

eul_wid: odi-aj

Ἡρων ὁ Ἀλεξανδρεὺς · Hero of Alexandria

Definitions

Ὅροι

Period: *Ῥωμαϊκή* [Roman](#)
Dialect: *Κοινή τεχνική* [Technical Koine](#)
Domain: *Ἐπιστήμη* [Science](#)
Format: *Πραγματεία* [Treatise](#)

1.1. (1t) ΗΡΩΝΟΣ ΟΡΟΙ ΤΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΟΝΟΜΑΤΩΝ. [α'.

pinax 1 Τί ἐστι σημεῖον; β'. Τί γραμμή; γ'. Τίνες αἱ τῶν γραμμῶν διαφοραί; δ'. Τί ἐστὶν εὐθεῖα γραμμή; ε'. Τίνες αἱ κυκλικάι γραμμαί; ς'. Τίνες αἱ καμπύλαι γραμμαί; ζ'. Τίνες αἱ ἑλικοειδεῖς γραμμαί; η'. Περὶ ἐπιφανείας. θ'. Τί ἐστὶν ἐπίπεδος ἐπιφάνεια; ι'. Τίς ἡ οὐκ ἐπίπεδος ἐπιφάνεια; ια'. Περὶ στερεοῦ σώματος. ιβ'. Περὶ γωνίας καὶ κεκλασμένης γραμμῆς. ιγ'. Τίνες αἱ γενικαὶ τῶν γωνιῶν διαφοραί; ιδ'. Τί ἐστὶ κοινῶς ἐπίπεδος γωνία; ιε'. Τίς ἡ ἐπίπεδος εὐθύγραμμος γωνία; ις'. Τίνες αἱ τῶν εὐθυγράμμων γωνιῶν διαφοραί; ιζ'. Τίς ἡ ὀρθὴ γωνία; ιη'. Τίς ἡ ὀξεῖα γωνία; ιθ'. Τίς ἡ ἀμβλεῖα γωνία; κ'. Πῶς ἔχουσι πρὸς ἀλλήλας αἱ εὐθύγραμμοι; κα'. Ὅτι ἡ ὀρθὴ γωνία καὶ ἡ μονὰς καὶ τὸ νῦν ὁμοίως ἔχουσιν. κβ'. Περὶ στερεᾶς γωνίας. κγ'. Περὶ σχήματος. κδ'. Τίνες οἱ τῶν σχημάτων ὅροι; κε'. Τίνες αἱ γενικαὶ τῶν σχημάτων διαφοραί; κς'. Τίνες αἱ τῶν ἐπιπέδων σχημάτων διαφοραί; κζ'. Περὶ ἀσυνθέτου ἐπιπέδου σχήματος, ὃ ἐστὶ κύκλος. κη'. Περὶ διαμέτρου. κθ'. Περὶ τῶν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐξ ἀνομογενῶν συνθέτων περιφερειῶν σχημάτων, οἷον τί ἐστὶν ἡμικύκλιον; λ'. Τί ἐστὶν ἀψίς; λα'. Τί ἐστὶ τμήμα κύκλου τὸ μεῖζον; λβ'. Τί ἐστὶ κοινῶς τμήμα κύκλου; λγ'. Τίς ἡ ἐν τμήματι κύκλου γωνία; λδ'. Τί ἐστὶ τομεὺς κύκλου; λε'. Περὶ τῶν ἐκ δύο περιφερειῶν ἐπιπέδων σχημάτων καὶ λοιπῶν, τουτέστι περὶ κυρτῆς καὶ κοίλης περιφερείας. λς'. Τί ἐστὶ μηνίσκος; λζ'. Τί ἐστὶ στεφάνη; λη'. Τί ἐστὶ πέλεκυς; λθ'. Τίνες αἱ τῶν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις εὐθυγράμμων σχημάτων διαφοραί; μ'. Τί ἐστὶ τρίγωνον; μα'. Τίνα τῶν τριγώνων εἶδη καὶ πόσα; μβ'. Τί τὸ ἰσόπλευρον; μγ'.

pinax 1 (50) Τί τὸ ἰσοσκελές; μδ'. Τί τὸ σκαληνόν; με'. Τί τὸ ὀρθογώνιον; μς'. Τί τὸ ὀξυγώνιον; μζ'. Τί τὸ ἀμβλυγώνιον; μη'. Τριγώνων ιδιότητες. μθ'. Περὶ τετραπλεύρων σχημάτων. τί ἐστὶ τετράπλευρον ἐπίπεδον; ν'. Τίνες αἱ τῶν τετραπλεύρων διαφοραί; να'. Τίνα τὰ τετράγωνα; νβ'. Τίνα τὰ ἑτερομήκη; νγ'. Τί ῥόμβοι; νδ'. Τί ῥομβοειδῆ; νε'. Τίνα παραλληλόγραμμα; νς'. Περὶ παραλληλογράμμων ὀρθογωνίων. νζ'. Τίς ὁ ἐν παραλληλογράμῳ γνῶμων; νη'. Τί ἐστὶ γνῶμων κοινῶς; νθ'. Τί ἐστὶ τραπέζιον; ξ'. Τίνα τὰ τραπέζια; ξα'. Τίνα τὰ τραπεζοειδῆ; ξβ'. Τί τραπέζιον ἰσοσκελές; ξγ'. Τί τραπέζιον σκαληνόν; ξδ'. Τίνα τὰ πολύπλευρα ἐπίπεδα; ξε'. Περὶ τῶν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις εὐθυγράμμων καὶ ἕκαστα λεγομένων, οἷον τί ἐστὶ βάσις; ξς'. Τί ἐστὶ πλευρά; ξζ'. Τί ἐστὶ διαγώνιος; ξη'. Τί ἐστὶ κάθετος; ξθ'. Τί ἐστὶ κάθετος πρὸς ὀρθάς; ο'. Τίνες εἰσὶ εὐθεῖαι παράλληλοι; οα'. Τίνες οὐ παράλληλοι εὐθεῖαι; οβ'. Τί ἐστὶ τριγώνου ὕψος; ογ'. Τίνα τῶν ἐπιπέδων σχημάτων συμπληροῖ τὸν τοῦ ἐπιπέδου τόπον; Ἑρμηνεῖαι τῶν

στερεομετρουμένων. οδ'. Τίνες τῶν ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι τῶν ἐπιφανειῶν διαφοραί; οε'. Τίνες τῶν ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι τῶν γραμμῶν διαφοραί; ος'. Περὶ σφαίρας ἀσυνθέτου στερεοῦ σώματος καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας. οζ'. Τί κέντρον σφαίρας; οη'. Τί ἄξων σφαίρας; οθ'. Τί πόλος ἐν σφαίρα; π'. Τί κύκλος ἐν σφαίρα; πα'. Τί κύκλου πόλος ἐπὶ σφαίρα; πβ'. Ὅτι τῶν στερεῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων μείζων ἢ σφαῖρα. πγ'. Περὶ τῶν ἐξ ἀνομογενῶν συνθέτων στερεῶν σχημάτων οὕτως τί κῶνος; πδ'.

pinax 1 (104) Τί βάσις κώνου; πε'. Τί κορυφή κώνου; πς'. Τί ἄξων κώνου; πζ'. Τίς ὁ ἰσοσκελὴς κῶνος; πη'. Τίς ὁ σκαληνὸς κῶνος; πθ'. Τίς ὀρθογώνιος κῶνος; ς'. Τίς ὀξυγώνιος κῶνος; ςα'. Τίς ἀμβλυγώνιος κῶνος; ςβ'. Τί κόλουρος κῶνος; ςγ'. Τίς ἐπιφάνεια κώνου; ςδ'. Τί τομὴ κώνου; ςε'. Περὶ κυλίνδρου ἄξονος καὶ βάσεως αὐτοῦ καὶ τομῆς κυλίνδρου. ςς'. Περὶ τομῆς κοινῶς. ςζ'. Περὶ τῶν ἐκ δύο περιφερειῶν στερεῶν σχημάτων, σπείρας ἥτοι κρίκου. ζη'. Τίνες αἱ τῶν εὐθυγράμμων στερεῶν σχημάτων διαφοραί; ζθ'. Τί ἐστὶ πυραμὶς; ρ'. Τί ἐστὶ κύβος; ρα'. Τί ἐστὶν ὀκτάεδρον; ρβ'. Τί ἐστὶ δωδεκάεδρον; ργ'. Τί ἐστὶν εἰκοσάεδρον; ρδ'. Ὅτι πλὴν τοῦ δωδεκαέδρου τὰ δὲ λόγον ἔχουσι πρὸς τὴν σφαῖραν. ρε'. Τί ἐστὶ πρίσματα; ρς'. Τίνα τῶν σχημάτων οὔτε πυραμίδες οὔτε πρίσματά εἰσι; ρζ'. Τίνα δὲ παραλληλόγραμμα πρίσματα; ρη'. Τίνα τὰ παραλληλεπίπεδα; ρθ'. Τίς ἢ ἐν στερεῷ κάθετος; ρι'. Τίνα τὰ παραλληλόπλευρα ὀρθογώνια πρίσματα, τίνα δὲ οὐκ ὀρθογώνια; ρια'. Τί ἐστὶ κύβος; ριβ'. Τί ἐστὶ δοκός; ριγ'. Τί ἐστὶ πλινθίς; ριδ'. Τί ἐστὶ σφηνίσκος; ριε'. Τίνων καὶ πόσαι ἐν τοῖς σχήμασιν ἐπαφαί; ρισ'. Περὶ ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων. ριζ'. Περὶ ἴσων γραμμῶν. ριη'. Περὶ ἴσων καὶ ἀντιπεπονηθῶτων σχημάτων. ριθ'. Περὶ τοῦ ἐν μεγέθεσιν ἀπείρου. ρκ'. Περὶ τοῦ ἐν μεγέθεσι μέρους. ρκα'. Περὶ πολλαπλασίου. ρκβ'. Περὶ τῆς κατὰ μεγέθη ἀναλογίας. ρκγ'. Τίνα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη; ρκδ'. Τίνα τὰ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη ἐστίν; ρκε'. Διάφοροι μεγεθῶν ἀναλογίαι. ρκς'. Τίνα τὰ ὁμόλογα μεγέθη; ρκζ'. Περὶ τῆς ἐν τοῖς μεγέθεσι τῶν λόγων διαφορᾶς. ρκη'.

pinax 1 (150) Περὶ μεγεθῶν συμμετρων καὶ ἀσυμμέτρων. ρκθ'. Περὶ εὐθειῶν συμμετρων καὶ ἀσυμμέτρων. ρλ'. Τίνα μέρη τῶν ἐν τοῖς μεγέθεσι μετρήσεων καταμετροῦντα τὰ ὅλα; ρλα'. Τί τῶν εἰρημένων ἕκαστον δύναται; ρλβ'. Εὐθυμετρικά. ρλγ'. Ἐμβαδομετρικά. ρλδ'. Ἡρωνος ἀρχὴ τῶν γεωμετρουμένων. ρλε'. Εἶδη τῆς μετρήσεως πέντε. ρλς'. Κύκλων θεωρήματα δ. ρλζ'. Ἡρωνος εἰσαγωγαὶ τῶν γεωμετρουμένων. Καὶ τὰ μὲν πρὸ τῆς γεωμετρικῆς στοιχειώσεως τεχνολογούμενα ὑπογράφων σοι καὶ ὑποτυπούμενος, ὥς ἔχει μάλιστα συντόμως, Διονύσιε λαμπρότατε, τὴν τε ἀρχὴν καὶ τὴν ὅλην σύνταξιν ποιήσομαι κατὰ τὴν τοῦ Εὐκλείδου τοῦ στοιχειωτοῦ τῆς ἐν γεωμετρίας θεωρίας διδασκαλίαν· οἶμαι γὰρ οὕτως οὐ μόνον τὰς ἐκείνου πραγματείας εὐσυνόπτους ἔσεσθαι σοι, ἀλλὰ καὶ πλείστας ἄλλας τῶν εἰς γεωμετρίαν ἀνηκόντων.

proem 1 ἄρξομαι τοίνυν ἀπὸ σημείου. [Περὶ σημείου.

1.1] Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθὲν ἢ πέρας ἀδιάστατον ἢ πέρας γραμμῆς, πέφυκε δὲ διανοίᾳ μόνῃ ληπτὸν εἶναι ὥσανεὶ ἀμερές τε καὶ ἀμέγεθες τυγχάνον. τοιοῦτον οὖν αὐτό φασιν εἶναι οἷον ἐν χρόνῳ τὸ ἐνεστὸς καὶ οἷον μονάδα θέσιν ἔχουσαν. ὅτι μὲν οὖν τῇ οὐσίᾳ ταῦτόν τῇ μονάδι· ἀδιαίρετα γὰρ ἄμφω καὶ ἀσώματα καὶ ἀμέριστα· τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ καὶ τῇ σχέσει διαφέρει· ἢ μὲν γὰρ μονὰς ἀρχὴ ἀριθμοῦ, τὸ δὲ σημεῖον τῆς γεωμετρουμένης οὐσίας ἀρχή, ἀρχὴ δὲ κατὰ ἔκθεσιν, οὐχ ὥς μέρος ὃν τῆς γραμμῆς, ὥς τοῦ ἀριθμοῦ μέρος ἢ μονὰς, προεπινοούμενον δὲ αὐτῆς· κινηθέντος γὰρ ἢ μᾶλλον νοηθέντος ἐν ῥύσει νοεῖται γραμμὴ, καὶ οὕτω σημεῖον ἀρχὴ ἐστὶ γραμμῆς, ἐπιφάνεια δὲ στερεοῦ σώματος. [Περὶ γραμμῆς.

2.1] Γραμμὴ δὲ ἐστὶ μῆκος ἀπλατὲς καὶ ἀβαθὲς ἢ τὸ πρῶτον ἐν μεγέθει τὴν ὑπόστασιν λαμβάνον ἢ τὸ ἐφ' ἐν διαστατόν τε καὶ διαιρετόν· γίνεται δὲ σημείου ῥυέντος ἄνωθεν κάτω ἐννοίᾳ τῇ κατὰ

τὴν συνέχειαν, περιέχεται τε καὶ περατοῦται σημείοις πέρας ἐπιφανείας αὐτῇ γενομένη. λέγοιτο δὲ ἂν εἶναι γραμμὴ τὸ διαιροῦν ἀπὸ τῆς σκιάς τὴν ἡλιακὴν ἀκτῖνα ἢ ἀπὸ τοῦ πεφωτισμένου μέρους τὴν σκιάν καὶ ἐν ἱματίῳ ὡς ἐν συνεχεῖ νοουμένῳ τὸ χωρίζον τὴν πορφύραν ἀπὸ τοῦ ἐρίου ἢ τὸ ἔριον ἀπὸ τῆς πορφύρας. ἤδη δὲ κὰν τῇ συνηθείᾳ τῆς γραμμῆς ἔννοιαν ἔχομεν ὡς μῆκος μόνον ἐχούσης, οὐκέτι δὲ πλάτος ἢ βάθος. λέγομεν γοῦν· εἷς τοῖχος ἐστὶ καθ' ὑπόθεσιν πηχῶν ρ , οὐκέτι ἀποβλέποντες εἰς τὸ πλάτος ἢ τὸ πάχος, ἢ ὁδὸς σταδίων ν , τὸ μῆκος μόνον, οὐκέτι δὲ καὶ τὸ πλάτος αὐτῆς πολυπραγμονοῦντες, ὡς γραμμικὴν ἡμῖν εἶναι καὶ τὴν τοιαύτην ἐξαρίθμησιν· αὐτίκα καὶ εὐθυμετρικὴ καλεῖται. [Τίνες αἱ τῶν γραμμῶν διαφοραί;] Τῶν γραμμῶν αἱ μὲν εἰσιν εὐθεῖαι, αἱ δὲ οὐ, καὶ τῶν μὴ εὐθειῶν αἱ μὲν εἰσι κυκλικαὶ περιφέρειαι ὀνομαζόμεναι, αἱ δὲ ἐλικοειδεῖς, αἱ δὲ καμπύλαι.

4.1 [Τίς εὐθεῖα γραμμὴ;] Εὐθεῖα μὲν οὖν γραμμὴ ἐστίν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐπ' αὐτῆς σημείοις κεῖται ὀρθὴ οὔσα καὶ οἷον ἐπ' ἄκρον τεταμένη ἐπὶ τὰ πέρατα· ἥτις δύο δοθέντων σημείων μεταξὺ ἐλαχίστη ἐστὶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν, καὶ ἥς πάντα τὰ μέρη πᾶσι τοῖς μέρεσι παντοίως ἐφαρμόζειν πέφυκε, καὶ τῶν περάτων μενόντων καὶ αὐτὴ μένουσα, οἷον ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ στρεφομένη καὶ περὶ τὰ αὐτὰ πέρατα, τὸν αὐτὸν ἀεὶ τόπον ἔχουσα. οὔτε δὲ μία εὐθεῖα οὔτε δύο σχῆμα τελοῦσιν. [Τίνες αἱ κυκλικαὶ γραμμαί;] Κυκλικαὶ γραμμαὶ εἰσιν, ὅσαι περὶ ἓν σημεῖον περιφερῶς ἐπ' ἄκρον τεταμέναι ἢ κύκλους ἢ μέρη κύκλων ἀποτελοῦσι μόναι τῶν ἄλλων γραμμῶν σχήματος οὔσαι ποιητικά.

6.1 [Τίνες αἱ καμπύλαι γραμμαί;] Τῶν δὲ καμπύλων γραμμῶν ἔστιν μέντοι πλῆθος ἄπειρον· αἱ μὲν γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κοῖλα ἔχουσιν, αἱ δὲ οὐ. ἐπὶ τὰ αὐτὰ μὲν οὖν κοίλῃ γραμμῇ ἐστίν, ὅταν δύο σημείων ληφθέντων αὐτῆς ὁποιοῦν ἢ τὰ σημεία ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα ἦτοι κατ' αὐτῆς πίπτῃ τῆς γραμμῆς ἢ ἐντός, ἐκτός δὲ μηδέποτε. οὐκ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κοίλῃ γραμμῇ ἐστίν ἢ οὐχ οὕτως ἔχουσα. [Τίνες αἱ ἐλικοειδεῖς γραμμαί;] Ἐλὶξ δὲ γραμμὴ ἐστίν ἐν ἐπιπέδῳ μὲν, ἐὰν εὐθείας μένοντος τοῦ ἐτέρου πέρατος [καὶ] κινουμένης ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἕως εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, φέρεται τι σημεῖον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος ὁμοῦ ἀρξάμενον τῇ εὐθείᾳ· καὶ ἡ μὲν ἀπὸ ταύτης τῆς εὐθείας γινομένη γραμμὴ κύκλος ἔσται, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κατὰ τῆς εὐθείας φερομένου σημείου ἔλιξ καλεῖται.

7.1 ἐὰν δὲ παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχθέντος τὸ μὲν παραλληλόγραμμον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, ἅμα δὲ τῷ παραλληλογράμμῳ σημείον τι φέρεται κατ' αὐτῆς τῆς μὴ μενούσης παραλλήλου ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ ἐτέρου πέρατος, τὸ μὲν [οὖν] περιληφθὲν σχῆμα ὑπὸ τῆς τοῦ παραλληλογράμμου κινήσεως καλεῖται κύλινδρος, ἡ δὲ ὑπὸ τοῦ φερομένου σημείου γραμμὴ γίνεται ἔλιξ, ἥς πᾶν μέρος ἐπὶ πᾶν ἐφαρμόζει, ὅταν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κοῖλα ἔχη. [Περὶ ἐπιφανείας.

8.1] Ἐπιφάνεια ἐστίν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει ἢ πέρας σώματος καὶ τόπου ἢ τὸ ἐπὶ δύο διαστατὸν ἀβαθὲς ἢ τὸ παντὸς στερεοῦ τε καὶ ἐπιπέδου σχήματος κατὰ δύο διαστάσεις μήκους καὶ πλάτους ἐπιφαινόμενον πέρας. γίνεται δὲ ῥύσει ὑπὸ γραμμῆς κατὰ πλάτος ἀπὸ δεξιῶν ἐπ' ἀριστερὰ ῥυείσης. καὶ νοοῖτ' ἂν εἶναι ἐπιφάνεια πᾶσα σκιά καὶ πᾶσα χροά, καθ' ὃ καὶ χροὰς ἐκάλουν οἱ Πυθαγόρειοι τὰς ἐπιφανείας νοοῖτο καί, καθ' ὃ μίγνυται ὁ ἀήρ τῇ γῇ ἢ ἄλλῳ στερεῷ σώματι ἢ ὁ ἀήρ ὕδατι ἢ τὸ ὕδωρ ποτηρίῳ ἢ ἄλλῳ τινὶ δοχείῳ. [Τίνες αἱ τῶν ἐπιφανειῶν γενικαὶ διαφοραί; ἢ τίς ἐπίπεδος ἐπιφάνεια;] Τῶν δὲ ἐπιφανειῶν αἱ μὲν ἐπίπεδοι καλοῦνται, αἱ δὲ οὐ. [Τί ἐστὶν ἐπίπεδος ἐπιφάνεια;] Ἐπίπεδος ἐπιφάνεια ἐστίν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται ὀρθὴ οὔσα ἀποτεταμένη· ἥς ἐπειδὴν δύο σημείων ἄψεται εὐθεῖα, καὶ ὅλη αὐτῇ κατὰ πάντα τόπον παντοίως ἐφαρμόζεται, τουτέστιν ἡ κατὰ ὅλην εὐθεῖαν ἐφαρμόζουσα, καὶ ἡ

ἐλαχίστη πασῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν ἐπιφανειῶν, καὶ ἥς πάντα τὰ μέρη ἐφαρμόζειν πέφυκε.

10.1 [Τίς δὲ οὐκ ἐπίπεδος ἐπιφάνεια;] Οὐκ ἐπίπεδοι ἐπιφάνειαι εἰσιν αἱ μὴ οὕτως ἔχουσαι, τουτέστιν αἱ μὴ πάντῃ κατ' εὐθείας φερόμεναι γραμμάς, ἔχουσαι δὲ τινα ἀνωμαλίαν καὶ οὐκ ὀρθαὶ δι' ὅλου. [Περὶ στερεοῦ σώματος.

11.1] Στερεόν ἐστὶ σῶμα τὸ μήκος καὶ πλάτος καὶ βάθος ἔχον ἢ τὸ ταῖς τρισὶ διαστάσεσι κεκρημένον. καλοῦνται δὲ στερεὰ σώματα καὶ οἱ τόποι. σῶμα μὲν οὖν μαθηματικόν ἐστὶ τὸ τριχῇ διαστατόν, σῶμα δὲ ἀπλῶς τὸ τριχῇ διαστατόν μετὰ ἀντιτυπίας. περατοῦται δὲ πᾶν στερεὸν ὑπὸ ἐπιφανειῶν καὶ γίνεται ἐπιφανείας ἀπὸ τῶν πρόσω [ἔμπροσθεν] ἐπὶ τὰ ὀπίσω ἐνεχθείσης. [Περὶ γωνίας καὶ κεκλασμένης γραμμῆς.

