὸ τῶν ρξθ· λοιπὰ λθ καὶ δ ρξδ’ . ταῦτα πολλαπλασίασον ἐπὶ τὸν ρξδ· γίνεται , ςς· ὧν πλευρὰ γίνεται π· τούτων τὸ ἥμισυ· γίνεται μ. ἔσται τοῦ ΑΒΔ τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν μονάδων μ. ἀλλὰ καὶ τοῦ ΒΓΔ ὁμοίως μ· ὅλου ἄρα τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου τὸ ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων π, ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ὅσα μὲν οὖν ἔδει ἐπὶ τε τριπλεύρων καὶ τετραπλεύρων τεταγμένων εἰπεῖν, προέγραπται· ἐὰν δὲ δέη καὶ τετραπλεύρου τυχόντος τὰς πλευρὰς λαβόντας τὸ ἐμβαδὸν εἰπεῖν, δεήσει καὶ μίαν διαγώνιον λαβεῖν αὐτοῦ, ὥστε διαιρεθὲν αὐτὸ εἰς δύο τρίγωνα ἔχειν τὸ ἐμβαδὸν δοθέν. ἐμάθομεν γὰρ τριγώνου τῶν πλευρῶν δοθεισῶν τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν τῇ καθολικῇ μεθόδῳ. ἄνευ δὲ μιᾶς διαγωνίου ἀδύνατον ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραπλεύρου εἰπεῖν. τῶν γὰρ αὐτῶν πλευρῶν δοθεισῶν τοῦ τετραπλεύρου μεταπίπτει τὸ ἐμβαδὸν διαφοροβουμένου αὐτοῦ καὶ παρασπωμένου ἐν ταῖς αὐταῖς πλευραῖς. καὶ τὰ μὲν περὶ τῶν τριπλεύρων καὶ τετραπλεύρων ἐπὶ τοσοῦτον εἰρήσθω, ἐξῆς δὲ περὶ τῶν ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων εὐθυγράμμων γράψομεν ἄχρι τοῦ δωδεκαγώνου, ἐπειδὴ τοῦτο συνεγγίζει μᾶλλον τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ.

1.17 Ὡς τὸν δὲ πρότερον τρίγωνον ἰσόπλευρον, οὗ ἐκάστη ἐστὶ πλευρὰ μονάδων ι. καὶ ἔστω τὸ ΑΒΓ. ἦχθω κάθετος ἐπὶ τὴν ΓΒ ἢ ΑΔ. ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ ΒΓ, τουτέστιν ἡ ΑΒ, τῆς ΒΔ, τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ τοῦ ἀπὸ ΒΔ. ὥστε τριπλάσιον τὸ ἀπὸ ΑΔ τοῦ ἀπὸ ΔΒ. τοῦ δὲ ἀπὸ ΔΒ τετραπλάσιόν ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΒΓ. ἐπίτρίτον ἄρα ἔσται τὸ ἀπὸ ΒΓ τοῦ ἀπὸ ΑΔ. τὸ ἄρα ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ λόγον ἔχει, ὃν δ πρὸς γ, καὶ πάντα ἐπὶ τὸν ἀπὸ ΒΙ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΒΓ ἐφ’ ἑαυτὸ καὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ ἐπὶ τὸ ἀπὸ ΒΓ. ἡ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ δυνάμεως πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ λόγον ἔχει, ὃν δ πρὸς γ, τουτέστιν ὃν ις πρὸς ιβ. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τὸ ὑπὸ ΑΔ ΒΓ ἐστὶν ἐφ’ ἑαυτό, τουτέστι δύο τρίγωνα ἐφ’ ἑαυτά. ἡ ἄρα ἀπὸ ΒΓ δυναμοδύναμις πρὸς δύο τρίγωνα ἐφ’ ἑαυτὰ λόγον ἔχει, ὃν ις πρὸς ιβ· δύο δὲ τρίγωνα ἐφ’ ἑαυτὰ ἐνὸς τριγώνου ἐφ’ ἑαυτὸ ἐστὶν τετραπλάσια. ἡ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ δυναμοδύναμις πρὸς ἓν τρίγωνον ἐφ’ ἑαυτὸ λόγον ἔχει, ὃν ις πρὸς γ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ἀπὸ ΒΓ δυναμοδύναμις, ἐπεὶ καὶ ἡ ΒΓ. δοθέν ἄρα ἐστὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ἐφ’ ἑαυτό· ὥστε καὶ αὐτὸ τὸ τρίγωνον δοθέν ἐστὶν. συντεθήσεται δὲ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως. τὰ ι ἐφ’ ἑαυτά· γίνεται ρ. ταῦτα ἐφ’ ἑαυτά· γίνεται μα· τούτων λαβὲ γ ις’ . γίνεται , αωοε. τούτων πλευρὰν λαβέ· καὶ ἐπεὶ οὐκ ἔχει ῥητὴν πλευρὰν, εἰλήφθω ὡς ἐμάθομεν ἔγγιστα μετὰ διαφοροῦ. καὶ ἔσται τὸ ἐμβαδὸν μγ γ’. Λήμμα. Ὡς τὸν τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Γ, δύο δὲ πέμπτων ὀρθῆς τὴν πρὸς τῷ Α. δεῖξαι ὅτι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑ ΑΓ πενταπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ ΑΓ. ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Δ, καὶ τῇ ΑΓ ἴση κείσθω ἡ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ. ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΓΒΑ γωνία τριῶν πέμπτων ἐστὶν ὀρθῆς διὰ τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν δύο πέμπτων εἶναι· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἑξ πέμπτων ἐστὶν ὀρθῆς πενταγώνου ἄρα ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΔ. καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ· τῆς ἄρα ΑΔ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης τὸ μείζον τμημὰ ἐστὶν ἡ ΑΒ. καὶ ἔστι τῆς ΑΔ ἡμίσεια ἡ ΑΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑ ΑΓ πενταπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ.

1.18 Ὡς τὸν πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ, οὗ ἐκάστη πλευρὰ ἔστω μονάδων ι. εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΖ, ΖΔ καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΓΔ ἢ ΖΗ. ἔσται ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΓΖΔ γωνία τεσσάρων πέμπτων ὀρθῆς· ἡ ἄρα ὑπὸ ΓΖΗ δύο πέμπτων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΓΗΖ· τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΖ ΖΗ πενταπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΗ. ἀλλ’ ἐπεὶ ἐν ἀριθμοῖς οὐκ ἔστιν εὑρεῖν τετράγωνον τετραγώνου πενταπλάσιον, ὡς σύνεγγυς δεῖ λαβεῖν· ἔστι δὲ ὁ πα πρὸς <ις> συναμφοτέρος ἄρα ὁ ΓΖ ΖΗ λόγον ἔχει πρὸς τὸν ΖΗ, ὃν θ πρὸς δ. καὶ διελόντι ὁ ΓΖ πρὸς ΖΗ λόγον ἔχει <δ> ν ε πρὸς δ. καὶ τοῦ <ἀπὸ> ΓΖ ἄρα πρὸς <τὸ> ἀπὸ ΖΗ, ὃν κε πρὸς ις. καὶ

λοιπὸς τοῦ ἀπὸ ΓΗ πρὸς <τὸ> ἀπὸ ΖΗ, ὃν θ πρὸς ιζ· τῆς ἄρα ΓΗ πρὸς ΗΖ λόγος, ὃν γ πρὸς δ· ὥστε τῆς ΓΔ πρὸς ΖΗ λόγος ἐστίν, ὃν ς πρὸς δ, τουτέστιν ὃν γ πρὸς β· τὸ ἄρα ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΔ ΖΗ λόγον ἔχει, ὃν γ πρὸς β. καὶ ἔστι δοθέν τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΔ ΖΗ. καὶ ἔστι διπλάσιον τοῦ ΓΖΔ τριγώνου· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ΓΖΔ τρίγωνον. καὶ ἔστι πέμπτον μέρος τοῦ ΑΒΓΔΕ πενταγώνου· δοθέν ἄρα καὶ τὸ πεντάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως τὰ [ε] ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρ. τούτων τὸ τρίτον· γίνεται λγ γ'. ταῦτα πεντάκις· γίνεταί ρξ β γ'. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου ὡς ἔγγιστα· ἐὰν δὲ ἕτερον τετράγωνον ἐτέρου τετραγώνου πενταπλάσιον μᾶλλον ἐγγίζον λάβωμεν, ἀκριβέστερον εὐρήσομεν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. Ἐστω ἐξάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖ, οὗ ἐκάστη πλευρὰ ἀνὰ μονάδας ι.

1.19 εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΗ, ΗΔ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ ἐκατέρᾳ τῶν ΓΗ, ΗΔ· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΔ τρίγωνον. καὶ ἔστιν αὐτοῦ ἡ πλευρὰ δοθεῖσα· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ΓΗΔ τρίγωνον. καὶ ἔστιν ἕκτον μέρος τοῦ ἐξαγώνου· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἐξάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεται ρ. ταῦτα ἐφ' ἑαυτά· γίνονται μ α. τούτων τὸ τέταρτον· γίνεται βφ. ταῦτα εἰκοσάκι καὶ ἐπτάκι· γίνεταί μ ς, ζφ. τούτων λαβὲ πλευρὰν ἔγγιστα· γίνεταί σνθ. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἐξαγώνου. Λῆμμα. Ἐὰν εἰς κύκλον ἐπτάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου πρὸς τὴν τοῦ ἐπταγώνου πλευρὰν λόγον ἔχει, ὃ <ν> ἡ πρὸς ζ. ἔστω γὰρ κύκλος ὁ ΒΓ περὶ κέντρον τὸ Α, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς αὐτὸν ἐξαγώνου πλευρὰ ἡ ΒΓ, τουτέστιν ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου· καὶ κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΑΔ. ἔσται ἄρα ἡ ΑΔ ὡς ἔγγιστα ἴση τῇ τοῦ ἐπταγώνου πλευρᾷ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. τριπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΒ. λόγος ἄρα τῆς ΑΔ πρὸς ΔΒ δυνάμει ὡς ἔγγιστα ὁ[ν] τοῦ μθ πρὸς ις· καὶ μήκει λόγος τῆς ΑΔ πρὸς ΔΒ, ὃν ζ πρὸς δ. καὶ ἔστι τῆς ΒΔ διπλὴ ἡ ΒΓ· τῆς ΒΓ ἄρα πρὸς ΔΑ λόγος ἐστίν, ὃν ἔχει τὰ η πρὸς ζ. Ἐστω ἐπτάγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗ, οὗ ἐκάστη πλευρὰ μονάδων ι.

1.20 εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Θ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΘ, ΘΕ καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΔΕ ἡ ΘΚ. λόγος ἄρα τῆς ΘΔ πρὸς ΔΕ, ὃν η πρὸς ζ, πρὸς δὲ τὴν ΔΚ, ὃν η πρὸς γ λ, τουτέστιν ὃν ις πρὸς ζ. ὥστε τῆς Θ[Ε]Κ πρὸς ΚΔ λόγος ὡς ἔγγιστα ὁ τῶν ιδ γ' πρὸς τὸν ζ, τουτέστιν ὃν μγ πρὸς κα. ὥστε καὶ τῆς ΔΕ πρὸς ΚΘ λόγος, ὃν μβ πρὸς μγ, τουτέστιν ὃν πδ πρὸς πς. καὶ τοῦ ἀπὸ ΔΕ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΚΘ λόγος ὁ αὐτός· ὥστε <τοῦ ἀπὸ ΔΕ> πρὸς τὸ ΔΘΕ τρίγωνον λόγος, ὃν πδ πρὸς μγ. τοῦ δὲ τριγώνου πρὸς τὸ ἐπτάγωνον λόγος ὁ τοῦ α πρὸς ζ· καὶ τοῦ ἀπὸ ΔΕ ἄρα πρὸς τὸ ἐπτάγωνον ιβ πρὸς μγ. καὶ ἔστι δοθέν τὸ ἀπὸ ΔΕ· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἐπτάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρ. ταῦτα ἐπὶ τὰ μγ· γίνεταί, δτ. τούτων τὸ ιβ' γίνεταί τνη γ'. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἐπταγώνου. Ἐστω ὀκτάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘ, οὗ ἐκάστη πλευρὰ μονάδων ι.

1.21 εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΔ, ΚΕ καὶ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἦχθω ἡ ΚΛ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΚΕ γωνία ἡμίσιος ἐστὶν ὀρθῆς· ὥστε τετάρτου ἐστὶν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΔΚΛ. συνεστάτω δὲ αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΚΔΜ· τετάρτου ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΚΔΜ· ἡμίσιος ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΜΛ ἐστὶν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Λ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ ΜΛ. διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΔΜ τοῦ ἀπὸ ΜΛ· ἡ ἄρα ΔΜ πρὸς ΜΛ λόγον ἔχει ἔγγιστα, ὃν ις πρὸς ιβ. ἴση δὲ ἐστὶν ἡ ΔΜ τῇ ΜΚ· λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΚΜ πρὸς ΜΛ, ὃν αἱ ις πρὸς ιβ. τῆς ἄρα ΚΛ πρὸς ΜΛ, τουτέστι πρὸς ΔΛ λόγος, ὃν κθ πρὸς ιβ· πρὸς ἄρα τὴν ΔΕ ὃν κθ πρὸς κδ. τὸ ἄρα ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν κδ πρὸς κθ· πρὸς ἄρα τὸ ΚΕΔ τρίγωνον, ὃν κδ πρὸς ιδ λ. πρὸς ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘ ὀκτάγωνον λόγον ἔχει [τ]ὸν κδ πρὸς ρις, τουτέστιν ὃν ς πρὸς κθ. καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ ΔΕ δοθέν· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ὀκτάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρ. ταῦτα ἐπὶ κθ· γίνεταί, βλ. τούτων τὸ ἕκτον· γίνεταί υλγ γ'. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ

ὀκταγώνου. Ἐστω ἐννάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚ, οὗ ἐκάστη τῶν πλευρῶν μονάδων ι.

1.22 εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. περιγεγράφθω περὶ αὐτὸ κύκλος, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΛ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Μ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΖ. τὸ ἄρα ΕΖΜ τρίγωνον δοθέν ἐστὶν τοῦ ἐν $\langle \nu \rangle$ ἀγώνου. δέδεικται δὲ ἐν τοῖς περὶ τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, ὅτι ἡ ΖΕ τῆς ΕΜ τρίτον μέρος ἐστὶν ὡς ἔγγιστα· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΜΕ ἐνναπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. ὥστε ὀκταπλάσιόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΜΖ τοῦ ἀπὸ ΖΕ· ἐν γὰρ ἡμικυκλίῳ ὀρθή ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Ζ γωνία. τὸ ἄρα ἀπὸ ΜΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΕ λόγον ἔχει ὡς ἔγγιστα, ὃν σπθ πρὸς λς. ἡ ἄρα ΜΖ πρὸς ΖΕ λόγον ἔχει ὡς ἔγγιστα, ὃν ιζ πρὸς ς· ὥστε τὸ ἀπὸ ΕΖ πρὸς τὸ ΕΜΖ τρίγωνον λόγον ἔχει, ὃν λς πρὸς να, τουτέστιν ὃν ιβ πρὸς ιζ. πρὸς ἄρα τὸ ἐν $\langle \nu \rangle$ ἀγώνον λόγον ἔχει, ὃν ιβ πρὸς ος $\angle$, τουτέστιν ὃν κδ πρὸς ρνγ, τουτέστιν ὃν η πρὸς να. καὶ ἔστι δοθέν τὸ ἀπὸ ΕΖ· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἐννάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρ. ταῦτα ἐπὶ να· γίνεταί , ερ. τούτων τὸ η'· γίνεταί χλζ $\angle$. τοσούτου ἔσται τοῦ ἐνναγώνου τὸ ἐμβαδόν. Ἐστω δεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛ, οὗ ἐκάστη πλευρὰ μονάδων ι.

1.23 εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ κύκλου τὸ Μ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΕ, ΜΖ καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΕΖ ἡ ΜΝ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΕΜΖ γωνία δύο πέμπτων ἐστὶν ὀρθῆς· ὥστε ἡ ὑπὸ ΕΜΝ πέμπτου ἐστὶν ὀρθῆς. συνεστάτω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΜΕΞ· δύο ἄρα πέμπτων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΝΞΕ. ὀρθή δὲ ἡ ὑπὸ ΕΝΞ· λόγος ἄρα τῆς ΕΞ πρὸς ΝΞ, ὃν ε πρὸς δ, πρὸς δὲ τὴν ΕΝ, ὃν ε πρὸς γ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΕΞ τῇ ΕΜ, ἡ δὲ ΕΝ τῇ ΝΖ· ἔσται ἄρα λόγος τῆς ΕΖ πρὸς ΜΝ, ὃν ς πρὸς θ, τουτέστιν ὃν β πρὸς γ. καὶ τοῦ ἀπὸ Ε $\langle Z \rangle$ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ Μ $\langle N \rangle$, ὃν β πρὸς γ· ὥστε πρὸς τὸ ΕΖΜ τρίγωνον, ὃν β πρὸς α $\angle$ · ὥστε πρὸς τὸ δεκάγωνον λόγον ἔχει, ὃν β πρὸς ιε. καὶ ἔστι δοθέν τὸ ἀπὸ ΕΖ· δοθέν ἄρα καὶ τὸ δεκάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως. τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρ. ταῦτα ἐπὶ τὰ ιε· γίνεταί , αφ. τούτων τὸ ἡμισυ· γίνεταί ψν· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν τοῦ δεκαγώνου. Ἐστω ἐνδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜ, οὗ ἐκάστη πλευρὰ μονάδων ι.

1.24 εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. περιγεγράφθω περὶ αὐτὸ κύκλος, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Ν, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΝ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ξ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΞΗ. τὸ ἄρα ΖΗΞ τρίγωνον δύο ἐνδέκατα τοῦ ἐνδεκαγώνου ἐστὶν. δέδεικται δὲ ἐν τοῖς περὶ τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν, ὅτι λόγος τῆς ΖΞ πρὸς ΖΗ ὡς ἔγγιστα ὁ τῶν κε πρὸς ζ, ὁ δὲ τῆς ΞΗ πρὸς ΗΖ λόγος, ὃν κδ πρὸς ζ· τοῦ ἄρα ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ΖΗΞ τρίγωνον λόγος ὁ τῶν μθ πρὸς πδ, τουτέστιν ὁ τῶν ζ πρὸς ιβ. τοῦ δὲ τριγώνου πρὸς τὸ ἐνδεκάγωνον λόγος, ὃν β πρὸς ια· ὥστε πρὸς τὸ ἐνδεκάγωνον λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ, ὃν ζ πρὸς ξς· καὶ ἔστι δοθέν τὸ ἀπὸ ΖΗ· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἐνδεκάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρ. ταῦτα ἐπὶ τὰ ξς· γίνεταί , ςχ. τούτων τὸ ἔβδομον· γίνεταί λ μβ ς ζ'· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν τοῦ ἐνδεκαγώνου. Ἐστω δωδεκάγωνον ἰσοπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜΝ ἔχον ἐκάστην πλευρὰν μονάδων ι.

1.25 εὐρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ αὐτὸ[ν] κύκλου τὸ Ξ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΞΗ, ΞΖ καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΗΖ ἡ ΞΟ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΞΟ γωνία ἔκτου ἐστὶν ὀρθῆς· συνεστάτω οὖν αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ ΞΖΠ. τρίτου ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΖΠΟ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΠΟ τριπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΟΖ. λόγος ἄρα τῆς ΠΟ πρὸς ΟΖ ὡς ἔγγιστα, ὃν ζ πρὸς δ· ὥστε καὶ τῆς ΖΗ, τουτέστι τῆς ΞΠ, πρὸς ΠΟ λόγος ὡς ἔγγιστα, ὃν η πρὸς ζ· ὥστε καὶ τῆς ΖΗ πρὸς ΞΟ λόγος, ὃν $\langle \eta \rangle$ πρὸς ιε. καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΗ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΗ ΞΟ λόγος, ὃν $\langle \eta \rangle$ πρὸς ιε, πρὸς δὲ τὸ ΖΗΞ ἄρα τρίγωνον, ὃν $\langle \eta \rangle$ πρὸς ζ. καὶ πρὸς τὸ δωδεκάγωνον ἄρα, ὃν η πρὸς ς, τουτέστιν ὃν δ πρὸς με. καὶ ἔστι δοθέν τὸ ἀπὸ ΖΗ· δοθέν ἄρα καὶ τὸ δωδεκάγωνον. συντεθήσεται δὲ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά· γίνεταί ρ. ταῦτα ἐπὶ τὰ με· γίνεταί , δφ. τούτων τὸ τέταρτον· γίνεταί , αρκε. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδόν τοῦ δωδεκαγώνου. Ὅσα δὲ τῶν

πολυγώνων σχημάτων οὐκ ἔστιν ἰσόπλευρα καὶ ἰσογώνια, ταῦτα εἰς τρίγωνα καταδιαιρούμενα μετρεῖται· τὰ δὲ περιφερῆ τῶν ἐπιπέδων σχημάτων καὶ καθόλου τῶν ἐπιφανειῶν ὅσαι δύνανται μετρεῖσθαι, ἔξῃς κατὰ τὸ ἀκόλουθον ἐκθησόμεθα. Ἀρχιμήδης μὲν οὖν ἐν τῇ τοῦ κύκλου μετρήσει δείκνυσιν, ὅτι ἰα τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἴσα γίνονται ὡς ἔγγιστα ἰδ κύκλοις· ὥστε ἐὰν δοθῇ ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου εἰ τύχοι μονάδων, δεῖσει τὰ ἰ ἐφ' ἑαυτὰ ποιῆσαι· γίνονται ρ· ταῦτα ἐπὶ τὰ ἰα· γίνονται , αρ· ὦν τὸ ἰδ'.