12.1] Γωνία ἐστὶ συναγωγή πρὸς ἓν σημεῖον ὑπὸ κεκλασμένης ἐπιφανείας ἢ γραμμῆς ἀποτελουμένη. κεκλασμένη δὲ λέγεται γραμμὴ, ἣτις ἐκβαλλομένη οὐ συμπίπτει αὐτῇ καθ' ἑαυτῆς. [Τίνες αἱ γενικαὶ γωνιῶν διαφοραί;] Τῶν δὲ γωνιῶν αἱ μὲν εἰσιν ἐπίπεδοι, αἱ δὲ στερεαί, καὶ τῶν ἐπιπέδων ἢ στερεῶν αἱ μὲν εἰσιν εὐθύγραμμοι, αἱ δὲ οὔ.

14.1 [Τί ἐστὶ κοινῶς ἐπίπεδος γωνία;] Ἐπίπεδος μὲν οὖν ἐστὶ κοινῶς γωνία ἢ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἀπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσεις. εἰσὶ δὲ οὐ συνεχεῖς ἀπτόμεναι ἀλλήλων αἱ γραμμαί, ὅταν ἢ ἑτέρα προσεκβαλλομένη κατὰ τὴν ἑαυτῆς σύννευσιν μὴ πίπτῃ κατὰ τῆς ἑτέρας. καὶ ἄλλως δὲ ἐπίπεδός ἐστὶ γωνία γραμμῆς ἐν ἐπιπέδῳ πρὸς ἐνὶ σημείῳ κλάσις ἢ συναγωγή πρὸς ἓν σημεῖον ὑπὸ κεκλασμένη γραμμῇ. [Τίς ἢ ἐπίπεδος εὐθύγραμμος γωνία;] Ἐπίπεδος δὲ εὐθύγραμμος καλεῖται γωνία, ὅταν αἱ περιέχουσιν αὐτὴν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὧσιν [ἐπίπεδος δὲ γωνία ἢ ἐν ἐπιπέδῳ πρὸς ἐνὶ σημείῳ σύννευσις γραμμῆς], ἢ γραμμῆς εὐθείας πρὸς ἐνὶ σημείῳ κλάσις· οὕτω γοῦν γλωχίνας ἐκάλουν οἱ Πυθαγόρειοι τὰς γωνίας.

16.1 [Τίνες αἱ τῶν εὐθυγράμμων γωνιῶν διαφοραί;] Τῶν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις οὐκ εὐθυγράμμων γωνιῶν πληθός ἐστιν ἄπειρον. τῶν δὲ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις εὐθυγράμμων γωνιῶν εἶδη ἐστὶ τρία· αἱ μὲν γὰρ ὀρθαί, αἱ δὲ ὀξεῖαι, αἱ δὲ ἀμβλεῖαι καλοῦνται. [Τίς ἢ ὀρθὴ γωνία;] Ὀρθὴ μὲν οὖν ἐστὶ γωνία ἢ τῇ ἀντικειμένη ἴση.

17.1 ἀντικείμεναι δὲ εἰσιν, ἃς ποιεῖ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα· ὅταν γὰρ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστίν. [Τίς ἢ ὀξεῖα γωνία;] Ὀξεῖα γωνία ἐστὶν ἢ ἐλάττων ὀρθῆς.

19.1 [Τίς ἢ ἀμβλεῖα γωνία;] Ἀμβλεῖα δὲ ἢ μείζων ὀρθῆς· ὅταν γὰρ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ἀνίσους ποιῇ, ἢ μὲν ἐλάττων καλεῖται ὀξεῖα, ἢ δὲ μείζων ἀμβλεῖα. [Πῶς ἔχουσι πρὸς ἀλλήλας αἱ εὐθύγραμμοι;] Πᾶσα μὲν ὀρθὴ πάσῃ ὀρθῇ ἐστὶν ἴση, οὐκέτι δὲ πᾶσα ὀξεῖα πάσῃ ὀξεῖα ἐστὶν ἴση, οὐδὲ πᾶσα ἀμβλεῖα πάσῃ ἀμβλεῖα ἐστὶν ἴση.

20.1 εὐθείας γὰρ ἐπὶ εὐθεῖαν σταθείσης καὶ ἐγκλινάσης ἀπὸ τῆς ὀρθῆς μέχρι τούτου ἐλαττοῦται ἢ ὀξεῖα, ἕως συνιζήσωσιν αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι καὶ ἐφίκωνται ἀλλήλων, εὐθείας δὲ ἐπ' εὐθεῖαν σταθείσης καὶ ἀποκλινάσης ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας μέχρι τούτου μείζων γίνεται ἢ ἀμβλεῖα, ἕως ἂν ὑπτιάσασα ἢ κάθετος ἐπ' εὐθείας καὶ συνεχῆς γένηται τῇ ὑποκειμένη. [Ὅτι ἢ ὀρθὴ γωνία καὶ τὸ νῦν καὶ ἡ μονὰς ὁμοίως ἔχουσιν.

21.1] Ἡ ὀρθὴ γωνία καὶ τὸ νῦν καὶ μονὰς ὁμοίως ἔχουσιν· ἢ τε γὰρ ὀρθὴ γωνία αἰὲν ἔστηκεν ἢ αὐτὴ μένουσα τῆς ὀξείας καὶ ἀμβλείας ἐπ' ἄπειρον μετακινουμένων, ἢ τε μονὰς μὲν αὐτὴ ἔστηκεν, ὁ δὲ μερισμὸς περὶ αὐτὴν καὶ ἡ σύνθεσις, καὶ τὸ νῦν δὲ αὐτὸ ἔστηκεν, ὁ δὲ παρεληλυθὼς καὶ ὁ μέλλων ἐπ' ἄπειρον. [Περὶ στερεᾶς γωνίας.

22.1

] Στερεὰ γωνία κοινῶς μὲν ἐστὶν ἐπιφανείας ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κοῖλα ἐχούσης πρὸς ἐνὶ σημείῳ συναγωγή. καὶ ἄλλως δέ· στερεὰ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ τριῶν ἢ πλειόνων γωνιῶν περιεχομένη [ἢ] συναγωγή στερεοῦ πρὸς ἐνὶ σημείῳ ὑπὸ κεκλασμένη ἐπιφανείᾳ. κεκλασμένη δέ ἐστὶν ἐπιφάνεια πρὸς γραμμὴν, ἥτις ἐκβαλλομένη οὐ συμπίπτει αὐτῇ καθ' ἑαυτῆς νοεῖται δὲ ἐκβαλλομένη, ὅταν [μὴ] φαίνεται μὴ ἐκβαίνουσα ὅλον αὐτῆς τὸ μῆκος· ὁμοίως καὶ ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον νοεῖται. Ἰδίως δὲ εὐθύγραμμοι στερεαὶ γωνίαι καλοῦνται, ὧν αἱ ἐπιφάνειαι αἱ ποιοῦσαι τὰς γωνίας ὑπὸ ἐπιπέδων εὐθυγράμμων περιέχονται, ὡς αἱ τῶν πυραμίδων καὶ αἱ τῶν στερεῶν πολυέδρων καὶ αἱ τοῦ κύβου, οὐκ εὐθύγραμμοι δὲ αἱ μὴ οὕτως ἔχουσαι, ὡς αἱ τῶν κῶνων. [Περὶ σχήματος.

- 23.1] Σχήμα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τινος ἢ τινων ὄρων περιεχόμενον ἢ τὸ πέρατι ἢ πέρασι συγκλειόμενον. τουτὶ μὲν οὖν τὸ ἐσχηματισμένον· λέγεται δὲ ἄλλως σχῆμα πέρας συγκλείον ἀπὸ τοῦ συσχηματίζοντος. εἴρηται δὲ τὸ σχῆμα παρὰ τὸ σῆμα, ὃ ἐστὶ συγκλειόμενον ἢ συγκλείον. διαφέρει δὲ τὸ περιέχον πέρατος· πέρας μὲν γὰρ καὶ τὸ σημεῖον, οὐπω δὲ σχήματος ποιητικόν. [Τίνες οἱ τῶν σχημάτων ὅροι;] Ὅροι δὲ σχημάτων εἰσὶν αἱ τε ἐπιφάνειαι καὶ γραμμαί.
- 24.1 κέκληνται δὲ ὅροι παρὰ τὸ ὀρίζειν, μέχρι ποῦ τὸ σχῆμα ἐστὶ, τουτέστι τὰ τέλη τῶν σχημάτων καὶ τὰ πέρατα δείκνυται. [Τίνες αἱ γενικαὶ τῶν σχημάτων διαφοραί;] Τῶν δὲ σχημάτων ἃ μὲν ἐστὶν ἐπίπεδα, ἃ δὲ στερεά.
- 25.1 ἐπίπεδα μὲν οὖν ἐστὶ τὰ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πάσας ἔχοντα τὰς γραμμάς, στερεὰ δὲ τὰ μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πάσας ἔχοντα τὰς γραμμάς. [Τίνες αἱ τῶν ἐπιπέδων σχημάτων διαφοραί;] Τῶν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις σχημάτων ἃ μὲν εἰσὶν ἀσύνθετα, ἃ δὲ σύνθετα.
- 26.1 ἀσύνθετα μὲν οὖν ἐστὶ τὰ μὴ συγκείμενα ἐκ γραμμῶν, σύνθετα δὲ τὰ ἐκ γραμμῶν συγκείμενα. τῶν δὲ συνθέτων σχημάτων τῶν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις ἃ μὲν ἐστὶν ἐξ ὁμογενῶν σύνθετα, ἃ δὲ ἐξ ἀνομογενῶν, οἷον οἱ λεγόμενοι τομεῖς τῶν κύκλων καὶ τὰ ἡμικύκλια καὶ αἱ ἀψίδες καὶ τὰ μείζονα τμήματα τῶν κύκλων. λέγοντο δ' ἂν ἐξ ὁμογενῶν σύνθετα οἱ μηνίσκοι καὶ αἱ στεφάναι καὶ τὰ παραπλήσια. [Περὶ ἀσυνθέτου ἐπιπέδου σχήματος, ὃ ἐστὶ κύκλος.
- 27.1] Κύκλος ἐστὶ τὸ ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον ἐπίπεδον. τὸ μὲν οὖν σχῆμα καλεῖται κύκλος, ἡ δὲ περιέχουσα γραμμὴ αὐτὸ περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἐνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. ἐὰν μὲν οὖν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τὸ σημεῖον ᾗ, κέντρον καλεῖται, ἐὰν δὲ μὴ ᾗ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πόλος, ὡς ἔχει ἐπὶ τῶν ἐν ταῖς σφαίραις κύκλων. λέγεται δὲ καὶ ἄλλως κύκλος γραμμὴ, ἥτις πρὸς πάντα τὰ μέρη [πάντα] ἴσα ποιεῖ τὰ διαστήματα. γίνεται δὲ κύκλος, ἐπὰν εὐθεῖα ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὑπάρχουσα μένοντος τοῦ ἐνὸς πέρατος τῷ ἐτέρῳ περιενεχθεῖσα εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι. [Περὶ διαμέτρου.
- 28.1] Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖα τις διὰ τοῦ κέντρου ἡγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον, ἡ εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου ἕως τῆς περιφερείας διηγμένη. [Περὶ τῶν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐξ ἀνομογενῶν συνθέτων περιφερειῶν σχημάτων, οἷον τί ἐστὶν ἡμικύκλιον;] Ἡμικύκλιόν ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφερείας, ἡ τὸ ὑπὸ διαμέτρου κύκλου καὶ περιφερείας περιεχόμενον σχῆμα.
- 30.1 [Τί ἐστὶν ἀψίς;] Ἀψὶς δὲ ἐστὶν τὸ ἔλαττον ἡμικυκλίου περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας ἐλάττονος τῆς διαμέτρου καὶ περιφερείας ἐλάττονος ἡμικυκλίου. [Τί ἐστὶν τμήμα κύκλου τὸ μείζον;] Τμήμα δὲ κύκλου τὸ μείζον ἐστὶν, ὃ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας ἐλάττονος τῆς διαμέτρου καὶ περιφερείας μείζονος ἡμικυκλίου.

[Τί ἐστι κοινῶς τμήμα κύκλου;] Κοινῶς δὲ τμήμα κύκλου ἐστίν, ἂν τε μεῖζον ἂν τε ἔλαττον ἡμικυκλίου, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας. [Τίς ἢ ἐν τμήματι κύκλου γωνία;] Ἐν τμήματι κύκλου γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ἐν τῷ σχήματι.

34.1 [Τί ἐστιν τομεὺς κύκλου;] Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ δύο μὲν εὐθειῶν, μιᾶς δὲ περιφερείας, ἡ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τῶν τὴν τυχοῦσαν ἐν κύκλῳ γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας. [Περὶ τῶν ἐκ δύο περιφερειῶν ἐπιπέδων σχημάτων καὶ λοιπῶν, τουτέστι περὶ κυρτῆς καὶ κοίλης περιφερείας.

35.1] Πᾶσα περιφέρεια κατὰ μὲν τὴν πρὸς τὸ περιεχόμενον χωρίον νόησιν κοίλη καλεῖται, κατὰ δὲ τὴν πρὸς τὸ περιέχον κυρτή. [Τί ἐστι μηνίσκος;] Μηνίσκος τοῖνυν ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ δύο περιφερειῶν κοίλης καὶ κυρτῆς, ἡ δύο κύκλων οὐ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὑπεροχή, ἡ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο περιφερειῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κοῖλα ἔχουσῶν.

37.1 [Τί ἐστι στεφάνη;] Στεφάνη δὲ ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ [τῶν] δύο κυρτῶν περιφερειῶν, ἡ δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὑπεροχή. [Τί ἐστι πέλεκυς;] Πέλεκυς δὲ ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δ περιφερειῶν, δύο κοίλων καὶ δύο κυρτῶν.

38.1 Καθόλου δὲ εἰπεῖν ἀπερίληπτόν ἐστι τὸ πλῆθος τῶν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐκ περιφερειῶν σχημάτων, ἔτι δὲ μᾶλλον τῶν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις. [Τίνες αἱ τῶν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις εὐθυγράμμων σχημάτων διαφοραί;] Τῶν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις εὐθυγράμμων σχημάτων ἃ μὲν εἰσι τρίγωνα ἢ τρίπλευρα, ἃ δὲ τετράγωνα ἢ τετράπλευρα, ἃ δὲ ἐπ' ἄπειρον πολύγωνα ἢ πολύπλευρα.

40.1 [Τί ἐστι τρίγωνον;] Τρίγωνόν ἐστι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν περιεχόμενον τρεῖς ἔχον γωνίας. [Τίνα τῶν τριγώνων εἶδη καὶ πόσα;] Τῶν δὲ τριγώνων ἢ τριπλεύρων σχημάτων τὰ γενικώτατα εἶδη εἰσὶν ἕξ· ἀπὸ μὲν γὰρ τῶν πλευρῶν ἃ μὲν καλοῦνται ἰσόπλευρα, ἃ δὲ ἰσοσκελῆ, ἃ δὲ σκαληνά· ἀπὸ δὲ τῶν γωνιῶν ἃ μὲν εἰσιν ὀρθογώνια, ἃ δὲ ὀξυγώνια, ἃ δὲ ἀμβλυγώνια.

41.1 ἐπὶ μὲν οὖν τῶν ὀρθογωνίων δύο γένη, τό τε ἰσοσκελὲς καὶ τὸ σκαληνὸν ἐπ' ἄπειρον προϊόν· οὐδὲν γὰρ ὀρθογώνιον ἰσόπλευρον· τὰ δὲ ἄλλα τρίγωνα τὰ μὴ ὀρθογώνια πλὴν τοῦ ἰσοπλεύρου οὐ δύο μόνον ἔχει φύσεις, ἀλλὰ καὶ ἐπ' ἄπειρον χωρεῖ. [Τί τὸ ἰσόπλευρον;] Ἰσόπλευρον μὲν οὖν ἐστίν, ὅταν τρεῖς ἴσας ἔχη πλευρὰς ἢ γωνίας.

43.1 [Τί τὸ ἰσοσκελές;] Ἰσοσκελὲς δέ, ὅταν τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχη πλευρὰς. [Τί τὸ σκαληνόν;] Σκαληνὰ δέ, ὅσα τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχει πλευρὰς.

45.1 [Τί τὸ ὀρθογώνιον;] Ὀρθογώνιον δὲ ἐστὶ τὸ μίαν ἔχον ὀρθὴν γωνίαν. [Τί τὸ ὀξυγώνιον;] Ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

47.1 [Τί τὸ ἀμβλυγώνιον;] Ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ μίαν ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν. [Τριγώνων ιδιότητες.

48.1] Τὰ μὲν οὖν ἰσόπλευρα πάντα ὀξυγώνια ἐστὶ, τῶν δὲ ἰσοσκελῶν καὶ σκαληνῶν ἃ μὲν εἰσιν ὀρθογώνια, ἃ δὲ ὀξυγώνια, ἃ δὲ ἀμβλυγώνια. [Περὶ τετραπλεύρων σχημάτων.

49.1 Τί ἐστὶν τετράπλευρον ἐπίπεδον;] Τετράπλευρον ἐπίπεδόν ἐστὶ σχῆμα τὸ ὑπὸ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενον τέσσαρας ἔχον γωνίας. [Τίνες αἱ τῶν τετραπλεύρων διαφοραί;] Τῶν τετραπλεύρων σχημάτων ἃ μὲν εἰσιν ἰσόπλευρα, ἃ δὲ οὐ· τῶν δὲ ἰσοπλεύρων ἃ μὲν ὀρθογώνια, ἃ δὲ οὐ.

51.1 [Τίνα τετράγωνα;] Τὰ μὲν οὖν ὀρθογώνια ἰσόπλευρα τετράγωνα καλεῖται. [Τίνα τὰ ἑτερομήκη;] Τὰ δὲ ὀρθογώνια μὲν, μὴ ἰσόπλευρα δέ, ἑτερομήκη καλεῖται.

- 53.1 [Τί ρόμβοι;] Τὰ δὲ ἰσόπλευρα μὲν, μὴ ὀρθογώνια δέ, ρόμβοι. [Τί ρομβοειδῆ;] Τὰ δὲ μήτε ἰσόπλευρα μήτε ὀρθογώνια, τὰς δὲ ἀπεναντίας πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχοντα, ρομβοειδῆ καλεῖται.
- 55.1 [Τίνα παραλληλόγραμμα;] Ὅτι δὲ τῶν τετραπλεύρων ἃ μὲν καλεῖται παραλληλόγραμμα, ἃ δὲ οὐ παραλληλόγραμμα· παραλληλόγραμμα μὲν οὖν τὰ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς παραλλήλους ἔχοντα, οὐ παραλληλόγραμμα δὲ τὰ μὴ οὕτως ἔχοντα. [Περὶ παραλληλογράμμων ὀρθογωνίων.
- 56.1] Τῶν δὲ παραλληλογράμμων ὅσα μὲν ὀρθογώνια ἐστίν, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν· ἔστι γὰρ μέγιστον τῶν ὑπὸ ἴσων πλευρῶν περιεχομένων παραλληλογράμμων τὸ ἐν ὀρθῇ γωνία. ἐπ' ἅπειρον γὰρ ἐπινοεῖται παραλληλόγραμμα [δὲ ὅσα] ὑπ' ἴσων περιεχόμενα πλευρῶν διάφορα κατὰ τὸ ἐμβαδὸν τυγχάνοντα· ὧν τὰ μὲν ὀξείας γωνίας ἔχοντα ἐλάττονα γίνεται, τὸ δὲ ἔχον τὴν ὀρθὴν μέγιστον. ἐπεὶ οὖν ἐλάττους αἰεὶ αἱ ὀξεῖαι εὐρίσκονται, οἱ βουλόμενοι ἀναμετρεῖν τὰ τοιαῦτα σχήματα ὅρον καὶ ὑπόστασιν ἔθεντο τὸν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν λόγον. [Τίς ὁ ἐν παραλληλογράμμῳ γνῶμων;] Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτῷ παραλληλογράμμων ἐν ὁποιοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνῶμων καλεῖται.
- 58.1 [Τί ἐστὶ γνῶμων κοινῶς;] Καθόλου δὲ γνῶμων ἐστὶν πᾶν, ὃ προσλαβὼν ὅτιοῦν, ἀριθμὸς ἢ σχῆμα, ποιεῖ τὸ ὅλον ὁμοιον, ᾧ προσεῖληφεν. [Τί ἐστὶ τραπέζιον;] Τῶν παρὰ τὰ εἰρημένα τετραπλεύρων ἃ μὲν τραπέζια λέγεται, ἃ δὲ τραπεζοειδῆ.
- 60.1 [Τίνα τὰ τραπέζια;] Τραπέζια μὲν οὖν εἰσιν, ὅσα μόνον δύο παραλλήλους ἔχει πλευράς. [Τίνα τὰ τραπεζοειδῆ;] Τραπεζοειδῆ δέ, ὅσα μὴ ἔχει παραλλήλους πλευράς.
- 62.1 [Τί τραπέζιον ἰσοσκελές;] Τῶν δὲ τραπεζίων ἃ μὲν εἰσιν ἰσοσκελῆ, ἃ δὲ σκαληνά· ἰσοσκελῆ μὲν οὖν ἐστίν, ὅσα ἴσας ἔχει τὰς μὴ παραλλήλους. [Τί τραπέζιον σκαληνόν;] Σκαληνά δέ, ὅσα μὴ ἴσας ἔχει τὰς μὴ παραλλήλους.
- 64.1 [Τίνα ἄρα τὰ πολύπλευρα ἐπίπεδα;] Πολύπλευρα ἐπίπεδα σχήματά εἰσι τὰ ὑπὸ πλεῖον τῶν τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα, οἷον πενταγώνια, ἑξαγώνια καὶ τὰ ἐξῆς πολύγωνα ἐπ' ἅπειρον προϊόντα. [Περὶ τῶν τῶν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις εὐθυγράμμων καθ' ἕκαστα λεγομένων, οἷονεὶ τί ἐστὶ βάσις;] Βάσις λέγεται ἐπιπέδου χωρίου γραμμὴ ἢ ὥσανεὶ κάτω νοουμένη.
- 66.1 [Τί ἐστὶ πλευρά;] Πλευρὰ δὲ μία τῶν τὸ σχῆμα περικλειουσῶν. [Τί ἐστὶ διαγώνιος;] Διαγώνιος δὲ ἡ ἀπὸ γωνίας εἰς γωνίαν ἀγομένη εὐθεῖα.
- 68.1 [Τί ἐστὶ κάθετος;] Κάθετος δὲ ἐστὶν ἡ ἀπὸ σημείου εὐθεῖα ἐπὶ εὐθείαν ἡγμένη. [Τί ἐστὶ κάθετος πρὸς ὀρθάς;] Κάθετος δὲ πρὸς ὀρθὰς λέγεται ἡ ὀρθὰς ποιοῦσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας, τῇ δὲ εὐθείᾳ ἐφεσθηκυῖα.
- 70.1 [Τίνες εἰσὶ παράλληλοι γραμμαί;] Παράλληλοι δὲ καλοῦνται γραμμαὶ ἀσύμπτωτοι, ὅσαι ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις, αἱ μήτε συννεύουσαι μήτε ἀπονεύουσαι ἐν ἐπιπέδῳ, ἴσας δὲ ἔχουσαι τὰς καθέτους πάσας τὰς ἀγομένας ἀπὸ τῶν ἐπὶ τῆς ἐτέρας σημείων ἐπὶ τὴν λοιπὴν. [Τίνες οὐ παράλληλοι εὐθεῖαι;] Οὐ παράλληλοι δὲ εὐθεῖαι εἰσιν, ὅσαι συννεύουσαι μείους αἰεὶ τὰς καθέτους ποιοῦσιν.
- 72.1 [Τί ἐστὶ τριγώνου ὕψος;] Τριγώνου δὲ ὕψος καλεῖται ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη. [Τίνα τῶν ἐπιπέδων σχημάτων συμπληροῖ τὸν τοῦ ἐπιπέδου τόπον;] Μόνα δὲ τῶν ἐπιπέδων ἰσογωνίων καὶ ἰσοπλεύρων σχημάτων συμπληροῖ τὸν τοῦ ἐπιπέδου τόπον τὸ τε τρίγωνον καὶ τὸ τετράγωνον καὶ τὸ ἑξάγωνον.
- 73.1 τρίγωνον γοῦν ἀπὸ τῆς ἑαυτοῦ κορυφῆς προσλαβὼν ἄλλα πέντε συμπληροῖ τὸν τοῦ ἐπιπέδου τόπον χώραν ἐν μέσῳ μηδεμίαν καταλείπον, καὶ τετράγωνον ὁμοίως προσλαβὼν τρία, καὶ

ἐξάγωνον προσλαβὸν δύο. [Ἦ λέγει, τοιοῦτόν ἐστι· τῶν τεσσάρων γωνιῶν τὸν ὅλον συμπαραλαμβάνει τόπον, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλας αἱ εὐθεῖαι ὡσαύτως· αἱ γὰρ τέσσαρες γωνίαι τέσσαρσι καθέτοις ἴσαι εἰσὶ. καὶ τετράγωνον ὁμοίως καὶ ἐξάγωνον.] Ἑρμηνεία τῶν στερομετρουμένων. [Τίνες τῶν ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι τῶν ἐπιφανειῶν διαφοραί;] Τῶν ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι τῶν ἐπιφανειῶν αἱ μὲν ἀσύνθετοι λέγονται, αἱ δὲ σύνθετοι.

74.1 ἀσύνθετοι μὲν οὖν εἰσιν, ὅσαι ἐκβαλλόμεναι αὐταὶ καθ' ἑαυτῶν πίπτουσιν, οἷον ἡ τῆς σφαίρας, σύνθετοι δέ, ὅσαι ἐκβαλλόμεναι τέμνουσιν ἀλλήλας. τῶν δὲ συνθέτων αἱ μὲν ἐξ ἀνομοιογενῶν εἰσὶ σύνθετοι, αἱ δὲ ἐξ ὁμοιογενῶν, ἐξ ἀνομοιογενῶν μὲν αἱ τῶν κῶνων καὶ κυλίνδρων καὶ ἡμισφαιρίων καὶ τῶν τούτοις ὁμοίων, ἐξ ὁμοιογενῶν δὲ αἱ τῶν στερεῶν εὐθυγράμμων. καὶ καθ' ἑτέραν δὲ διαίρεσιν τῶν ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι τῶν ἐπιφανειῶν αἱ μὲν εἰσιν ἀπλαῖ, αἱ δὲ μικταί. ἀπλαῖ μὲν οὖν εἰσιν ἐν τοῖς στερεοῖς ἢ τε ἐπίπεδος καὶ ἡ σφαιρική, μικταὶ δὲ ἢ τε κωνική καὶ κυλινδρική καὶ αἱ ταύταις ὅμοιαι. αὗται μὲν οὖν μικταὶ ἐξ ἐπιπέδου καὶ περιφεροῦς, αἱ δὲ σπειρική μικταὶ εἰσιν ἐκ δύο περιφερειῶν, καὶ ἄλλαι δὲ πλείους εἰσὶν ὥσπερ σύνθετοι οὕτω καὶ μικταὶ ἄπειροι. [Τίνες ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι γραμμῶν διαφοραί;] Τῶν ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι τῶν γραμμῶν αἱ μὲν εἰσιν ἀπλαῖ, αἱ δὲ μικταί.

75.1 ἀπλαῖ μὲν οὖν αἱ τε εὐθεῖαι καὶ περιφερεῖς, μικταὶ δὲ αἱ τε κωνικαὶ καὶ σπειρική. καὶ αὗται μὲν τεταγμέναι εἰσὶν, τῶν δὲ ἀτάκτων πλῆθος ἄπειρόν ἐστιν ὥς καὶ τῶν συνθέτων. [Περὶ σφαίρας, ἀσυνθέτου στερεοῦ σώματος, καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας.

76.1] Σφαῖρά ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ μιᾶς ἐπιφανείας περιεχόμενον, πρὸς ἣν ἀφ' ἐνὸς σημείου τῶν ἐντὸς καὶ κατὰ μέσον τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν· ἢ σχῆμα στερεὸν ἄκρως στρογγύλον, ὥστε ἐκ τοῦ μέσου πάντη ἴσας ἔχειν τὰς ἀποστάσεις· ὅταν γὰρ ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς ταῦτό πάλιν ἀποκατασταθῇ, ἡ μὲν γινομένη ἐπιφάνεια ὑπὸ τῆς τοῦ ἡμικυκλίου περιφερείας σφαιρική ἐπιφάνεια καλεῖται, τὸ δὲ περιληφθὲν στερεὸν σχῆμα σφαῖρα. [Τί κέντρον σφαίρας;] Τὸ δὲ μέσον τῆς σφαίρας κέντρον αὐτῆς καλεῖται· ἔστι δὲ ταῦτό τοῦτο καὶ τοῦ ἡμικυκλίου κέντρον.

78.1 [Τί ἄξων σφαίρας;] Ἡ δὲ διάμετρος τῆς σφαίρας ἄξων καλεῖται, καὶ ἔστιν εὐθεῖα τις διὰ τοῦ κέντρου ἡγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ἀμετακίνητος, περὶ ἣν ἡ σφαῖρα κινεῖται καὶ στρέφεται. [Τί ἐστι πόλος;] Τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος πόλοι καλοῦνται.

80.1 [Τί κύκλος ἐν σφαίρα;] Ἐὰν δὲ σφαῖρα τμηθῇ, ἡ τομὴ κύκλος γίνεται. [Τί κύκλου πόλος ἐπὶ σφαίρα;] Κύκλου δὲ πόλος ἐν σφαίρα λέγεται σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ἀφ' οὗ πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι πρὸς τὴν περιφέρειαν ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν.

82.1 [Ὅτι τῶν στερεῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων μείζων ἡ σφαῖρα.] Ὡσπερ δὲ τῶν ἐπιπέδων ἰσοπεριμέτρων σχημάτων μείζων ἐστὶ κύκλος, οὕτως τὸ τῆς σφαίρας σχῆμα πάντων τῶν στερεῶν ἰσοπεριμέτρων αὐτῇ σχημάτων, τουτέστι τῶν τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ κεχηρμένων, μέγιστόν ἐστι· διὸ καὶ περιεκτικὸν τῶν ἄλλων ἀπάντων ἐλαττόνων. [Περὶ τῶν ἐξ ἀνομοιογενῶν συνθέτων στερεῶν σχημάτων οὕτως.] [Τί κῶνος;] Κῶνός ἐστι σχῆμα στερεὸν βάσιν μὲν ἔχον κύκλον, συναγόμενον δὲ ὑφ' ἐν σημείον· ἐὰν γὰρ ἀπὸ μετεώρου σημείου ἐπὶ κύκλου περιφέρειαν εὐθεῖα τις προβληθῇ καὶ περιενεχθεῖσα εἰς τὸ αὐτό πάλιν ἀποκατασταθῇ, τὸ ἀπογεννηθὲν σχῆμα κῶνος γίνεται.

83.1 καὶ ἄλλως· ἐὰν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον [σχῆμα] εἰς τὸ αὐτό πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι [περιληφθὲν σχῆμα], ἡ μὲν γινομένη ἀπὸ τῆς ὑποτείνουσας τοῦ τριγώνου πλευρᾶς περιοχὴ

ἐπιφάνεια κωνική καλεῖται, τὸ δὲ περιληφθὲν σχῆμα στερεὸν κῶνος. [Τί βάσις κώνου;] Βάσις δὲ κώνου ὁ κύκλος καλεῖται.

- 85.1 [Τί κορυφή κώνου;] Κορυφή δὲ κώνου τὸ σημεῖον. [Τί ἄξων κώνου;] Ἄξων δὲ κώνου ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, τουτέστιν ἡ μένουσα.
- 87.1 [Τίς ἰσοσκελὴς κῶνος;] Ἰσοσκελὴς δὲ κῶνος λέγεται ὁ τοῦ τριγώνου ἴσας ἔχων τὰς πλευράς. [Τί κῶνος σκαληνός;] Σκαληνός δὲ κῶνος ὁ ἀνίσους λέγεται.
- 89.1 [Τί ὀρθογώνιος κῶνος;] Ὀρθογώνιος δὲ κῶνός ἐστιν, ἐὰν ἡ μένουσα πλευρὰ ἴση ᾖ τῇ περιφερομένῃ, ἢ οὗ τμηθέντος διὰ τοῦ ἄξονος τὸ γενόμενον ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ σχῆμα τρίγωνον ὀρθογώνιον γίνεται. [Τί ὀξυγώνιος κῶνος;] Ὀξυγώνιος δὲ κῶνός ἐστιν, οὗ ἡ μένουσα μείζων ἐστὶ τῆς περιφερομένης, ἢ οὗ τμηθέντος τὸ γενόμενον τμήμα τρίγωνον ὀξυγώνιον γίνεται.
- 91.1 [Τί ἀμβλυγώνιος κῶνος;] Ἀμβλυγώνιος δὲ κῶνός ἐστιν, οὗ ἡ μένουσα πλευρὰ ἐλάττων ἐστὶ τῆς περιφερομένης, ἢ οὗ τμηθέντος τὸ γενόμενον ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τρίγωνον ἀμβλυγώνιον γίνεται. [Τί κόλουργος κῶνος;] Κόλουργος δὲ κῶνος καλεῖται ὁ τὴν κορυφὴν κολοβωθείσαν ἐσχηκώς.
- 93.1 [Τί ἐπιφάνεια κώνου;] Ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἄλλως μὲν κυρτὴ καλεῖται, ἄλλως δὲ κοίλη. [Τί τομὴ κώνου;] Τεμνόμενος δὲ κῶνος διὰ τῆς κορυφῆς τρίγωνον ποιεῖ τὴν τομήν, παραλλήλως δὲ τῇ βάσει τμηθεὶς κύκλον, μὴ παραλλήλως δὲ τμηθεὶς ἄλλο τι μέρος γραμμῆς, ὃ καλεῖται κώνου τομή.
- 94.1 τῶν δὲ τοῦ κώνου τομῶν ἡ μὲν καλεῖται ὀρθογώνιος, ἡ δὲ ἀμβλυγώνιος, ἡ δὲ ὀξυγώνιος. ὀξυγώνιος μὲν οὖν ἡ αὐτῇ συνάπτουσα καὶ ποιοῦσα σχῆμα θυρεοειδές, καλεῖται δὲ ὑπὸ τινων καὶ ἔλλειψις· ἡ δὲ τοῦ ὀρθογωνίου καλεῖται παραβολή, ἡ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου ὑπερβολή. [Περὶ κυλίνδρου ἄξονος καὶ βάσεως αὐτοῦ καὶ τομῆς κυλίνδρου.
- 95.1] Κύλινδρός ἐστι σχῆμα στερεόν, ὅπερ νοεῖται ἀποτελούμενον παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου περὶ μίαν τῶν πλευρῶν μένουσαν στραφέντος καὶ ἀποκατασταθέντος, ὅθεν καὶ ἤρξατο φέρεσθαι. ἡ δὲ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν ἡ στροφή, ἄξων λέγεται, αἱ δὲ βάσεις κύκλοι οἱ γενόμενοι ὑπὸ τῶν ἴσων πλευρῶν τοῦ παραλληλογράμμου, τομαὶ δὲ κυλίνδρου αἱ μὲν παραλληλόγραμμοι, αἱ δὲ ὀξυγωνίων κώνων. [Περὶ τομῆς κοινῶς.
- 96.1] Τέμνεται δὲ στερεὸν μὲν ὑπὸ ἐπιφανείας, ἐπιφάνεια δὲ ὑπὸ γραμμῆς, γραμμὴ δὲ ὑπὸ στιγμῆς· ἐνίοτε δὲ καὶ ὑπὸ γραμμῆς λέγεται τέμνεσθαι κατὰ ἀναφορὰν τὴν ἐπὶ τὴν στιγμὴν, καὶ ἐπιφάνεια δὲ ὑπὸ ἐπιφανείας κατὰ ἀναφορὰν τὴν ἐπὶ τὴν γραμμὴν. Περὶ τῶν ἐκ β περιφερειῶν στερεῶν σχημάτων, σπεύρας ἥτοι κρίκου.
- 97.1] Σπεῖρα γίνεται, ὅταν κύκλος ἐπὶ κύκλου τὸ κέντρον ἔχων ὀρθὸς ᾖ πρὸς τὸ τοῦ κύκλου ἐπίπεδον περιενεχθεὶς εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ· τὸ δὲ αὐτὸ τοῦτο καὶ κρίκος καλεῖται. διεχὴς μὲν οὖν ἐστὶ σπεῖρα ἢ ἔχουσα διάλειμμα, συνεχὴς δὲ ἡ καθ' ἑν σημεῖον συμπίπτουσα, ἐπαλλάττουσα δέ, καθ' ἣν ὁ περιφερόμενος κύκλος αὐτὸς αὐτὸν τέμνει. γίνονται δὲ καὶ τούτων τομαὶ γραμμαὶ τινες ἰδιάζουσαι. οἱ δὲ τετράγωνοι κρίκοι ἐκπρίσματα εἰσι κυλίνδρων· γίνονται δὲ καὶ ἄλλα τινὰ ποικίλα πρίσματα ἔκ τε σφαιρῶν καὶ ἐκ μικτῶν ἐπιφανειῶν. [Τίνες αἱ τῶν εὐθυγράμμων στερεῶν σχημάτων διαφοραὶ;] Τῶν δὲ εὐθυγράμμων στερεῶν σχημάτων ἃ μὲν καλοῦνται πυραμίδες, ἃ δὲ κύβοι, ἃ δὲ πολυέδρα, ἃ δὲ πρίσματα, ἃ δὲ δοκίδες, ἃ δὲ πλινθίδες, ἃ δὲ σφηνίσκοι, καὶ τὰ παραπλήσια.
- 99.1 [Τί ἐστὶ πυραμὶς;] Πυραμὶς μὲν οὖν ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον ἀφ' ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἐνὶ σημείῳ συνεστηκός. καὶ ἄλλως δὲ λέγεται πυραμὶς τὸ ἀπὸ βάσεως τριπλεύρου ἢ τετραπλεύρου ἢ πολυγώνου, τουτέστιν ἀπλῶς εὐθυγράμμου, κατὰ σύνθεσιν τριγώνων εἰς ἑν σημεῖον συναγόμενον σχῆμα. ἰδίως δὲ ἰσόπλευρος λέγεται πυραμὶς ἢ ὑπὸ τεσσάρων τριγώνων ἰσοπλευρῶν περιεχομένη καὶ ἰσογωνίων· καλεῖται δὲ τὸ σχῆμα τοῦτο καὶ

τετράεδρον. [Τί ἐστι κύβος;] Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ζ τετραγώνων ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον· καλεῖται δὲ τὸ σχῆμα τοῦτο καὶ ἑξάεδρον.

101.1 [Περὶ ὀκταέδρου.] Ὀκτάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ὀκτῶ τριγώνων ἰσοπλεύρων περιεχόμενον. [Τί ἐστι δωδεκάεδρον;] Δωδεκάεδρον δὲ ἐστὶ σχῆμα ὑπὸ ιβ πενταγωνίων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

102.1 τὸ δὲ πεντάγωνον, ἐξ οὗ γίνεται τὸ δωδεκάεδρον, ἴσον ἐστὶ τριγώνοις τρισὶ παρὰ δύο πλευρῶν. [Τί ἐστὶν εἰκοσάεδρον;] Εἰκοσάεδρόν ἐστὶν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

103.1 Εἰσὶ πέντε ταῦτα μόνον ὑπὸ ἴσων καὶ ὁμοίων περιεχόμενα, ἃ δὴ ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων ὕστερον ἐπωνομάσθη Πλάτωνος σχήματα. [Ὅτι πλὴν τοῦ δωδεκαέδρου τὰ δὲ λόγον ἔχουσι πρὸς τὴν σφαῖραν.

104.1] Τῶν δὲ τεσσάρων τούτων αἱ πλευραὶ λόγον ἔχουσι πρὸς τὴν σφαῖραν. Εὐκλείδης μὲν οὖν ἐν τῷ ιγ' τῶν Στοιχείων ἀπέδειξε, πῶς τῇ σφαίρᾳ τὰ πέντε ταῦτα σχήματα περιλαμβάνει· μόνα γὰρ τὰ Πλάτωνος οἶεται. Ἀρχιμήδης δὲ τριακαίδεκα ὅλα φησὶν εὐρίσκεσθαι σχήματα δυνάμενα ἐγγραφῆναι τῇ σφαίρᾳ προστιθεὶς ὀκτῶ μετὰ τὰ εἰρημένα πέντε· ὧν εἰδέναι καὶ Πλάτωνα τὸ τεσσαρεσκαίδεκάεδρον, εἶναί τε τοῦτο διπλοῦν, τὸ μὲν ἐξ ὀκτῶ τριγώνων καὶ τετραγώνων ἐξ σύνθετον, ἐκ γῆς καὶ ἀέρος, ὅπερ καὶ τῶν ἀρχαίων τινὲς ἤδεσαν, τὸ δὲ ἕτερον πάλιν ἐκ τετραγώνων μὲν ὀκτῶ, τριγώνων δὲ ζ, ὃ καὶ χαλεπώτερον εἶναι δοκεῖ. Καθόλου δὲ τῶν εὐθυγράμμων στερεῶν σχημάτων ἃ μὲν ἐστὶ πυραμίδες, ἃ δὲ πρίσματα, ἃ δὲ οὔτε πυραμίδες οὔτε πρίσματα. τί μὲν οὖν ἐστὶ πυραμὶς, προεῖρηται. [Τί δὲ πρίσματα;] Πρίσματα δὲ εἰσὶ τὰ ἀπὸ βάσεως εὐθυγράμμου κατ' εὐθυγράμμων σύνθεσιν πρὸς χωρίον εὐθύγραμμον συνάπτοντα.

106.1 [Τίνα τῶν σχημάτων οὔτε πυραμίδες οὔτε πρίσματα;] Οὔτε δὲ πυραμίδες οὔτε πρίσματα εἰσὶ τὰ ἀπὸ βάσεως εὐθυγράμμου κατ' εὐθυγράμμων σύνθεσιν πρὸς εὐθεῖαν συνάπτοντα. [Τίνα ἐστὶ παραλληλόγραμμα πρίσματα;] Τῶν δὲ πρισματῶν παραλληλόπλευρα καλεῖται, ὅσα ἑξάεδρα ὄντα τὰ ἀπέναντι ἐπίπεδα παράλληλα ἔχει.

108.1 [Τίνα τὰ παραλληλεπίπεδα;] Παράλληλα δὲ ἐπίπεδά εἰσιν, ὅσα ἐκβαλλόμενα οὐ συμπίπτει ἀλλήλοις, ἢ ἐν οἷς ἴσων τριγώνων τινῶν γραφέντων ἐκάστη πλευρὰ παράλληλός ἐστιν. [Τίς ἢ ἐν στερεῷ κάθετος;] Κάθετος δὲ ἐν στερεῷ λέγεται ἢ ἀπὸ μετεώρου σημείου πρὸς ἐπίπεδον ἡγμένη, ἥτις πάσαις ταῖς ἀπτομέναις αὐτῆς ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστιν.

110.1 [Τίνα τὰ παραλληλόπλευρα ὀρθογώνια πρίσματα, τίνα δὲ οὐκ ὀρθογώνια;] Τῶν δὲ παραλληλοπλεύρων πρισματῶν ἃ μὲν εἰσιν ὀρθογώνια, ἃ δὲ οὐκ ὀρθογώνια. ὀρθογώνια μὲν οὖν εἰσιν, ὅσα ἐκάστην τῶν γωνιῶν ὑπὸ τριῶν ὀρθῶν γωνιῶν περιεχομένην ἔχει εὐθυγράμμων, οὐκ ὀρθογώνια δὲ τὰ μὴ οὕτως ἔχοντα. [Τί ἐστὶ κύβος;] Κύβος δὲ ἐστὶ τῶν παραλληλοπλεύρων ὀρθογωνίων, ὃ προεῖρηται σχῆμα.

112.1 [Τί ἐστὶ δοκός;] Δοκὸς δὲ ἐστὶν, ὃ τὸ μῆκος μεῖζον ἔχει τοῦ τε πλάτους καὶ τοῦ πάχους, ἔστι δὲ ὅτε τὸ πλάτος καὶ τὸ πάχος ἴσα. πάχος δὲ καὶ βάθος καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ λεγέσθω. [Τί ἐστὶ πλινθίς;] Πλινθὶς δὲ ἐστὶ τὸ ἔχον τὸ μῆκος ἑλαττον τοῦ τε πλάτους καὶ βάθους, ἔστι δ' ὅτε ταῦτα ἀλλήλοις ἴσα.

114.1 [Τί ἐστὶ σφηνίσκος;] Σφηνίσκος δὲ ἐστὶ τὸ ἔχον ἄνισα ἀλλήλοις τὸ τε μῆκος καὶ τὸ πλάτος καὶ τὸ βάθος. τινὲς δὲ καὶ βωμίσκον καλοῦσι τὸ τοιοῦτον σχῆμα. [Τίνων καὶ πόσαι ἐν τοῖς σχήμασιν ἐπαφαί;] Ἐφάπτεται δὲ γραμμὴ μὲν γραμμῆς καὶ ἐπιφανείας καὶ στερεοῦ κατὰ στιγμὴν καὶ κατὰ γραμμὴν.

115.1. (τ) στιγμὴ δὲ στιγμῆς ἀψαμένη μία γίνεται. γραμμὴ δὲ γραμμῆς ἀψαμένη ὅλη ὅλης ὁμοίως μία γίνεται. εὐθεῖα δὲ κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἀπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ

μηδέτερα τὰ μέρη τέμνει τὸν κύκλον. κύκλοι δὲ ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἀπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους. Εὐθεΐα δὲ πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἀπτομένας αὐτῆς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιῇ τὰς γωνίας.

115.3 Ἐπίπεδον δὲ πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ πρὸς ὀρθὰς ἐν ἐνὶ τῶν ἐπιπέδων ἀγόμεναι εὐθεΐαι καὶ τῷ λοιπῷ πρὸς ὀρθὰς ᾧσιν. Ἐπίπεδα δὲ παράλληλά εἰσι τὰ ἀσύμπτωτα.