1.26 γίνονται οη $\leq$ ἰδ'. τοσούτου δεῖ ἀποφαίνεσθαι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου. ὁ δὲ αὐτὸς Ἀρχιμήδης δείκνυσιν ἐν τῷ περὶ πλινθίδων καὶ κυλίνδρων, ὅτι παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχει <ἢ ὃν ἔχει> μ κα , αωοε πρὸς μ ς , ζυμα, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν ἔχει[ν] μ ιθ , ζωπη πρὸς μ ς , βτνα· ἀλλ' ἐπεὶ οὗτοι οἱ ἀριθμοὶ πρὸς τὰς μετρήσεις οὐκ εὐθετοῦσι, καταβιβάζονται εἰς ἐλαχίστους ἀριθμούς, ὡς τὸν κβ πρὸς τὰ ζ. ὥστε ἐὰν δοθῇ ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου εἰ τύχοι μονάδων ἰδ καὶ βούληταί τις τὴν περίμετρον εὑρεῖν, δεῖ ποιῆσαι τὰ ἰδ ἐπὶ τὰ κβ καὶ τούτων λαβεῖν τὸ ἔβδομον, καὶ ἀποφαίνεσθαι τοσούτου τὴν περίμετρον· ἔστι δὲ μονάδων μδ. καὶ ἀνάπαλιν δὲ, ἐὰν δοθῇ ἡ περίμετρος μονάδων μδ καὶ βουλώμεθα τὴν διάμετρον εὑρεῖν, ποιήσομεν τὰ μδ ἐπτάκις καὶ τῶν γενομένων τὸ κβ' λαβόντες ἔξομεν τὴν διάμετρον· ἔστι δὲ ἰδ. δείκνυσιν δὲ ὁ αὐτὸς Ἀρχιμήδης ἐν τῇ τοῦ κύκλου μετρήσει ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιόν ἐστι τοῦ κύκλου· ὥστε ἐὰν δοθῇ ἡ περίμετρος μονάδων μδ, λαβόντες τῆς διαμέτρου τὸ ἥμισυ· εἰσὶ δὲ μονάδες ζ· πολλαπλασιάσομεν ἐπὶ τὰ μδ· καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ λαβόντες· εἰσὶ δὲ μονάδες ρνδ· τοσούτου ἀποφα[ι]νούμεθα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου. Ἐὰν δέη χωρίου τινὸς δοθέντος ἦτοι εὐθυγράμμου ἢ οἰοδηποτοῦν τούτῳ ἴσον κύκλον πορίσασθαι, λαβόντες τὸ ἐμβαδὸν τοῦ χωρίου· ἔστω δὲ μονάδων ρνδ· τούτων τὰ ἰδ ἐνδέκατα· ἂ γίνονται ρςζ· καὶ τούτων πάλιν λαβόντες πλευράν· ἔστι δὲ μονάδων ἰδ· τοσούτου ἀποφανούμεθα τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον. Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων τὸ μεταξὺ τῶν περιφερειῶν αὐτῶν χωρίον δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν μετρήσαντα ἑκάτερον τῶν κύκλων καὶ ἀφελόντα ἀπὸ τοῦ μείζονος τὸν ἐλάσσονα. ἵνα δὲ μὴ δύο κύκλων μέτρησιν ποιησώμεθα, δείξομεν οὕτως. Ἐστωσαν δύο κύκλοι περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον, ὦν διαμέτροι αἱ AB ΓΔ. ἐπεὶ οὖν τοῦ ἀπὸ τῆς AB τὰ ἰα ἰδ' γίνονται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ μείζονος κύκλου καὶ ὁμοίως τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τὰ ἰα ἰδ' γίνονται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, τῆς ἄρα τῶν ἀπὸ AB ΓΔ ὑπεροχῆς τὰ ἰα ἰδ' γίνονται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ εἰρημένου χωρίου, ὃ καλεῖται ἴτυς. ἡ δὲ τῶν ἀπὸ ABΓΔ ὑπεροχὴ τὸ τετράκις ἐστὶν ὑπὸ ΓΒ ΒΔ· ἐπειδήπερ καὶ <τὸ> τετράκις ὑπὸ ΓΒ ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ ΒΔ.

1.26. (50) συναμφοτέρος δὲ ἡ ΓΒ ΒΔ ἴση ἐστὶ τῇ AB, ἐπειδήπερ καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΑΓ ἴση ἐστίν. ὥστε ἐὰν δοθῇ ἡ μὲν ΓΔ μονάδων ἰδ, ἑκατέρα δὲ τῶν ΑΓ ΒΔ μονάδων ς, ἔσται ἡ ΓΒ μονάδων κ. ταῦτα ἐπὶ τὰ ς· γίνονται ρκ· ταῦτα τετράκι· γίνονται υπ· τούτων τὰ ἰα ἰδ'. γίνονται τοζ ζ'. τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἴτυος. Εἰς δὲ τὴν τοῦ τμήματος μέτρησιν προγράψομεν ταῦτα.

1.27 ἔστω ὡσαυδηποτοῦν μεγέθη τετραπλάσια ἀλλήλων τὰ Α, Β, Γ, Δ ἢ καὶ πλείονα ἀρχόμενα ἀπὸ μεγίστου τοῦ Α· λέγω ὅτι τὸ γ' τοῦ Α ἴσον ἐστὶν τοῖς ΒΓΔ καὶ τῷ γ' τοῦ Δ· ἐπεὶ γὰρ τὸ Α τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ Β, τὸ Α ἄρα ἴσον ἐστὶ τέτ <τ> αρσι τοῖς Β. τὸ ἄρα τρίτον τοῦ Α ἴσον ἐστὶ τῷ Β καὶ τῷ γ' τοῦ Β. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ γ' τοῦ Β ἴσον ἐστὶν τῷ Γ καὶ τῷ γ' τοῦ Γ. ὁμοίως δὴ καὶ τοῦ Γ τὸ γ' ἴσον ἐστὶ τῷ Δ καὶ τῷ γ' τοῦ Δ. ὥστε τὸ γ' τοῦ Α ἴσον ἐστὶ τοῖς ΒΓΔ καὶ τῷ γ' τοῦ Δ. Ἐστω τμήμα κύκλου τὸ ΑΒΓ καὶ ἀπὸ μέσης τῆς ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΒ, ἀπὸ δὲ μέσης τῆς ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΖ.

1.28 ὅτι ἡ ΒΔ τῆς ΕΖ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἐπίτριτος. προσαναπεπληρώσθω ὁ κύκλος καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΒΔ, ΖΕ ἐπὶ τὰ Η, Θ, καὶ κάθετος ἡ ΖΚ. ἐπεὶ διπλῇ ἐστὶν ἡ ΑΔ τῆς ΔΕ, τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ τοῦ ἀπὸ ΔΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΖΚ. ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ ΗΔΒ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ ΗΚΒ·

ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΗΔΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΚΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ὑπὸ ΗΔΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΔ, ΚΒ, τουτέστιν ἢ ΔΒ πρὸς ΒΚ. ἢ ἄρα ΔΒ τῆς ΒΚ μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλῆ· ἀναστρέψαντι ἄρα ἢ ΔΒ τῆς ΔΚ, τουτέστι τῆς ΕΖ, ἐλάττων ἐστὶν <ἢ> ἐπίτριτος. Ἔστω τμήμα τὸ ἐπὶ τῆς ΑΓ, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ μέσης τῆς ΑΓ ἢ ΔΒ καὶ δίχα αἱ ΑΒ, ΒΓ περιφέρειαι κατὰ τὰ Ε, Ζ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ.

1.29 ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ τριγώνων. ἦχθω κάθετος μὲν ἐπὶ τὴν ΑΒ ἢ ΕΗ, παράλληλος δὲ τῇ ΒΔ διὰ τοῦ Η ἢ ΘΚ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ ΘΒ· ἴση ἄρα ἢ ΑΚ τῇ ΚΔ. ἢ ἄρα ΒΔ τῆς ΘΚ ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἐπίτριτος. τῆς δὲ ΗΚ ἔστι διπλῆ· ὥστε ἢ ΚΗ τῆς ΘΗ ἐλάττων ἐστὶν ἢ διπλασίον· ὡς δὲ <ἢ> ΚΗ πρὸς ΘΗ, τὸ ΑΚΒ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΘ τρίγωνον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶν ἢ διπλάσιον τὸ ΑΚΒ τρίγωνον τοῦ ΑΒΘ τριγώνου. τοῦ δὲ ΑΚΒ διπλάσιον ἐστὶν τὸ ΑΒΔ· ἔλαττον ἄρα ἢ τετραπλάσιον τὸ ΑΒΔ τοῦ ΑΒΘ· τὸ δὲ ΑΒΘ τρίγωνον ἔλαττόν ἐστι τοῦ ΑΕΒ, ἐπεὶ καὶ ἢ ΕΗ τῆς ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὴν ΑΒ καθέτου. πολλῶν ἄρα τὸ ΑΔΒ ἔλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ ΑΕΒ. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον ἔλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ ΒΖΓ τριγώνου· τὸ ἄρα ΑΒΓ ἔλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ τριγώνων. Τὸ δὲ τμήμα τοῦ κύκλου τὸ ἔλαττον ἡμικυκλίου οἱ μὲν ἀρχαῖοι ἀμελέστερον ἐμέτρουν.

1.30 συντιθέντες γὰρ αὐτοῦ τὴν βάσιν καὶ τὴν κάθετον καὶ τούτων τὸ ἥμισυ λαμβάνοντες ἐπὶ τὴν κάθετον ἐποιοῦν καὶ τὸ <σο> ὑτοῦ τὸ ἐμβαδὸν <τοῦ> τμήματος ἀπεφαίνοντο. δοκοῦσι δὲ οὗτοι ἡκολουθηκέναι τοῖς τὴν περίμετρον τοῦ κύκλου τριπλασίονα ὑπολαμβάνουσιν τῆς διαμέτρου. ἐὰν γὰρ ἡμικύκλιον κατὰ τὴν τ <οι> αὐτὴν ὑπόθεσιν μετρῶμεν, ἀκολουθήσει τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἡμικυκλίου σύμφωνον τῇ εἰρημένῃ μεθόδῳ. οἷον ἔστω ἡμικύκλιον, οὗ διάμετρος ἢ ΑΒ καὶ κάθετος ἢ ΓΔ. καὶ ἔστω ἢ διάμετρος μονάδων ιβ. ἢ ἄρα ΓΔ μονάδων ζ. οὐκοῦν ἢ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἔσται μονάδων λς. ἢ ἄρα τοῦ ἡμικυκλίου μονάδων ιη. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς περιφέρειας καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου διπλάσιόν ἐστι τοῦ χωρίου, δεῖ τὰ ιη πολλαπλασιάσαντας ἐπὶ τὰ ζ λαβεῖν τὸ ἥμισυ· εἰσὶ δὲ μονάδες νδ. ὥστε τοῦ ἡμικυκλίου τὸ ἐμβαδὸν κατὰ τὴν εἰρημένην ὑπόθεσιν ἔσται μονάδων νδ. τὸ δ' αὐτὸ ἔσται ἂν συνθῇς τὰ ιβ καὶ τὰ ζ, ἃ γίνονται ιη. ὦν ἥμισυ λαβὼν ἐπὶ τὰ τῆς καθέτου ποιήσεις γίνονται ὁμοίως νδ. Οἱ δὲ ἀκριβέστερον ἐζητηκότες προστιθέασιν τῷ εἰρημένῳ ἐμβαδῷ τοῦ τμήματος τὸ ιδ' μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως.

1.31 οὗτοι δὲ τῇ ἐτέρᾳ φαίνονται ἡκολουθηκότες ἐφόδῳ, καθ' ἣν ἢ τοῦ κύκλου περιφέρεια τριπλασία ἐστὶ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου καὶ τῷ ζ' μέρει μείζων· ἐὰν γὰρ ὁμοίως ὑποστησώμεθα τὴν μὲν ΑΒ διάμετρον μονάδων ιδ, τὴν δὲ ΔΓ κάθετον ζ, ἔσται ἢ περιφέρεια τοῦ ἡμικυκλίου μονάδων κβ· ἐπὶ τὸν ζ· γίνονται ρνδ. ὦν ἥμισυ γίνονται οζ. καὶ τοσούτου τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἡμικυκλίου ἀποφαίνεσθαι. τὸ δ' αὐτὸ καὶ ἐὰν οὕτως ποιήσωμεν. σύνθες τὰ ιδ καὶ τὰ ζ, ὦν ἥμισυ γίνονται ι ζ· ἐπὶ τὰ ζ· γίνονται ογ ζ· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως μονάδων μθ. τούτων καθόλου τὸ ιδ' γίνονται γ ζ· ταῦτα πρόσθες τοῖς ογ ζ· γίνονται οζ. ταῦτη οὖν τῇ ἐφόδῳ χρήσασθαι δεῖ ἐπὶ τῶν ἐλασσόνων τοῦ ἡμικυκλίου τμημάτων· οὐ μέντοι ἐπὶ παντὸς τμήματος πάλιν καὶ αὕτη ἀρμόσει ἢ ἔφοδος, ἀλλ' ὅταν ἢ βάσις τοῦ τμήματος μὴ μείζων ἢ ἢ τριπλῇ τῆς καθέτου· ἐπεὶ τοι, ἐὰν ἢ βάσις ἢ μονάδων ζ, ἢ δὲ κάθετος, ἔσται τὸ περιεχόμενον σχῆμα μονάδων ζ, ὃ δὲ μείζον ἐστὶ τοῦ τμήματος. τούτου δὲ μείζον ἐστὶ τὸ ιδ' τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως· ἔστι γὰρ μονάδων ζδ ιδ'. ὥστε οὐκ ἐπὶ παντὸς τμήματος ἀρμόσει ἢ εἰρημένη ἔφοδος, ἀλλ', ὡς εἴρηται, ὅταν ἢ βάσις τῆς καθέτου μὴ μείζων ἢ ἢ τριπλῇ. ἐὰν δὲ ἢ μείζων ἢ τριπλῇ, τῇ ἐξῆς ἐφόδῳ χρῆσόμεθα. Πᾶν τμήμα κύκλου μείζον ἐστὶν ἢ ἐπίτριτον τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

1.32 ἔστω τμήμα κύκλου τὸ ΑΒΓ καὶ ἀπὸ μέσης τῆς ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἦχθω ἢ ΔΒ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ ΒΓ. λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τμήμα μείζον ἐστὶν ἢ ἐπίτριτον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· τετμήσθωσαν γὰρ αἱ

ΑΒ ΒΓ περιφέρειαι δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ. τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον ἔλαττον ἔστιν ἢ τετραπλάσιον τῶν ΑΕΒ ΒΖΓ τριγώνων. ἔστω οὖν τῷ μὲν ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον τὸ Η χωρίον, τοῖς δὲ ΑΒΕ ΒΖΓ τριγώνοις ἴσον τὸ ΘΚ. τὸ ἄρα Η τοῦ ΘΚ ἔλαττον ἔστιν ἢ τετραπλάσιον, <....> τὸ Η, τὸ δὲ Θ τοῦ Λ, τὸ δὲ τοῦ Μ. καὶ τοῦτο γιγνέσθω, ἕως οὗ τὸ τοῦ ἐσχάτου τρίτον ἔλαττον γένηται τοῦ Κ. γεγονέτω καὶ ἔστω τὸ Μ. καὶ τετμήσθωσαν αἱ ΑΕ ΕΒ ΒΖ ΖΓ περιφέρειαι δίχα καὶ ἐπὶ τὰς διχοτομίας ἐπεζεύχθωσαν τὰ ἄρα ΑΕΒ ΒΖΓ τρίγωνα τῶν γενομένων τριγώνων ἐλάττονα ἔσται ἢ τετραπλάσια· τὸ δὲ ΘΚ τοῦ Λ μείζον ἢ τετραπλάσιόν ἔστιν· τὰ ἄρα γενόμενα τρίγωνα μείζονά ἐστι τοῦ Λ. ἔστω αὐτοῖς ἴσα τὰ ΛΝ. καὶ πάλιν τετμήσθωσαν αἱ γενόμεναι περιφέρειαι καὶ ἐπεζεύχθωσαν ὁμοίως. τὰ ἄρα προειρημένα, οἷς ἴσα ἐστὶ τὰ ΛΝ, τῶν γενομένων τριγώνων ἐλάττονά ἐστι <ἢ τετραπλάσια>, τὸ <δὲ> ΛΝ τοῦ Μ μείζον ἔστιν ἢ τετραπλάσιον· ὥστε τὰ ἐσχάτα γενόμενα τρίγωνα μείζονά ἐστι τοῦ Μ. ἔστω αὐτοῖς ἴσον τὸ ΜΞ. καὶ ἐπεὶ τὰ ΗΘ ΛΜ τετραπλάσιά ἐστιν ἀλλήλων, τὸ ἄρα τρίτον τοῦ Η ἴσον ἐστὶ τοῖς ΘΛΜ καὶ τῷ γ' τοῦ Μ, <τὸ δὲ γ' τοῦ Μ> ἔλαττον ἐστὶ τῶν ΚΝΞ, ἐπεὶ καὶ τοῦ Κ. τὸ ἄρα τρίτον τοῦ Η ἔλασσόν ἐστι τῶν ΘΚΛ ΝΜΞ. τὸ ἄρα Η τῶν εἰρημένων ἔλασσόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον. τὸ Η ἄρα μετὰ τῶν ΘΚ ΛΝ ΜΞ τῶν ΘΚ ΛΝ ΜΞ ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον· ἀναστρέψαντι ἄρα τὰ ΘΚ ΛΝ ΜΞ μετὰ τοῦ Η τοῦ Η <....> ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. τὰ δὲ ΘΚ ΛΝ ΜΞ μετὰ τοῦ Η ἴσα τῷ ἐγγραφέντι εἰς τὸ τμήμα πολυγώνῳ τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον εἰς τὸ τμήμα πολύγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου μείζον ἔστιν ἢ ἐπίτριτον· πολλῶν ἄρα τὸ ἐπὶ τῆς ΑΓ τμήμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου μείζον ἔστιν ἢ ἐπίτριτον. ὥστε ἐὰν μετρήσωμεν τὸ τρίγωνον καὶ τούτου τὸ τρίτον προσθῶμεν, ἀποφανόμεθα ὡς ἔγγιστα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τμήματος.

1.32. (50) ἀρμόσει δὲ ἡ αὐτὴ μέθοδος, ὅταν ἡ βάσις τῆς καθέτου μείζων ἢ ἢ τριπλάσιον· ἐὰν μέντοι τμήμα ἢ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ παραβολῆς καὶ δοθῇ ἡ τε βάσις αὐτῆς καὶ ἡ κάθετος, τουτέστιν ὁ ἄξων ὁ μέχρι τῆς βάσεως, καὶ τούτου βουλώμεθα τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν, μετρήσαντες τὸ τρίγωνον τὸ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον καὶ τούτῳ προσθέντες τὸ τρίτον αὐτῶν ἀποφανόμεθα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τμήματος. ἔδειξε γὰρ Ἀρχιμήδης ἐν τῷ ἐφοδικῷ, ὅτι πᾶν τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, τουτέστι παραβολῆς, ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος αὐτῷ τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος δὲ ἴσον. Λήμμα. Ἐστω τῷ μὲν Η ἴσον τὸ ΑΒ, τοῖς δὲ Θ, Κ, Λ, Ν, Μ, Ξ τὸ ΒΓ[Δ], τὸ δὲ ΑΒ τοῦ ΒΓ ἔλασσον ἢ τριπλάσιον ἔστω· πῶς ἀναστρέψαντι τὸ ΑΓ, τουτέστι τὸ Η μετὰ τῶν Θ, Κ, Λ, Ν, Μ, Ξ, τοῦ ΑΒ, τουτέστι τοῦ Η, μείζον ἔστιν <ἢ> ἐπίτριτον; ἔστω γὰρ τὸ ΑΔ τοῦ ΔΓ τριπλάσιον· τὸ[ὑ] ΑΓ ἄρα τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΓ. ἀναστρέψαντι ἄρα τὸ ΑΓ τοῦ ΑΔ ἐπίτριτόν ἐστιν. τὸ ΑΓ ἄρα τοῦ ΑΒ μείζον ἔστιν ἢ ἐπίτριτον. Ἐὰν δὲ δέη τμήμα μετρήσαι μείζον ἢ μικυκλίον, μετρήσομεν οὕτως.

1.33 ἔστω τμήμα κύκλου τὸ[ὑ] ΑΒΓ, οὗ ἢ μὲν ΑΓ βάσις ἔστω μονάδων ιδ, ἢ δὲ ΒΔ κάθετος μονάδων ιδ. προσαναπεπληρώσθω ὁ κύκλος καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ μονάδων ἐστὶ μθ, ἔσται ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ μονάδων μθ. καὶ ἔστιν ἡ ΒΔ μονάδων ιδ· ἢ ἄρα ΔΕ ἔσται μονάδων γ<· ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΓ μονάδων ιδ· τοῦ ἄρα ΑΕΓ τμήματος, ὃ ἐστὶν ἔλασσον ἢ μικυκλίον, τὸ ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων, ὡς ἐμάθομεν, λδ η'. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΒΔ ἐστὶ μονάδων ιδ, ἢ δὲ ΔΕ γ<, ἢ ἄρα ΒΕ διάμετρος ἔσται μονάδων ιζ<· τοῦ ἄρα κύκλου τὸ ἐμβαδὸν ὡς ἐμάθομεν ἔσται σμ< η'. ὦν τὸ τοῦ ΑΕΓ τμήματος ἐμβαδὸν ἐστὶ μονάδων λδη'. λοιπὸν ἄρα τὸ τοῦ ΑΒΓ τμήματος ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων σς<. Ἐστω δὲ ἔλλειψιν μετρήσαι, ἧς ὁ μὲν μείζων ἄξων μονάδων ις, ὁ δὲ ἐλάσσων ιβ.

1.34 ἐπεὶ οὖν ἐν τοῖς κωνοειδέσιν Ἀρχιμήδους δείκνυνται ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ἀξόνων δύναται κύκλον ἴσον τῇ ἐλλείψει, δεήσει τὰ ις ἐπὶ τὰ ιβ πολλαπλασιάσαντα τούτων λαβεῖν τὰ ια ιδ· ἔστι δὲ ρμς<· τοσούτου ἀποφαίνεσθαι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐλλείψεως. Ἐστω δὲ παραβολὴν μετρήσαι τὴν ΑΒΓ, ἧς ἢ μὲν βάσις ἐστὶ μονάδων ιβ, ὁ δὲ ΒΔ ἄξων μονάδων ε.

- 1.35 ἐπεξεύχθωσαν αἱ AB BΓ. τῷ ἄρα ἐμβαδῷ τοῦ ABΓ τριγώνου ἴσον ἐστὶ τὸ ἥμισυ τοῦ ὑπὸ AΓ BΔ, τουτέστι μονάδων λ. ἀπέδειξεν δὲ Ἀρχιμήδης ἐν τῷ ἐφοδικῷ, ὡς προεῖρηται, ὅτι πᾶν τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, τουτέστι παραβολῆς, ἐπίτρίτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον, τουτέστι τοῦ ABΓ τριγώνου. <τοῦ δὲ ABΓ τριγώνου> τὸ ἐμβαδὸν ἐστὶ μονάδων λ. τὸ ἄρα τῆς παραβολῆς ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων μ. Ἐστω κυλίνδρου ἐπιφάνειαν μετρήσαι χωρὶς τῶν βάσεων, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῶν βάσεων ἐστὶ μονάδων ιδ, τὸ δὲ ὕψος μονάδων ε.
- 1.36 ἐὰν δὴ νοήσωμεν τετμημένην τὴν ἐπιφάνειαν κατὰ τινὰ πλευρὰν τοῦ κυλίνδρου καὶ ἀνηλωμένην, τουτέστιν ἐκτεταμένην εἰς ἐπίπεδον, ἔσται τι παραλληλόγραμμον, οὗ τὸ μὲν μῆκος ἔσται ἡ περιφέρεια τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου, τὸ δὲ πλάτος τὸ τοῦ κυλίνδρου ὕψος. ἐπεὶ οὖν ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου ἐστὶ μονάδων ιδ, ἡ ἄρα περιφέρεια ἔσται μονάδων μδ· τὸ ἄρα τοῦ παραλληλογράμμου μῆκος ἔσται μονάδων μδ. τὸ δὲ πλάτος μονάδων ε· τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ παραλληλογράμμου ἔσται μονάδων σκ. τοσούτου δὲ καὶ ἡ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφάνεια, τουτέστι μονάδων σκ, ὡς καὶ ὑποτέτακται. Κώνου δὲ ἰσοσκελοῦς τὴν ἐπιφάνειαν μετρήσομεν ἀκολουθῶς ἐκπετάσαντες αὐτήν· ἐὰν γὰρ νοήσωμεν ὁμοίως κατὰ πλευρὰν <ἀν> ηλωμένην καὶ εἰς ἐπίπεδον ἐκτεταμένην, ἔσται τις κύκλου τομεὺς ὥσπερ ὁ ABΓ[Δ] ἔχων τὴν μὲν AB πλευρὰν ἴσην τῇ πλευρᾷ τοῦ κώνου, τὴν δὲ BΓ περιφέρειαν ἴσην τῇ περιφερείᾳ τῆς βάσεως τοῦ κώνου.
- 1.37 ἐὰν οὖν πάλιν δοθῇ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως τοῦ κώνου μονάδων ιδ, ἡ δὲ πλευρὰ μονάδων ι, ἔσται ἡ μὲν BΓ περιφέρεια μονάδων μδ, ἡ δὲ AB μονάδων ι. δέδεικται δὲ Ἀρχιμήδει ἐν τῇ τοῦ κύκλου μετρήσει, ὅτι πᾶς τομεὺς ἡμισὺς ἐστὶ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τε τῆς τοῦ τομέως περιφερείας καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, οὗ ἔστιν ὁ τομεὺς· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν AB BΓ ἐστὶ μονάδων υπ· τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ τομέως ἔσται μονάδων σκ. Τὴν δὲ ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας ὁ αὐτὸς ἐμέτρησεν Ἀρχιμήδης ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου ἀποδείξας τετραπλασίονα οὔσαν τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὥστε ἐὰν δοθῇ ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας μονάδων ιδ, δεῖ εὐρεῖν κύκλον τετραπλασίονα τοῦ κύκλου, οὗ ἡ διάμετρος ἐστὶ μονάδων ιδ.
- 1.38 εἰ δὲ ὁ κύκλος τοῦ κύκλου ἐστὶ τετραπλάσιος, ἡ ἄρα διάμετρος τῆς διαμέτρου ἐστὶ διπλασία, ἐπεὶπερ οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τῶν κύκλων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα. τὰ ιδ δὲ γίνεταί κη. τὸ δὲ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου, οὗ ἡ διάμετρος κη, ἔστιν, ὡς ἐμάθομεν, μονάδων χις. ὥστε καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἔσται μονάδων χις. ἢ καὶ ἄλλως· ἀπέδειξεν Ἀρχιμήδης, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ὕψος ἴσον· ὥστε δεήσει ἐπιφάνειαν κυλίνδρου μετρήσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἐστὶ μονάδων ιδ, τὸ δὲ ὕψος ὁμοίως ιδ. ὡς οὖν προεδείχθη, ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐστὶ μονάδων χις· τοσούτου ἄρα καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια. Τμήματος δὲ σφαίρας τὴν ἐπιφάνειαν μετρήσομεν οὕτως, ἔστω τμήμα σφαίρας, οὗ βάσις ὁ ABΓΔ κύκλος ἔχων τὴν μὲν AΓ διάμετρον μονάδων κδ, τὴν δὲ EZ κάθετον μονάδων ε.
- 1.39 ἐπεὶ οὖν ἡ AΓ ἐστὶ μονάδων ΚΛ, ἡ ἄρα AZ ἐστὶ μονάδων ιβ. ἡ δὲ ZE μονάδων ε· ἡ ἄρα AE ἐστὶ μονάδων ιγ διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ Z γωνίαν. ἀπέδειξεν δὲ ὁ αὐτὸς Ἀρχιμήδης ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, <οὗ> ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ πόλου τῆς βάσεως τοῦ τμήματος ἡ δὲ AE ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶ τοῦ ABΓΔ κύκλου· καὶ ἔσται μονάδων ιγ. ἡ ἄρα διάμετρος τοῦ εἰρημένου κύκλου ἐστὶ μονάδων κς. τὸ ἄρα ἐμβαδὸν, ὡς προεῖρηται, ἔσται μονάδων φλα ζ'. τοσούτου ἄρα καὶ ἡ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια. Ὅσα μὲν οὖν ἦν σχήματα τεταγμένων ἐπιφανειῶν, αὐτάρκως

νομίζομεν μεμετρηῆσθαι, ἀναγκαῖον δὲ ὡς οἶμαι πρὸς τὰς ἀτάκτους εἰπεῖν ἐπιφανείας, ὡς δέον αὐτὰς μετρεῖσθαι. εἰ μὲν οὖν ἐπιφάνεια ἐπίπεδός ἐστιν, ἡ δὲ περιέχουσα αὐτὴν γραμμὴ ἄτακτος ὑπάρχει, δεήσει ἐπ' αὐτῆς τῆς γραμμῆς λαβεῖν τινὰ συνεχῆ σημεῖα, ὥστε τὰς ἐπιζευγνουσὰς αὐτὰ κατὰ τὸ ἐξῆς εὐθείας γραμμὰς μὴ κατὰ πολὺ ἀπάδειν τῆς περιεχούσης τὸ σχῆμα γραμμῆς, καὶ οὕτως ὡς πολύγωνον μετρεῖν εἰς τρίγωνα καταδιαίρουντα. εἰ δὲ οὐκ ἐστὶν ἐπίπεδος ἡ ἐπιφάνεια, ἀλλ' ὥσπερ ἀνδριάντος ἢ ἄλλου τινὸς τοιοῦτου, δεῖ λαβόντα χάρτην ὅτι λεπτότατον ἢ σινδόνα περιτείνειν κατὰ μέρος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ, ἄχρι ἂν περιειληθῇ, εἴτα ἐκτείναντα τὸν χάρτην ἢ τὴν σινδόνα εἰς ἐπίπεδον μετρεῖν περιεχομένην ὑπὸ ἀτάκτου γραμμῆς, ὡς προείρηται, καὶ ἀποφαίνεσθαι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας. εἰ δὲ τινὲς εἰσὶν ἕτεροι ἐπιφάνειαι ἢ σχήματα ἐπιφανειῶν, μετρηθήσεται ἐκ τῶν προειρημένων· καὶ γὰρ αὐτάρκως νομίζομεν τὰς ἐκ δυεῖν διαστάσεων ἐπιφανείας μεμετρηκέναι. ΗΡΩΝΟΣ ΜΕΤΡΙΚΩΝ Β ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ Μετὰ τὴν τῶν ἐπιφανειῶν μέτρησιν εὐθυγράμμων τε καὶ μὴ κατὰ τὸ ἀκόλουθον ἐπὶ τὰ στερεὰ σώματα χωρητέον, ὧν καὶ τὰς ἐπιφανείας ἐν τῷ πρὸ τούτου βιβλίῳ ἐμετρήσαμεν ἐπίπεδους τε καὶ σφαιρικές, ἔτι τε κωνικάς καὶ κυλινδρικές, πρὸς δὲ τούτοις ἀτάκτους, ὧν τὰς ἐπινοίας ὥσπερ παραδόξους οὕσας τινὲς εἰς Ἀρχιμήδην ἀναφέρουσιν κατὰ διαδοχὴν ἱστοροῦντες.

2 proem (1t) εἴτε δὲ Ἀρχιμήδους εἴτε ἄλλου τινός, ἀναγκαῖον καὶ ταύτας προ <σ> υπογράψαι, ὅπως κατὰ μηδὲν ἐνδεῆς ἢ πραγματεία τυγχάνῃ τοῖς βουλομένοις αὐτὰ μεταχειρίζεσθαι. Στερεὸν εὐθύγραμμον ὀρθογώνιον μετρήσαι δοθείσης ἐκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς, μήκους τε καὶ πλάτους καὶ βάθους ἢ πάχους· οὐδὲν γὰρ διοίσει [εἰ] ἢ κοῖλον ὑπάρχον μετρεῖσθαι τι σῶμα ἢ ναστόν. βάθος μὲν γὰρ καλεῖται ἐπὶ τῶν κοίλων σωμάτων, πάχος δὲ ἐπὶ τῶν ναστῶν. ἔστω δὲ τὸ μὲν μήκος μονάδων κ, τὸ δὲ πλάτος μονάδων ιβ, τὸ δὲ πάχος μονάδων π. ἐὰν δὴ δι' ἀλλήλων τοὺς ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσωμεν, γίνονται μονάδες, ατ. τοσούτων δὲ καὶ τὸ στερεὸν ἔσται μονάδων. τούτου δ' ἡ ἀπόδειξις φανερά. ἐὰν γὰρ τὰς τρεῖς διαστάσεις ἐπινοήσωμεν διηρημένας εἰς μοναδιαῖα διαστήματα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπίπεδα ἐκβάλωμεν παράλληλα τοῖς περιέχουσι τὸ στερεὸν ἐπίπεδοις, ἔσται ὥσπερ καταπεπρισμένον τὸ στερεὸν εἰς μοναδιαῖα στερεά, ὧν τὸ πλῆθος ἔσται ὁ εἰρημένος ἀριθμός. καὶ καθόλου δὲ πᾶν στερεὸν σχῆμα πάχος ἔχον οἰονδηποτοῦν <καὶ μήκος οἰονδηποτοῦν>, τὸ δὲ ὕψος πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει μετρεῖται τῆς βάσεως αὐτοῦ μετρηθείσης καὶ ἐπὶ τὸ ὕψος πολλαπλασιασθείσης. οἶον· ἔστω τοῦ στερεοῦ βάσις ἔλλειψις, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς ἐλλείψεως πρὸς ὀρθὰς ἐπινοείσθω τις εὐθεῖα τῷ τῆς ἐλλείψεως ἐπίπεδῳ ὕψος ἔχουσα δοθέν. τὸ δὲ τῆς ἐλλείψεως σχῆμα φερέσθω κατὰ τῆς εἰρημένης εὐθείας οὕτως, ὥστε τὸ μὲν κέντρον κατ' αὐτῆς φέρεσθαι, τὸ δὲ τῆς ἐλλείψεως ἐπίπεδον ἀεὶ παράλληλον ὑπάρχειν τῇ ἐξ ἀρχῆς θέσει. ἔσται δὴ τι σχῆμα ὥσπερ εἰ κύλινδρος βάσιν ἔχον τὴν εἰρημένην ἔλλειψιν. τοῦ δὴ τοιοῦτου σχήματος τὸ ὕψος πρὸς ὀρθὰς καλῶ τῇ βάσει· ὁ δὲ μετρεῖται τῷ προειρημένῳ τρόπῳ. κἂν ἡ βάσις δὲ ἕτερον ἔχη σχῆμα, τὸ δὲ ὕψος πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει, ὡς εἴρηται, ὁμοίως μετρηθήσεται· ὥστε καὶ κύλινδρος ὡσαύτως μετρεῖται. κἂν μὴ ἦ δὲ τὸ ὕψος τοῦ στερεοῦ πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει, ἀλλὰ κεκλιμένον ἦ, τὸ δὲ στερεὸν τοιοῦτον, ὥστε τεμνόμενον ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει ποιεῖν τομὰς ἴσας τῇ βάσει, δοθείσα δὲ ἦ ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς αὐτοῦ κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὴν βάσιν, τὸ στερεὸν ὡσαύτως λαμβάνεται. δεῖ γὰρ λαβόντα τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως αὐτοῦ πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὴν εἰρημένην κάθετον καὶ ἀποφαίνεσθαι τοσούτου τὸ στερεόν· τὸ δὲ εἰρημένον <.

2 proem (50)> ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει ποιεῖ τομὰς τῇ βάσει ἴσας, γίνονται οὕτως. ἐὰν ἐπὶ τῆς βάσεως αὐτοῦ εὐθεῖα τις ἐπισταθῇ ἥτοι ὀρθὴ ἢ κεκλιμένη πρὸς τὴν βάσιν καὶ μενούσης αὐτῆς ἡ τοῦ στερεοῦ βάσις φέρεται κατὰ τῆς εἰρημένης εὐθείας, ὥστε τὸ μὲν πρὸς τῇ βάσει σημεῖον κατὰ τῆς εὐθείας φέρεσθαι, τὴν δὲ βάσιν ἀεὶ φερομένην παράλληλον ἑαυτῇ διαμένειν, τὸ

τοιούτον σχῆμα τεμνόμενον ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει ποιήσει τομὰς τοσαύτας τῇ βάσει ἴσας, ἐπειδήπερ τῆς βάσεως ἡ φορὰ κατὰ παράλληλον αὐτῇ θέσιν ἐφέρετο. Ἐστω δὲ κῶνον μετρήσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἔστω μονάδωνι, τὸ δὲ ὕψος η .

2.1 ὕψος δὲ τοῦ κώνου καλῶ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετον ἀγομένην, ἐάν τε ὀρθὸς ὁ κῶνος ὑπάρχῃ ἐάν τε σκαληνός. νενοήσθω δὲ κύλινδρος ὀρθὸς ἀπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως τῷ κώνῳ ὕψος ἔχων τὸ αὐτὸ τῷ κώνῳ. τούτου δὲ τοῦ κυλίνδρου τὸ στερεὸν ἔσται δοθέν. ἢ τε γὰρ διάμετρος αὐτοῦ τῆς βάσεως δοθεῖσά ἐστιν καὶ τὸ ὕψος δοθέν. καὶ ἔστιν, ὡς ἐμάθομεν, μονάδων $\chi\kappa\eta\delta\zeta'$. ἀλλ' ἐπεὶ πᾶς κῶνος κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον, ἔσται τὸ στερεὸν τοῦ κώνου μονάδων $\sigma\theta\iota\alpha\kappa\alpha'$. ὁμοίως οὖν καὶ πυραμίδος πάσης τὸ στερεὸν ληψόμεθα δοθείσης τῆς βάσεως αὐτῆς καὶ τῆς ἀπὸ τῆς κορυφῆς καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὸ τῆς βάσεως ἐπίπεδον, ἐπειδήπερ πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ στερεοῦ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῇ καὶ ὕψος ἴσον. Ἐστω δὲ κύλινδρον σκαληνὸν μετρήσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως μονάδωνι, τὸ δὲ ὕψος μονάδων η .

2.2 ὕψος δὲ καλῶ τὴν ἀπὸ τῆς ἐφέδρας αὐτοῦ κάθετον ἀγομένην ἐπὶ τὸ τῆς ἔδρας ἐπίπεδον. νενοήσθω δὲ πάλιν κύλινδρος ὀρθὸς ἀπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως τῷ προειρημένῳ κυλίνδρῳ ὕψος ἔχων τὸ αὐτό· ἐπεὶ οὖν οἱ ἰσοῦψεῖς κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις, οἱ δὲ εἰρημένοι κύλινδροι ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως εἰσὶν καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ὀρθὸς κύλινδρος τῷ σκαληνῷ. τοῦ δὲ ὀρθοῦ τὸ στερεὸν ἐστὶν δοθέν· τό τε γὰρ ὕψος αὐτοῦ δοθέν ἐστὶν καὶ ἡ διάμετρος τῆς βάσεως· καὶ ἔστι μονάδων $\chi\kappa\eta\delta\zeta'$. καὶ τοῦ σκαληνοῦ ἄρα τὸ στερεὸν τοσούτου ἔσται. Ἐστω δὲ στερεὸν παραλληλεπίπεδον μετρήσαι τὸ ὕψος ἔχον μὴ πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει.

2.3 ἔστω δὲ λόγου ἔνεκεν ἡ μὲν βάσις αὐτοῦ ἐξάγωνος, $\langle$ ἰσόπλευρος καὶ ἰσογώνιος $\rangle$ ἡ ΑΒΓΔΕΖ, ἡ δὲ ΑΒ πλευρὰ μονάδωνι, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς ἐφέδρας κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τῆς ἔδρας ἐπίπεδον ἔστω μονάδων η · ἡ δὲ ἐφέδρα αὐτοῦ ἔσται ἡ ΗΘΚΛΜΝ. καὶ ἀπὸ τῆς ΗΘ ΚΛ ΜΝ κάθετοι ἤχθωσαν ἐπὶ τὸ τῆς ἔδρας ἐπίπεδον αἱ ΗΞ ΘΟ ΚΠ ΛΡ ΜΣ ΝΤ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΞ ΟΠ ΠΡ ΡΣ ΣΤ ΤΞ· ἔσται ἄρα καὶ τὸ ΕΞΟΠΡΣΤ ἐξάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ οὖν τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν, ἴσον ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘΚΛΜΝ στερεὸν τῷ ΕΞΟΠΡΣΤΗΘΚΛΜΝ στερεῷ. δοθέν δὲ τὸ ΕΞΟΠΡΣΤΗΘΚΛΜΝ. δοθέν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΚΛΜΝ. ὥστε δεήσει λαβόντα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓΔΕΖ ἐξαγώνου πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὴν εἰρημένην κάθετον, τουτέστι τὰς η μονάδας, καὶ τοσούτου τὸ στερεὸν ἀποφίνασθαι. καὶ οἶαν δ' ἂν ἔχῃ βάσιν τὸ στερεὸν, ὡσαύτως μετρεῖται. Ἐστω πρίσμα, οὗ βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον, κορυφὴ δὲ ἡ ΕΖ εὐθεῖα.