116.1 [Περὶ ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων.] Διαφέρει μὲν καὶ ἐν στερεοῖς καὶ ἐν ἐπιπέδοις, ἥδη δὲ καὶ ἐν γραμμαῖς, ὁμοιότης καὶ ἰσότης. οὕτω γοῦν καὶ ἐν τῷ ζ' τῶν Εὐκλείδου δύο δοθέντων εὐθυγράμμων ᾧ μὲν ὁμοιον, ᾧ δὲ ἴσον συστήσασθαι πρόκειται. κακεῖ μέσσην ἀνάλογον εὐρόντες διὰ ταύτης κατασκευάζομεν τὸ προβληθέν, ἐπὶ δὲ τῶν στερεῶν διὰ δύο μεσοτήτων. [Περὶ ἴσων γραμμῶν.

117.1] Νυνὶ δὲ καθόλου λέγομεν περὶ μὲν ἴσων, ὅτι ἴσαι γραμμαῖ εἰσι καὶ ἐπιφάνειαι καὶ στερεά, ὅσα ἀρμόττει ὅλα ὅλοις ἢ κατὰ μέρος ἢ κατὰ σχηματισμόν. λέγεται δὲ ἴσον καὶ τὸ ἰσοπερίμετρον τῇ περιοχῇ καὶ τὸ ἴσον ταῖς γραμμαῖς ὥστε καὶ τῷ ἐμβαδῷ καὶ τὸ μόνον ἐμβαδῷ. ἴσαι δὲ γωνίαί εἰσιν αἱ ἐφαρμόζουσαι ὅλαι ὅλαις ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἢ ἐν τοῖς στερεοῖς κατὰ τὴν αὐτὴν συναγωγὴν ἢ κατὰ μέρος ἢ κατὰ σχηματισμόν. ἴσοι δὲ κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἀπὸ γὰρ τῶν αὐτῶν διαμέτρων οὐκ ἔστιν ἕτερον καὶ ἕτερον κύκλον ἐπινοῆσαι, δοθείσης δὲ τῆς διαμέτρου δέδοται καὶ ὁ κύκλος τῷ μεγέθει. ἴσον δὲ ἀπέχειν τὰς εὐθείας λέγεται τοῦ κέντρου, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ᾧσιν, μεῖζον δέ, ἐφ' ἣν ἡ μεῖζων κάθετος πίπτει. ἴσα δὲ στερεὰ σχήματά εἰσι τὰ ὑπὸ ἴσων ἐπιπέδων περιεχόμενα καὶ ὁμοίως κειμένων ἴσων τὸ πλῆθος καὶ τὸ μέγεθος. [Περὶ ἴσων καὶ ἀντιπεπονθότων σχημάτων.

118.1] Ὅμοιά εἰσι σχήματα εὐθύγραμμα τὰ ἔχοντα κατὰ μίαν τὰς γωνίας ἴσας. καὶ ἄλλως· ὅσα τὰς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον. ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά εἰσιν, ἐν οἷς ἐν ἐκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἐπόμενοι λόγοι εἰσίν. ὅμοια τμήματα κύκλων εἰσὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαί ἴσαι εἰσὶ· παραπλησίως δὲ καὶ τμήματα σφαιρῶν. ὅμοια στερεὰ σχήματά εἰσι τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα καὶ ὁμοίως κειμένων. πᾶς δὲ κύκλος παντὶ κύκλῳ ὁμοιός ἐστι τῷ εἶδει· μία γὰρ ἡ γένεσις τοῦ κύκλου καὶ ἐν τῷ εἶδος. τῶν δὲ τμημάτων οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ ὁμοιότης, ἀλλ' ὅσα μὲν ἔχει τὴν ὁμοίαν κλίσιν, τουτέστι τὰς ἐν αὐτοῖς γωνίας ἀλλήλαις ἴσας, ταῦτα καλεῖται ὅμοια, οὐχ ὅμοια δὲ τὰ μὴ οὕτως ἔχοντα. παραπλησίως δὲ ἔχει καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐπιπέδων τε καὶ στερεῶν σχημάτων. [Περὶ τοῦ ἐν μεγέθεσιν ἀπειρου.

119.1] Μέγεθος ἐστὶ τὸ αὐξανόμενον καὶ τεμνόμενον εἰς ἄπειρον· εἶδη δὲ αὐτοῦ γ, γραμμὴ, ἐπιφάνεια, στερεόν. ἄπειρον δὲ ἐστὶ μέγεθος, οὗ μεῖζον οὐθὲν νοεῖται καθ' ὑπόστασιν ἡλικηνδῆποτε, ὥστε μηδὲν εἶναι αὐτοῦ πέρας. [Περὶ τοῦ ἐν μεγέθεσι μέρους.

120.1] Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλαττον τοῦ μεζιζονος, ὅταν καταμετρηθῇ τὸ μεῖζον εἰς ἴσα. εἴρηται δὲ τὸ μέρος νῦν οὔτε ὡς κόσμου μέρος ἢ γῆ οὔτε ὡς ἀνθρώπου κεφαλὴ, ἀλλὰ μὴν οὐδὲ ὡς τῆς πρὸς ὀρθὰς τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου ἀπ' ἄκρας ἀγομένης λέγομεν μέρος εἶναι τὴν ἐκτὸς τοῦ ἡμικυκλίου λαμβανομένην γωνίαν τῆς ὑπὸ τῆς πρὸς ὀρθὰς ἀδύνατον γὰρ ἐστὶν ὑπὸ ταύτης τῆς γωνίας, ἥτις κερατοειδὴς καλεῖται, καταμετρηθῆναι τὴν ὀρθὴν, πάσης γωνίας εὐθυγράμμου ἐλάττονος οὔσης τῆς κερατοειδοῦς. μᾶλλον οὖν τὸ ἐν μεγέθεσι μέρος ἐπὶ τῶν ὁμοιογενῶν ληψόμεθα καὶ οὕτως ἐροῦμεν τὸ ἐν μεγέθεσι μέρος, ὡς τὴν τοῦ τρίτου ὀρθῆς γωνίαν λέγομεν τῆς ὀρθῆς μέρος εἶναι. τὸ γὰρ σοφισμάτιον ἐκεῖνο παραλείπτεον τὸ λεγόμενον, ὅτι εἰ τὸ μέρος ἐστὶ τὸ καταμετροῦν, καὶ τὸ καταμετροῦν ἐστὶ μέρος, καταμετρεῖται

δὲ τὸ στερεὸν ὑπὸ ποδιαίας εὐθείας, μέρος ἄρα ἢ ποδιαία εὐθεῖα τοῦ στερεοῦ, ὅπερ ἄτοπον.
ποδιαία εὐθεῖα τὸ μῆκος καταμετρεῖ τοῦ στερεοῦ καὶ τὸ βάθος καὶ τὸ πλάτος, ἅπερ εἰσὶν
ὁμογενῇ αὐτῇ τῇ εὐθείᾳ, οὐ μὴν τὸ στερεόν. [Περὶ πολλαπλασίου.

121.1] Πολλαπλάσιόν ἐστι τὸ μείζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρηται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος. [Περὶ τῆς
κατὰ μεγέθη ἀναλογίας.

122.1] Τί μέρος μὲν οὖν ἐστι καὶ λόγος, καὶ τίνα ὁμογενῇ ἅμα καὶ τί ἀναλογία, εἴρηται μὲν
ἀκριβέστερον ἐν τοῖς πρὸ τῆς ἀριθμητικῆς στοιχειώσεως, νυνὶ δὲ λέγομεν, ὅτι, ὡς ἐπὶ τῶν
ἄλλων ὁμοιογενῶν ἢ ἀναλογία ἐφαρμόζει, οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν ἐν τοῖς μεγέθεσιν ὁμοιογενῶν.
[Τίνα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη;] Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη λέγεται, ἃ
δύνανται πολυπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

123.1 πρὸς δὲ τοὺς ἀντιθέντας τῷ ὄρω τούτῳ καὶ λέγοντας, ὅτι μόνον λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα, ἃ
δύνανται πολυπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν, οὐδὲν δὲ οὕτως ὁμογενὲς ὡς σημεῖον
σημεῖω, δῆλον ἄρα, ὅτι πολυπλασιαζόμενον τὸ σημεῖον ὑπερέξει τοῦ σημείου, πρὸς δὲ τούτους
ρήτεον, ὅτι τὸν κατὰ μεγέθη προσπολυπλασιασμόν οὐκ ἐπιδέχεται σημεῖον· ὃ γὰρ ἀτευκτεῖ
μεγέθους, τοῦτο ἀτευκτεῖ καὶ τοῦ κατὰ μέγεθος πολυπλασιασθῆναι, μόνως δὲ ἐπιδέξεται
πολυπλασιασμόν κατ' ἀριθμόν· οὕτως ἐπειδὴ τῇ εὐθείᾳ ἄπειρά εἰσι σημεῖα, τὰ τοσάδε τοσῶνδ'
ἐστὶ πολυπλάσια. ὅλως τε ὡς περὶ μεγέθους διαλέγονται τοῦ σημείου ἔχοντός τινα διάστασιν,
τοῦ Στοιχειωτοῦ ἄντικρυς τὸ μὲν σημεῖον ἀμερὲς ὀρισμένου, λόγον δὲ ἔχειν πρὸς ἄλληλα τὰ
μεγέθη εἰπόντος. [Τίνα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη ἐστίν;] Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγονται
πρῶτον πρὸς δευτέρον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τοῦ τρίτου ἰσάκεις
πολυπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἄλλων, ὧν ἔτυχεν, ἰσάκεις πολυπλασίων ἢ ἅμα
ὑπερέχη ἢ ἅμα ἴσα ἢ ἢ ἅμα ἐλλείπη ληφθέντα κατάλληλα.

124.2 Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα ἀνάλογον καλεῖσθω. Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστη
ἐστίν, ἐνταῦθα ὄρων λαμβανομένων ἥτοι τῶν μεγεθῶν ἢ τῶν ἐπικειμένων αὐτοῖς ἀριθμῶν· ὡς
γὰρ κύκλου ὅρος ἐστὶν ἡ περιφέρεια καὶ τριγώνων αἱ πλευραὶ, οὕτω τοῦ τοῦ θ πρὸς τὸν ζ
λόγου ὅροι εἰσὶν οἱ αὐτοὶ ἀριθμοί.

125.1. (τ) [Διάφοροι μεγεθῶν ἀναλογίαι.] Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ α' πρὸς τὸ τρίτον
διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται ἢ πρὸς τὸ β'. φησὶ γοῦν Ἑρατοσθένης, ὅτι, ὥσπερ ἐπὶ τῶν
διαστημάτων ἴσων καὶ κατ' εὐθεῖαν κειμένων τὰ διαστήματα διπλασιάζεται, οὕτως ἐπὶ τῶν
λόγων ὡσανεὶ κατ' εὐθεῖαν κειμένων τὸ α' πρὸς τὸ γ' διπλάσιον λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ δευτέρον.
τὰ γὰρ θ τῶν ζ ἀφέστηκεν ἡμιόλια, καὶ τὰ ζ τῶν δ τὰ αὐτὰ ἡμιόλια· τὰ ἄρα θ τῶν τεσσάρων
ἀφέστηκεν δυσὶν ἡμιολίοις. καὶ γὰρ αἱ ὑπεροχαὶ αἱ δύο τῇ μιᾷ εἰσὶν αὐταί, οἷον ὡς ἐπὶ τῶν θ
καὶ τῶν ζ καὶ τῶν δ· ὑπερέχει γὰρ ὁ θ τῶν ζ τοῖς τρισίν, ὑπερέχει δὲ καὶ ὁ ζ τῶν δ τοῖς δυσίν, τὰ
δὲ τρία καὶ τὰ β συντεθέντα ποιεῖ τὸν πέντε, ὅς ἐστι τοῦ θ καὶ δ ὑπεροχή. ὥσπερ δὲ ἀπὸ τῶν
μειζόνων ἐπὶ τοὺς ἐλάττονους αἱ ὑπεροχαὶ ποιοῦσι διπλασίους λόγους καὶ τριπλασίους, οὕτως
ἀπὸ τῶν ἐλαττόνων αἱ ἐλλείψεις. Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκεις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου
πολλαπλάσιον ὑπερέχη τοῦ τοῦ δευτέρου πολυπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ
ὑπερέχη τοῦ τοῦ δ' πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δευτέρον μείζονα λόγον ἔχειν
λέγεται ἢ τὸ γ' πρὸς τὸ δ'.

125.2 ἐν δὲ ταύτῃ τῇ ὑπογραφῇ τοῦ ὅρου βεβούληται ὁ Εὐκλείδης εἰς ὑπόνοιαν ἡμᾶς ἀγαγεῖν καὶ
παραστήσαι, ἐν τίσιν εὐρίσκεσθαι δεῖ μείζονα λόγον λόγου· καὶ ἐπεὶ τὰ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ
κεχακτηρισθαι ἀπὸ τῶν ἰσάκεις πολυπλασίων ἥτοι ἅμα ὑπερεχόντων ἢ ἅμα ἴσων ὄντων ἢ
ἅμα ἐλλειπόντων, τὰ ἐν μείζονι λόγῳ ὄντα ἐκεῖνα ἔχειν τὴν ὑπεροχήν. ὅπως δὲ γίνεται
ὑπεροχή, αὐτὸς ἐν τῷ ε' τῆς καθόλου λόγων στοιχειώσεως ἐν τῷ θεωρήματι τῶν ἀνίσων

μεγεθῶν ἐπέδειξεν. [Τίνα τὰ ὁμόλογα μεγέθη;] Ὅμολογα μεγέθη λέγεται εἶναι τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἐπόμενα τοῖς ἐπομένοις.

127.1 [Περὶ τῆς ἐν τοῖς μεγέθεσι τῶν λόγων διαφορᾶς.] Λόγος μὲν εἴρηται, ὅτι β ὁμογενῶν ἐστὶν ἡ πρὸς ἄλληλα σχέσις. ἐπὶ δὲ τῶν μεγεθῶν λέξομεν ἰδίως, ὅτι λόγος ἐστὶν δύο μεγεθῶν ὁμοιογενῶν ἢ κατὰ πηλικότητά ποια σχέσις, ὡς εἶναι καὶ ἐπ' αὐτῶν ἀναλογίαν τὴν τοιούτων λόγων ὁμοιότητα. Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἐπομένου πρὸς τὸ ἡγούμενον. Συνθέντι λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἐπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον. Διελόντι λόγος ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ἣν ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου, πρὸς τὸ ἐπόμενον. Ἀναστρέψαντι λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἣν ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου. Ἐναλλάξ λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον καὶ τοῦ ἐπομένου πρὸς τὸ ἐπόμενον. Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ τεταγμένης ἀναλογίας, ὅταν ᾖ, ὡς ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, ᾖ δὲ καί, ὡς ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι, λῆψις ἐν ἀμφοτέροις τοῦ ἡγουμένου πρὸς ἄλλο τι, τουτέστιν ὑπεξαيرهθέντων τῶν μεταξὺ ἐναλλάξ ὄρων. [Περὶ μεγεθῶν συμμετρῶν καὶ ἀσυμμέτρων.

128.1] Τίνες μὲν ἄλογοι καὶ ἀσύμμετροι, καὶ τίνες ῥητοὶ καὶ σύμμετροι, ἐν τοῖς πρὸ τῆς ἀριθμητικῆς στοιχειώσεως εἴρηται· νυνὶ δὲ Εὐκλείδῃ τῷ στοιχειωτῇ ἐπόμενοι περὶ τῶν μεγεθῶν φαμεν, ὅτι σύμμετρα μεγέθη λέγεται τὰ ὑπὸ τῶν αὐτῶν μέτρων μετρούμενα, ἀσύμμετρα δέ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γίνεσθαι. [Περὶ εὐθειῶν συμμετρῶν καὶ ἀσυμμέτρων.

129.1] Εὐθεῖαι δυνάμει μόνον σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρήται, ἀσύμμετροι δέ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον χωρίον γενέσθαι. τούτων ὑποκειμένων δείκνυται, ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ σύμμετροί εἰσὶ τινες εὐθεῖαι ἄπειροι. καλεῖσθω οὖν ἡ μὲν προτεθείσα εὐθεῖα ῥητὴ καὶ αἱ ταύτη σύμμετροι ῥηταὶ καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον ῥητόν, τὰ δὲ ἀπ' αὐτῆς σύμμετρα καὶ τὰ τούτων σύμμετρα ῥητά. [Τίνα μέρη τῶν ἐν τοῖς μεγέθεσι μετρήσεων καταμετροῦντα τὰ ὅλα;] Τῶν δὲ ἐν τοῖς μεγέθεσι μετρήσεων καταμετροῦντα τὰ ὅλα ἐστὶ τάδε· δάκτυλος, παλαιστή, σπιθαμὴ, πούς, πῆχυς, βῆμα, ὀργυῖα.

130.1 πάντων δὲ ἐλαχιστότερόν ἐστιν δάκτυλος, διαιρεῖται δὲ καὶ εἰς μέρη ἕσθ' ὅτε· λέγομεν γὰρ καὶ ἂν καὶ γ' καὶ λοιπὰ μόρια. Εἰσὶ δὲ καὶ ἕτερα μέτρα ἐπινενοημένα τισὶ τάδε· ἄμπελος, πάσσον, ἄκαινα, πλέθρον, ἰούγερον, στάδιον, μίλιον, σχοῖνος, σχοῖνος Περσικὴ καὶ σχοῖνος Ἑλληνικὴ καὶ λοιπά. [Τί τῶν εἰρημένων ἕκαστον δύναται;] Κατὰ μὲν τὴν παλαιὰν ἔκθεσιν παραλιπόντες τὰ περισσὰ τὴν νῦν κρατοῦσαν δύναμιν ὑπετάξαμεν.

131.1 Ὁ παλαιστῆς ἔχει δακτύλους δ. Ἡ σπιθαμὴ ἔχει παλαιστὰς γ, δακτύλους ιβ. Ὁ πούς ἔχει σπιθαμὴν α γ', παλαιστὰς δ, δακτύλους ις. Ὁ πῆχυς ἔχει πόδας β, σπιθαμὰς β [?] , δακτύλους λβ. Τὸ βῆμα ἔχει πῆχυν α, πόδας β, σπιθαμὰς β [?] . Ἡ ὀργυῖα ἔχει βήματα β δ', πῆχεις β δ', πόδας δ ἂν, σπιθαμὰς ζ, δακτύλους οβ. Ἡ ἄμπελος ἔχει ὀργυῖαν α θ', βήματα β ἂν, πόδας ε, σπιθαμὰς ζ [?] , παλαιστὰς κ, δακτύλους π. Τὸ πάσσον ἔχει ἄμπελον α ε', ὀργυῖαν α γ', βήματα γ, πῆχεις γ, πόδας ζ, σπιθαμὰς η, παλαιστὰς κδ, δακτύλους ζς. Ἡ ἄκαινα ἔχει πάσσα β, ἀμπέλους β γ' ιε', ὀργυῖας β ἂν ζ', βήματα ζ, πῆχεις ζ, πόδας ιβ, σπιθαμὰς ις, παλαιστὰς μη, δακτύλους ρβ. Τὸ πλέθρον ἔχει ἀκαίνας ρ, πάσσα ζ, ἀμπέλους σμ, ὀργυῖας σςζ [?] , βήματα χ, πῆχεις χ, πόδας ας, σπιθαμὰς αχ, παλαιστὰς δω, δακτύλους α', θς. Τὸ ἰούγερον ἔχει ἀμπέλους υπ, πάσσα υ, ὀργυῖας φλγ γ', πλέθρα β, ἀκαίνας ζ, βήματα ας, πῆχεις ας, πόδας βυ, σπιθαμὰς γς, παλαιστὰς θχ, δακτύλους γ', ηυ. Τὸ στάδιον ἔχει ἀμπέλους ρκ, πάσσα ρ, ὀργυῖας ρλγ γ', πλέθρον ἂν, ἀκαίνας ν, βήματα τ, πῆχεις τ, πόδας χ, σπιθαμὰς ω, παλαιστὰς βυ, δακτύλους θχ. Τὸ μίλιον ἔχει στάδια ζ ἂν, πλέθρα γ ἂν δ', ἀκαίνας τοε, πάσσα ψν,

ἀμπέλους λ, ὀργυιάς, α, βήματα, βον, πήχεις, βον, πόδας, δφ, σπιθαμὰς, ζ, παλαιστὰς α', η, δακτύλους ζ, β. Ἐν συντόμῳ δὲ ἔχει ἕκαστον οὕτως, ὡς προεῖρηται, κατὰ τὴν νῦν κατάστασιν τῆς γεωμετρίας, ἡγούν τῆς ἀπογραφῆς τοῦ κίνσου. Μετὰ τὸν δάκτυλον, ὅς ἐστι μέρος ἐλάχιστον πάντων, ἔστιν ὁ παλαιστής, ὃν καὶ τέταρτόν τινες καλοῦσι διὰ τὸ ἔχειν δακτύλους, μετὰ τοῦτον ἡ σπιθαμὴ παλαιστῶν γ, εἴτα ἐν κεφαλῷ ὁ πούς ἔχει παλαιστὰς δ, εἴτα ὁ πήχυς ἔχει πόδας β, παλαιστὰς η, βῆμα ἴσον τοῦ πήχεως, ὀργυιὰ ἔχει πόδας δ, παλαιστὰς ιη, ἄκαινα πόδας ιβ, παλαιστὰς μη, ἄμπελος ἔχει πόδας ε, παλαιστὰς κ, πάσσον ἔχει πόδας ζ, παλαιστὰς κδ, πλέθρον πόδας, ας, παλαιστὰς, δω, ἰούγερον πόδας, βυ, παλαιστὰς, θχ, στάδιον πόδας χ, παλαιστὰς, βυ, μίλιον πόδας, δφ. [Εὐθυμετρικά, ἐμβαδομετρικά καὶ στερεομετρικά.

132.1] Ὁ παλαιστής ὁ εὐθυμετρικὸς ἔχει δακτύλους δ, ὁ ἐπίπεδος δακτύλους ις, ὁ δὲ στερεὸς δακτύλους ξδ. Ὁ πούς ὁ εὐθυμετρικὸς ἔχει παλαιστὰς δ, δακτύλους ις, ὁ δὲ ἐπίπεδος ἔχει παλαιστὰς ις, δακτύλους σνς, ὁ δὲ στερεὸς πούς ἔχει παλαιστὰς ξδ, δακτύλους, δςς. Ὁ πήχυς ἔχει ὁ εὐθυμετρικὸς πόδας β, παλαιστὰς η, δακτύλους λβ, ὁ δὲ ἐπίπεδος πήχυς ἔχει πόδας δ, παλαιστὰς ξδ, δακτύλους, ακδ, ὁ δὲ στερεὸς πήχυς ἔχει πόδας η, παλαιστὰς φιβ, δακτύλους γ' βψξη. Τὰ δὲ τῆς μετρήσεως εἶδη εἰσὶ ταῦτα· τετράγωνα, τρίγωνα, ῥόμβοι, τραπέζια, κύκλοι.