2.4 καὶ ἔστω ἡ μὲν ΑΒ μονάδωνι, ἡ δὲ ΒΓ μονάδωνι, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΖ κορυφῆς κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ ΑΒΓΔ ἐπίπεδον ἔστω μονάδων ϵ · εὐρεῖν τὸ στερεὸν τοῦ πρίσματος. συμπεπληρώσθω τὸ ΑΒΓΔΕΖΗΘ στερεὸν παραλληλεπίπεδον· τὸ ἄρα ΑΒΓΔΕΖΗΘ στερεὸν παραλληλεπίπεδον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓΔΕΖ[Η] πρίσματος. δοθέν δὲ τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον· δοθέν ἄρα καὶ τὸ πρίσμα. ὥστε δεήσει τὰ η ἐπὶ τὰ ϵ πολλαπλασιάσαι καὶ τὰ γενόμενα ἐπὶ τὴν κάθετον, τουτέστι τὸν ϵ · γίγνεται υ . τούτων τὸ ἥμισυ γίγνεται ς . τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πρίσματος. Ἐστω δὲ πυραμίδα μετρήσαι βάσιν ἔχουσαν οἶαν δήποτε οὖν.

2.5 ἔστω δὲ ὑποδείγματος ἔνεκεν πεντάγωνον ἰσόπλευρον $\langle$ καὶ ἰσογώνιον $\rangle$, οὗ ἐκάστη πλευρὰ ἔστω μονάδωνι, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς κάθετος ἀγομένη[ς] ἐπὶ τὸ τῆς βάσεως ἐπίπεδον μονάδων η . ἐπεὶ οὖν πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐδείχθη τοῦ στερεοῦ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῇ καὶ ὕψος ἴσον, τὸ δὲ στερεὸν τὸ ἔχον βάσιν πεντάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον, οὗ ἐκάστη πλευρὰ μονάδων ι καὶ ὕψος η , γίγνεται, ὡς ἐμάθομεν, μονάδων $\alpha\tau\lambda\gamma\gamma'$.

ὥστε τούτων τὸ γ' γίνεταί μονάδων υμδ γ' θ' τοσούτου ἔσται τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν. ὥστε καθόλου δεῖ λαβόντα τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως τῆς πυραμίδος, οἷα τις ἂν $\langle \eta \rangle$, πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς αὐτῆς κάθετον ἀγομένην, τουτέστιν ἐπὶ τὸ ὕψος, καὶ τῶν γενομένων τὸ τρίτον λαβόντα ἀποφαίνεσθαι τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν. Ἔστω δὴ πυραμίδα κόλουργον μετρήσαι τρίγωνον ἔχουσαν βάσιν· ἔσται δὴ καὶ ἡ κορυφή αὐτῆς τρίγωνος ὁμοία τῇ βάσει.

2.6 ἔστω οὖν ἡ μὲν βάσις αὐτῆς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον [ὅμοιον τῷ ΑΒΓ], ἡ δὲ κορυφή τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ὅμοιον τῷ ΑΒΓ. ἔστω δὲ ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιη, ἡ δὲ ΒΓ κδ, ἡ δὲ ΑΓ λς, ἡ δὲ ΔΕ ιμ· ὥστε ἔσται ἡ μὲν ΕΖ ις, ἡ δὲ ΔΖ κδ. ἔστω δὴ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ΔΕΖ τριγώνου κάθετος ἐπὶ τὴν βάσιν μονάδων ι. κείσθω τῇ μὲν ΔΕ ἴση ἡ ΑΗ, τῇ δὲ ΕΖ ἡ ΓΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΘ, καὶ τετμήσθωσαν δίχα αἱ ΒΘ ΒΗ τοῖς Κ, Λ σημείοις, καὶ διὰ τοῦ Κ τῇ ΒΓ παράλληλος ἦχθω ἡ ΚΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΝ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ξ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΚΛ. ἐπεὶ οὖν ὁμοία ἐστί τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ τρίγωνα, ὡς ἔστιν ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ, τουτέστι πρὸς ΑΗ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, τουτέστι πρὸς ΓΘ. παράλληλος ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΗΘ. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΗΚ ΚΒ καὶ παράλληλοι αἱ ΚΝΜ ΒΘ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΝΗ τῇ ΝΘ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΛ τῇ ΛΘ. παράλληλος ἄρα ἡ ΑΝΞ τῇ ΑΒ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΚΛ τῇ ΗΘ, τουτέστι τῇ ΑΓ. παραλληλόγραμμα ἄρα ἐστὶν τὰ ΑΚΛΞ ΚΛΓΜ καὶ ἴσα ἐστίν· ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως εἰσὶν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΗΚΛΝ τῷ ΝΚΛΘ ἴσον ἐστί. λοιπὸν τὸ ΑΗΝΞ παραλληλόγραμμον [τῷ] τῷ ΝΘΓΜ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΗ, τουτέστιν ἡ ΝΞ, τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΓΘ, τουτέστιν ἡ ΜΝ, τῇ ΕΖ καὶ ἴσας γωνίας περιέχουσιν, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΞΜ τῇ ΔΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΛ ἐκατέρᾳ τῶν ΑΞ ΜΓ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΞ τῇ ΜΓ. συναμφοτέρου $\langle \alpha \rangle$ τῆς ΑΓ ΜΞ, τουτέστι συναμφοτέρου $\langle \tau \eta \sigma \rangle$ ΑΓ ΔΖ ἡμίσειά ἐστὶν ἡ ΓΞ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΚΒ τῇ ΚΗ, συναμφοτέρου ἄρα τῆς ΒΑ ΗΑ, τουτέστι συναμφοτέρου τῆς ΑΒ ΔΕ, ἡμίσειά ἐστὶν ἡ ΑΚ, τουτέστιν ἡ ΞΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΒΓ ΕΖ ἡμίσειά ἐστὶν ἡ ΛΓ. ἐπεὶ οὖν τὸ στερεὸν τῆς κολούρου πυραμίδος σύγκειται ἔκ τε τοῦ πρίσματος τοῦ [τῆν] βάσιν μὲν ἔχοντος τὸ ΑΗΝΞ παραλληλόγραμμον, κορυφὴν δὲ τὴν ΔΕ εὐθεΐαν, καὶ τοῦ πρίσματος, οὗ βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΜΝΘΓ παραλληλόγραμμον, κορυφὴ δὲ ἡ ΕΖ εὐθεΐα, καὶ ἑτέρου πρίσματος, οὗ βάσις μὲν ἐστὶ $\langle \tau \theta \rangle$ ΜΝΞ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ ΔΕΖ, καὶ ἔτι τῆς πυραμίδος, ἥς βάσις τὸ ΒΗΘ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον· ἀλλὰ τῶν μὲν πρισμάτων, ὧν βάσις ἐστὶ τὰ ΑΗΝΞ ΝΘΓΜ παραλληλόγραμμα, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῇ πυραμίδι τὸ στερεόν ἐστὶν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΝΜΘΓ παραλληλογράμμου ἐπὶ τὴν κάθετον, τοῦ δὲ πρίσματος, οὗ βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΜΝΞ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ ΔΕΖ, τὸ στερεόν ἐστὶ τὸ ΜΝΞ τρίγωνον ἐπὶ τὴν κάθετον, τῆς δὲ πυραμίδος, ἥς βάσις ἐστὶ τὸ ΒΗΘ τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον, τὸ στερεόν ἐστὶ τὸ τρίτον $\langle \tau \theta \rangle$ τοῦ ΒΗΘ τριγώνου ἐμβαδοῦ ἐπὶ τὴν κάθετον, τὸ δὲ τρίτον τοῦ ΒΗΘ τριγώνου ἔν καὶ τρίτον ἐστὶ τοῦ ΑΝΘ $\langle \delta \iota \alpha \tau \theta \rangle$ ἴσα εἶναι $\langle \rangle$.

2.6. (50) $\dots \rangle$, τὸ δὲ τρίτον τοῦ ΑΝΘ τριγώνου τὸ δωδέκατόν ἐστὶ τοῦ ΒΗΘ τριγώνου· ὥστε τῆς κολούρου πυραμίδος τὸ στερεόν ἐστὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΞΛΓ τριγώνου προσλαβὼν τὸ ιβ' μέρος τοῦ ΒΗΘ τριγώνου καὶ πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ τὴν κάθετον. καὶ ἔστιν ἡ κάθετος δοθεῖσα. δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι δοθέν ἐστὶ καὶ τὸ ΞΛΓ τρίγωνον καὶ $\langle \tau \theta \iota \beta' \rangle$ τοῦ ΒΗΘ· ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστι συναμφοτέρος ἡ ΑΒ Δ $\langle \epsilon \kappa \rangle$ αἱ ἐδείχθη αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ΞΛ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΞΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐκατέρᾳ τῶν ΛΓ ΓΞ ἐστὶ δοθεῖσα· ὥστε δοθέν ἐστὶ τὸ ΞΛΓ τρίγωνον. πάλιν ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστὶν ἐκατέρᾳ τῶν ΒΑ ΑΗ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΒΗ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΘ. πάλιν ἐπεὶ δοθεῖσα ἐκατέρᾳ τῶν ΑΓ ΜΞ, καὶ λοιπὴ ἄρα συναμφοτέρος ἡ ΑΞ ΜΓ δοθεῖσα, τουτέστιν ἡ ΗΘ. δοθέν ἄρα καὶ τὸ ΗΘΒ τρίγωνον· ὥστε καὶ τὸ ιβ' αὐτοῦ δοθέν. συντεθήσεται δὲ οὕτως. σύνθες τὰ ιη καὶ τὰ ιβ' καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ γίνεταί ιε· καὶ τὰ κδ καὶ ις ὧν ἥμισυ γίνεταί κ. καὶ λς καὶ κδ ὧν ἥμισυ γίνεταί λ. καὶ μέτρησον τρίγωνον, οὗ πλευραὶ ιε, κ, λ· γίνεταί, ὡς ἐμάθομεν,

ἔγγιστα ρλα δ'. καὶ ἄφελε ἀπὸ τῶν ιη τὰ ιβ' λοιπὰ ζ. καὶ ἀπὸ τῶν κδ τὰ ις' λοιπὰ η. καὶ ἀπὸ τῶν λς τὰ κδ' λοιπὰ ιβ'. καὶ μέτρησον τρίγων <ον> , οὗ πλευραὶ ζ, η, ιβ' ἔσται ὁμοίως, ὡς ἐμάθομεν, κα ἔγγιστα τούτων τὸ ιβ' γίνεταί α < δ'. πρόσθεσ ταῖς ρλα δ' γίνονται ρλγ. ταῦτα ἐπὶ τὴν κάθετον, καὶ τοσούτου ἔσται τὸ στερεὸν τῆς ΑΒΓΔΕΖ κολούρου πυραμίδος. Στερεὸν μετρήσαι περιεχόμενον ὑπὸ ἐπιπέδων τριγώνους ἔχον βάσεις.

2.7 ἔστω τὸ εἰρημένον στερεὸν, οὗ βάσις μὲν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, κορυφή δὲ τὸ ΔΕΖ, παράλληλον <δὲ> τῷ ΑΒΓ τὸ[υ] ΔΕΖ. ἐπίπεδα δὲ ἔστω τὰ ΑΒΔΕ ΒΓ <ΕΖ Α> ΓΔΖ. καὶ δοθεῖσα <...> ἐκάστη τῶν Α <...> Α ΔΕ ΕΖ ΖΔ καὶ ἔτι ἡ ἀπὸ τοῦ ΔΕΖ ἐπιπέδου κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπίπεδον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΕΖ καὶ μείζων ἡ ΒΓ, αἱ ἄρα ΒΕ ΓΖ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἡ ΑΔ ἐκβαλ <λ> ομένη συμπεσεῖται κατὰ τὸ Η. ὅτι μὲν οὖν ἐκατέρα τῶν ΒΕ ΓΖ συμπίπτει τῇ ΑΔ, φανερόν διὰ τὸ εἶναι τὴν μὲν ΑΒ μείζονα τῆς ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῆς ΔΖ. λέγω ὅτι κατὰ τὸ Η. ἐπεὶ γὰρ ΑΔΗ σημεῖα ἔν τε τῷ διὰ τῶν ΑΒ ΔΕ ἐστὶν ἐπιπέδῳ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν ΑΓ ΔΖ, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔΗ. ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ Η κάθετος ἐπὶ τὸ ΑΒΓ ἐπίπεδον καὶ ἐμβαλλέτω κατὰ τὸ Θ, τῷ δὲ ΔΕΖ κατὰ τὸ Κ· καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΓΘ <ΖΚ> . παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΘ τῇ ΖΚ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ. ἔσται ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, τουτέστιν ἡ ΘΗ πρὸς ΗΚ. λόγος δὲ τῆς ΒΓ πρὸς ΕΖ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἐκατέρα. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΗΘ πρὸς ΗΚ δοθείς. ὥστε καὶ τῆς ΘΚ πρὸς ΚΗ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΘΚ· ἡ γὰρ ἀπὸ τοῦ ΔΕΖ ἐπιπέδου κάθετος ἐπὶ τὸ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπίπεδον δοθεῖσά ἐστιν· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΚΗ. ὥστε καὶ ἡ ΗΘ δοθεῖσά ἐστὶν. ἐπεὶ οὖν πυραμίδος, ἥς βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, κορυφή δὲ τὸ Η σημεῖον, δέδοται ἡ τε βάσις καὶ ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἡ ΗΘ, δοθέν ἄρα τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν, ἥς βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον, κορυφή δὲ τὸ Η σημεῖον, δοθέν ἐστὶ. λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΓΔΕΖ στερεὸν δοθέν ἐστὶ. συντεθήσεται δὴ οὕτως. δεῖ τὴν ΘΚ ποιῆσαι ὡς τὴν ΒΓ πρὸς ΕΖ προστεθείσης τῆς ΚΗ τὴν ΘΗ πρὸς ΗΚ. καὶ εὐρόντα ἐκατέραν τῶν καθέτων τῶν ΗΘ ΗΚ καθ' ἑαυτὰς μετρήσαι ἐκατέραν πυραμίδα, ἥς τε βάσις τὸ ΑΒΓ τρίγων <ον> καὶ ἥς βάσις τὸ ΔΕΖ, κορυφή δὲ τὸ Η σημεῖον, καὶ τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν ἀποφαίνεσθαι ἴσην εἶναι τῷ ζητούμενῳ στερεῷ. καὶ καθόλου δὲ πᾶσα πυραμὶς κολουρος βάσιν ἔχουσα οἰανδήποτε ὡσαύτως μετρεῖται· ἐκ γὰρ τοῦ λόγου, οὗ ἔχει μία πλευρὰ τῆς βάσεως πρὸς τὴν ὁμόλογον ἐν τῇ κορυφῇ οὔσαν, λέγω δὲ τῇ ἐφ' ἐδρᾷ, εὐρεθήσεται ἡ κορυφή τῆς πυραμίδος, ἥς τμημὰ ἐστὶν ἡ κολουρος, καὶ ἡ κάθετος ἐπὶ τὸ τῆς ἐφ' ἐδρας ἐπίπεδον. ἔχοντες οὖν καὶ τὴν ἐπὶ τὴν ἐφ' ἐδραν καὶ τὸ λοιπὸν ἔξομεν στερεὸν τῆς ἀποτεμνομένης πυραμίδος ὥστε πάλιν τὴν ὅλην μετρήσαντες πυραμίδα ἀφελοῦμεν τὴν ἀποτεμνομένην καὶ τὸ λοιπὸν ἀποφα[ι]νούμεθα στερεὸν τῆς κολούρου πυραμίδος.

2.8 Ἔστω δὲ στερεὸν μετρήσαι ὑπὸ εὐθυγράμμων περιεχόμενον ἐπιπέδων, οὗ βάσις ἔστω τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, κορυφή δὲ τὸ ΕΖΗΘ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον ἥτοι ὅμοιον τῷ ΑΒΓΔ ἢ μή. καὶ κείσθω τῇ μὲν ΕΖ ἴση ἡ ΑΚ, τῇ δὲ ΖΘ ἡ ΒΛ. καὶ τετμήσθωσαν αἱ ΒΚ ΓΛ δίχα τοῖς Φ, Χ καὶ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΚΥ, ΦΜ, ΛΝ, ΧΤ. καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΖΚ ΗΡ ΛΗ ΗΝ ΘΝ. τὸ δὴ εἰρημένον στερεὸν ἔσται κατατετμημένον εἰς τε στερεὸν παραλληλεπίπεδον, οὗ βάσις μὲν τὸ ΑΡ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, κορυφή δὲ τὸ ΕΗ, καὶ πρίσμα, οὗ βάσις μὲν τὸ ΚΛ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, κορυφή δὲ ἡ ΖΗ εὐθεῖα, καὶ ἕτερον πρίσμα, οὗ βάσις μὲν τὸ ΝΥ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, κορυφή δὲ ἡ ΗΘ εὐθεῖα, καὶ πυραμίδα, ἥς ἡ βάσις μὲν τὸ ΡΓ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, κορυφή δὲ τὸ Η σημεῖον. ἀλλὰ τὸ μὲν πρίσμα, οὗ βάσις τὸ ΚΛ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, οὗ βάσις τὸ ΚΠ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ τῷ στερεῷ, τὸ δὲ πρίσμα, οὗ βάσις τὸ ΝΥ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, οὗ βάσις μὲν τὸ

παραλληλόγραμμον <ὀρθογώνιον> , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ, ἡ δὲ πυραμὶς, ἥς βάσις τὸ ΡΓ παραλληλόγραμμον, ἴση ἐστὶ στερεῶ παραλληλεπιπέδῳ, οὗ βάσις μὲν ἐν καὶ τὸ τρίτον τοῦ ΡΞ παραλληλογράμμου, ὕψος δὲ τὸ αὐτό· ὥστε τὸ ἐξ ἀρχῆς στερεὸν ἴσον εἶναι στερεῶ παραλληλεπιπέδῳ, οὗ βάσις τὸ ΑΞ παραλληλόγραμμον καὶ τὸ τρίτον τοῦ ΡΞ παραλληλογράμμου, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ ἐξ ἀρχῆς στερεῶ· καὶ ἔστι δοθέν τὸ ΑΞ παραλληλόγραμμον καὶ τὸ τρίτον τοῦ ΡΞ· ἐπεὶ γὰρ ἑκατέρω τῶν ΒΑ ΑΚ δοθεῖσά ἐστιν καὶ ἔστιν αὐτῶν ἡμίσεια ἡ ΑΦ, δοθεῖσα ἄρα ἡ ΑΦ. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΧ, τουτέστιν ἡ ΦΞ· δοθέν ἄρα τὸ ΑΞ παραλληλόγραμμον. πάλιν ἐπεὶ δοθεῖσα ἡ ΒΚ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΚΦ, τουτέστιν ἡ ΡΠ. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΠΞ. δοθέν ἄρα καὶ τὸ ΞΡ παραλληλόγραμμον. ὥστε καὶ τὸ τρίτον αὐτοῦ δοθέν ἐστίν. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὕψος τοῦ στερεοῦ δοθέν· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς στερεόν. συντεθήσεται δὴ οὕτως ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει. ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒ μονάδων κ, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ιβ, ἡ δὲ ΕΖ μονάδων ις, ἡ δὲ ΖΗ μονάδων γ, ἡ δὲ κάθετος τοῦ στερεοῦ, τουτέστι τὸ ὕψος, μονάδων ι. σύνθετες κ καὶ ις ὦν ἥμισυ γίνεταί ιη. καὶ ιβ καὶ γ ὦν ἥμισυ γίνεταί ζ. ταῦτα ἐπὶ τὰ ιη γίνεταί ρλε. καὶ ἀπὸ τῶν κ ἄφελε τὰς ις· λοιπὰ δ. ὦν ἥμισυ γίνεταί β. καὶ ἀπὸ τῶν ιβ τὰς γ· καὶ τῶν λοιπῶν τὸ ἥμισυ γίνεταί δ. ταῦτα ἐπὶ τὰ β· γίνεταί θ. τούτων τὸ γ· γίνεταί γ. πρόσθετες ταῖς ρλε· γίνεταί ρλη· ταῦτα ἐπὶ τὸ ὕψος, τουτέστιν ἐπὶ τὰ ι, γίνεταί , ατπ.

2.8. (50) τοσούτου ἔσται τὸ προκείμενον στερεόν. Ἔστω δὴ κῶνον κόλουρον μετρήσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος ἡ ΑΒ ἔστω μονάδων κ, τῆς δὲ κορυφῆς ἡ διάμετρος ἡ ΓΔ μονάδων ιβ, τὸ δὲ ὕψος τὸ ΕΖ μονάδων ι.