133.1 ἔχουσι θεωρήματα δεκαοκτὼ οὕτως· τετραγώνων θεωρήματα β, τετράγωνον ἰσόπλευρον ὀρθογώνιον καὶ τετράγωνον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον· τριγώνων θεωρήματα ζ, τρίγωνον ἰσόπλευρον, τρίγωνον ἰσοσκελές, τρίγωνον σκαληνόν, τρίγωνον ὀρθογώνιον, τρίγωνον ὀξυγώνιον, τρίγωνον ἀμβλυγώνιον· ῥόμβου θεωρήματα β, ῥόμβος καὶ ῥομβοειδές· τραπέζιων θεωρήματα τέσσαρα, τραπέζιον ὀρθογώνιον, τραπέζιον ἰσοσκελές, τραπέζιον ὀξυγώνιον, τραπέζιον ἀμβλυγώνιον· κύκλων θεωρήματα τέσσαρα, κύκλος, ἀψὶς ἥτοι ἡμικύκλιον, τμήμα μεῖζον ἡμικυκλίου καὶ τμήμα ἥττον ἡμικυκλίου. Καὶ ταῦτα μὲν οὖν τὰ εἶδη καὶ τὰ θεωρήματα ὅσον ἐπὶ τῶν ἐμβαδομετρικῶν· ἐπὶ δὲ τῶν στερεῶν προστιθεμένου ἐκάστη μετρήσει καὶ τοῦ πάχους ἐξαίρετα θεωρήματα ἐπὶ τῶν στερεῶν εἰσὶ δέκα οὕτως· σφαῖρα, κῶνος, ὀβελίσκος, κύλινδρος, κύβος, σφηνίσκος, μείουρος, κίων, πλινθίς, πυραμίς.

133.3 Εἰσὶ δὲ καὶ ὅροι τῆς μετρήσεως ἐστηριγμένοι οἷδε· παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μερίζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, καὶ παντὸς τριγώνου ὀρθογωνίου [αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς] τὰ ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν δύο πλευρῶν τετράγωνα ἴσα τῷ ἀπὸ τῆς ὑποτείνουσας τετραγώνῳ, καὶ παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλάσιός ἐστι καὶ ἐφέβδος, καὶ ἐμβαδὸν ἀπὸ τῆς διαμέτρου ἐπὶ τὸν κύκλον μετρούμενα τετράγωνα ἴσα εἰσὶν ἐμβαδοῖς κύκλων δ. Ἐπειδὴ δὲ ἐν τοῖς κλίμασιν ἐκράτησε τις συνήθεια τοῖς ἐγχωρίοις μέτροις χρᾶσθαι ἕκαστον, καὶ ἐκ τῆς ἀναλογίας τοῦ ποδὸς πρὸς τὸν πήχυν ἐξισοῦται τὸ μέτρον, τούτων δὲ οὕτως ἐχόντων τὴν μέτρησιν τῶν θεωρημάτων ποιεῖ, ὡς προεῖρηται.

134.1. (τ) Αἰτήματα ε. Ἡτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν, Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν ἐπ' εὐθείας κατὰ τὸ συνεχές ἐκβαλεῖν, Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γεγράφθαι, Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι, Καί, ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπίπτειν ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν. Κοινὰ ἔννοιαι.

134.2 Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν ἴσα. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ ἐστὶν ἴσα. Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ ἐστὶν ἄνισα. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα

ἀλλήλοις ἐστί. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν. Ὅρος γεωμετρίας.

- 135.1. (τ) Γεωμετρία ἐστὶν ἐπιστήμη μεγεθῶν καὶ σχημάτων καὶ τῶν περιοριζουσῶν καὶ περατουσῶν ταῦτα ἐπιφανειῶν καὶ γραμμῶν τῶν τε ἐν τούτοις παθῶν καὶ σχέσεων καὶ ἐνεργειῶν ἐν μορφαῖς καὶ κινήσεως ποιότησι. πάθη μὲν οὖν λέγεται τὰ περὶ τὰς διαιρέσεις, σχέσεις δὲ οἱ τῶν μεγεθῶν πρὸς ἄλληλα λόγοι καὶ θέσεις καὶ καθ' αὐτὸ ἐπιβάλλουσιν ἡμῖν αὐτοῖς καὶ πρὸς ἄλληλα συγκρίνουσιν. Ὅ, τι τὸ ἐν τοῖς σώμασι μέγεθος συνεχές.
- 135.2 Συνεχὴ δὲ εἰσι τὰ ὁμοιομερῆ δι' ὅλων, καὶ ὧν ἐπ' ἄπειρον ἡ τομὴ, οἷον σῶμα, τόπος, χρόνος, κίνησις, ἐπιφάνεια, γραμμὴ. τοῦ τε γὰρ σώματος πᾶν μέρος σῶμα, καὶ διὰ τοῦτο οὐδὲν ἔστιν ἐλάχιστον σῶμα. ἐπεὶ πᾶν σῶμα τρεῖς ἔχει διαστάσεις, μῆκος, πλάτος, βάθος, καὶ ὅπου δὲ πᾶν μέρος, τόπος ἐστί, καὶ ὅθεν, οὐδὲ τόπος ἐλάχιστος ἔστι· πᾶς γὰρ τόπος ἴσας ἔχει σωματικὰς διαστάσεις. ὁμοίως καὶ πᾶν μέρος τοῦ χρόνου χρόνος ἐστί. καὶ ἄλλα δὲ συνεχὴ ἐστί, γραμμὴ μὲν, ὅτι λαβεῖν ἔστι κοινὸν ὅρον, πρὸς ὃν τὰ μόρια αὐτῆς συνάπτει, στιγμὴν, ἐπιφάνεια δέ, ὅτι τὰ τοῦ ἐπιπέδου μόρια πρὸς κοινὸν ὅρον συνάπτει, γραμμὴν· ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ σώματος. Ὅτι τινὲς ἀρχαὶ γεωμετρίας.
- 135.3 Ἀρχὰς γεωμετρίας ἔνιοί φασιν εἶναι τὰς τοῦ σώματος διαστάσεις τοῦ μαθηματικοῦ· εἰσὶ δὲ τρεῖς, μῆκος, πλάτος καὶ βάθος. τούτων δὲ τὴν πρώτην γίνεσθαι φασιν ἀπὸ τῶν πρόσω εἰς τὰ ὀπίσω καὶ εἶναι μῆκος, τὴν δὲ δευτέραν γίνεσθαι ἀπὸ τῶν δεξιῶν εἰς τὰ εὐώνυμα καὶ εἶναι πλάτος, τὴν δὲ τρίτην γίνεσθαι ἄνω καὶ κάτω καὶ εἶναι βάθος, ὡς ἐκ τῶν τριῶν τούτων ἕξ γίνεσθαι διαστάσεις, δύο καθ' ἐκάστην· καλοῦσι δὲ ταύτας κινήσεις κατὰ τόπον. Τί ἐστὶ τέλος γεωμετρίας; Τέλος ἐστὶ ταύτη παραπλησίως τῇ ἀριθμητικῇ, πλὴν τοῦ ζητεῖν καταλαβεῖν οὐ τὰ τῇ διωρισμένῃ, ἀλλὰ τὰ συνεχεῖ οὐσίᾳ συμβάντα.
- 135.5 Περὶ λογιστικῆς. Λογιστικὴ ἐστὶ θεωρία ἡ τῶν ἀριθμητῶν, οὐχὶ δὲ τῶν ἀριθμῶν, μεταχειριστική, οὐ τὸν ὄντως ἀριθμὸν λαμβάνουσα, ὑποτιθεμένη δὲ τὸ μὲν ἐν ὡς μονάδα, τὸ δὲ ἀριθμητὸν ὡς ἀριθμὸν, οἷον τὰ τρία τριάδα εἶναι καὶ τὰ δέκα δεκάδα, ἐφ' ὧν ἐπάγει τὰ κατὰ ἀριθμητικὴν θεωρήματα. θεωρεῖ οὖν τὸ μὲν κληθὲν ὑπ' Ἀρχιμήδους βοῖκὸν πρόβλημα, τοῦτο δὲ μηλίτας καὶ φιαλίτας ἀριθμούς, τοὺς μὲν ἐπὶ φιάλης, τοὺς δὲ ἐπὶ ποίμνης, καὶ ἐπ' ἄλλων δὲ γενῶν τὰ πλήθη τῶν αἰσθητῶν σωμάτων σκοποῦσα, ὡς περιττὸν ἀποφαίνεσθαι. Τίς ὕλη λογιστικῆς; Εἴρηται μὲν ἤδη, ὅτι πάντα τὰ ἀριθμηθέντα.
- 135.6 ἐπεὶ δὲ τὸ ἐν ἐστὶν ἐν τῇ ὕλῃ ἐλάχιστον, ὅποιον ἐν τῇ ἀριθμητικῇ ἡ μονάς, προσχρῆται τῷ ἐνὶ ὡς ἐλαχίστῳ τῶν ὑπὸ τὸ αὐτὸ πλῆθος ὁμογενῶν· ἓνα γοῦν τίθεται ἄνθρωπον ἐν πλήθει ἀνθρώπων ἀδιαίρετον, ἀλλ' οὐχ ἄπαξ, καὶ μίαν δραχμὴν ἐν δραγμαῖς ἄτομον, εἰ καὶ ὡς νόμισμα διαιρεῖται. Γεωδαισία ἐστὶν ἐπιστήμη τῶν ἐν τοῖς αἰσθητοῖς σώμασι μεγεθῶν καὶ σχημάτων διαιρετική καὶ συνθετική.
- 135.8 Ποταπὴ τῆς γεωδαισίας ὕλη; Λαμβάνει τὰ σχήματα οὐ τέλεια οὐδ' ἀπηκριβωμένα τῷ σωματικῇ ὕλῃ ὑποβεβλήσθαι, καθὼς περ καὶ ἡ λογιστικὴ μετρεῖ γοῦν καὶ σωρὸν ὡς κῶνον καὶ φρέατα περιφερῇ ὡς κυλινδρικὰ σχήματα καὶ τὰ μείουρα ὡς κῶνους κολούρους. χρῆται δέ, ὡς ἡ γεωμετρία τῇ ἀριθμητικῇ, οὕτω καὶ αὕτη τῇ λογιστικῇ. χρῆται ὀργάνοις εἰς μὲν τὰς διοπτείας χωρίων διόπτραις, κανόσι, στάθμαις, γνώμοσι καὶ τοῖς ὁμοίοις πρὸς διαστημάτων καὶ ὑψῶν ἀναμετρήσεις, τοῦτο μὲν σκιᾶ, τοῦτο δὲ αὖ διοπτείαις, ἔστι δὲ ὅτε καὶ δι' ἀνακλάσεως θηρᾶται τὸ προβληθέν. ὥς περ καὶ ὁ γεωμέτρης τὰς λογικὰς εὐθείας μεταχειρίζεται πολλαχοῦ, οὕτως ὁ γεωδαίτης ταῖς αἰσθηταῖς προσχρῆται· τούτων δ' αἱ μὲν ἀκριβέστεραι διὰ τῶν ἀκτίνων τοῦ ἡλίου λαμβάνονται ἢ δι' ὀπτῆρων ἢ τῶν ἐπιπροσθετήσεων ἐκλαμβανόμεναι, αἱ δὲ σωματικώτεραι διὰ τάσεως καὶ ἑλξεως μηρίνων ἢ στάθμης τούτοις γὰρ χρώμενος ὁ

γεωδαίτης μετρεῖ πόρρωθεν ἀφεστῶτα χωρία, ὁρῶν ἀναστήματα, τειχῶν ὕψη, ποταμῶν πλάτη καὶ βάθη, καὶ ὅσα τοιαῦτα. ἔτι ἡ γεωδαισία ποιεῖται τὰς διαιρέσεις οὐ μόνον εἰς ἰσότητας, ἀλλὰ καὶ κατὰ λόγους καὶ ἀναλογίας, ἔστι δ' ὅτε καὶ κατὰ τὴν τῶν χωρίων ἀξίαν. Ὅτι αἱ πρὸς ὄμμα τε καὶ ὀρθογώνιοι στοαὶ πόρρωθεν μείουροι φαίνονται καὶ τῶν πύργων οἱ τετράγωνοι στρογγύλοι καὶ προσπίπτοντες πόρρωθεν ὀρώμενοι, ἄνισά τε τὰ ἴσα φατνώματα παρὰ τὰς θέσεις καὶ τὰ μήκη.

135.10 Ὅτι ὑποτίθεται ἡ ὀπτική τὰς ἀπὸ τοῦ ὀμματος ὄψεις κατ' εὐθείας γραμμὰς φέρεσθαι, καὶ τοῦ ὀμματος περιφερομένου συμπεριφέρεσθαι καὶ τὰς ὄψεις, καὶ ἅμα τῷ ὀμματι διανοιγομένῳ πρὸς τὸ ὀρώμενον γίνεσθαι τὰς ὄψεις. καὶ καθ' ἕτερον δὲ τρόπον ὑποτίθεται τὰ μὲν δι' αἰθέρος καὶ ἀέρος ὀρώμενα κατ' εὐθείας γραμμὰς ὁρᾶσθαι· φέρεσθαι γὰρ πᾶν φῶς κατ' εὐθείας γραμμὰς· ὅσα δὲ διαφαίνεται δι' ὑέλων ἢ ὑμένων ἢ ὕδατος, κατὰ κεκλασμένας, τὰ δὲ φαινόμενα ἐν τοῖς κατοπτρίζουσι κατὰ ἀνακλωμένας [γωνίας]. Ὅτι οὔτε φυσιολογεῖ ἡ ὀπτική οὔτε ζητεῖ, εἴτε ἀπόρροαί τινες ἐπὶ τὰ πέρατα τῶν σωμάτων φέρονται ἀπὸ τῶν ὄψεων ἀκτίνων ἐκχεομένων, εἴτε ἀπορρέοντα εἶδωλα ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν εἶσω τῶν ὄψεων εἰσδύεται κατὰ στάθμην ἐνεχθέντα, εἴτε συνεκτείνεται ἢ συστρέφεται ὁ μεταξὺ ἀὴρ τῷ τῆς ὄψεως αὐγοειδεῖ πνεύματι, μόνον δὲ σκοπεῖ, εἰ σώζεται καθ' ἑκάστην ὑπόθεσιν ἡ ἰθυτένεια τῆς φορᾶς ἢ τάσεως καὶ τὸ κατὰ τὴν συναγωγὴν εἰς γωνίαν τὴν σύννευσιν γίνεσθαι, ἐπειδὴν μειζόνων ἢ ἐλαττόνων ὄψεως ἢ θεωρία.

135.11 προηγουμένως τε σκέπτεται, ὥς ἀπὸ παντὸς [τῆς κόρης ἢ τοῦ ὀρωμένου] μέρους ἡ ὄψις ἐγγίνεται, οὐχὶ δὲ ἀπὸ τινος ὠρισμένου σημείου, καὶ ὅτι κατὰ γωνίαν ὅτε μὲν εἶσω νενευκυῖαν, ὅτε δὲ ἔξω κορυφουμένην, ὅτε δὲ κατὰ παραλλήλους. Ὀπτικῆς μέρη λέγοιτο μὲν ἂν κατὰ τὰς διαφόρους ὕλας καὶ πλείω, τὰ δὲ γενικώτατα τρία τὸ μὲν ὁμωνύμως τῷ ὅλῳ καλούμενον ὀπτικόν, τὸ δὲ κατοπτρικόν, τὸ δὲ σκηνογραφικόν.

135.12 κατοπτρικὸν δὲ λέγεται ὀλοσχερέστερον μὲν τὸ περὶ τὰς ἀνακλάσεις τὰς ἀπὸ τῶν λείων, οὐ μόνον περὶ ἐν κάτοπτρον, ἔστι δ' ὅτε καὶ περὶ πλείω στρεφόμενον, ἔτι μὴν καὶ περὶ τὰ ἐν ἀέρι δι' ὑγρῶν ἐμφαινόμενα χρώματα, ὅποιά ἐστι τὰ κατὰ τὰς ἱρίδας· ἕτερον δὲ τό τε θεωροῦν τὰ συμβαίνοντα περὶ τὰς τοῦ ἡλίου ἀκτῖνας ἐν τε κλάσει καὶ φωτισμοῖς αὐτοῖς καὶ σκιαῖς, οἷον ὅποια τις ἡ διορίζουσα γραμμὴ τὴν σκιὰν ἐν ἐκάστῳ σχήματι γίνεται, καὶ τὸ περὶ τὰ πυρεῖα προσαγορευόμενον σκοποῦν περὶ τῶν κατὰ ἀνάκλασιν συνιουσῶν ἀκτίνων, αἱ κατὰ σύννευσιν ἀθρόαν τῆς τοῦ φωτὸς ἀνακλάσεως παρὰ τὴν ποιὰν κατασκευὴν τοῦ κατόπτρου εἰς ἐν συνιοῦσαι ἢ κατὰ γραμμὴν εὐθεῖαν ἢ κυκλωτέρας ἐκπυροῦσί τινα τόπον. αὗται δ' αἱ θεωρίαί τας αὐτὰς ὑποθέσεις ἔχουσαι τῇ περὶ τὰς ὄψεις τὸν αὐτὸν ἐκείνην τρόπον ἐφοδεύονται· ὅποια γὰρ ἡ τῶν ὄψεων πρόπτωσις, τοιοῦτος καὶ ὁ καταφωτισμὸς ὑπὸ τοῦ ἡλίου γίνεται, καὶ τότε μὲν κατ' εὐθείας ἀκλάστους, τότε δὲ κατὰ δυομένας, ὥσπερ ἐπὶ τῶν ὑέλων· κατακλῶμεναι γὰρ καὶ εἰς ἐν συννεύουσai ἐξάπτουσι παρὰ τὰ ποιὰ σχήματα· τότε δὲ κατὰ ἀνάκλασιν, ὥσπερ οἱ ἀχιλλεῖς φαίνονται ἐπὶ τῶν ὀροφῶν· ὥς τε ἀπὸ πάσης τῆς ὄψεως ἡ θεωρία, καὶ ἀπὸ παντὸς μέρους τοῦ ἡλίου ὁ φωτισμὸς γίνεται. ἡ δ' ἐπὶ τῶν ὑδάτων καὶ τῶν ὑμένων τὰ κατὰ διάδυσιν θεωροῦσα ὀπτικὴ ἐλάττω μὲν θεωρίαν ἔχει, αἰτιολογεῖ δὲ τὰ ὑπὸ τοῖς ὕδασι καὶ ὑμέσι καὶ ὑέλοις, ὅποτε διασπαρattόμενα φαίνεται τὰ ἡνωμένα καὶ σύνθετα τὰ ἀπλᾶ καὶ τὰ ὀρθὰ κεκλασμένα καὶ τὰ μένοντα κινούμενα. Τί τὸ σκηνογραφικόν; Τὸ σκηνογραφικὸν τῆς ὀπτικῆς μέρος ζητεῖ, πῶς προσήκει γράφειν τὰς εἰκόνας τῶν οἰκοδομημάτων· ἐπειδὴ γὰρ οὐχ, οἷά ἐστι τὰ ὄντα, τοιαῦτα καὶ φαίνεται, σκοποῦσιν, πῶς μὴ τοὺς ὑποκειμένους ρυθμοὺς ἐπιδείξονται, ἀλλ', ὅποιοι φανήσονται, ἐξεργάσονται.

135.13 τέλος δὲ τῷ ἀρχιτέκτονι τὸ πρὸς φαντασίαν εὐρυθμον ποιῆσαι τὸ ἔργον καί, ὅπόσον ἐγχωρεῖ, πρὸς τὰς τῆς ὄψεως ἀπάτας ἀλεξήματα ἀνευρίσκειν, οὐ τῆς κατὰ ἀλήθειαν ἰσότητος ἢ

εὐρυθμίας, ἀλλὰ τῆς πρὸς ὄψιν στοχαζομένη. οὕτω γοῦν τὸν μὲν κύλινδρον κίονα, ἐπεὶ κατεαγότα ἔμελλε θεωρήσειν κατὰ μέσα πρὸς ὄψιν στενούμενον, εὐρύτερον κατὰ ταῦτα ποιεῖ, καὶ τὸν μὲν κύκλον ἔστιν ὅτε οὐ κύκλον γράφει, ἀλλ' ὀξυγωνίου κώνου τομὴν, τὸ δὲ τετράγωνον προμηκέστερον καὶ τοὺς πολλοὺς καὶ μεγέθει διαφέροντας κίονας ἐν ἄλλαις ἀναλογίαις κατὰ πλῆθός τε καὶ μέγεθος. τοιοῦτος δ' ἐστὶ λόγος καὶ ὁ τῷ κολοσσοποιῷ διδοὺς τὴν φανησομένην τοῦ ἀποτελέσματος συμμετρίαν, ἵνα πρὸς τὴν ὄψιν εὐρυθμος εἴη, ἀλλὰ μὴ μάτην ἐργασθείη κατὰ οὐσίαν σύμμετρος· οὐ γάρ, οἷά ἐστι τὰ ἔργα, τοιαῦτα φαίνεται ἐν πολλῷ ἀναστήματι τιθέμενα. Εὐρηται ἡ γεωμετρία πρῶτον μὲν ἐκ τῶν Αἰγυπτίων, ἤγαγε δὲ εἰς τοὺς Ἑλλήνας Θαλῆς.

136.1 μετὰ δὲ τὸν Θαλῆν Μαμέρτιος ὁ Στησιχόρου ποιητοῦ ἀδελφὸς καὶ Ἰππίας ὁ Ἡλεῖος καὶ μετὰ ταῦτα ὁ Πυθαγόρας ἄνωθεν τὰς ἀρχὰς αὐτῆς ἐπισκοπούμενος καὶ ἀύλως καὶ νοερῶς τὰ θεωρήματα διερευνώμενος καὶ μετὰ τοῦτον Ἀναξαγόρας καὶ ὁ Πλάτων καὶ Οἰνοπίδης ὁ Χῖος καὶ Θεόδωρος ὁ Κυρηναῖος καὶ Ἱπποκράτης πρὸ τοῦ Πλάτωνος. μετὰ ταῦτα καὶ Λεωδάμας ὁ Θάσιος καὶ Ἀρχύτας ὁ Ταραντῖνος καὶ Θεαίτητος ὁ Ἀθηναῖος, Εὐδοξος ὁ Κνίδιος· καὶ τρισὶν ἀναλογίαις ἄλλας τρεῖς προσέθηκε· καὶ ἄλλοι πολλοί. οὐ πολὺ δὲ τούτων νεώτερός ἐστιν ὁ Εὐκλείδης ὁ τὰ Στοιχεῖα συναγαγὼν, γέγονε δὲ οὗτος ἐπὶ τοῦ πρώτου Πτολεμαίου νεώτερος μὲν τοῦ Πλάτωνος, ἀρχαιότερος δὲ τοῦ Ἐρατοσθένους καὶ Ἀρχιμήδους· οὗτοι γὰρ σύγχρονοι ἀλλήλοις ἦσαν. Τὸ ὄνομα τῆς μαθηματικῆς καὶ τῶν μαθημάτων φανερὸν ταῖς ἐπιστήμαις ταύταις δεδόσθαι, καθ' ὃ πᾶσα καλουμένη μάθησις ἀνάμνησις ἐστὶν οὐκ ἔξωθεν ἐντεθειμένη τῇ ψυχῇ, ὥς τὰ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν φαντάσματα τυποῦνται ἐν τῇ φαντασίᾳ, οὐδὲ ἐπεισοδιώδης οὖσα, καθάπερ δοξαστική γνῶσις, ἀλλ' ἀνεγειρομένη μὲν ἀπὸ τῶν φαινομένων, προβαλλομένη δὲ ἔνδοθεν ἀφ' ἑαυτῆς τῆς διανοίας εἰς ἑαυτὴν ἐπιστρεφομένης κατ' εἶδος· καὶ τὰς ἐπιστήμας αὐτῶν ἐν ἑαυτῷ προεῖληφε, κἂν μὴ ἐνεργῇ κατ' αὐτάς, ἔχει πάσας οὐσιωδῶς καὶ κρυφίως, προφαίνεται δ' ἐκάστη, ὅταν ἀφαιρεθῇ τὸ ἐμπόδιον τῶν ἐκ τῆς αἰσθήσεως· αἱ μὲν γὰρ αἰσθήσεις συνάπτουσιν αὐτὴν τοῖς μεριστοῖς, αἱ δὲ φαντασίαι ταῖς μορφωτικαῖς κινήσεσιν, αἱ δὲ ὀρέξεις περισπῶσιν εἰς τὸν ἐμπαθῆ βίον, πᾶν δὲ τὸ μεριστὸν ἐμπόδιόν ἐστιν τῆς εἰς ἑαυτοὺς ἡμῶν ἐπιστροφῆς.