2.9 νενοήσθω ἡ τοῦ κώνου κορυφή ἡ Η καὶ περὶ τὴν βάσιν τοῦ κώνου τετράγωνον περιγεγράφθω τὸ ΘΚΛΜ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΘ ΗΚ ΗΛ ΗΜ. ἔσται ἄρα πυραμὶς, ἥς ἡ βάσις μὲν τὸ ΘΚΛΜ τετράγωνον, κορυφή δὲ τὸ Η. ἐὰν οὖν αὕτη τμηθῇ <ἐπιπέδῳ> παραλλήλῳ τῇ ἐφ' ἑδρᾷ, ποιήσει τομὴν τὸ ΝΞΟΠ τετράγωνον. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ ΘΛ τετράγωνον πρὸς τὸν περὶ [τὴν] διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλον, τοῦτον τὸν λόγον ἔχει ἡ πυραμὶς, ἥς βάσις μὲν τὸ ΘΚΛΜ παραλληλόγραμμον, κορυφή δὲ τὸ Η σημεῖον, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Η σημεῖον, ἐπειδὴ περ καὶ τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, οὗ βάσις τὸ ΘΛ παραλληλόγραμμον, ὕψος δὲ τὸ [πρὸς τὸ] <Ζ> Η, πρὸς τὸν κύλινδρον, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ αὐτό, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ πυραμὶς, ἥς βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΝΞΟΠ τετράγωνον, κορυφή δὲ τὸ Η σημεῖον, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Η σημεῖον. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ στερεόν, οὗ βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΘΛ, κορυφή δὲ τὸ ΝΟ, πρὸς τὸν κόλουρον κῶνον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. δοθέν δὲ τὸ ΘΛΝΟ στερεόν, ὡς δέδεικται· δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ κόλουρος κῶνος. συντεθήσεται δὴ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως. σύνθετες κ καὶ ιβ ὦν τὸ ἥμισυ γίνεταί ις. ἐφ' ἑαυτὰ σνς, ἐπεὶ ἐστὶ τετράγωνος. καὶ ἀπὸ τῶν κ τὰ ιβ· <λοιπὰ η.> ὦν ἥμισυ γίνεταί δ. ἐφ' ἑαυτὰ ις· τούτων τὸ γ· γίνεταί εγ'. πρόσθετες σνς· γίνεταί σξα γ'. τούτων τὸ ια ιδ'· γίνεταί σε γ'. ταῦτα ἐπὶ τὸ ὕψος, τουτέστιν ἐπὶ τὰ ι· γίνεταί , βνγ γ'. τοσούτου ἔσται τὸ στερεόν τοῦ κολούρου κώνου. Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως τὸν κόλουρον κῶνον μετρήσαι προδηλοτέρᾳ μὲν ἀποδείξει χρησάμενον, τῇ δὲ περὶ τοὺς ἀριθμοὺς λήψει οὐκ εὐχερεστέραν τῆς προγεγραμμένης.

2.10 ἔστιν κῶνος κόλουρος, οὗ κέντρα τῶν βάσεων τὰ Α, Β, ἄξων δὲ ὁ ΑΒ. καὶ δοθεὶς ἔστω ὁ τε ἄξων καὶ αἱ διαμέτροι τῶν βάσεων. λέγω ὅτι καὶ τὸ στερεόν τοῦ κολούρου κώνου δοθέν ἐστίν. νενοήσθω γὰρ ἡ τοῦ κώνου κορυφή τὸ Γ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ τοῖς Α, Β· καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον καὶ ποιείτω τομὴν ἐν μὲν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κολούρου κώνου τὸ ΓΔΕ τρίγωνον, ἐν δὲ ταῖς βάσεσιν τὰς ΔΕ ΖΗ διαμέτρους. λόγος ἄρα τῆς ΔΕ πρὸς ΖΗ δοθείς. ὥστε καὶ τῆς ΔΓ πρὸς ΓΖ, τουτέστι τῆς ΒΓ πρὸς ΓΑ· καὶ διελόντι τῆς ΒΑ πρὸς ΑΓ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΑΒ· δοθεῖσα ἄρα

καὶ ἡ ΑΓ· ὥστε καὶ ὅλη ἡ ΒΓ δοθεῖσά ἐστιν, τουτέστιν ὁ ἄξων τοῦ ὅλου κώνου. δοθεῖσα δὲ καὶ ἡ ΔΕ διάμετρος τῆς βάσεως. δέδοται ἄρα καὶ ὁ κώνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Β κέντρον κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Γ σημεῖον. διὰ ταῦτά δὴ καὶ ὁ κώνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Α κέντρον κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Γ σημεῖον, δοθεὶς ἐστι· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ κόλουρος κώνος δοθεὶς ἐστι. δεήσει ἄρα ποιῆσαι ὡς τὴν ΔΕ διάμετρον πρὸς τὴν ΖΗ, προστεθείσης τῇ ΑΒ τῆς ΑΓ τὴν ΒΓ πρὸς ΓΑ· καὶ διελόντι ὡς ἡ τῶν ΔΕ ΖΗ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ΖΗ, ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ. δοθεῖσα δὲ ἡ ΒΑ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΓ. καὶ μετρήσαι τὸν κώνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Β κέντρον κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τούτου ἀφελεῖν τὸν κώνον, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὸ Α κέντρον κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Γ σημεῖον. καὶ λοιπὸν ἀποφαίνεσθαι τὸ στερεὸν τοῦ κολούρου κώνου. Σφαίρας δοθείσης τῆς διαμέτρου μονάδων ι εὐρεῖν τὸ στερεόν.

2.11 Ἀρχιμήδης ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου δείκνυσιν, ὅτι ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. ὥστε κατὰ τοῦτον τὸν λόγον δεήσει τὰ ι ἐφ' ἑαυτὰ ποιήσαντα λαβεῖν τῶν γενομένων τὸ ια ιδ' καὶ ταῦτα ἐπὶ τὸ ὕψος τοῦ κυλίνδρου πολλαπλασιάσαντα, τουτέστιν ἐπὶ τὸν ι, τῶν γενομένων λαβεῖν τὸ δίμοιρον, καὶ ἀποφύνασθαι τὸ τῆς σφαίρας στερεόν· εἰσὶ δὲ μονάδες φκγ ιζ κα' . κατὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον δείκνυται, ὅτι ια κύβοι οἱ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας ἴσοι γίνονται κα σφαίρα <ισ> . ὥστε δεήσει κυβίσαντα τὰ ι· ἔστι δὲ , α' τούτων λαβεῖν τὰ ια κα' . εἰσὶ δὲ μονάδες φκγ ιζ κα' . καὶ τοσούτου ἀποφαίνεσθαι τὸ στερεὸν τῆς σφαίρας. Ἐστω δὴ τμήμα σφαίρας μετρήσαι, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἔστω μονάδων ιβ, ἡ δὲ κάθετος μονάδων β.

2.12 πάλιν οὖν ὁ αὐτὸς Ἀρχιμήδης δείκνυσιν ὅτι πᾶν τμήμα σφαίρας πρὸς τὸν κώνον τὸν τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντα αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον λόγον ἔχει, ὃν ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος κάθετος μετὰ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν αὐτὴν κάθετον. ἔστω οὖν τμήμα τὸ εἰρημένον τῆς σφαίρας τὸ κατὰ τὸ ΑΒΓ τοῦ κύκλου, οὗ κάθετος ἡ ΒΔ. καὶ ἔστω τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Ζ. ὡς ἄρα τὸ τμήμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν εἰρημένον κώνον, οὕτω συναμφοτέρος ἡ ΔΕ ΕΖ πρὸς τὴν ΔΕ καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΑΓ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΔ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΒΔ ΔΕ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΒΔ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔΕ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΒΕ δοθεῖσά ἐστιν. ὥστε καὶ ἡ ΕΖ. καὶ συναμφοτέρος ἄρα ἡ ΔΕ ΕΖ δοθεῖσά ἐστιν. ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΕ δοθεῖς <ἀ ἐστιν> . λόγος ἄρα καὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΒΔ, πρὸς τὸ τμήμα τῆς σφαίρας ἐστὶν δοθεὶς· καὶ ἔστι δοθεὶς ὁ κώνος· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ τμήμα τῆς σφαίρας. δεήσει δὲ κατὰ τὴν αὐτὴν ἀνάλυσιν λαβεῖν τῶν ιβ τὸ ἥμισυ καὶ ἐφ' ἑαυτὸ ποιῆσαι· ἔστι δὲ λς· καὶ ταῦτα παραβαλεῖν παρὰ τὸν β· γίνεταί ιη. καὶ προσθεῖναι τὰ β· γίνεταί κ. καὶ τούτων τὸ ἥμισυ γίνεταί ι· ταῦτα μετὰ τῶν ιη γίνεταί κη· καὶ τὴν κάθετον δις ποιῆσαι, τουτέστι τὰ β· γίνεταί δ. ἐφ' ἑαυτὰ γίνεταί ις· ταῦτα ἐπὶ τὰ κη· γίνεταί υμη· τούτων τὸ <ια ιδ'> · <γίνεταί> τνη· <τούτων> τὸ γ'· γίνεταί ριζ γ'. τοσούτου ἔσται τὸ στερεὸν τοῦ τμήματος, καὶ λουτῆρα δὲ ἀκολουθῶς μετρήσομεν τῇ τοῦ τμήματος μετρήσει· ἔστι γὰρ δύο τμημάτων ὑπεροχὴ. ἀπὸ τοῦ μερίζονος οὖν ἀφελόντες τὸ ἔλασσον ἀποφα[ι]νούμεθα τὸ τοῦ λουτῆρος στερεόν. καὶ κόγχην δὲ ὁμοίως μετρήσομεν ὡς ἡμισφαιρίου ἢ τμήματος ἥμισυ ὑπάρχουσιν. αἱ γὰρ ἐν αὐτῇ ζύσται ἐν ἀδιαφόρῳ παραλαμβάνονται εἰς τὰς μετρήσεις. Τῶν κωνικῶν καὶ κυλινδρικῶν καὶ σφαιρικῶν σχημάτων μεμετρημένων, ἐὰν δέη καὶ καμάρας ἐχούσας τὰ προειρημένα σχήματα μετρεῖν ἢ θόλους, ἀκολουθῶς τῇ ἐπὶ τοῦ λουτῆρος μετρήσει ποιήσομεν· τῆς γὰρ ἐντὸς ἐπιφανείας κοίλης οὔσης, τουτέστι κενῆς, πάλιν ἔσται ἐκάστη αὐτῶν δύο ὁμοίων τμημάτων ὑπεροχὴ.

2.13 ἔστω δὲ σπεῖραν μετρήσαι πρότερον ἐκθέμενον τὴν γένεσιν αὐτῆς. ἔστω γάρ τις ἐν ἐπιπέδῳ εὐθεῖα ἡ ΑΒ καὶ δύο τυχόντα ἐπ' αὐτῆς σημεία. εἰλήφθω ὁ ΒΓΔΕ <κύκλος> ὀρθὸς ὢν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ ΑΒ εὐθεῖα, καὶ μένοντος τοῦ Α σημείου περιφερέσθω κατὰ

τὸ ἐπίπεδον ἢ AB, ἄχρι οὗ εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκατασταθῇ συμπεριφερομένου καὶ τοῦ ΒΓ ΔΕ κύκλου ὀρθοῦ διαμένοντος πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. ἀπογεννήσει ἄρα τινὰ ἐπιφάνειαν ἢ ΒΓΔΕ περιφέρεια, ἣν δὴ σπειρικὴν καλοῦσιν· κἂν μὴ ᾖ δὲ ὅλος ὁ κύκλος, ἀλλὰ τμήμα αὐτοῦ, πάλιν ἀπογεννήσει τὸ τοῦ κύκλου τμήμα σπειρικῆς ἐπιφανείας τμήμα, καθάπερ εἰσὶ καὶ αἱ ταῖς κίοσιν ὑποκείμεναι σπεῖραι· τριῶν γὰρ οὐσῶν ἐπιφανειῶν ἐν τῷ καλουμένῳ ἀναγραφεῖ, ὃν δὴ τινες καὶ ἐμβολέα καλοῦσιν, δύο μὲν κοίλων τῶν ἄκρων, μιᾶς δὲ μέσης καὶ κυρτῆς, ἅμα περιφερόμεναι αἱ τρεῖς ἀπογεννῶσι τὸ εἶδος τῆς τοῖς κίοσιν ὑποκειμένης σπείρας. δέον οὖν ἔστω τὴν ἀπογεννηθεῖσαν σπεῖραν ὑπὸ τοῦ ΒΓΔΕ κύκλου μετρηῆσαι. δεδόσθω ἡ μὲν AB μονάδων κ, ἡ δὲ ΒΓ διάμετρος μονάδων ιβ. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τῶν Α, Ζ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἦχθωσαν αἱ ΔΖΕ ΑΗΘ. καὶ διὰ τῶν Δ, Ε τῇ AB παράλληλοι ἦχθωσαν αἱ ΔΗ ΕΘ. δέδεικται δὲ Διονυσοδώρῳ ἐν τῷ περὶ τῆς σπείρας ἐπιγραφομένῳ, ὅτι ὃν λόγον ἔχει ὁ ΒΓΔΕ κύκλος πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ ΔΕΗΘ παραλληλογράμμου, τοῦτον ἔχει καὶ ἡ γεννηθεῖσα σπεῖρα ὑπὸ τοῦ ΒΓΔΕ κύκλου πρὸς τὸν κύλινδρον, οὗ ἄξων μὲν ἐστὶν ὁ ΗΘ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἡ ΕΘ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΒΓ μονάδων ιβ ἐστίν, ἡ ἄρα ΖΓ ἔσται μονάδων ζ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΓ μονάδων η· ἔσται ἄρα ἡ ΑΖ μονάδων ιδ, τουτέστιν ἡ ΕΘ, ἣτις ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου κυλίνδρου· δοθεὶς ἄρα ἐστὶν ὁ κύκλος· ἀλλὰ καὶ ὁ ἄξων δοθείς· ἔστιν γὰρ μονάδων ιβ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΔΕ. ὥστε δοθεὶς καὶ ὁ εἰρημένος κύλινδρος· καὶ ἔστι τὸ ΔΘ παραλληλόγραμμον <δοθέν>· ὥστε καὶ τὸ ἥμισυ αὐτοῦ. ἀλλὰ καὶ ὁ ΒΓΔΕ κύκλος· δοθεῖσα γὰρ ἡ ΓΒ διάμετρος, λόγος ἄρα τοῦ ΒΓΔΕ κύκλου πρὸς τὸ ΔΘ παραλληλόγραμμον δοθείς· ὥστε καὶ τῆς σπείρας πρὸς τὸν κύλινδρον λόγος ἔστι δοθείς. καὶ ἔστι δοθεὶς ὁ κύλινδρος· δοθέν ἄρα καὶ τὸ στερεὸν τῆς σπείρας. συντεθήσεται δὴ ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει οὕτως. ἄφελε ἀπὸ τῶν κ τὰ <ι> β· λοιπὰ η.

2.13. (50) καὶ πρόσθετες τὰ κ· γίνεταί κη· καὶ μέτρησον κύλινδρον, οὗ ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἐστὶ μονάδων κη, τὸ δὲ ὕψος ιβ· καὶ γίνεταί τὸ στερεὸν αὐτοῦ, ζτςβ. καὶ μέτρησον κύκλον, οὗ διάμετρος ἐστὶ μονάδων ιβ· γίνεταί τὸ ἐμβαδὸν αὐτοῦ, καθὼς ἐμάθομεν, ριγ ζ· καὶ λαβὲ τῶν κη τὸ ἥμισυ· γίνεταί ιδ. ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῶν ιβ· γίνεταί πδ· καὶ πολλαπλασιάσας τὰ [μ ο], ζτςβ ἐπὶ τὰ ριγ ζ· καὶ τὰ γενόμενα παράβαλε παρά τὸν πδ· γίνεταί, θλγνς δ ζ'. τοσούτου ἔσται τὸ στερεὸν τῆς σπείρας. δυνατόν δὲ ἐστὶ καὶ ἄλλως μετρηῆσαι. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΖ ἐστὶ μονάδων ιδ, καὶ ἔστιν ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ ἄρα διάμετρος ἐστὶ μονάδων κη· ὥστε ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου γίνεταί μονάδων πη· ἀπλωθεῖσα ἄρα ἡ σπεῖρα καὶ γενομένη ὡς κύλινδρος ἔξει τὸ μήκος μονάδων πη· καὶ ἔστιν ἡ διάμετρος τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου, τουτέστιν ἡ ΒΓ, μονάδων ιβ· ὥστε τὸ στερεὸν τοῦ κυλίνδρου, ὡς ἐμάθομεν, ἔσται μονάδων, ζτςβ. πάλιν, θλγνς δ ζ'. Ἔστω κυλίνδρου τμήμα μετρηῆσαι τετμημένου διὰ τοῦ κέντρου μιᾶς τῶν βάσεων· καὶ ἔστω ἡ μὲν διάμετρος τῆς βάσεως ἢ AB μονάδων ζ, τὸ δὲ ὕψος τοῦ τμήματος μονάδων κ· ἀποδέδειχεν Ἀρχιμήδης ἐν τῷ ἐφοδικῷ, ὅτι τὸ τοιοῦτον τμήμα ἔκτον μέρος ἐστὶ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπίπεδου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ τμήματι.

2.14 δοθέν δὲ τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον· δοθέν ἄρα καὶ τὸ τμήμα τοῦ κυλίνδρου· ὅθεν δεήσει τὰ ζ' ἐφ' ἑαυτὰ ποιήσαντα πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὸ ὕψος, τουτέστιν ἐπὶ τὰ κ· γίνεταί λπ· καὶ τούτων τὸ ἕκτον γίνεταί ρζγ γ'. τοσούτου ἔσται τὸ τμήμα τοῦ κυλίνδρου. Ὁ δ' αὐτός Ἀρχιμήδης ἐν τῷ αὐτῷ βιβλίῳ δείκνυσιν, ὅτι ἐὰν εἰς κύβον δύο κύλινδροι διωσθῶσιν τὰς βάσεις ἔχοντες ἐφαπτομένας τῶν πλευρῶν τοῦ κύβου, τὸ κοινὸν τμήμα τῶν κυλίνδρων δίμοιρον ἔσται τοῦ κύβου.

2.15 τοῦτο δὲ εὐχρηστον τυγχάνει πρὸς τὰς οὕτως κατασκευαζομένας καμάρας, αἱ γίνονται ἐπὶ πλεῖστον ἐν τε ταῖς κρήναις καὶ βαλανείοις, ὅταν αἱ εἰσοδοὶ ἢ τὰ φῶτα ἐκ τῶν τεσσάρων μερῶν

ὑπάρχει· καὶ ὅπου ξύλοις οὐκ εὐθετοὶ στεγάζεσθαι τοὺς τόπους. Ἀκόλουθον δὲ ἐστὶ καὶ τὰς τῶν πέντε σχημάτων τῶν Πλάτωνος καλουμένων, λέγω δὴ κύβου τε καὶ πυραμίδος καὶ ὀκταέδρου, ἔτι δὲ καὶ δωδεκάεδρου καὶ εἰκοσαέδρου, τὰς μετρήσεις προσεντάξαι. ὁ μὲν οὖν κύβος φανερὰν τὴν μέτρησιν ἔχει· δεῖ γὰρ κυβίσαι τὰς διδομένας τῆς πλευρᾶς αὐτοῦ μονάδας καὶ ἀποφαίνεσθαι αὐτοῦ τὸ στερεόν. Ἐστω δὲ πυραμίδα μετρήσαι, ἥς βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΑΒΓ <ἰσοπλευρον> τρίγωνον, κορυφή δὲ τὸ Δ σημεῖον.

- 2.16 ἥς ἐκάστη[ς] πλευρὰ[ς] ἔστω μονάδων ιβ'. εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλου τὸ Ε· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΕ ΕΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τοῦ ΓΔ, τριπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΕ· ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ· καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ ΓΔ μονάδων ρμδ. τὸ ἄρα ἀπὸ ΔΕ ἔσται μονάδων ςς· αὕτη δὲ ἡ ΔΕ ὡς ἔγγιστα μονάδων $\theta \angle \gamma'$ · ἐπεὶ οὖν ἐκάστη τῶν ΑΒ ΒΓ ΓΑ δέδοται, <δέδοται> δὲ καὶ ἡ κάθετος ἡ ΔΕ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ στερεὸν τῆς πυραμίδος. ὥστε δεήσει τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓ ἰσοπλεύρου τριγώνου ὡς ἐμάθομεν πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὰς $\theta \angle \gamma'$ καὶ τῶν γινομένων τὸ τρίτον λαβόντα ἀποφαίνεσθαι τὸ τῆς πυραμίδος στερεόν. Ἐστω δὲ ὀκτάεδρον μετρήσαι, οὗ ἐκάστη πλευρὰ ἐστὶ μονάδων ζ.
- 2.17 ἔστω τὸ εἰρημένον ὀκτάεδρον, οὗ γωνίαί ἔστωσαν αἱ πρὸς τοῖς ΑΒΓ ΔΕΖ σημείοις· τοῦτο δὲ σύγκειται ἐκ δύο πυραμίδων, ὧν βάσις κοινὴ τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον, κορυφαὶ δὲ τὰ Ε, Ζ σημεῖα· ἐκατέρας ἄρα αὐτῶν τριπλάσιόν ἐστὶ τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, οὗ βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ, ὕψος δὲ τὸ ἥμισυ τῆς ΕΖ· ὥστε ὅλου τοῦ ὀκταέδρου τριπλάσιόν ἐστὶ τὸ στερεὸν παραλληλεπίπεδον, οὗ βάσις μὲν τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον, ὕψος δὲ ἡ ΕΖ διάμετρος. ἐπεὶ οὖν ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ μονάδων μθ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ ἔσται ςη· ἡ ἄρα ΕΖ ὡς ἔγγιστα ἔσται μονάδων ι. ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΒ ἐστὶ μονάδων ζ, τὸ ἄρα ΑΒΓΔ τετράγωνον ἔσται μονάδων μθ· καὶ ἔστιν ἡ ΕΖ ὕψος τοῦ στερεοῦ· τὸ ἄρα στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἔσται μονάδων υς· καὶ ἔστι τριπλάσιον τοῦ ὀκταέδρου· τὸ ἄρα ὀκτάεδρον ἔσται ρζγ γ'· τοσούτου ἔσται τὸ στερεόν. Ἐστω εἰκοσαέδρον <μετρήσαι>, οὗ ἐκάστη τῶν πλευρῶν ἔστω μονάδων ι.
- 2.18 ἐπεὶ οὖν τὸ εἰκοσαέδρον ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἰσοπλεύρων περιέχεται, νενοήσθωσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπιζευγμέναι <εὐθεῖαι> ἐπὶ τὰς τῶν τριγώνων γωνίας· ἔσονται ἄρα εἴκοσι πυραμίδες ἴσαι βάσεις μὲν ἔχουσαι τὰ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνα, κορυφὰς δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας καὶ μία αὐτῶν <νε> νοήσθω, ἥς βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, κορυφή δὲ τὸ Δ σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλου τὸ Ε. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· ἐπεὶ οὖν ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας κάθετον ἀγομένην ἐπὶ ἓν τῶν τοῦ εἰκοσαέδρου τριγώνων λόγον ἔχει, <ὄν> τὰ ρκζ πρὸς τὰ ςγ, καὶ ἔστιν ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ μονάδων υ, ἔσται ἄρα ἡ ΔΕ κάθετος μονάδων ζ καὶ μα ρκζ'. ἐπεὶ οὖν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐκάστη πλευρὰ δοθεῖσα ἐστὶν καὶ ἡ ΔΕ δὲ κάθετος, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ πυραμὶς, ἥς βάσις μὲν ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, κορυφή δὲ τὸ Δ σημεῖον. καὶ ἔστιν εἰκοστὸν μέρος τοῦ εἰκοσαέδρου· δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ εἰκοσαέδρον. δεήσει ἄρα τὰ ι ἐπὶ τὰ ςγ ποιῆσαι καὶ τῶν γενομένων λαβεῖν τὸ ρκζ' καὶ ἔχειν τὴν τῆς πυραμίδος κάθετον· καὶ λαβόντα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἰσοπλεύρου καὶ εἰκοσάκι ποιήσαντα πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τὴν εἰρημένην κάθετον· καὶ τῶν γενομένων τὸ τρίτον λαβόντα ἀποφαίνεσθαι τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου στερεόν. Ἐστω δὴ δωδεκάεδρον μετρήσαι, οὗ ἐκάστη πλευρὰ ἐστὶ μονάδων ι.
- 2.19 πάλιν οὖν, ἐὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας νοήσωμεν ἐπιζευγμένας εὐθείας ἐπὶ τὰς τοῦ πενταγώνου γωνίας, ἔσονται ιβ' πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι, κορυφὰς δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας· λόγον δὲ ἔχει ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας κάθετον ἀγομένην ἐπὶ ἓν τῶν πενταγώνων, ὃν τὰ η πρὸς τὰ θ· καὶ ἔστιν ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ μονάδων ι· ἡ ἄρα εἰρημένη κάθετος ἔσται μονάδων ια δ'. πάλιν οὖν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου λαβόντες καὶ πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὴν κάθετον καὶ τῶν

γενομένων τὸ τρίτον λαβόντες ἔξομεν μιᾶς πυραμίδος τὸ στερεόν· ὃ δωδεκάκι ποιήσαντες ἔξομεν τὸ τοῦ δωδεκαέδρου στερεόν. Τῶν δὲ ἐν τάξει στερεῶν σωμάτων μετρηθέντων εὐλογον ὑπολαμβάνομεν καὶ τὰ ἄτακτα, οἷον ῥιζώδη ἢ πετρώδη, παριστορεῖσθαι τῇ μετρήσει, ὡς ἔνιοι ἱστοροῦσι τὸν Ἀρχιμήδη ἐπινενοηκέναι πρὸς τὰ τοιαῦτα μέθοδον.

2.20

εἰ μὲν γὰρ εὐμετάφορον εἶη τὸ μέλλον μετρεῖσθαι, δεήσει δεξαμένη $\langle \nu \rangle$ πάντῃ ὀρθογωνίαν ποιήσαντα δυναμένην δέξασθαι, ὃ βουλόμεθα μετρηθῆναι, πληρῶσαι ὕδατος καὶ ἐμβαλεῖν τὸ ἄτακτον σῶμα. δῆλον δὲ οὖν, ὅτι ὑπερχυθήσεται τὸ ὕδωρ καὶ τοσοῦτόν γε, ὅσος ἐστὶν ὁ τοῦ ἐμβληθέντος σώματος εἰς τὸ ὕδωρ ὄγκος, ἐξαρθέντος τοῦ σώματος πάλιν ἐκ τῆς δεξαμένης ἐλλιπὲς ἔσται. μετρήσαντες οὖν τὸν ἐκκεκνωμένον τόπον ἀποφανούμεθα τοσοῦτου εἶναι τὸ στερεὸν τοῦ ἐμβληθέντος σώματος. ἢ καὶ ἄλλως δυνατόν ἐστι τὸ αὐτὸ μετρηθῆναι· ἐὰν γὰρ προσπλασθῇ τὸ ἄτακτον σῶμα κηρῷ ἢ πηλῷ, ὥστε γενέσθαι ἀποκρυβέν πάντῃ ὀρθογώνιον, καὶ τοῦτο μετρήσαντες ἀφέλωμεν τὸν πηλὸν καὶ ὀρθογώνιον πλάσαντες ἐκμετρήσωμεν καὶ ἀφέλωμεν ἀπὸ τοῦ πρότερον μετρηθέντος τὸ καταλειπόμενον, ἀποφανούμεθα τὸ τοῦ σώματος στερεόν· τῇ δὲ τοῦ περιπλάσματος μεθόδῳ χρῆσθαι δεῖ ἐπὶ τῶν μὴ δυναμένων μετατίθεσθαι σωμάτων. ΗΡΩΝΟΣ ΜΕΤΡΙΚΩΝ Γ ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ Οὐ πολὺ ἀπάδειν νομίζομεν τὰς τῶν χωρίων διαιρέσεις τῶν γινομένων ἐν τοῖς χωρίοις μετρήσεων· καὶ γὰρ τὸ ἀπονεῖμαι χωρίον τοῖς ἴσοις ἴσον καὶ τὸ πλεόν τοῖς ἀξίοις κατὰ τὴν ἀναλογίαν πάνυ εὐχρηστον καὶ ἀναγκαῖον θεωρεῖται.

3 proem (τ)

ἤδη γοῦν καὶ ἡ σύμπασα γῆ διήρηται κατ' ἀξίαν ὑπ' αὐτῆς τῆς φύσεως· νέμεται γὰρ κατ' αὐτὴν ἔθνη μέγιστα μεγάλην λελογχότα χώραν, ἔνια δὲ καὶ ὀλίγην μικρὰ καθ' αὐτὰ ὑπάρχοντα· οὐχ ἥττον δὲ καὶ κατὰ μίαν αἰ πόλεις κατ' ἀξίαν διήρηνται· τοῖς μὲν ἡγεμόσι καὶ τοῖς ἄλλοις τοῖς ἄρχειν δυναμένοις μείζω καὶ κατὰ ἀναλογίαν, τοῖς δὲ μηδὲν τοιοῦτο δυναμένοις δρᾶν μικροὶ κατελείφθησαν τόποι, κῶμαί τε τοῖς μικροψυχότεροις καὶ ἐποίκια καὶ ὅσα τοιαῦτά ἐστιν· ἀλλὰ τὰ μὲν παχυμερεστέραν πῶς καὶ ἀργότεραν εἴληφε τὴν ἀναλογίαν· εἰ δέ τις βούλοιο κατὰ τὸν δοθέντα λόγον διαιρεῖν τὰ χωρία, ὥστε μηδὲ ὡς εἰπεῖν κέγχρον μίαν τῆς ἀναλογίας ὑπερβάλλειν ἢ ἐλλείπειν τοῦ δοθέντος λόγου, μόνης προσδεήσεται γεωμετρίας· ἐν ᾗ ἐφαρμογὴ μὲν ἴση, τῇ δὲ ἀναλογίᾳ δικαιοσύνη, ἢ δὲ περὶ τούτων ἀπόδειξις ἀναμφισβήτητος, ὅπερ τῶν ἄλλων τεχνῶν ἢ ἐπιστημῶν οὐδεμία ὑπὸ σκηνεῖται. Χωρίον τρίγωνον διελεῖν εἰς τρίγωνα χωρία ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ τὴν αὐτὴν ἔχοντα κορυφήν.

3.1

ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, τὴν δὲ ΑΓ μονάδων ιε· καὶ δέον ἔστω διελεῖν αὐτὸ εἰς δύο χωρία τρίγωνα λόγον ἔχοντα πρὸς ἄλληλα, ὃν ε πρὸς γ, κορυφὴν δὲ τὸ Α. γερονέτω καὶ ἔστω ἡ διαιροῦσα εὐθεῖα ἡ ΑΔ· λόγος ἄρα τοῦ ΑΒΔ τριγώνου πρὸς τὸ ΑΔΓ τρίγωνον, $\langle \delta \nu \rangle$ ε πρὸς γ· καὶ συνθέντι λόγος ἄρα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὸ ΑΔΓ τρίγωνον, ὃν η πρὸς γ. καὶ ἔστιν ἡ ΒΓ μονάδων ιδ· ἢ ἄρα ΓΔ ἔσται μονάδων ε δ'. λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΔ μονάδων η δ'. καὶ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΑΔ, ἔσται γερονός τὸ προκείμενον· τὸ μὲν γὰρ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου ἐμβαδὸν εὐρήσομεν μονάδων νβ $\angle$, τὸ δὲ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου μονάδων λα $\angle$. ἔχει δὲ τὰ νβ $\angle$ πρὸς τὰ λα $\angle$ λόγον, ὃν ἔχει τὰ ε πρὸς τὰ γ. Τὸ δοθὲν τρίγωνον εἰς τὸν δοθέντα λόγον διελεῖν εὐθεῖα τινὶ παραλλήλῳ τῇ βάσει.

3.2

ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, τὴν δὲ ΑΓ μονάδων ιε. καὶ δέον ἔστω αὐτὸ διελεῖν, ὥστε τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τρίγωνον τριπλάσιον εἶναι τοῦ λοιποῦ τραπεζίου. ἔστω ἡ διαιροῦσα εὐθεῖα ἡ ΔΕ· τριπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕ τρίγωνον τοῦ ΔΕΓΒ τραπεζίου· τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον $\langle \delta \nu \rangle$ πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον λόγον ἔχει, ὃν δ πρὸς γ. ὡς δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον $\langle \delta \nu \rangle$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ διὰ τὸ ὅμοια εἶναι τὰ τρίγωνα. καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον μονάδων ρξ $\langle \theta \rangle$ τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΔ τετράγωνον μονάδων ρκ $\langle \zeta \rangle$ δ'· αὐτὴ ἄρα ἡ ΑΔ ἔσται ὡς ἕγγιστα μονάδων ια δ'. ὥστε ἐὰν ἀπολάβωμεν τὴν ΑΔ μονάδων ια δ' καὶ παράλληλον ἀγάγωμεν τὴν ΔΕ, ἔσται τὸ

προκείμενον. ἵνα δὲ μὴ παράλληλον ἄγωμεν, ἐπειδήπερ ἐν τοῖς χωρίοις δύσεργον ὑπάρχει τὸ τοιοῦτον διὰ τὴν τῶν τόπων ἀνωμαλίαν, ἀποληψόμεθα καὶ τὴν ΑΕ μονάδων ὅσων ἂν ᾤ. ἔστιν δὲ, ἐὰν ποιήσωμεν ὡς τὴν ΑΒ πρὸς ΑΓ, τουτέστιν ὡς τὰ ιγ πρὸς ιε, οὕτως τὴν ΑΔ, τουτέστιν ια δ', πρὸς ἄλλην τινά· τουτέστι τὴν ΑΕ. ἔσται μονάδων ιβ < να νβ' > . τοσούτου ἔσται ἡ ΑΕ. ἐπιζεύξαντες οὖν τὴν ΔΕ ἔχομεν τὴν διαιροῦσαν τὸ χωρίον. ἡ δὲ μέθοδος ἔσται τοιαύτη· ἐπεὶ ὁ λόγος, ἐν ᾧ διαιρεῖται, ἔστι γ πρὸς α, σύνθεσις γ καὶ α· γίνεταί δ. καὶ τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτὰ γίνεταί ρξθ. ταῦτα ἐπὶ τὸν γ· γίνεταί φζ. παράβαλε παρὰ τὸν δ· γίνεταί ρκς < δ'. τούτων πλευρὰ γίνεταί ὡς ἔγγιστα ια δ'. ταῦτα ἐπὶ τὸν ιε· γίνεταί ρξη < δ'. ταῦτα παράβαλε παρὰ τὸν ιγ· γίνεταί ιβ καὶ να νβ' . τοσούτου ἀπόλαβε τὴν ΑΕ καὶ ἐπίζευξον τὴν ΔΕ. Ἔστω δὴ τὸ δοθέν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἔχον τὴν μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, τὴν δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, τὴν δὲ ΓΑ μονάδων ιε.

3.3 καὶ ἀπειλήφθω ἡ ΑΔ, εἰ τύχοι, μονάδων ιβ. καὶ δέον ἔστω ἀπὸ τοῦ Δ διαγαγεῖν τὴν ΔΕ διαιροῦσαν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι. ἔστω δὴ ὁ λόγος, ὃν ἔχει τὰ ε πρὸς τὰ β. ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Β, Δ ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετον αἱ ΒΖ ΔΗ. ἔσται δὴ ἡ ΒΖ κάθετος, ὡς ἐμάθομεν, μονάδων ια ε'. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΔ, τουτέστιν ὡς ιγ πρὸς ιβ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΔΗ, καὶ ἔστιν ἡ ΒΖ ια ε', ἡ ἄρα ΔΗ ἔσται μονάδων ι καὶ κβ ξε'. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ λόγον ἔχει, ὃν ε πρὸς γ, καὶ ἔστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον μονάδων πδ, τὸ ἄρα ΑΔΕ τρίγωνον ἔσται μονάδων ν καὶ β ε'. τοῦ δὲ ΑΔΕ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ ΔΗ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ ΔΗ ἔσται μονάδων ρ καὶ δ ε'. καὶ ἔστιν ἡ ΔΗ μονάδων ι καὶ κβ ξε'· ἡ ἄρα ΑΕ ἔσται μονάδων θ < δ'. κὰν ἐπιζεύξωμεν τὴν ΔΕ, ἔσται τὸ προκείμενον. ἔστι δὲ ἡ μέθοδος τοιαύτη· ἐπεὶ ἡ ΒΖ κάθετός ἐστιν, ια ε' ἐπὶ τὰ ιβ· καὶ τὰ γενόμενα μέρισον εἰς τὸν ι < γ· γίνον > νται μονάδες ι καὶ κβ ξε'. καὶ ἐπεὶ λόγος, ἐν ᾧ διαιρεῖται, ὁ τῶν γ < πρὸς > τὰ β, σύνθεσις γ καὶ β· γίνεταί ε· καὶ πολλαπλασίασον τὸν γ ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου, τουτέστιν ἐπὶ τὰ πδ· γίνεταί σνβ. ταῦτα μέρισον εἰς τὸν ε· γίνεταί νβ ε'. ταῦτα δίς· γίνεταί ρ καὶ δ ε'. μέρισον ταῦτα παρὰ τὸν ι καὶ κβ ξε'· γίνονται μονάδες θ < δ'. τοσούτου ἀπολαβὼν τὴν ΑΕ ἐπίζευξον τὴν ΔΕ· καὶ ἔσται τὸ προκείμενον. Τριγώνου δοθέντος τοῦ ΑΒΓ ἀφελεῖν ἀπ' αὐτοῦ τρίγωνον τὸ ΔΕΖ δοθέν τῷ μεγέθει, ὥστε τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα τὰ ΑΔΕ ΒΔΖ ΓΕΖ ἴσα εἶναι ἀλλήλοις.

3.4 ἐὰν δὴ τμηθῶσιν < αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ τοῖς Δ, Ζ, Ε > , ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΔ πρὸς τὴν ΔΒ, οὕτως τὴν ΒΖ πρὸς ΖΓ καὶ τὴν ΓΕ πρὸς ΕΑ, ἔσται τὰ ΑΔΕ ΒΔΖ ΖΓΕ τρίγωνα ἴσα ἀλλήλοις. ἐπεζεύχθω οὖν ἡ ΑΖ· καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΓ, ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΖ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΕ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΖΓ, οὕτως τὸ ΑΖΓ πρὸς τὸ ΑΖΕ· καὶ ἀναστρέψαντι ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΖ, οὕτω τὸ ΑΖΓ πρὸς τὸ ΕΓΖ, ὃ ἐστὶ δοθέν. δοθέν δὲ καὶ τὸ ΑΒΓ· δοθέν ἄρα τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΖΕΓ, ὃ ἐστὶ δοθέν. καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ἐμβαδῷ τοῦ ΑΒΖ τριγώνου ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΖΓ· δοθέν ἄρα καὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΖ ἐπὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΑΖΓ· ἀλλὰ τοῦ μὲν ἐμβαδοῦ τοῦ ΑΒΖ καθέτου ἀχθείσης τῆς ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τὸ ὑπὸ ΕΒ ΑΗ, τοῦ δὲ ἐμβαδοῦ τοῦ ΑΖΓ διπλάσιόν ἐστι τὸ ὑπὸ ΖΓ ΑΗ· δοθέν ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΒ ΑΗ ἐπὶ τὸ ὑπὸ ΑΗ ΖΓ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΗ ἐπὶ τὸ ὑπὸ ΒΖΓ· καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ [Χ]ΒΓ· δοθέν ἄρα τὸ Ζ· λόγος ἄρα τῆς ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ < δοθείς > · ὥστε καὶ τῆς ΓΑ πρὸς ΑΕ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΓΑ· δοθέν ἄρα καὶ τὸ Ε. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Δ δοθέν ἐστὶ· θέσει ἄρα αἱ ΔΕ ΕΖ ΖΔ. συντεθήσεται δὴ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἔστω γάρ ἡ μὲν ΑΒ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΒΓ μονάδων ιδ, ἡ δὲ ΓΑ μονάδων ιε. ἔστω δὲ καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον μονάδων πδ. λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΔΕ ΔΒΖ ΕΖΓ τρίγωνα ἔσται ἀνὰ μονάδων κ. πολλαπλασίασον τὰ πδ ἐπὶ τὰ κ· γίνεταί , αχπ· ταῦτα τετράκι· γίνεταί , ςψκ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΗ κάθετός ἐστι μονάδων ιβ· ἐφ' ἑαυτὰ γίνεταί ρμδ· μέρισον τὰ , ςψκ παρὰ τὸν ρμδ· γίνεταί μς· καὶ ἔστιν ἡ ΒΓ μονάδων ιδ· ἔσται ἄρα καὶ ἡ μὲν ΒΖ ὡς ἔγγιστα μονάδων η καὶ ἡ ΖΓ μονάδων ε < . καὶ ποίησον ὡς τὰ ιδ πρὸς [τὸ] τὰ ε < , οὕτω τὰ ιε πρὸς ἄλλον τινά· γίνεταί μονάδων ε κε κη' . πάλιν ὡς τὰ ιδ πρὸς τὰ ε < , οὕτω τὰ ιγ πρὸς ἄλλον τινά· γίνεταί πρὸς

μονάδας ϵ καὶ γ κη' . γίγνεται ἡ ΒΔ μονάδων ϵ καὶ γ κη' . Τετραπλεύρου δοθέντος τοῦ ΑΒΓΔ καὶ παραλλήλου οὔσης τῆς ΑΔ τῇ ΒΓ διελεῖν τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον τῇ ΕΖ εὐθείᾳ, ὥστε λόγον τοῦ ΑΒΕΖ πρὸς τὸ ΕΖΓΔ <δοθέντι ἴσον εἶναι> δοθεισῶν τῶν ΕΖ ΓΔ καὶ εἰς τὸ αὐτὸ νευουσῶν σημεῖον τὸ Η· διὰ δὴ τοῦτο ἔσται ὡς τὸ ΑΒΕΖ πρὸς τὸ ΕΖΓΔ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΖΓ.