136.3 Ἀριστοτέλης πού φησιν· ὅσοι καταφρονητικῶς ἔχουσι τῆς τῶν μαθημάτων γνώσεως, ἄγευστοι τυγχάνουσι τῶν ἐν αὐτοῖς ἡδονῶν, ὁ δὲ Πλάτων, καθαρτικὴν τῆς ψυχῆς καὶ ἀναγωγὸν τὴν μαθηματικὴν εἶναι σαφῶς. Τὰ τῆς μαθηματικῆς εἶδη τῆς ἀμερίστου φύσεώς ἐστιν ἀπολειπόμενα καὶ τῆς μεριστῆς ὑπεριδρυμένα, καὶ τοῦ νοῦ μὲν ἐστὶ δεύτερα, δόξης δὲ τελεώτερα καὶ ἀκριβέστερα καὶ καθαρώτερα.

136.5 Εἰς ἔνωσιν καὶ διάκρισιν τῶν ὄλων τὴν ταυτότητα μετὰ τῆς ἐτερότητος εἰς τὴν τῆς ψυχῆς συμπλήρωσιν ὁ δημιουργὸς παρεῖληφε καὶ πρὸς ταύταις στάσιν καὶ κίνησιν· ἐκ τούτων αὐτὴν τῶν γενῶν ὑπέστησεν. λεκτέον, ὅτι κατὰ τὴν ἐτερότητα αὐτῆς καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν λόγων καὶ τὸ πλῆθος ἡ διάνοια στᾶσα καὶ νοήσασα ἑαυτὴν ἐν καὶ πολλὰ οὖσαν τοὺς ἀριθμοὺς προβάλλει καὶ τὴν τούτων γνῶσιν τὴν ἀριθμητικὴν, κατὰ δὲ τὴν ἔνωσιν τοῦ πλῆθους καὶ τὴν πρὸς ἑαυτὸ κοινωνίαν καὶ σύνδεσμον τὴν μουσικὴν, ἐπεὶ καὶ ἡ ψυχὴ διαιρεῖται πρῶτον δημιουργικῶς, εἴθ' οὕτως συνδέεται τοῖς λόγοις. καὶ αὖ πάλιν κατὰ μὲν τὴν στάσιν τὴν ἐν αὐτῇ τὴν ἐνέργειαν ἰδρύσασα γεωμετρίαν ἀφ' ἑαυτῆς ἐξέφηνε, κατὰ δὲ τὴν κίνησιν τὴν σφαιρικὴν. Ἀξίωμά ἐστι κατὰ τὸν Ἀριστοτέλην, ὅταν μὲν καὶ τῷ μανθάνοντι γνῶριμον ᾖ καὶ καθ' αὐτὸ πιστὸν τὸ παραλαμβάνόμενον εἰς ἀρχήν, οἷον τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα· ὅταν δὲ μὴ ἔχῃ ἔννοιαν ὁ ἀκούων τοῦ λεγομένου τὴν αὐτόπιστον, πείθεται δὲ ὅμως καὶ συγχωρεῖ τῷ λαμβάνοντι, τὸ τοιοῦτον ὑπόθεσις ἐστὶ· τὸ γὰρ εἶναι τὸν κύκλον σχῆμα τοιόνδε κατὰ κοινὴν μὲν ἔννοιαν οὐ προεῖληφεν ἀδιδάκτως, ἀκούσας δὲ συγχωρεῖ χωρὶς ἀποδείξεως.

- 136.7 Πᾶσά γε μὴν εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγὴ λαβοῦσα τῷ ζητούμενῳ τὸ μαχόμενον καὶ τοῦτο ὑποθεμένη πρόεισιν, ἕως ἂν εἰς ὁμολογούμενον ἄτοπον καταντήσῃ καὶ δι' ἐκεῖνο τὴν ὑπόθεσιν ἀνελοῦσα βεβαιώσῃται τὸ ἐξ ἀρχῆς ζητούμενον. ὅλως γὰρ εἰδέναι χρή, ὅτι πᾶσαι αἱ μαθηματικαὶ πίστεις ἢ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν εἰσιν ἢ ἐπὶ τὰς ἀρχάς, ὥς πού φησι καὶ ὁ Πορφύριος. αἱ μὲν ἀπὸ τῶν ἀρχῶν διτταὶ καὶ αὐταὶ τυγχάνουσιν· ἢ γὰρ ἀπὸ τῶν κοινῶν ἐννοιῶν ὥρμηται καὶ τῆς ἐναργείας μόνῃς τῆς αὐτοπίστου ἢ ἀπὸ τῶν προδεδειγμένων· αἱ δὲ ἐπὶ τὰς ἀρχάς ἢ θετικά τῶν ἀρχῶν εἰσιν ἢ ἀναιρετικά. ἀλλὰ θετικά μὲν οὔσαι τῶν ἀρχῶν ἀναλύσεις καλοῦνται, καὶ ταύταις αἱ συνθέσεις ἀντίκεινται· δυνατὸν γὰρ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν ἐκείνων προελθεῖν εὐτάκτως ἐπὶ τὸ ζητούμενον, καὶ τοῦτό ἐστιν ἡ σύνθεσις. ἀναιρετικά δὲ οὔσαι εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγὰι προσαγορεύονται· τὸ γὰρ τῶν ὁμολογημένων τι καὶ ἐναργῶν ἀνατρέψαι ταύτης ἔργον τῆς ἐφόδου. καὶ ἔστι καὶ ἐπὶ ταύτης συλλογισμὸς τις, ἀλλ' οὐχ ὁ αὐτὸς ὥσπερ καὶ ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως· ἐν γὰρ ταῖς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαῖς ἡ πλοκὴ κατὰ τὸν δευτέρον ἐστὶ τῶν ὑποθετικῶν, οἷον· εἰ μὴ εἰσι τῶν ἴσας ἐχόντων γωνίας τριγώνων αἱ ὑποτείνουσαι πλευραὶ τὰς ἴσας γωνίας ἴσαι, τὸ ὅλον ἴσον ἐστὶ τῷ μέρει· ἀλλὰ τοῦτο ἀδύνατον· εἰσὶν ἄρα τῶν ἴσας ἐχόντων δύο γωνίας τριγώνων αἱ ὑποτείνουσαι πλευραὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ αὐταὶ ἴσαι. Ἰστέον, ὅτι ὁ περὶ ἐν σημεῖον τόπος εἰς τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας γωνίας διανέμεται, καὶ μόνα ταῦτα τὰ τρία πολύγωνα πληροῦν δύνανται τὸν περὶ ἐν σημεῖον ὅλον τόπον, τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον καὶ τὸ τετράγωνον καὶ τὸ ἐξάγωνον τὸ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον· ἀλλὰ τὸ μὲν ἰσόπλευρον τρίγωνον ἐξάκις παραληφθέν· ἕξ γὰρ δίμοιρα ποιήσει τὰς τέσσαρας ὀρθάς· τὸ δὲ ἐξάγωνον τρίς γενόμενον· ἐκάστη γὰρ ἐξαγωνικὴ γωνία ἴση ἐστὶ μιᾷ ὀρθῇ καὶ τρίτῳ· τὸ δὲ τετράγωνον τετράκις· ἐκάστη γὰρ τετραγωνικὴ γωνία ὀρθή ἐστίν.
- 136.8 ἕξ οὖν ἰσόπλευρα τρίγωνα συννεύσαντα κατὰ τὰς γωνίας τὰς τέσσαρας ὀρθὰς συμπληροῖ· τὰ δὲ λοιπὰ πολύγωνα ἢ πλεονάζει ἢ ἐλλείπει τῶν τεσσάρων ὀρθῶν, μόνα δὲ ταῦτα ἐξισοῦται κατὰ τοὺς εἰρημένους ἀριθμούς. Ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον ῥητὸν λέγει ὁ Εὐκλείδης.
- 136.9 προτεθεῖσα εὐθεῖα καλεῖται, ἣτις ἀρχὴ μέτρων καὶ οἷονεὶ κανὼν εἰς ἐκμέτρησιν ἡμῖν μηκῶν καθ' ὑπόθεσιν εἴληπται· οἷον, εἴ τις προτεῖνοι, πόσον εἴη τὸ μεταξὺ διάστημα ὑποκειμένων τινῶν σημείων, οὐδὲν ἂν ἔχοιμεν λέγειν, εἰ δὲ οὕτως πυνθάνοιτο, πόσων ἐστὶ ποδῶν ἢ πηχῶν, ἀναγκαίως ἂν δέοι πήχεως καὶ ποδὸς αἰτεῖν ἡμᾶς παρὰ τοῦ παρέχοντος πηλικότητα καὶ ἐκείνη χρωμένους τῇ προτεθείσῃ καὶ ῥητῇ εὐθείᾳ τὸ προτεθέν διάστημα ἐξετάζειν, εἰ ἔστιν ὅλως ῥητῷ σύμμετρον. Φανερόν δέ, ὅτι ἡ ὀρθότης τῆς γωνίας τῇ ἰσότητι συγγενής ἐστίν, ὥσπερ ὀξύτης καὶ ἀμβλύτης τῇ ἀνισότητι, ὁμοίως δὲ ὁμοιότης τῷ πέρατι, ἡ δὲ ἀνομοιότης ἀπειρία· ὅπερ γὰρ ἐστὶν ἐν ποσοῖς ἰσότης, τοῦτο ἐν τοῖς ποιοῖς ὁμοιότης.
- 136.11 Τῶν εὐθυγράμμων γωνιῶν κατὰ τε πέρας καὶ ἀπειρίαν ὑφισταμένων ἀπὸ τοῦ πέρατος ἤκων λόγος τὴν ὀρθὴν ἀπετέλεσε γωνίαν μίαν ἰσότητι κρατουμένην αἰεὶ μήτε αὐξήσιν μήτε μείωσιν ἐπιδεχομένην, ὃ δὲ ἀπὸ τῆς ἀπειρίας δεύτερος ὢν καὶ δυαδικὸς καὶ γωνίας ἀνέφηνε διπλᾶς περὶ τὴν ὀρθὴν ἀνισότητι διηρημένας κατὰ τὸ μῆζον καὶ ἔλασσον καὶ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἥττον ἀπέραντον ἐχούσας κίνησιν τῆς μὲν ἀμβλυνομένης μᾶλλον καὶ ἥττον, τῆς δὲ ὀξυνομένης. διὰ δὴ ταῦτα καὶ τῶν θείων διακόσμων καὶ τῶν μερικωτέρων δυνάμεων τὰς μὲν ὀρθὰς γωνίας εἰς τοὺς ἀχράντους ἀναπέμπουσιν ὡς τῆς ἀκλίτου προνοίας τῶν δευτέρων αἰτίους· τὸ γὰρ ὀρθὸν καὶ ἀκλινὲς πρὸς τὸ χεῖρον καὶ ἄτρεπτον ἐκείνοις προσήκει τοῖς θεοῖς· τὰς δὲ ἀμβλείας καὶ ὀξείας τοῖς τῆς προόδου καὶ τοῖς τῆς κινήσεως καὶ τῆς ποικιλίας τῶν δυνάμεων χορηγοῖς ἀνεῖσθαι λέγουσι· τό τε γὰρ ἀμβλὺ τῆς ἐπὶ πᾶν ἀπλουμένης τῶν εἰδῶν ἐκτάσεώς ἐστίν εἰκῶν, καὶ τὸ ὀξὺ τῆς διαιρετικῆς καὶ κινητικῆς τῶν ὅλων αἰτίας ἀφομοίωσιν ἔλαχε. καὶ μὴν καὶ ἐν αὐτοῖς τοῖς οὗσι τῇ μὲν οὐσίᾳ ἡ ὀρθότης τὸν αὐτὸν ὅρον τοῦ εἶναι φυλάττουσα προσέοικε, τοῖς δὲ συμβεβηκόσιν ἢ τε ἀμβλεῖα καὶ ὀξεῖα· ταῦτα γὰρ δέχεται τὸ

μᾶλλον καὶ τὸ ἦττον καὶ ἀορίστως μεταβάλλοντα οὐδέποτε παύεται. σύμβολον οὖν καὶ ἡ κάθετός ἐστιν ἀρρεψίας, καθαρότητος ἀχράντου, δυνάμεως ἀκλινοῦς, πάντων τῶν τοιούτων. ἔστι δὲ καὶ μέτρου θείου καὶ νοεροῦ σύμβολον· διὰ γὰρ καθέτου καὶ τὰ ὕψη τῶν σχημάτων ἀναμετροῦμεν, καὶ πρὸς τὴν ὀρθὴν ἀναφορὰ τὰς ἄλλας εὐθυγράμμους γωνίας ὀρίζομεν αὐτάς ἐφ' ἑαυτῶν ἀορίστους οὕσας· ἐν ὑπερβολῇ γὰρ καὶ ἐλλείψει θεωροῦνται, τούτων δὲ ἑκάτερα καθ' ἑαυτὴν ἀπέραντός ἐστιν. Ἀποδείξεως δεῖσθαι καὶ κατασκευῆς παρὰ τὴν ιδιότητα τῶν ζητουμένων τῆς τῶν αἰτημάτων καὶ ἀξιωμάτων ἐναργείας ἀπολειπομένην.

136.12 ἄμφω μὲν οὖν τὸ ἀπλοῦν ἔχειν δεῖ καὶ εὐληπτον, τό τε αἶτημα λέγω καὶ τὸ ἀξίωμα, ἀλλὰ τὸ μὲν αἶτημα προστάττειν ἡμῖν μηχανήσασθαι καὶ πορίσασθαι τινα ὕλην εἰς συμπτωμάτων ἀπόδοσιν ἀπλὴν ἔχουσαν καὶ εὐπετὴ τὴν λῆψιν, τὸ δὲ ἀξίωμα συμβεβηκός τι κατ' αὐτὸ λέγειν γνῶριμον αὐτόθεν τοῖς ἀκούουσιν, ὥσπερ καὶ τὸ θερμὸν εἶναι τὸ πῦρ. ἑκάτερον δὲ ἐστὶν ἀρχὴ ἀναπόδεικτος, καὶ τὸ αἶτημα καὶ τὸ ἀξίωμα, εἰ καὶ τὸ μὲν ὡς εὐπόριστον λαμβάνεται, τὸ δὲ ὡς εὐγνώστον. Πᾶν πρόβλημα καὶ πᾶν θεωρήμα τὸ ἐκ τελείων αὐτοῦ μερῶν πεπληρωμένον βούλεται ταῦτα πάντα ἔχειν ἐν ἑαυτῷ· πρότασιν, ἔκθεσιν, διορισμόν, κατασκευὴν, ἀπόδειξιν, συμπέρασμα.

136.13 τούτων δὲ ἡ μὲν πρότασις λέγει, τίνος δεδομένου τί τὸ ζητούμενόν ἐστιν· ἡ γὰρ τελεία πρότασις ἐξ ἀμφοτέρων ἐστίν· ἡ δὲ ἔκθεσις αὐτὸ καθ' ἑαυτὸ τὸ δεδομένον ἀποδιαλαβοῦσα προευντρεπίζει τῇ ζητήσῃ, ὃ δὲ διορισμὸς χωρὶς τὸ ζητούμενον, ὃ τι ποτὲ ἐστὶ, διασαφεῖ, ἡ δὲ κατασκευὴ τὰ ἐλλείποντα τῷ δεδομένῳ πρὸς τὴν τοῦ ζητουμένου θήραν προστίθῃσιν, ἡ δὲ ἀπόδειξις ἐπιστημονικῶς ἐκ τῶν ὁμολογηθέντων συνάγει τὸ προκείμενον, τὸ δὲ συμπέρασμα πάλιν ἐπὶ τὴν πρότασιν ἀναστρέφει βεβαιοῦν τὸ δεδειγμένον. καὶ τὰ μὲν σύμπαντα μέρη τῶν τε προβλημάτων καὶ τῶν θεωρημάτων ἐστὶ τὸσαῦτα, τὰ δὲ ἀναγκαιότατα καὶ ἐν πᾶσιν ὑπάρχοντα πρότασις καὶ ἀπόδειξις καὶ συμπέρασμα· δεῖ γὰρ καὶ προειδέναι τὸ ζητούμενον καὶ δείκνυσθαι τοῦτο διὰ τῶν μέσων καὶ συνάγεσθαι τὸ δεδειγμένον, καὶ τούτων τῶν τριῶν ἐκλείπειν τι τῶν ἀδυνάτων ἐστὶ· τὰ δὲ λοιπὰ πολλαχοῦ μὲν παραλαμβάνεται, πολλαχοῦ δὲ καὶ ὡς οὐδεμίαν παρέχοντα χρεῖαν παραλείπεται· διορισμὸς τε γὰρ καὶ ἔκθεσις οὐκ ἔστιν ἐν ἐκείνῳ τῷ προβλήματι. Τῶν προβλημάτων τὰ μὲν μοναχῶς γίνεται, τὰ δὲ διχῶς, τὰ δὲ πλεοναχῶς, τὰ δὲ ἀπειραχῶς, μοναχῶς μὲν ὡς τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον, τῶν δὲ λοιπῶν τὸ μὲν διχῶς συνίσταται, τὸ δὲ τριχῶς· ἀπειραχῶς δὲ τὰ τοιαῦτα προβλήματα γένοιντο· ἅν· τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τέμνειν εἰς τρία ἀναλόγως.

136.15 Πρὸ τῶν ἄλλων καὶ ἐν τοῖς πολλοῖς καὶ κατὰ τὴν πρὸς αὐτὰ σχέσιν καὶ κατηγορίαν ὑφιστάμενα. τριττῶν δὲ ὄντων ὡς συνελόντι φάναι τῶν καθολικῶν εἰδῶν τοῦ μετεχομένου ἐν τοῖς πολλοῖς ὄντος καὶ τὰ μερικὰ ἐκπληροῦντος νοήσωμεν διαφορὰς κατὰ τὴν ὑποκειμένην ὕλην καὶ τὰ μετέχοντα αὐτοῦ διττὰ θέμενοι, τὰ μὲν αἰσθητά, τὰ δὲ φαντασία τὴν ὑπόστασιν ἔχοντα· καὶ γὰρ ἡ ὕλη διττὴ καὶ ἡ μὲν αἰσθήσει συζυγούντων, ἡ δὲ φανταστῶν. Πᾶν γὰρ τὸ καθόλου καὶ τὸ ἐν καὶ τῶν πολλῶν περιληπτικὸν ἢ ἐν τοῖς καθ' ἕκαστα φαντάζεσθαι καὶ τὴν ὑπαρξιν ἐν τούτοις ἔχειν ἀχώριστον ἀπ' αὐτῶν ὑπάρχον καὶ κατατεταγμένον ἐν αὐτοῖς καὶ μετὰ τούτων ἢ συγκινούμενον ἢ μονίμως ἐστὼς καὶ ἀκινήτως, ἢ πρὸ τῶν πολλῶν ὑφεστάναι καὶ γεννητικὸν εἶναι τοῦ πλήθους ἐμφάσεις ἀφ' ἑαυτοῦ τοῖς πολλοῖς παρέχον καὶ ἀμερίστως μὲν αὐτὸ προτεταγμένον τῶν μετεχόντων, ποικίλας δὲ μεθέξεις εἰς τὰ δευτέρα χορηγοῦν.

136.17 Τὸ τῆς γραμμῆς εἶδος διττὴν συνέχουσα δύναμιν, ἀμερίστον καὶ μεριστήν· ἔχει γὰρ τὸ σημεῖον ἀμερῶς καὶ τὰ διαστήματα μεριστῶς. Τὴν μονάδα λέγουσι στιγμὴν ἄθετον, τὴν δὲ στιγμὴν θέσιν ἔχουσαν.

136.18

τὸ δὲ σημεῖον ἐν φαντασίᾳ προτείνεται καὶ οἷον ἐν τόπῳ γέγονε καὶ ἔνυλόν ἐστι κατὰ τὴν νοητὴν ὕλην. ἄθετος οὖν ἢ μονὰς ὡς ἄυλος καὶ παντὸς ἕξω διαστήματος καὶ τόπου· θέσιν ἔχει τὸ σημεῖον ὡς ἐν τοῖς φαντασίας κόλποις. Διττὸν δὲ τὸ σημεῖον, ἢ καθ' αὐτὸ ἢ ἐν τῇ γραμμῇ, καὶ ὡς πέρας ὃν μόνον καὶ ἐν οὔτε ὅλον οὔτε μέρη ἔχον μιμεῖται τὴν ἀκρότητα τῶν ὄντων καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἀνάλογον τίθεται τῇ μονάδι.

- 136.19 δυάδι δὲ τὴν γραμμὴν, τριάδι δὲ τὴν ἐπιφάνειαν. Οἱ Πυθαγόρειοι τῇ τριάδι προσήκειν ἔλεγον τὴν ἐπιφάνειαν, διότι δὴ τὰ ἐπ' αὐτῆς σχήματα πάντα πρώτην αἰτίαν ἔχει τὴν τριάδα.
- 136.20 ὁ μὲν γὰρ κύκλος, ὅς ἐστιν ἀρχὴ τῶν περιφερομένων, ἐν κρυφίῳ ἔχει τὸ τριαδικὸν τῷ κέντρῳ, τῇ διαστάσει, τῇ περιφερείᾳ, τὸ δὲ τρίγωνον ἀπάντων ἡγεμονοῦν τῶν εὐθυγράμμων παντί που δῆλον ὅτι τῇ τριάδι κατέχεται καὶ κατ' ἐκείνην μεμόρφωται. Ἐν λέγεται τὸ πέρας καὶ ἀπειρία καὶ τὸ μικτόν· πάντα γὰρ τὰ ὄντα ἐκ τούτων ἐνοῦται.
- 136.22 Τὴν ἐπιστήμην διαιροῦσιν εἰς ἀνυπόθετον καὶ ἐνυπόθετον, καὶ τὴν μὲν ἀνυπόθετον τῶν ὅλων εἶναι γνωστικὴν μέχρι τοῦ ἀγαθοῦ καὶ τῆς ἀνωτάτω τῶν πάντων αἰτίας ἀναβαίνουσιν καὶ τῆς ἀναγωγῆς τέλος ποιουμένην τὸ ἀγαθόν, τὴν δὲ ἐνυπόθετον ὠρισμένης ἀρχᾶς προστησαμένην ἀπὸ τούτων δεικνύναι τὰ ἐπόμενα αὐταῖς, οὐκ ἐπ' ἀρχὴν ἀλλ' ἐπὶ τελευτὴν ἰοῦσαν. καὶ οὕτως δὴ τὴν μαθηματικὴν ἅτε ὑποθέσειν χρωμένην τῆς ἀνυποθέτου καὶ τελείας ἐπιστήμης ἀπολείπεσθαι· μία γὰρ ἢ ὄντως ἐπιστήμη, καθ' ἣν τὰ ὄντα πάντα γινώσκειν πέφυκε, καὶ ἀφ' ἧς πᾶσαι αἱ ἀρχαὶ ταῖς μὲν ἐγγυτέρω τεταγμέναις ταῖς δὲ πορρωτέρω [καθάπερ ὁ νοῦς]. Περὶ δὲ διαλεκτικῆς, καθάπερ ὁ νοῦς ὑπερίδρυται τῆς διανοίας καὶ χορηγεῖ τὰς ἀρχὰς ἄνωθεν αὐτῇ καὶ τελειοῖ τὴν διάνοιαν ἀφ' ἑαυτοῦ, κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ διαλεκτικὴ φιλοσοφίας οὕσα τὸ καθαρώτατον μέρος προσεχῶς οὕσα ὑπερήπλωται τῶν μαθημάτων καὶ περιέχει τὴν ὅλην αὐτῶν ἀνέλιξιν καὶ δίδωσι δυνάμεις ἀφ' ἑαυτῆς ταῖς ἐπιστήμαις αὐτῶν παντοίας τελειουργοὺς καὶ κριτικὰς καὶ νοεράς, τὴν ἀναλυτικὴν λέγω καὶ διαιρετικὴν καὶ τὴν ὀριστικὴν καὶ ἀποδεικτικὴν, ἀφ' ὧν δὴ χορηγουμένη καὶ τελειουμένη ἡ μαθηματικὴ τὰ μὲν δι' ἀναλύσεως εὕρισκει, τὰ δὲ διὰ συνθέσεως, καὶ τὰ μὲν διαιρετικῶς ὑψηλεῖται, τὰ δὲ ὀριστικῶς, τὰ δὲ δι' ἀποδείξεως καταδεῖται τῶν ζητουμένων, συναρμόζουσα μὲν τοῖς ὑποκειμένοις ἑαυτῇ τὰς μεθόδους ταύτας.
- 136.24 Τὴν γωνίαν σύμβολον εἶναί φαμεν καὶ εἰκόνα τῆς συνοχῆς τῆς ἐν τοῖς θείοις γένεσιν καὶ τῆς συναγωγῇ τάξεως τῶν διηρημένων εἰς ἓν καὶ τῶν μεριστῶν εἰς τὸ ἀμερὲς καὶ τῶν πολλῶν εἰς συνδετικὴν κοινωνίαν· δεσμός γὰρ γίνεται καὶ αὕτη τῶν πολλῶν γραμμῶν καὶ ἐπιπέδων καὶ συναγωγὸς τοῦ μεγέθους εἰς τὸ ἀμερὲς τῶν σημείων καὶ συνεκτικὴ παντὸς τοῦ κατ' αὐτὴν ὑφισταμένου σχήματος. διὸ καὶ τὰ λόγια τὰς γωνιακὰς συμβολὰς τῶν σχημάτων συνοχηίδας ἀποκαλεῖ, καθ' ὅσον εἰκόνα φέρουσι τῶν συνοχικῶν ἐνώσεων καὶ συζεύξεων τῶν θείων, καθ' ἃς τὰ διεστῶτα συνάπτουσιν ἀλλήλοις. αἱ μὲν οὖν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις γωνίαι ἀυλοτέρας αὐτῶν καὶ ἀπλουστέρας ἀποτελοῦνται καὶ τελειοτέρας ἐνώσεις, αἱ δὲ ἐν τοῖς στερεοῖς προϋούσας μέχρι τῶν ἐσχάτων καὶ τοῖς διεσπασμένοις κοινωνίαν καὶ τοῖς πάντῃ μεριστοῖς ὁμοφυῇ σύνταξιν παρεχομένας. τῶν δὲ ἐν ταῖς ἐπιφανείαις αἱ μὲν τὰς πρώτας αὐτῶν καὶ ἀμίκτους, αἱ δὲ τὰς τῆς ἀπειρίας συνεκτικὰς τῶν ἐν αὐταῖς προόδων ἀπεικονίζονται, καὶ αἱ μὲν τὰς τῶν νοερῶν εἰδῶν ἐνοποιοῦσιν, αἱ δὲ τὰς τῶν αἰσθητῶν λόγων, αἱ δὲ τὰς τῶν μεταξὺ τούτων συνδετικὰς. αἱ μὲν οὖν περιφερόγραμμοι μιμοῦνται γωνίαι τὰς συνελισσοῦσας αἰτίας τὴν νοερὰν ποικιλίαν εἰς ἔνωσιν· νοῦ γὰρ καὶ νοερῶν εἰδῶν αἱ περιφέρειαι συννεύειν ἐπειγόμεναι πρὸς ἑαυτὰς εἰκόνες· αἱ δὲ εὐθύγραμμοι τὰς τῶν αἰσθητῶν προϊσταμένας καὶ τὴν σύνδεσιν τῶν ἐν τούτοις λόγων παρεχομένας, αἱ δὲ μικταὶ τὰς τε κοινωνίας τῶν τε αἰσθητῶν καὶ τῶν νοερῶν κατὰ μίαν ἔνωσιν ἀσάλευτον φυλαττούσας. δεῖ δὴ πρὸς ταῦτα τὰ παραδείγματα ἀποβλέποντας καὶ τῶν καθ' ἕκαστα αἰτίας ἀποδιδόναι. Κυκλικῶς λέγεται

- κινεῖσθαι ἢ ψυχὴ ταῖς νοητικαῖς δυνάμεσιν οὕτως· τὸ νοητὸν ὡς κέντρον ἐστὶ τῷ νῷ, ὁ δὲ νοῦς συνέχει περὶ αὐτὸ καὶ ἐρᾷ καὶ ἐνίζεται πρὸς αὐτὸ ταῖς νοεραῖς ὅλαις πανταχόθεν ἐνεργείαις.
- 136.25 ταῖς ψυχαῖς ἐπιλάμπει τὸ αὐτόζωνον, τὸ αὐτοκίνητον, τὸ πρὸς νοῦν ἐστράφθαι καὶ περιχορεύειν τὸν νοῦν, τὸ ἀποκαθίστασθαι κατὰ τὰς οἰκείας περιόδους ἀνελισσούσας τοῦ νοῦ τὴν ἀμέρειαν· πάλιν γὰρ αἱ μὲν νοεραὶ τάξεις ὥσπερ τὰ κέντρα τὴν ὑπεροχὴν ἔξουσι πρὸς τὰς ψυχάς, αἱ δὲ ψυχαὶ περὶ αὐτὰς κατὰ κύκλον ἐνεργήσουσι. καὶ γὰρ πᾶσα ψυχὴ κατὰ μὲν τὸ νοερὸν ἑαυτῆς καὶ αὐτὸ τὸ ἐν τὸ ἀκρότατον κεκέντρωται, κατὰ δὲ τὸ πλῆθος κυκλικῶς περιπορεύεται περιπτύξασθαι ποθοῦσα τὸν ἑαυτῆς νοῦν. Ἐπτά εἶδη εἰσὶ τῶν τριγώνων· τὸ ἰσόπλευρον μονοειδῶς, τὸ δὲ ἰσοσκελὲς ἢ ὀρθογώνιον ἐστὶν ἢ ἀμβλυγώνιον ἢ ὀξυγώνιον, καὶ τὸ σκαληνὸν ὁμοίως.
- 136.27 Οὐκ ἔστιν εὐρεῖν τετράγωνον ἀριθμὸν τετραγώνου διπλάσιον, ἀλλ' οὐδὲ ἰσόπλευρον τρίγωνον ὀρθογώνιον τὴν ὑποτείνουσιν ἴσην τῶν δύο τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἔχον. Ἔστι διαφορὰ μονάδος καὶ ἐνάδος οὕτως· ἐπειδὴ ἔστιν ἐν τοῖς οὖσιν εἰδοποιία καὶ ταυτότης, καλεῖται μονάς.
- 136.28 ἔστι δὲ ἑτερότης· καλεῖται δυάς. ἔστιν ἑτέρα ὑπερτέρα δύναμις, ἀρχὴ κοινὴ τῶν δύο τούτων, ἥτις πάντα ἐπίσταται· αὕτη ἐν καλεῖται. ὥστε τὸ ἐν ὑπέρτερόν ἐστι τῆς μονάδος. ἰστέον δέ, ὅτι, ἐπειδὴ ἔστι δυάς καὶ μονάς καὶ τὸ ἐν, δυάς μὲν αὐτὰ τὰ σώματα, μονάς δὲ τὸ εἶδος τὸ ἐν αὐτοῖς, ἐν δὲ ἡ φύσις. Διαφέρει ἡ πρώτη φιλοσοφία τῆς διαλεκτικῆς, ὅτι ἡ μὲν πρώτη φιλοσοφία δι' ἀληθεστάτων πρόεισιν, ἡ δὲ διαλεκτικὴ ἐκ πιθανῶν.
- 136.30 Τὰ περιφερόγραμμα ἴσα δεικνύναι δυνατόν τοῖς εὐθυγράμμοις. ὁ Ἀρχιμήδης ἔδειξεν, ὅτι πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶν τριγώνῳ ὀρθογώνῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει. Ἀναλογία ἐστὶν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.
- 136.31 ἀναλογία ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστη ἐστίν. Πρότασις διαιρεῖται εἰς δεδομένον καὶ ζητούμενον, οὐ μὴν τοῦτο αἰεὶ γίνεται, ἀλλ' ἐνίοτε λέγει μόνον τὸ ζητούμενον.
- 136.32 ὅταν δὲ ἡ πρότασις ἀμφοτέρα σχῇ τὸ δεδομένον καὶ τὸ ζητούμενον, τότε διορισμὸς εὐρίσκεται καὶ ἔκθεσις, ὅταν δὲ ἐλλείπη τὸ δεδομένον, ἐλλιμπάνει καὶ ταῦτα· ἡ γὰρ ἔκθεσις τοῦ δεδομένου ἐστὶ καὶ ὁ διορισμός. τί γὰρ ἂν εἴποι ὁ διοριζόμενος ἐπὶ προβληθέντος προβλήματος, εἰ μὴ ὅτι δεῖ εὐρεῖν ἰσοσκελὲς τοιόνδε; τοῦτο δ' ἦν ἡ πρότασις. ἐὰν ἄρα ἡ πρότασις μὴ ἔχη μὲν τὸ δεδομένον, τὸ δὲ ζητούμενον, ἡ μὲν ἔκθεσις σιωπᾷται τῷ μὴ εἶναι τὸ δεδομένον, ὁ δὲ διορισμὸς παραλείπεται. Ἰστέον, ὅτι τῶν τριγώνων τὰ μὲν εἰσὶν ἔκγονα ἰσότητος, τὰ δὲ ἀμφοτέρων ἀπογεννώμενα.
- 136.33 διὰ παντὸς ἡ τριάς αὕτη πέφυκεν, οἷον γραμμῶν, γωνιῶν, σχημάτων, καὶ ἐν τοῖς σχήμασι τριπλεύρων, τετραπλεύρων, ἑξῆς ἀπάντων, καὶ τὰ μὲν ὄντα πέρατι συγγενῆ, τὰ δὲ ἀπειρία, τὰ δὲ κατὰ τὴν μίξιν ἀμφοτέρων. [Ῥητὰ μεγέθη λέγεται, ὅσα ἐστὶν ἀλλήλοις σύμμετρα, ὅσα δὲ ἀσύμμετρα, ἄλογα εἰσι μὴ ἔχοντα λόγον πρὸς ἄλληλα.
- 136.34] Τὸ ῥητὸν καὶ ἄλογον μέγεθος ἐκάτερον οὐκ ἔστι τῶν καθ' ἑαυτὰ νοουμένων, ἀλλὰ πρὸς ἕτερον συγκρινομένων· ὅσα γὰρ ἀλλήλοις σύμμετρα, ταῦτα καὶ ῥητὰ πρὸς ἄλληλα λέγεται, ὅσα δὲ ἀλλήλοις ἀσύμμετρα, ταῦτα ἄλογα πρὸς ἄλληλα λέγεται. οἱ μὲν ἀριθμοὶ σύμμετροι τυγχάνουσιν, ἐπεὶ περ ἕκαστος αὐτῶν ὑπὸ τινος ἐλαχίστου μέτρου μετρεῖται. ὁμοίως δὲ πῆχυς καὶ παλαιστής συμμετρίας ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους· ἐκάτερος γὰρ ὑπὸ ἐλαχίστου μέτρου καταμετρεῖται ὑπὸ δακτύλου θέσει τῶν μέτρων ὄντων μονάδος θέσιν ἔχοντος αὐτοῦ. ἀπείρου δὲ τῆς ἐν τοῖς μεγέθεσιν ὑπαρχούσης τομῆς καὶ μηδενὸς ὑφεστηκότος ἐλαχίστου μέτρου δῆλον, ὅτι τοῦ ῥητοῦ μεγέθους οὐχ ἔν τι καὶ ὠρισμένον, ὡς ὁ δάκτυλος, ἐλάχιστον μέτρον, ἀλλ' ἐφ' ἡμῖν ἔστιν, ὀπηλίκον ἂν θέλωμεν, ἐλάχιστον ὑποθέσθαι μέτρον γνῶριμον, ἐν ᾧ ἡ μονάς πᾶν γὰρ καθ' ἑαυτὸ μέγεθος, ὡς ἐλέχθη, οὔτε ῥητὸν οὔτε ἄλογον, ὅτι καὶ πᾶσα εὐθεῖα καθ' ἑαυτὴν

οὔτε ῥητὴ οὔτε ἄλογός ἐστιν, συγκρινομένη δὲ πρὸς ὑποτεθεῖσαν ἐν θέσει μονάδα ῥητὴ ἢ ἄλογος εὐρίσκεται. οὕτως οὖν τῆς τετραγώνου πλευρᾶς ὑποτεθείσης ῥητῆς ἢ διάμετρος δυνάμει ῥητὴ εὐρίσκεται· μήκει γὰρ ἄλογος εὐρίσκεται· καὶ πάλιν αὖ τῆς διαμέτρου ῥητῆς ὑπαρχούσης ἢ πλευρὰ δυνάμει ῥητὴ ἑκατέρας αὐτῶν καθ' αὐτὴν οὔτε ῥητῆς οὔτε ἀρρήτου, τουτέστιν ἀλόγου, ὑπαρχούσης. οὕτως οὖν τῶν εὐθειῶν ἐλάχιστόν τι μέτρον ὑποθέμενοι εὐθεῖαν μονάδα οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων ῥητὴν ὠνόμαζον καὶ τὰς αὐτῇ συμμετρους ῥητάς· ὁμοίως καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον ῥητὸν καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα χωρία ῥητὰ ἐκάλεσαν καὶ ῥητὸν ὁμοίως τὸν ἀπ' αὐτῆς κύβον καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα στερεά. ἄρρητον δ' ἀκουστέον, τουτέστιν ἄλογον, στερεὸν μὲν τὸ ἀσύμμετρον τῷ ἀπὸ ῥητῆς κύβῳ, ἐπίπεδον δὲ τὸ ἀσύμμετρον τῷ ἀπὸ ῥητῆς τετραγώνῳ, μήκος δέ, τουτέστιν εὐθεῖαν, τὸ ῥητῇ ἀσύμμετρον. ἐπὶ δὲ τῶν εὐθειῶν διττῆς νοουμένης τῆς ἀσύμμετρίας, μιᾶς μὲν, ὅταν αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀσύμμετροι ᾖσι, τὰ δὲ ἀπ' αὐτῶν χωρία σύμμετρα ἀλλήλοις, ἐτέρας δέ, ὅταν καὶ τὰ αὐτὰ χωρία ἀσύμμετρα ἀλλήλοις ᾖ, διττὴ καὶ ἡ πρὸς τὴν ῥητὴν διαφορὰ κατὰ τοὺς παλαιοὺς ὑπῆρχεν· αἱ μὲν γὰρ λέγονται δυνάμει ῥηταὶ καὶ ἄλογοι, αἱ δὲ λοιπαὶ μήκει. δυνάμει μὲν εἰσι ῥηταί, ὡς προείπομεν, ὅσαι μὲν εἰσιν αὐταὶ ἀσύμμετροι τῇ ῥητῇ, τὰ δ' ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα σύμμετρα τῷ ἀπὸ ῥητῆς τετραγώνῳ, μήκει δέ, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἢ ἐν τετραγώνοις ἀριθμοῖς ᾖ ἢ τὰς πλευρὰς ἔχῃ συμμετρους τῇ ῥητῇ μήκει. καὶ καθόλου καλεῖται ἡ τῇ ῥητῇ σύμμετρος ῥητὴ εἴτε μήκει εἴτε δυνάμει μόνον.

136.35 Ὅρίζονται δὲ τὴν ῥητὴν καὶ οὕτως ῥητὴ ἐστιν ἡ δι' ἀριθμῶν γνωρίμη. οὐκ ἔστι δὲ ῥητῆς ὅρος οὗτος, ἀλλὰ συμβεβηκὸς αὐτῇ. ὅταν γὰρ λόγου χάριν ἐκτεθῶσι ῥηταὶ τῶν ἀπὸ τῆς πηχυαίας ῥητῆς, οἶδαμεν ἐκάστην, πόσων ἐστὶ παλαιστῶν ἢ δακτύλων· ὅθεν ἐκ τῶν συμβεβηκότων λέγομεν ῥητὴν δι' ἀριθμῶν γνωρίμην. διαφέρει δὲ ῥητὴ δοθείσης τῷ τὴν μὲν ῥητὴν δοθεῖσαν εἶναι πάντως, τὴν δοθεῖσαν δὲ οὐκ ἐξ ἀνάγκης ῥητὴν· ἢ μὲν ῥητὴ καὶ πηλικότητι καὶ ποιότητι γνωρίμη ἐστίν, ἢ δὲ δοθεῖσα πηλικότητι καὶ μεγέθει μόνον· καὶ γὰρ εἰσὶ τινες ἄλογοι δεδομένοι. Ἡ ἄπειρος γραμμὴ οὐδὲ πολλαπλασιάζεσθαι δύναται ποτε οὐδὲ συγκρίνεσθαι ἕτερον πρὸς ἕτερον.

136.36 τὰ γὰρ μὴ ὁμογενῇ οὐ δύναται λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα, λόγος δὲ ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν πρὸς ἄλληλα ποιά σχέσις, οἷον γραμμὴ πρὸς γραμμὴν καὶ ἐπιφάνεια πρὸς ἐπιφάνειαν καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως. τῶν ἀναλογιῶν αἱ μὲν εἰσι συνεχεῖς, αἱ δὲ διεχεῖς, συνεχεῖς μὲν αἱ ἐξῆς καὶ ἀδιακόπως ἔχουσιν τὰς σχέσεις, διεχεῖς δὲ εἰσιν, ὅταν μὴ οὕτως ἔχωσιν οἱ λόγοι, ἀλλὰ διηρημένοι ἀπ' ἀλλήλων καὶ μὴ ὑπὸ τοῦ μέσου ὅρου συναπτόμενοι ἀλλήλοις· ὁ γὰρ μέσος ὅρος τοῦ μὲν ἡγεῖται, τῷ δὲ ἔπεται.

136.37 συνεχῆς ὡς $\eta \delta \beta$, διεχῆς ὡς η πρὸς δ καὶ ζ πρὸς γ . Λόγος ἐστὶ τὸ διάστημα τὸ μεταξὺ τῶν μεγεθῶν τῶν ἐκκειμένων. Ἡ ὀρθὴ γωνία σύμβολόν ἐστὶ τῆς ἀκλινῶς συνεχομένης ἐνεργείας τῇ ἰσότητι καὶ ὄρῳ καὶ πέρατι· ὅθεν καὶ ζωῆς εἰκὼν λέγεται κατιούσης τὴν κάθοδον ἢ κάθετος, ἢ ποιεῖ τὰς ὀρθὰς γωνίας.

136.38 —δύο μονάδας λέγει τὰς προνοητικὰς ἐνεργείας παρὰ τοῦ θεοῦ εἰς ἡμᾶς κυκλικῶς καὶ κατ' εὐθεῖαν· ὅθεν καὶ τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον σύμβολον τῆς ψυχῆς μέσον δύο κύκλων ἐχόντων τοὺς λόγους τῶν αἰσθητῶν ἐπὶ τῆς θείας ψυχῆς. καὶ ἐστὶν ἡ εὐθεῖα σύμβολον τῆς γνώσεως τῶν ὅλων ἀπείρως καὶ ἀορίστως κινουμένης. —τὰς δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας [ἀλλήλων]· αἱ μὲν δύο ὀρθαὶ ἴδιόν ἐστι, τὸ δὲ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας κοινόν. τὰ γὰρ ἄνισα δυσὶν ὀρθαῖς δύνανται ἐλθεῖν εἰς τὴν ἰσότητα. Πᾶν γε μὴν τὸ δεδομένον καθ' ἓνα τούτων δέδοται τῶν τρόπων, ἢ θέσει ἢ λόγῳ ἢ μεγέθει ἢ εἴδει.

136.39

τὸ μὲν γὰρ σημεῖον θέσει δέδοται μόνον, γραμμὴ δὲ καὶ τὰ ἄλλα πᾶσιν· ὅταν γὰρ λέγωμεν τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον, τὸ εἶδος λέγομεν ὅποιον δέδοται τῆς γωνίας, ὅτι εὐθύγραμμον, ἵνα μὴ ζητῶμεν διὰ τῶν αὐτῶν μεθόδων καὶ τὴν περιφερόγραμμον δίχα τεμεῖν, ὅταν δὲ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην ἀφελεῖν, τῷ μεγέθει· δέδοται γὰρ τὸ μείζον καὶ ἔλασσον καὶ τὸ πεπερασμένον καὶ ἄπειρον, ἃ τοῦ μεγέθους ἐστὶν ἴδια κατηγορήματα. ὅταν δὲ λέγωμεν· ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ *. ὅταν δὲ πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ χρῇ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι, τότε τῇ θέσει δέδοται τὸ σημεῖον· διὸ καὶ τῆς θέσεως διαφόρου δυναμένης εἶναι καὶ ἡ κατασκευὴ ποικιλίαν ἐπιδέχεται. τετραχῶς οὖν λαμβανομένου τοῦ δεδομένου δῆλον, ὅτι καὶ ἡ ἔκθεσις γίνεται τετραχῶς. Ὁ μὲν κύκλος εἰκὼν ἐστὶ τῆς νοερᾶς οὐσίας, τὸ δὲ τρίγωνον τῆς πρώτης ψυχῆς διὰ τὴν ἰσότητα καὶ τιμιότητα καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν γωνιῶν καὶ πλευρῶν.