- 3.5 ὥστε λόγος καὶ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΓ δοθεὶς καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΒΓ· δοθὲν ἄρα τὸ Ζ· κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Ε· θέσει ἄρα ἡ ΕΖ. συντεθήσεται δὴ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἔστω δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει τὰ β πρὸς τὰ γ· καὶ ἔστω ἡ μὲν ΒΓ μονάδων κε, ἡ δὲ ΑΓ μονάδων κ, αὐτὰ δὲ ΑΒ ΓΔ οἰαδιηποτοῦν. σύνθεσ τὰ β καὶ τὰ γ· γίγνεται ϵ · καὶ τὰ κε ἐπὶ τὸν β· γίγνεται ν· ταῦτα παράβαλε παρὰ τὸν ϵ · γίγνεται ι· τοσοῦτων ἀπειλήφθω μονάδων ἡ ΒΖ. πάλιν τὰ κ ἐπὶ τὰ β· γίγνεται μ· ταῦτα παράβαλε παρὰ τὸν ϵ · γίγνεται η. τοσοῦτων ἀπόλαβε τὴν ΑΕ. καὶ ἐὰν ἐπιζευχθῇ ἡ ΕΖ, ποιήσει τὸ προκείμενον. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἀπειλήφθω ἡ ΑΗ μονάδων ϵ καὶ ἐπιτετάχθω ἀπὸ τοῦ Η διαγαγεῖν τὴν ΗΘ διαιροῦσαν τὸ τετράπλευρον ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι.
- 3.6 διήχθω οὖν, ὡς ἐμάθομεν, ἡ ΕΖ διαιροῦσα τὸ χωρίον ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ καὶ ἐπεξεύχθωσαν αὐτὴν ΑΗ ΖΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ <ΕΖ> τῷ ΑΒΘΗ· ὥστε καὶ λοιπὸν τὸ ΕΖΗ τρίγωνον τῷ ΗΘΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΖ τῇ ΕΘ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΗΕ τῇ ΖΘ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΖΘ· δοθεῖσα δὲ ἡ ΗΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΘ· καὶ ἔστι δοθὲν τὸ Ζ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Θ· θέσει ἄρα ἡ ΗΘ. συντεθήσεται δὴ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἀπειλήφθω ἡ ΒΖ μονάδων ι· τοσοῦτου γὰρ ἀπεδείχθη· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΕ ἐστὶ μονάδων η, ἡ δὲ ΑΗ μονάδων κ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΗΕ μονάδων γ. καὶ ἔστιν ἴση τῇ ΖΘ· ἀπειλήφθω οὖν ἡ ΖΘ μονάδων γ. ὥστε ὅλη ἡ ΒΘ ἔσται μονάδων ιγ· ἐπιζευχθείσης οὖν τῆς ΗΘ ἔσται τὸ προκείμενον. Πάλιν δὲ τετραπλεύρου δοθέντος τοῦ ΑΒΓΔ καὶ παραλλήλου οὔσης τῆς ΑΒ τῇ ΓΔ ἀγαγεῖν αὐταῖς παράλληλον τὴν ΕΖ διαιροῦσαν τὸ τετράπλευρον ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι.
- 3.7 γεγονέτω καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αὐτὴν ΑΓ ΔΒ ἐπὶ τὸ Η. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶν τοῦ ΑΕΒΖ πρὸς τὸ ΕΓΖΔ, λόγος ἄρα ἐστὶν καὶ τοῦ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΑΕΖΒ. καὶ ἔστιν τὸ ΑΓΒΔ δοθέν· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΕΖΒ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ, ἡ ΓΗ πρὸς τὴν ΗΑ, λόγος δὲ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ΒΑ, λόγος ἄρα καὶ τῆς ΓΗ πρὸς τὴν ΗΑ· καὶ διελόντι τῆς ΑΓ πρὸς ΑΗ. καὶ δοθεῖσα ἡ ΑΓ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΗ· κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΒΗ· δοθὲν ἄρα τὸ ΑΗΒ τρίγωνον. ἀλλὰ καὶ τὸ ΑΕΖΒ τετράπλευρον δοθέν ἐστίν. καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΕΗΖ τρίγωνον δοθέν ἐστίν. ἀλλὰ καὶ τὸ ΑΗΒ· ὥστε καὶ τοῦ ἀπὸ ΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ ΑΗ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΕΗ· δοθὲν ἄρα τὸ Ε. κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ Ζ. θέσει ἄρα ἡ ΕΖ. συντεθήσεται δὴ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἔστω ἡ μὲν ΑΓ μονάδων ιγ, ἡ δὲ ΒΔ μονάδων ιε, ἡ δὲ ΑΒ μονάδων ζ, ἡ δὲ ΓΔ μονάδων κ. τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ ΑΒΓΔ, ὡς ἐπάνω ἐμάθομεν, ἔσται μονάδων ρνς. ἔστω δὲ ὁ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει τὰ γ πρὸς τὰ ϵ · σύνθεσ οὖν γ καὶ ϵ · γίγνεται η. καὶ τὰ ρνς ἐπὶ τὰ γ· γίγνεται υξη. ταῦτα μέρισον εἰς τὸν η. γίγνεται νη $\angle$. τοσοῦτου ἔσται τὸ ΑΕΒΖ. καὶ ἄφελε ἀπὸ τῶν κ τὰ ζ· λοιπὰ ιδ. καὶ τὰ ιγ ἐπὶ τὰ ζ· γίγνεται οη. παράβαλε παρὰ τὸν ιδ· γίγνεται ϵ καὶ δ ζ'. ἔσται ἡ ΑΗ μονάδων ϵ καὶ δ ζ'. πάλιν τὰς ιε ἐπὶ τὸν ζ· γίγνεται $\angle$. παράβαλε παρὰ τὸν ιδ· γίγνεται ζ <γ ζ'>. καὶ ἔσται ἡ ΒΗ μονάδων ζ καὶ γ ζ'. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ μονάδων ζ· τὸ ἄρα ἐμβαδὸν τοῦ ΑΗΒ τριγώνου ἔσται μονάδων ιε καὶ γ ζ'. τοῦ δὲ ΑΕΖΒ τραπεζίου τὸ ἐμβαδὸν νη $\angle$ · ὅλου ἄρα τοῦ ΕΖΗ τριγώνου τὸ ἐμβαδὸν ἔσται μονάδων ογ ιγ ιδ'. καὶ πολλαπλασίασον μονάδας ϵ καὶ δ ζ' ἐφ' ἑαυτά· γίγνεται λα καὶ β μθ'. ἐπὶ τὰ ογ ιγ ιδ', καὶ τὰ γενόμενα παράβαλε παρὰ τὸν ιε καὶ γ ζ', καὶ τῶν γενομένων πλευρὰν λαβέ· γίγνεται ιβ καὶ ιδ' ὡς ἔγγιστα· καὶ ἀπὸ τῆς εὐρεθείσης πλευρᾶς ἄφελε τὰ ϵ καὶ δ ζ'· ἔσονται λοιπαὶ μονάδες ζ $\angle$ · ἀπόλαβε οὖν τὴν ΑΕ μονάδων ζ $\angle$ καὶ ποίησον ὡς ιγ πρὸς ιε, οὕτως ζ $\angle$ πρὸς τί· ἔσται δὲ πρὸς μονάδας ζ $\angle$ · ἀπόλαβε τὴν ΒΖ μονάδων ζ $\angle$ · ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΕΖ ποιήσει τὸ προκείμενον.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἀπειλήφθω ἡ ΑΗ μονάδων β· καὶ δέον ἔστω διαγαγεῖν τὴν ΗΘ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ διαιροῦσαν τὸ τετράπλευρον. διήχθωσαν οὖν αἱ ΗΘ, ΕΖ τῷ αὐτῷ λόγῳ διαιροῦσαι τὸ τετράπλευρον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΖ, ΕΘ· ἔσται δὲ ὁμοίως ἴσον τὸ ΑΗΒΘ τῷ ΑΕΖΒ. ὥστε καὶ τὸ ΗΕΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶν τῷ ΗΘΖ τριγώνῳ. παράλληλος ἄρα ἡ ΗΖ τῇ ΕΘ. ἦχθω δὲ καὶ τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΗΚ. ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΚΖ τρίγωνον τῷ ΕΖΘ. ὡς ἄρα ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΚ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΖΚ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΖΚ. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΘ. δοθὲν ἄρα τὸ Θ· ἀλλὰ καὶ τὸ Η· θέσει ἄρα ἡ ΗΘ. συντεθήσεται δὲ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως. ποιήσον ὡς τὰ ιγ πρὸς τὰ ιε, οὕτως τὰ β πρὸς τί· γίνεταί β καὶ δ ιγ'. ὅλη δὲ ἡ ΒΖ ἦν ζ'· λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΖ ἔσται μονάδων ε καὶ ε κς'. ἡ δὲ ΑΗ ε καὶ δ ζ'· καὶ ὁμοίως σύνθεσις τὰς ζ' καὶ μονάδας ε καὶ δ ζ'· γίνεταί ιβ ιδ'. ταῦτα πολλαπλασίασον ἐπὶ μονάδας ε καὶ ε κς'· καὶ τὰ γενόμενα μέρισον εἰς μονάδας ε καὶ δ ζ'· γίνονται μονάδες η δ'. τοσούτου ἀπόλαβε τὴν ΖΘ. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΗΘ ποιήσει τὸ προκείμενον. Κύκλου δοθέντος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, γράψαι ἕτερον περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον αὐτῷ, οὗ διάμετρος ἡ ΓΔ, διαιροῦντα τὸν ἐξ ἀρχῆς κύκλον ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι.

3.9 ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶν τῆς ΑΒ ΓΔ ἴτιος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλον δοθείς, λόγος ἄρα καὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ ΓΔ κύκλου δοθείς. ὡς δὲ οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτω τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα· λόγος ἄρα καὶ τοῦ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ δοθείς καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ἀπὸ ΑΒ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΓΔ. συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω ἡ μὲν ΑΒ διάμετρος μονάδων κ, ὁ δὲ δοθείς λόγος, ὃν ἔχει τὰ γ πρὸς τὰ ε. σύνθεσις τὰ γ καὶ τὰ ε· γίνεταί η· καὶ τὰ κ ἐφ' ἑαυτὰ· γίνεταί υ· ἐπὶ τὸν ε· γίνεταί β. ταῦτα μέρισον παρὰ τὸν η· γίνεταί σν· τούτων πλευρὰν λαβὲ ὡς ἔγγιστα· γίνεταί ιε ιγ' <ις'>. τοσούτου ἔσται ἡ ΓΔ διάμετρος. Ὅσα μὲν οὖν τῶν ἐπιπέδων δυνατὸν ἦν ἀριθμοῖς διαιρεῖσθαι, προέγραπται· ὅσα δὲ διαιρεῖσθαι μὲν ἀναγκαῖόν ἐστι, δι' ἀριθμῶν δὲ οὐ δύναται, ταῦτα γεωμετρικῶς ἐκθησόμεθα.

3.10 Ἔστω τριγώνου δοθέντος τοῦ ΑΒΓ καὶ ἐκβληθείσης αὐτοῦ μιᾶς πλευρᾶς τῆς ΒΓ ἀπὸ δοθέντος τοῦ Δ διαγαγεῖν τὴν ΔΕ διαιροῦσαν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐν λόγῳ δοθέντι. γερονέτω· ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τοῦ ΑΕΖ τριγώνου πρὸς τὸ ΖΕΒΓ τετράπλευρον, συνθέντι λόγος ἄρα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὸ ΑΖΕ. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ΑΒΓ· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΖΕ [δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΖΑΕ]. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ Δ. εἰς δύο ἄρα θέσεις τὰς ΑΒ, ΑΓ πεπερασμένας κατὰ τὸ αὐτὸ τὸ Α ἀπὸ δοθέντος τοῦ Δ διήκταί τις εὐθεῖα χωρίον ἀποτείνουσα δοθέν· δοθέντα ἄρα τὰ Ε, Ζ σημεία. τοῦτο δὲ ἐν τῷ β' τῆς τοῦ χωρίου ἀποτομῆς δέδεικται. δέδεικται ἄρα τὸ προκείμενον. κἂν τὸ Δ σημεῖον μὴ ᾗ ἐπὶ τῆς ΒΓ, ἀλλ' ὡς ἔτυχεν, οὐδὲν διοίσει. Τετραπλεύρου δοθέντος τοῦ ΑΒΓΔ καὶ τμηθείσης τῆς ΑΔ κατὰ τὸ Ε διαγαγεῖν τὴν ΕΖ τέμνουσαν τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον ἐν τῷ τῆς ΑΕ πρὸς τὴν ΔΕ λόγῳ.

3.11 γερονέτω· καὶ <ἦχθω> τῇ μὲν ΑΔ παράλληλος ἡ ΓΗ, τῇ δὲ ΕΒ ἐπιζευχθείσῃ παράλληλος ἡ ΗΘ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΕ ΕΘ ΕΗ. ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΗΕ τρίγωνον τῷ ΕΒΘ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΑΒΕ. τὸ ἄρα ΑΗΕ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΘΕ τετραπλεύρῳ· ὡς ἄρα τὸ ΑΗΕ τρίγωνον, τουτέστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΔ, οὕτως τὸ ΑΒΘΕ τετράπλευρον πρὸς τὸ ΕΓΔ τρίγωνον. τετμήσθω δὲ καὶ ἡ ΓΘ κατὰ τὸ Ζ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΕ πρὸς τὴν ΕΔ, τὴν ΘΖ πρὸς ΖΓ, τουτέστι τὸ ΕΘΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΓΖ· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΖΕ τετράπλευρον πρὸς τὸ ΕΖΔΓ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τῷ τῆς ΑΕ πρὸς τὴν ΕΔ· ἐπεὶ οὖν δοθὲν τὸ Γ, θέσει ἄρα καὶ ἡ ΓΗ. θέσει δὲ καὶ ἡ ΑΒΗ· δοθὲν ἄρα τὸ Η. καὶ ἔστι παρὰ θέσει τὴν ΒΕ ἡ ΗΘ. δοθὲν ἄρα τὸ Θ· δοθεῖσα ἄρα ἡ ΓΘ· καὶ τέτμηται ἐν δοθέντι λόγῳ κατὰ τὸ Ζ· δοθὲν ἄρα τὸ Ζ· θέσει ἄρα ἡ ΕΖ. δέησει ἄρα εἰς τὴν σύνθεσιν ἐπιζευῆσαι τὴν ΒΕ καὶ τῇ μὲν ΔΕ παράλληλον ἀγαγεῖν τὴν ΓΗ, τῇ δὲ ΒΕ τὴν ΗΘ, καὶ τεμεῖν τὴν ΘΓ κατὰ τὸ Ζ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΕ πρὸς ΕΔ, οὕτω τὴν ΘΖ πρὸς ΖΓ. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΕΖ ποιήσει τὸ προκείμενον. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων δεδόσθω τι τυχὸν σημεῖον τὸ Ε καὶ δέον ἔστω διαγαγεῖν τὴν ΕΖ διαιροῦσαν τὸ τετράπλευρον ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι.

- 3.12 γεγονέντω· καὶ διηρήσθω ἡ ΑΔ ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ κατὰ τὸ Η· καὶ διήχθω ἡ ΘΕ τῷ αὐτῷ λόγῳ τέμνουσα τὸ τετράπλευρον. δοθέντα ἄρα τὰ Η, Θ. δοθέν δὲ καὶ τὸ Ε· θέσει ἄρα ἡ ΕΖ. συντεθήσεται δὴ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως διηρήσθω ἡ ΑΔ ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ κατὰ τὸ Η, καὶ διήχθω ἡ ΗΘ τέμνουσα τὸ τετράπλευρον ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΘ καὶ ταύτη παράλληλος ἡ ΗΖ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. ἔσται δὴ αὕτη ἡ ποιοῦσα τὸ πρόβλημα. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων τὸ διδόμενον σημεῖον ἐπὶ μηδεμιᾶς ἔστω πλευρᾶς τοῦ τετραπλεύρου.
- 3.13 καὶ ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τετράπλευρον τὸ ΑΒΓΔ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον τὸ Ε· καὶ ἔστω διαγαγεῖν τὴν ΕΖ ποιοῦσαν λόγον τοῦ ΑΒΖΗ πρὸς τὸ ΖΗΓΔ δοθέντα· καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι λόγος ἄρα τοῦ ΑΒΓΔ πρὸς τὸ ΑΒΖΗ δοθείς. δοθέν δὲ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΒΖΗ. καὶ εἰ μὲν παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ, ἔσται τὸ ΑΒΖΗ ἴσον τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΑΗ ΒΖ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ἀπὸ τοῦ Α καθέτου ἀγομένης ἐπὶ τὴν ΒΓ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ κάθετος· δοθεῖσα ἄρα καὶ συναμφοτέρος ἡ ΑΒ ΖΗ· θέσει ἄρα ἡ ΖΕ. τοῦτο γὰρ ἐξῆς. εἰ δὲ μὴ εἰσι παράλληλοι, συμπίπτέτωσαν κατὰ τὸ Θ· δοθὲν ἄρα τὸ ΑΒΖΗ τετράπλευρον. καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΗΖΘ τρίγωνον δοθέν ἐστιν. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ Θ γωνία· δοθέν ἄρα τὸ ὑπὸ ΘΗΖ· ἀπῆκται ἄρα εἰς τὴν τοῦ χωρίου ἀποτομήν· θέσει ἄρα ἡ ΕΖ. Ἐξῆς δὲ δείξομεν, ὥς δεῖ πολυπλεύρου εὐθυγράμμου δοθέντος καὶ σημείου ἐπὶ μιᾶς αὐτοῦ πλευρᾶς διαγαγεῖν ἀπὸ τοῦ σημείου εὐθεΐαν διαιροῦσαν τὸ χωρίον ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ· ἔστω τὸ δοθὲν χωρίον τὸ ΑΒΓΔΕΖ, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ μιᾶς αὐτοῦ πλευρᾶς ἔστω τὸ Η· καὶ διήχθω ἡ ΗΘ διαιροῦσα τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ· ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶν τοῦ ΑΒΘΗΖ χωρίου πρὸς τὸ ΗΘΓΔΕ δοθείς, καὶ συνθέντι ἄρα λόγος ἐστὶν τοῦ ΑΒΓΔΕΖ πρὸς τὸ ΗΘΓΔΕ δοθείς· δοθέν δὲ τὸ ΑΒΓΔΕΖ.
- 3.14 δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΗΘΓΔΕ. ὧν τὸ ΗΓΔΕ δοθέν ἐστι· λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΘΓ τρίγωνον δοθέν ἐστιν. καὶ ἔστιν αὐτοῦ διπλάσιον, καθέτου ἀχθείσης τῆς ΗΚ ἐπὶ τὴν ΓΒ, τὸ ὑπὸ ΓΘ ΗΚ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΗΚ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΓΘ. δοθέν ἄρα τὸ Θ· θέσει ἄρα ἡ ΘΗ. συντεθήσεται δὴ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· ἔστω δοθεῖς λόγος τῆς ΛΜ πρὸς τὴν ΜΝ· καὶ πεποιήσθω ὥς ἡ ΛΜ πρὸς ΜΝ, οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕΖ πρὸς ἄλλο τι χωρίον τὸ Ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἀφηρήσθω ἴσον τῷ ΗΓΔΕ· καὶ ἔστω λοιπὸν τὸ Ο. καὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΓ ἦχθω ἡ ΗΚ· καὶ παραβεβλήσθω τὸ Ο παρὰ τὴν ΗΚ· καὶ ποιεῖτω πλάτος τὴν ἡμίσειαν τῆς ΓΘ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΘ· ἔσται δὴ ἡ ΗΘ ποιοῦσα τὸ πρόβλημα. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω τὸ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ μηδεμιᾶς πλευρᾶς, καὶ ἔστω τὸ Η· καὶ διήχθω ἡ ΗΘ, ὥστε ἐν δοθέντι λόγῳ διαιρεῖν τὸ χωρίον· δοθέν ἄρα ἔσται τὸ ΚΘΓΔΕ.
- 3.15 καὶ εἰ μὲν παράλληλός ἐστι ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ, ἐπεζεύχθω ἡ ΓΕ· ἔσται λοιπὸν τὸ ΘΓΕΚ· ὥστε θέσει ἐστὶν ἡ ΗΘ. εἰ δὲ οὐκ εἰσι παράλληλοι, συμπίπτέτωσαν κατὰ τὸ Λ· δοθὲν ἄρα τὸ ΓΔΕΛ· καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΘΚΛ τρίγωνον δοθέν ἐστιν. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ [Η]Λ γωνία· δοθέν ἄρα τὸ ὑπὸ ΚΛΘ· ἀπῆκται ἄρα πρὸς τὴν τοῦ χωρίου ἀποτομήν· θέσει ἄρα ἡ ΗΘ. Δύο θέσει παραλλήλων οὐσῶν τῶν ΑΒ, ΓΔ καὶ δοθέντος τοῦ Ε διαγαγεῖν τὴν ΕΒΔ ποιοῦσαν συναμφοτέρον τὴν ΑΒ, ΓΔ δοθεῖσαν.
- 3.16 γεγονέντω· καὶ τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΔΖ. δοθεῖσα ἄρα ἡ ΓΔΖ· δοθέν ἄρα τὸ Ζ. ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· θέσει ἄρα ἡ ΑΖ. καὶ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Η· ἴσαι γάρ εἰσιν αἱ ΑΒ, ΔΖ· δοθέν ἄρα τὸ Η. ἀλλὰ καὶ τὸ Ε· θέσει ἄρα ἡ ΕΗ. δεήσει ἄρα εἰς τὴν σύνθεσιν θεῖναι τῇ δοθείσῃ ἴσην τὴν ΓΖ καὶ ἐπιζεῦξαι τὴν ΑΖ καὶ δίχα τεμεῖν κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπιζεύξαντα τὴν ΕΗ ἐκβαλεῖν ἐφ' ἑκάτερα· καὶ ἔσται ἡ ποιοῦσα τὸ πρόβλημα. Σφαίρας δοθείσης καὶ λόγου τεμεῖν τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας ἐπιπέδῳ τινὶ, ὥστε τὰς ἐπὶ <φανείας> τῶν τμημάτων πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.
- 3.17 ἔστω γὰρ ὁ δοθείς λόγος <ὁ> τῆς Α πρὸς τὴν Β. καὶ ἐκκείσθω ὁ μέγιστος κύκλος τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ διάμετρος ἡ ΓΔ. καὶ τετμήσθω ἡ ΓΔ κατὰ τὸ Ε, ὥστε εἶναι ὡς τὴν Α πρὸς τὴν Β, οὕτως τὴν ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ. καὶ ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΓΔ πρὸς ὀρθὰς ἦχθω ἡ ΕΖ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΓ, ΖΔ· καὶ εἰλήφθω τὶ τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας τὸ Θ· καὶ πόλῳ τῷ Ε,

διαστήματι δὲ ἴσῳ τῷ ΓΖ κύκλος γεγράφθω ὁ ΚΛ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. ἔσται δὴ τὰ ἀπειλημμένα τμήματα ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ τοῦ ΚΛ κύκλου τὰς ἐπιφανείας ἔχοντα λόγον ἐχούσας πρὸς ἀλλήλας τὸν αὐτὸν τῷ τῆς Α πρὸς τὴν Β· ἡ μὲν γὰρ πρὸς τῷ Θ πόλῳ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶν τῇ ΓΖ, ἡ δὲ τοῦ λοιποῦ τμήματος ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶν τῇ ΔΖ. οἱ δὲ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ΓΖ ΖΔ τετράγωνα πρὸς ἄλληλα· ὡς δὲ <τὸ ἀπὸ τῆς ΓΖ πρὸς> τὸ ἀπὸ τῆς ΔΖ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ, τουτέστιν ἡ Α πρὸς τὴν Β. αἱ ἄρα εἰρημέναι ἐπιφάνειαι λόγον ἔχουσι πρὸς ἀλλήλας τὸν τῆς Α πρὸς τὴν Β· ταῦτα γὰρ ἐν τῷ β' περὶ σφαίρας Ἀρχιμήδει δέδεικται Τὸν δοθέντα κύκλον διελεῖν εἰς τρία ἴσα δυσὶν εὐθείαις.

3.18 τὸ μὲν οὖν πρόβλημα ὅτι οὐ ῥητόν ἐστι, δῆλον, τῆς εὐχρηστίας δὲ ἔνεκεν διελοῦμεν αὐτὸν ὡς ἔγγιστα οὕτω. ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Α, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς αὐτὸν τρίγωνον ἰσόπλευρον, οὗ πλευρὰ ἡ ΒΓ, καὶ παράλληλος αὐτῇ ἦχθω ἡ ΔΑΕ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΔ ΔΓ. λέγω ὅτι τὸ ΔΒΓ τμήμα τρίτον ἔγγιστά ἐστι μέρος τοῦ ὅλου κύκλου. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΑ ΑΓ. ὁ ἄρα ΑΒΓΖΒ τομεὺς τρίτον ἐστὶ μέρος τοῦ ὅλου κύκλου. καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ· τὸ ἄρα ΒΔ[Ζ]ΓΖ σχῆμα τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὅλου κύκλου, ὥς δὴ μετὰ <ζ> ὅν ἐστιν αὐτοῦ τὸ ΔΒΓ τμήμα ἀνεπαισθήτου ὄντος ὡς πρὸς τὸν ὅλον κύκλον. ὁμοίως δὲ καὶ ἐτέραν πλευρὰν ἰσοπλεύρου τριγώνου ἐγγράψαντες ἀφελοῦμεν ἕτερον τρίτον μέρος· ὥστε καὶ τὸ καταλ. <ε> ἰπόμενον τρίτον μέρος ἔσται [μέρος] τοῦ ὅλου κύκλου. Τριγώνου δοθέντος τοῦ ΑΒΓ λαβεῖν τι σημεῖον τὸ Δ, ὥστε ἐπιζευχθεῖσιν εὐθείων τῶν ΔΑ ΔΒ ΔΓ τὰ ΑΒΔ ΔΒΓ ΓΑΔ τρίγωνα ἴσα εἶναι.

3.19 γεγονέτω καὶ τῇ ΒΓ παράλληλος ἦχθω ἡ ΔΕ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ· τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ. καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ΕΒΓ· τριπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΕΒΓ τριγώνου. ὥστε καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΕ ἐστὶ τριπλῆ. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΑΒ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΒΕ· καὶ δοθὲν τὸ Β· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ε· καὶ παρὰ τὴν ΒΓ [καὶ] ἡ ΕΔ· θέσει ἄρα ἡ ΕΔ. πάλιν δὲ τῇ ΑΒ παράλληλος ἦχθω ἡ ΔΖ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΑ τριπλασία ἐστὶ τῆς ΖΑ· δοθὲν ἄρα τὸ Ζ· θέσει ἄρα ἡ ΖΑ· θέσει δὲ καὶ ἡ ΔΕ· δοθὲν ἄρα τὸ Δ. συντεθήσεται δὴ οὕτως. εἰλήφθω τῆς μὲν ΑΒ τρίτον μέρος ἡ ΒΕ, τῆς δὲ ΑΓ ἡ ΑΖ, καὶ τῇ μὲν ΒΓ παράλληλος ἡ ΕΔ, τῇ δὲ ΑΒ ἡ ΖΔ. ἐπιζευχθεῖσαι οὖν αἱ ΔΑ, ΔΒ, ΔΓ ποιήσουσι τὰ ΑΒΔ, ΔΒΓ, ΓΔΑ τρίγωνα ἴσα. Αἱ μὲν οὖν τῶν εἰρημένων ἐπιπέδων χωρίων διαιρέσεις αὐτάρκως εἴρηνται, ἐξῆς δὲ ἐπὶ τὰ στερεὰ χωρήσομεν. ὅσα μὲν οὖν ἰσοπαχῇ τυγχάνει στερεὰ, οἷον κύλινδροι καὶ παραλληλεπίπεδα καὶ ὅσα ἀπλῶς τὰς βάσεις ταῖς κορυφαῖς τὰς αὐτὰς ἔχει, εὐκόπως διαιρεῖται εἰς τοὺς δοθέντας λόγους. ὃν γὰρ ἔχει λόγον τὸ μῆκος, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τὸ στερεόν. τῶν δὲ μειούρων αἱ διαιρέσεις οὐχ οὕτως, οἷον πυραμίδων καὶ κώνων καὶ τῶν τοιούτων· διὸ περὶ αὐτῶν γράψομεν. Ἔστω γὰρ πυραμὶς βάσιν μὲν ἔχουσα οἰανδηποτοῦν τὴν ΑΒΓΔ, κορυφὴν δὲ τὸ Ε σημεῖον· καὶ δεδοσθω αὐτῆς μία πλευρὰ ἡ ΑΕ μονάδων ε.

3.20 καὶ δέον ἔστω τεμεῖν αὐτὴν ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ὥστε τὴν ἀποτεμνομένην πρὸς τῇ κορυφῇ πυραμίδα τοῦ καταλειπομένου στερεοῦ εἶναι, εἰ τύχοι, τετραπλῆν. τεμνέσθω καὶ ποιεῖτω τομὴν τὸ ΖΗΘΚ. <ἡ ἄρα ΑΖ> πλευρὰ ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ ΖΗΘΚ στερεοῦ· ἡ ἄρα ΑΒΓΔΕ πυραμὶς πρὸς τὴν ΖΗΘΚ πυραμίδα λόγον ἔχει, ὃν τὰ ε πρὸς τὰ δ. ὡς δὲ αἱ πυραμίδες πρὸς ἀλλήλας, οὕτως οἱ ἀπὸ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν κύβοι· ὁ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΕ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΕΖ κύβον λόγον ἔχει, ὃν τὰ ε πρὸς τὰ δ· καὶ ἔστιν <ὁ> ἀπὸ τῆς ΑΕ κύβος μονάδων ρκε· ὁ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ κύβος ἔσται μονάδων ρ. δεήσει ἄρα τῶν ρ μονάδων λαβεῖν κυβικὴν πλευρὰν ὡς ἔγγιστα· ἔστι δὲ μονάδων δ καὶ θ ιδ', ὡς ἐξῆς δείξομεν. ὥστε ἐὰν ἀποληφθῇ ἡ ΕΖ μονάδων δ καὶ θ ιδ' καὶ διὰ τοῦ Ζ σημείου τμηθῇ ἡ πυραμὶς ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἔσται τὸ προκείμενον. συντεθήσεται δὲ οὕτως κύβισον τὰ ε γίνεταί ρκε. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶν, ἐν ᾧ

διαίρεται ἡ πυραμὶς, ὃν δὲ πρὸς α, σύνθετος δὲ καὶ ἔν· γίνεταί ε. καὶ τὰ ρκε ἐπὶ τὸν δ· γίνεταί φ. παράβαλε παρὰ τὸν ε· γίνεταί ρ· καὶ τούτων κυβικὴν πλευρὰν· γίνεταί δ καὶ θ ιδ' . τοσούτου ἔσται ἡ ΕΖ. Ὡς δὲ δεῖ λαβεῖν τῶν ρ μονάδων κυβικὴν πλευρὰν, νῦν ἐροῦμεν. Λαβὲ τὸν ἔγγιστα κύβον τοῦ ρ τὸν τε ὑπερβάλλοντα καὶ τὸν ἐλλείποντα· ἔστι δὲ ὁ ρκε καὶ ὁ ξδ. καὶ ὅσα μὲν ὑπερβάλλει, μονάδες κε, ὅσα δὲ ἐλλείπει, μονάδες λς. καὶ ποιήσον τὰ ε ἐπὶ τὰ λς· γίνεταί ρπ· καὶ τὰ ρ· γίνεταί σπ. <καὶ παράβαλε τὰ ρπ παρὰ τὰ σπ>· γίνεταί θ ιδ' . πρόσβαλε τῇ [κατὰ] τοῦ ἐλάσσονος κύβου πλευρᾷ, τουτέστι τῷ δ· γίνεταί μονάδες δ καὶ θ ιδ' . τοσούτων ἔσται ἡ τῶν ρ μονάδων κυβικὴ πλευρὰ ὡς ἔγγιστα. Τὸν δοθέντα κῶνον διελεῖν ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

3.21 ἔστω ὁ δοθεὶς κῶνος, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ὁ ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ. καὶ ἔστω αὐτοῦ ἡ πλευρὰ μονάδων ε. καὶ ἐπιτετάχθω διελεῖν, ὡς εἴρηται, ὥστε τὸν ἀποτεμνόμενον πρὸς τῇ κορυφῇ κῶνον τετραπλασίονα εἶναι τοῦ καταλειπομένου κολούρου κώνου. ἀκολουθῶς οὖν τοῖς ἐπὶ τῆς πυραμίδος εἰρημένοις ἔξει ὁ ἀπὸ τῆς ΑΓ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΓΔ κύβον λόγον, ὃν ἔχει τὰ ε πρὸς τὰ δ· ὁ ἄρα ἀπὸ τῆς ΓΔ κύβος ἔσται μονάδων ρ· αὐτὴν ἄρα ἡ ΓΔ ἔσται μονάδων δ καὶ θ ιδ' ἔγγιστα. ἀπειλήφθω οὖν ἡ ΓΔ τοσούτων. καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω παράλληλον τῇ βάσει καὶ ποιείτω τομὴν τὸν ΔΕ κύκλον, ὃς ποιήσει τὸ προκείμενον. ἮΕ <στ> ὡ δὴ [ὁ] δοθεὶς <κόλουρος> κῶνος, ὃν δεῖ διελεῖν ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

3.22 ἔστω βάσις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ ὁ ΔΕ. καὶ ἐπιτετάχθω διελεῖν αὐτὸν ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ὥστε τὸ πρὸς τῇ <κορυφῇ> τμήμα τετραπλάσιον εἶναι τοῦ καταλειπομένου· δεδόσθω δ' ἡ μὲν τοῦ ΑΒ κύκλου διάμετρος μονάδων κη, ἡ δὲ τοῦ ΑΕ μονάδων κα, τὸ δὲ ὕψος μονάδων ιβ· καὶ διηρήσθω, ὡς εἴρηται, τῷ ΖΗ κύκλῳ, ὥστε τὸν ΔΕΖΗ κῶνον κόλουρον τετραπλασίονα εἶναι τοῦ ΖΗΑΒ κολούρου κώνου· ὁ ἄρα ΑΒΔΕ κωνοκόλουρος πρὸς τὸν ΔΕΖΗ λόγον ἔχει, ὃν ε πρὸς δ. καὶ ἔστιν ὁ ΑΒΔΕ κωνοκόλουρος δοθεὶς· αἱ γὰρ διάμετροι τῶν βάσεων αὐτοῦ δοθεῖσαι εἰσιν καὶ ἔτι τὸ ὕψος δοθέν· δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ ΔΕΖΗ κωνοκόλουρος. ἦχθω δὲ ὁ κάθετος ἡ ΔΘ καὶ προσηυξήσθω ὁ κῶνος. καὶ ἔστω αὐτοῦ κορυφὴ τὸ Γ, ἄξων δὲ ὁ ΓΔ. ἐπεὶ ἡ ΔΕ ἔστι δοθεῖσα, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔΛ, τουτέστιν ἡ ΚΘ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΚ δοθεῖσα ἐστίν· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΘ δοθεῖσα ἐστίν· λόγος ἄρα τῆς ΚΔ πρὸς ΑΘ δοθεὶς· ὥστε καὶ τῆς ΓΚ πρὸς ΔΘ· καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΔΘ· δοθεῖσα ἄρα ἡ ΓΚ· ὦν ἡ ΚΛ δοθεῖσα ἐστίν· ἴση γὰρ ἐστὶ τῇ ΔΘ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΓΔ δοθεῖσα ἐστίν· δοθεὶς ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΔΕ κῶνος κ[αὶ ἡ] ΖΗ· καὶ ἔτι ὁ ΓΒΑ· λόγος ἄρα τῶν ΓΑΒ, ΔΕΓ κώνων πρὸς τὸν ΓΗΖ κῶνον. ὡς δὲ οἱ κῶνοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως καὶ ο <ὁ ἀπὸ τῶ> ν ΓΚΛ κύβοι πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΓΜ κύβον. δ <οθέντες> δὲ οἱ ἀπὸ τῶν ΚΓΛ κύβοι· δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ ἀπὸ τῆς ΓΜ κύβος· δοθεῖς <α> ἄρα ἡ ΓΜ· ὥστε καὶ ἡ ΛΜ· λόγος ἄρα τῆς ΚΛ πρὸς τὴν ΛΜ, τουτέστι τῆς ΑΔ πρὸς ΑΖ· δοθεὶς καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ΑΔ, ἐπεὶ καὶ ἐκατέρω τῶν ΔΘ ΘΑ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΑΖ· δοθέν ἄρα τὸ Ζ· ὥστε καὶ ἡ <δι> αὐτοῦ τομὴ, τουτέστιν ὁ ΖΗ κύκλος. συντεθήσεται δὲ ἀκολουθῶς τῇ ἀναλύσει οὕτως· λαβὲ τὸ στερεὸν τοῦ κολουροκώνου, ὡς ἐμάθομεν. γίνεται <, εχςη> . ταῦτα ἐπὶ τὸν δ· γίνεταί μ β, βψ ςβ. παράβαλε παρὰ τὸν ε· γίνεταί, δφνη β <ε>· τοσούτου ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ΔΕΖΗ κολουροκώνου. καὶ ἀπὸ τῶν κη ἄφελε κα· λοιπὰ ζ· τούτων τὸ ἥμισυ· γίνεταί γ λ· καὶ τῶν κη τὸ ἥμισυ· γίνεταί ιδ· καὶ ποιήσον ὡς τὰ γ λ πρὸς τὰ ιδ, οὕτως τὸ ὕψος, τουτέστι τὰ ιβ, πρὸς ἄλλον τινά· ἔστι δὲ πρὸς μη. ἄφελε τὰ ιβ· λοιπὰ λς· ἔσται ὁ ἄξων τοῦ ΓΔΕ κώνου μονάδων λς. καὶ ἔστιν ἡ ΔΕ διάμετρος μονάδων κα· τὸ ἄρα στερεὸν τοῦ κώνου, ὡς ἐμάθομεν, ἔσται, δρνη· πρόσθετος ταῦτα ἐκατέρω τῷ τε, εχςη καὶ τῷ, δφνη β ε'· γίνεταί, θωνς· καὶ τὰ, δρνη· γίνεταί μ α, διδ· <σύνθετος τὰ, δφνη β ε' καὶ τὰ, δρνη>· γίνεταί μ α, διδ· . καὶ κύβισον τὸν μη· καὶ ἔτι τὸν λς· καὶ σύνθετος τοὺς β κύβους· γίνονται μ α, ξσμη.

ποίησον οὖν ὡς τὰ $\mu\alpha$, διδὲ πρὸς τὸ [ἀπὸ], ηψις $\beta\epsilon'$, οὕτως $\mu\alpha$, ζσμη πρὸς τι· ἔστι δὲ πρὸς $\mu\theta$, ζν. τούτων λαβὲ κυβικὴν πλευρὰν ὡς ἔγγιστα· γίνονται $\mu\zeta$. ἄφελε τὰς $\lambda\varsigma$ · λοιπαὶ μονάδες ι · καὶ τὰ $\iota\beta$ τοῦ ὕψους ἐφ' ἑαυτά· γίνεται $\rho\mu\delta$ · καὶ τὰ $\gamma\epsilon$ ἐφ' ἑαυτά· γίνεται $\iota\beta\delta'$. σύνθεσις· γίνονται $\rho\nu\varsigma\delta'$. ὧν πλευρὰ γίνεταί $\iota\beta\epsilon$ · ἢ τοῦ κωνο[υ]κολούρου πλευρὰ ἢ ΔA $\iota\beta\epsilon$ · καὶ ποιήσον ὡς τὰ $\iota\beta$ τοῦ ὕψους πρὸς τὰ ι , οὕτως τὰ $\iota\beta\epsilon$ πρὸς τί· ἔστι δὲ πρὸς $\iota\epsilon\iota\beta'$. καὶ διὰ τοῦ Z σημείου τετμήσθω ὁ κῶνος, ὡς εἴρηται. καὶ ἔσται τὸ προκείμενον. Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν ἐπιταχθέντα.

3.23 ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς λόγος τῆς A πρὸς τὴν B · καὶ ἐκκείσθω κύκλος ἐν ἐπιπέδῳ εἰς τῶν μεγίστων τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ κέντρον μὲν τὸ Γ , διάμετρος δὲ ἡ ΔE · καὶ τῇ ΓE ἴση κείσθω ἡ EZ καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ H , ὥστε εἶναι ὡς τὴν ZH πρὸς τὴν HE , τὴν A πρὸς τὴν B · ἢ δὲ ΔE τετμήσθω κατὰ τὸ Θ , ὥστε εἶναι ὡς τὴν EZ πρὸς ZH , οὕτως τὸ ἀπὸ $E\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Delta\Theta$ · καὶ τῇ ΔE πρὸς ὀρθὰς ἢ $\Theta K\Lambda$ · καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $K\Delta$ · καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας καὶ πόλῳ $\tau\omega M$, διαστήματι $\langle\delta\epsilon\rangle$ [τῷ] ἴσῳ τῇ $K\Delta$ κύκλος γεγράφθω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας ὁ $N\Xi$. λέγω ὅτι τὰ ἀπολαμβανόμενα τμήματα ὑπὸ τοῦ γραφέντος κύκλου πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὅν ἡ A πρὸς τὴν B . τοῦτο γὰρ ὁμοίως Ἀρχιμήδει δέδεικται ἐν $\tau\omega\beta'$ περὶ σφαίρας.