- 136.40 διὰ τοῦτο καὶ τὸ πρῶτον θεώρημα τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον μέσον τῶν κύκλων ἰσόπλευρον ἀποδεικνύει καὶ ἰσογώνιον. καὶ πᾶσα ψυχὴ πρόεισιν ἀπὸ νοῦ καὶ ἐπιστρέφει πρὸς νοῦν καὶ μετέχει τοῦ νοῦ. Τὰ κυρίως λεγόμενα προβλήματα βούλεται τὴν ἀοριστίαν διαφυγεῖν.
- 136.42 Τῶν προβλημάτων τὰ μὲν ἄπτωτά ἐστι, τὰ δὲ πολύπτωτα, ὥσπερ καὶ τῶν θεωρημάτων. ὅσα μὲν τὴν αὐτὴν δύναμιν ἔχει διὰ πλειόνων πεφοιτηκυῖαν διαγραμμάτων καὶ τὰς θέσεις ἐξαλλάττοντα τὸν αὐτὸν φυλάττει τῆς ἀποδείξεως τρόπον, ταῦτα λέγεται πτώσεις ἔχειν, ὅσα δὲ κατὰ μίαν θέσιν καὶ κατασκευὴν μίαν προκόπτει, ταῦτα ἄπτωτά ἐστιν· ἀπλῶς γὰρ πτώσις περὶ τὴν κατασκευὴν ὁρᾶται καὶ τῶν προβλημάτων καὶ τῶν θεωρημάτων. Τῶν γεωμετρικῶν προτάσεων τὰ πολλὰ καταφάσεις εἰσὶν οὐ πολὺ προσδεόμενα ἀποφάσεων, τὸ δὲ καθόλου ἀποφατικὸν δεῖται καὶ καταφάσεων μέλλον δείκνυσθαι· ἄνευ γὰρ καταφάσεως οὐδ' ἀπόδειξις ἔστιν οὐδὲ συλλογισμός.
- 136.43 διὰ τοῦτο αἱ ἀποδεικτικαὶ τῶν ἐπιστημῶν τὰ μὲν πλεῖστα καταφατικά δεικνύουσιν. Τετραχῶς δύναται δεδόσθαι, πρῶτον θέσει, ὡς ὅταν λέγωμεν πρὸς τῇδε τῇ εὐθείᾳ καὶ τῷδε τῷ σημείῳ κεῖσθαι τὴν γωνίαν, δεύτερον τὸ εἶδος, οἷον ὅταν ὀρθὴν λέγωμεν ἢ ὀξεῖαν ἢ ἀμβλεῖαν ἢ ὅλως εὐθύγραμμον ἢ μικτήν, τρίτον καὶ λόγῳ, ὅταν διπλασίαν ἢ ὅλως μείζονα καὶ ἐλάσσονα, τέταρτον καὶ μεγέθει, ὡς ὅταν τρίτον ὀρθῆς λέγωμεν.
- 136.45 Μόνα τρία πολύγωνα πληροῦν δυνάμενα τὸν περὶ ἓν σημεῖον τόπον· ἰσόπλευρον τρίγωνον καὶ τετράγωνον καὶ ἐξάγωνον τὸ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον. Τετραχῶς τὸ δεδομένον, πρῶτον ἐπὶ τῆς γωνίας, δεύτερον δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτον ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον, τέταρτον ὅταν πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ χρῇ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι· ἐξ ὧν δῆλον, ὅτι καὶ ἡ ἔκθεσις τετραχῶς γίνεται τοῦ προβλήματος ἐπὶ δεδομένου καὶ ζητουμένου.
- 136.47 Τὰ μὲν αἰτήματα συντελεῖ ταῖς κατασκευαῖς, τὰ δὲ ἀξιώματα ταῖς ἀποδείξεσιν. Ὑπόθεσις καὶ ἀντιστροφή λέγεται παρὰ τοῖς γεωμέτραις· οἷον ὑποτίθεται τρίγωνον ἰσοσκελές· παντὸς ἰσοσκελοῦς αἱ πρὸς τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, καὶ ὁ ἔχει τὰς πρὸς τὴν βάσιν γωνίας ἴσας, ἰσοσκελές ἐστιν.
- 136.48 ἐτέρα δ' ἀντιστροφή· παντὸς τριγώνου τοῦ ἔχοντος τὰς δύο γωνίας ἴσας καὶ αἱ ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι εἰσὶν, καὶ ἀντιστρόφως· πάλιν ὁμοίως. Τὴν μὲν ἀρετὴν κατὰ τὴν ὀρθότητά φασιν ἐστάναι, τὴν δὲ κακίαν κατὰ τὴν ἀοριστίαν τῆς ἀμβλείας καὶ ὀξείας τῶν γωνιῶν ὑφίστασθαι καὶ μερίζεσθαι τὰς ἐνδείας καὶ ὑπερβολὰς καὶ τῷ μᾶλλον καὶ ἧττον δεικνύναι τὴν ἑαυτῆς ἀμετρίαν.
- 136.49 τελειότητος ἄρα καὶ ἀκλινοῦς ἐνεργείας καὶ ὄρου νοεροῦ καὶ πέρατος καὶ τῶν τούτοις ὁμοίων εἰκόνα θησόμεθα τὴν ὀρθότητα τῶν εὐθυγράμμων γωνιῶν, τὴν δ' ἀμβλεῖαν καὶ ὀξεῖαν ἀορίστου κινήσεως καὶ ἀσχέτου προόδου καὶ διαιρέσεως καὶ μερισμοῦ καὶ ὅλως ἀπειρίας. καί

ἐστὶ γένος τῶν ἐκατέρων γωνιῶν ὀξείας τε καὶ ἀμβλείας ἢ εὐθύγραμμος γωνία. Ἀρχὴ ἐστὶ τὸ πρῶτον πέρας τῶν μετὰ ταῦτα.

- 136.50 οὕτως οὖν καὶ ἀρχὴν τὸ αἰεὶ ὄν ἔθος αὐτοῖς πολλάκις καλεῖν, καὶ οἱ μὲν αὐτῶν ἀρχὴν τῶν ὄντων ἔφασαν θεόν. Πᾶν τὸ προσεχῶς ἐκάστου τῶν ὄντων ἀπλούστερον οἱ ὅροι ἐπάγονται καὶ τὸ πέρας ἐκάστου· καὶ γὰρ ψυχὴ τὴν τῆς φύσεως ἐνέργειαν ἀφορίζει καὶ τελειοῖ καὶ φύσις τὴν τῶν σωμάτων κίνησιν, καὶ πρὸ τούτων νοῦς μετρεῖ τὰς περιόδους τῆς ψυχῆς καὶ αὐτοῦ τοῦ νοῦ τὴν ζωὴν τὸ ἔν· πάντων γὰρ ἐκεῖνο μέτρον· ὥσπερ δὴ καὶ ἐν τοῖς γεωμετρουμένοις ὀρίζεται μὲν τὸ στερεὸν ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας καὶ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῆς γραμμῆς καὶ αὕτη ὑπὸ τοῦ σημείου· πάντων γὰρ ἐκεῖνο πέρας.
- 136.52 Ἐπὶ τοῦ κύκλου εὐθεῖα ἢ διὰ τοῦ κέντρου ἡγμένη διάμετρος καλεῖται, ἐπὶ δὲ τῆς σφαίρας ἄξων, τοῦ δὲ τετραγώνου διαγώνιος. Ἐπτά εἴδη λέγεται εἶναι τριγώνων καὶ παραλληλογράμμων.
- 136.54 Κινηθὲν τὸ σχῆμα τοῦ ῥόμβου δύναται εἶναι τετράγωνον, τὸ δὲ ῥομβοειδὲς ἑτερόμηκες. Ἐκ πάντων τῶν σχημάτων μόνον τὸ τετράγωνόν ἐστιν ἴσας ἔχον τὰς πλευράς καὶ ὀρθὰς τὰς γωνίας· διὰ τοῦτο καὶ τιμιώτερον λέγεται.
- 136.55 ὅθεν οἱ Πυθαγόρειοι τῷ θεῷ παρεικάζουσιν, ὃ ὡς ἄχραντον τάξιν ἔχον ἰσότητι καὶ ὀρθότητι τὴν μόνιμον δύναμιν μιμεῖται· κίνησις γὰρ ἀνισότητος ἔκγονος, στάσις δὲ ἰσότητος. Ἐπειδὴ δ' ἡ ψυχὴ μέση ἐστὶ τῶν νοερῶν καὶ τῶν αἰσθητῶν, καθ' ὅσον μὲν συνάπτει τῇ νοερᾷ φύσει, κατὰ κύκλον ἐνεργεῖ, καθ' ὅσον δὲ τοῖς αἰσθητοῖς ἐπιστατεῖ, κατὰ τὸ εὐθὺ ποιεῖται τὴν πρόνοιαν.
- 136.56 τοσαῦτα καὶ περὶ τῆς πρὸς τὰ ὄντα τούτων τῶν εἰδῶν ὁμοιότητος. τὸν δὲ τῆς εὐθείας ὀρισμὸν ὁ μὲν Εὐκλείδης τοῦτον ἀποδέδωκεν. Μετὰ τὸ ἔν τρεῖς εἰσιν ὑποστάσεις, τὸ πέρας, τὸ ἄπειρον, τὸ μικτόν.
- 136.57 διὰ τούτων ὑφίσταται τὰ τῶν γραμμῶν εἴδη καὶ τῶν γωνιῶν καὶ τῶν σχημάτων· καὶ τῷ μὲν πέρατι ἀνάλογόν ἐστιν ἡ περιφέρεια καὶ περιφερόγραμμος γωνία καὶ ὁ κύκλος ἐν ἐπιπέδοις καὶ ἡ σφαῖρα ἐν στερεοῖς, τῇ δ' ἄπειρίᾳ τὸ εὐθὺ κατὰ πάντα ταῦτα· διήκει γὰρ διὰ πάντων οἰκείως ἐκασταχοῦ φανταζόμενον· τὸ δὲ μικτόν τὸ ἐν πᾶσι τούτοις. τὸ ἄρα πέρας καὶ ἄπειρον καὶ μικτόν ἐστιν ἐν τούτοις πᾶσι. καὶ διὰ ταύτην τὴν αἰτίαν καὶ ἡ ψυχὴ τό τ' εὐθὺ καὶ τὸ περιφερὲς κατ' οὐσίαν ἑαυτῆς προεῖληφεν, ἵνα πᾶσαν τὴν ἐν τῷ κόσμῳ τοῦ ἀπείρου συστοιχίαν καὶ πᾶσαν τὴν περιττοειδῆ κατευθύνῃ φύσιν, τῷ μὲν εὐθεῖ τὴν πρόοδον αὐτῶν ὑφιστάσῃ, τῷ δὲ περιφερεῖ τὴν ἐπιστροφὴν, καὶ τῷ μὲν εἰς πλῆθος αὐτὰ προάγουσα *. καὶ οὐχ ἡ ψυχὴ μόνον ἀλλὰ καὶ ὁ τὴν ψυχὴν ὑποστήσας καὶ ταύτας αὐτῇ τὰς δυνάμεις παραδούς ἀμφοτέρων ἔχει τὰς πρωτουργοὺς αἰτίας ἐν ἑαυτῷ· τῶν γὰρ ὄντων πάντων ἀρχὴν καὶ μέσα καὶ τέλη προεῖληφώς εὐθείας περαίνει κατὰ φύσιν περιπορευόμενος, φησὶν ὁ Πλάτων. καὶ γὰρ ἐπὶ πάντα πρόεισι ταῖς προνοητικαῖς ἐνεργείαις καὶ πρὸς ἑαυτὸν ἐπέστραπται ἐν τῷ ἑαυτοῦ κατὰ τρόπον. σύμβολον δ' ἡ μὲν εὐθεῖα τῆς ἀπαρεγκλίτου προνοίας καὶ ἀδιαστρόφου καὶ ἀχράντου καὶ ἀνεκλείπτου καὶ παντοδυνάμου καὶ πᾶσι παρούσης, ἡ δὲ περιφέρεια καὶ τὸ περιπορεύεσθαι τῆς εἰς ἑαυτὴν συννευούσης ἐνεργείας καὶ πρὸς ἑαυτὴν συνελισσομένης καὶ καθ' ἓν νοερὸν πέρας τῶν ὅλων ἐπικρατούσης. δύο δὲ ταύτας ὁ δημιουργικὸς νοῦς ἐν ἑαυτῷ προστησάμενος ἀρχάς, τὸ εὐθὺ καὶ τὸ περιφερὲς, δύο μονάδας παρήγαγεν ἀφ' ἑαυτοῦ, τὴν μὲν κατὰ τὸ περιφερὲς ἐνεργοῦσαν καὶ τῶν νοερῶν οὐσιῶν τελεσιουργόν, τὴν δὲ κατὰ τὸ εὐθὺ καὶ τοῖς αἰσθητοῖς τὴν γένεσιν παρεχομένην. Τὰ ις καὶ κδ τῶν ιβ καὶ κδ ἅμα ὑπερέχει, τὰ ιβ καὶ τὰ ιβ τῶν ις καὶ ις ἅμα ἐλλείπει, τὰ κδ καὶ κδ ἅμα ἴσον ἐστίν.
- 136.58 τὰ δὲ μεγέθη τίθενται, καθὰ πρόκειται, τὸ πρῶτον καὶ τὸ τρίτον, τὸ δεύτερον καὶ τὸ τέταρτον. [Start of a diagram] α β γ ζ ε α β θ ε α β θ κτ α η η κδ ις η ζ ιβ κδ η η κδ [End of a diagram]

Ἰστέον, ὅτι ἐπὶ ἐκάστου γεωμετρικοῦ θεωρήματος ἕξ κεφάλαια παραλαμβάνονται, πρότασις, ἔκθεσις, προδιορισμός, κατασκευή, ἀπόδειξις, συμπέρασμα.

137.1 καὶ ἡ μὲν πρότασις διαιρεῖται εἰς τε ὑποκείμενον καὶ κατηγορούμενον, καὶ ἐκ μὲν τοῦ ὑποκειμένου γίνεται ἡ ἔκθεσις, ἐκ δὲ τοῦ κατηγορουμένου ὁ προδιορισμός. Ἰστέον, ὅτι τὰ αἰτήματα συμβάλλονται ἡμῖν εἰς κατασκευὴν, αἱ δὲ κοιναὶ ἔννοιαι εἰς τὴν ἀπόδειξιν.

137.3 Δεῖ δὲ γινώσκειν, ὅτι ἐπὶ τῆς προτάσεως τῆς λεγούσης· ἄνθρωπος ζῶν ἐστίν, ὑποκείμενον μὲν ἐστὶ τὸ ἄνθρωπος κατὰ τοὺς φιλοσόφους, κατηγορούμενον δὲ τὸ ζῶν· ἐν δὲ τῇ γεωμετρίᾳ ἡ πρότασις ἢ ὡς πρόβλημα ἢ ὡς θεώρημα λαμβάνεται, ἀντὶ μὲν τοῦ ὑποκειμένου τῆς προτάσεως τὸ δεδομένον, ἀντὶ δὲ τοῦ κατηγορουμένου τὸ ζητούμενον. Ταύρου Σιδονίου ἔστιν ὑπόμνημα εἰς Πολιτείαν Πλάτωνος, ἐν ᾧ ἔστι ταῦτα· Ὀρίσατο ὁ Πλάτων τὴν γεωμετρίαν ἐν τῷ Μένωνι οὕτως· δόξαν ὀρθὴν δεθεῖσαν αἰτίας λογισμῶ· Ἀριστοτέλης δ' ὑπόληψιν μετὰ ἀποδείξεως, Ζήνων δὲ ἔξιν ἐν προσδέξει φαντασιῶν ἀμετάπτωτον ὑπὸ λόγου.

137.4 Ἀρχιμήδης Συρακούσιος Δωρίδι φωνῇ, Εὐκλείδης, Ἀπολλωνίου, Εὐδοξος. Πῶς πάντα μορφωτικῶς καὶ μεριστῶς τῆς φαντασίας δεχομένης ἀμερὲς τὸ σημεῖον ὁ γεωμέτρης θεωρεῖ; καὶ γὰρ καὶ τὰς τῶν νοερῶν καὶ θείων εἰδῶν ἐμφάσεις ἢ φαντασία κατὰ τὴν οἰκείαν φύσιν, τῶν μὲν ἀμόρφων μορφάς, τῶν δὲ ἀσχηματίστων σχήματα.

137.5 ὅτι τῆς φανταστικῆς κινήσεως τὸ εἶδος οὕτε ** ἐκ τοῦ ἀμόρφου εἰς τὸ μεμορφωμένον. εἰ γὰρ ἦν μεριστή, οὐκ ἂν τοὺς πολλοὺς τύπους τῶν εἰδῶν ἐν αὐτῇ σώζειν ἡδύνατο τῶν ἐπεισιόντων ἀμυδρύνοντων τοὺς πρὸ αὐτῶν, εἴτε ἀμέριστος, τῆς διανοίας ** οὐδ' ἂν μορφωτικῶς ἐποιεῖτο τὰς ἐνεργείας. Αἱ ἀρχαὶ τῆς γεωμετρίας διαιροῦνται εἰς ἀξίωμα, ὑπόθεσιν, αἴτημα, τὰ δὲ μετὰ τὰς ἀρχὰς διαιροῦνται εἰς πρόβλημα καὶ θεώρημα.

137.7 Τί ἐστὶν ἀξίωμα; ὅταν τῷ μανθάνοντι γνώριμον ἦ καὶ καθ' ἑαυτὸ πιστὸν τὸ παραλαμβάνόμενον εἰς ἀρχῆς τάξιν, ἀξίωμα τὸ τοιοῦτόν ἐστιν, οἷον τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα. Τί ἐστὶν ὑπόθεσις; ὅταν μὴ ἔννοιαν ἔχῃ ὁ ἀκούων τοῦ λεγομένου τὴν αὐτόπιστον, τίθεται δὲ ὁμοίως καὶ συγχωρεῖ τῷ λαμβάνοντι, τὸ τοιοῦτον ὑπόθεσίς ἐστι· τὸ γὰρ εἶναι τὸν κύκλον σχῆμα τοῖον κατὰ τὴν κοινὴν ἔννοιαν οὐ προειλήφαμεν ἀδιδάκτως, ἀκούσαντες δὲ συγχωροῦμεν ἀποδείξεως χωρὶς.

137.9 Τί ἐστὶν αἴτημα; ὅταν ἄγνωστον ἦ τὸ λεγόμενον ἢ μὴ συγχωροῦντος τοῦ μανθάνοντος ὅμως λαμβάνηται, τηνικαῦτα, φησὶν, αἴτημα τοῦτο καλοῦμεν, οἷον τὸ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας εἶναι. Ἐκ τῶν Ἀνατολίου.

138.1. (τ) Ἀριστοτέλης συνεστάναι τὴν πᾶσαν φιλοσοφίαν ἐκ θεωρίας καὶ πράξεως οἰόμενος καὶ τὴν μὲν πρακτικὴν διαιρῶν εἰς ἠθικὴν καὶ πολιτικὴν, τὴν δὲ θεωρίαν εἰς θεολογικὸν καὶ τὸ φυσικὸν καὶ τὸ μαθηματικόν, μάλα σαφῶς καὶ ἐντέχνως φιλοσοφίαν οὔσαν τὴν μαθηματικὴν ἀποδείκνυσιν. Ὅτι Χαλδαῖοι μὲν ἀστρονομίαν, Αἰγύπτιοι δὲ γεωμετρίαν καὶ ἀριθμητικὴν.

138.3 Ἀπὸ τίνος δὲ μαθηματικὴ ὠνομάσθη; Οἱ μὲν ἀπὸ τοῦ Περιπάτου φάσκοντες ῥητορικῆς μὲν καὶ ποιητικῆς συμπάσης τε τῆς δημώδους μουσικῆς δύνασθαί τινα συνεῖναι καὶ μὴ μαθόντα, τὰ δὲ καλούμενα ἰδίως μαθήματα οὐδένα εἰς εἶδῃσιν λαμβάνειν μὴ οὐχὶ πρότερον ἐν μαθήσει γενόμενον τούτων, διὰ τοῦτο μαθηματικὴν καλεῖσθαι τὴν περὶ τούτων θεωρίαν ὑπελάμβανον. θέσθαι δὲ λέγονται τὸ τῆς μαθηματικῆς ὄνομα ἰδιαίτερον ἐπὶ μόνῃς γεωμετρίας καὶ ἀριθμητικῆς οἱ ἀπὸ τοῦ Πυθαγόρου· τὸ γὰρ πάλαι χωρὶς ἐκατέρα τούτων ὠνομάζετο, κοινὸν δὲ οὐδὲν ἦν ἀμφοῖν ὄνομα. ἐκάλεσαν δὲ αὐτὰς οὕτως, ὅτι τὸ ἐπιστημονικὸν καὶ πρὸς μάθησιν ἐπιτηδεῖως ἔχον εὕρισκον ἐν αὐταῖς περὶ γὰρ αἴδια καὶ ἄτρεπτα καὶ εἰλικρινῆ ὄντα ἀναστρεφόμενας ἐώρων, ἐν οἷς μόνοις ἐπιστήμην ἐνόμιζον. οἱ δὲ νεώτεροι περιέσπασαν ἐπὶ πλεῖον τὴν προσηγορίαν οὐ μόνον περὶ τὴν ἀσώματον καὶ νοητὴν ὕλην ἀξιοῦντες

πραγματεύεσθαι τὸν μαθηματικόν, ἀλλὰ καὶ περὶ τὴν ἐφαπτομένην τῆς σωματικῆς καὶ αἰσθητῆς οὐσίας· θεωρητικὸς γὰρ ὀφείλει εἶναι καὶ φορᾶς ἄστρον καὶ τάχους αὐτῶν μεγεθῶν τε καὶ σχημάτων καὶ ἀποστημάτων, ἔτι τε ἐπισκεπτικὸς τῶν κατὰ τὰς ὁψεις παθῶν ἐρευνῶν τὰς αἰτίας, δι' ἃς καὶ οὐχ, ὅποια καὶ πηλίκα τὰ ὑποκείμενα, τοιαῦτα καὶ τηλικάυτα ἐκ παντὸς διαστήματος θεωρεῖται τηροῦντα μὲν τοὺς πρὸς ἄλληλα λόγους, ψευδεῖς δὲ φαντασίας καὶ τῆς θέσεως καὶ τῆς τάξεως ἐμποιοῦντα τοῦτο μὲν κατ' οὐρανὸν καὶ ἀέρα, τοῦτο δ' ἐν κατόπτροις καὶ πᾶσι τοῖς λείοις, κἂν τοῖς διαφανέσι δὲ τῶν ὀρωμένων καὶ τοιουτοτρόποις σώμασι. πρὸς τοῦτοις μηχανικὸν εἶναι τὸν ἄνδρα δεῖν ὦντο καὶ γεωδαίστην καὶ λογιστικόν, ἔτι δὲ καὶ περὶ τὰς αἰτίας τῆς ἐμμελοῦς κράσεως τῶν φθόγγων καὶ τῆς περὶ μέλος συνθέσεως ἀσχολούμενον· ἅπερ σώματά ἐστιν ἢ τὴν γε ἐσχάτην ἀναφορὰν ἐπὶ τὴν αἰσθητὴν ὕλην ποιεῖται. Τί ἐστι μαθηματική; Μαθηματική ἐστιν ἐπιστήμη θεωρητικὴ τῶν νοήσει τε καὶ αἰσθήσει καταλαμβανομένων πρὸς τὴν τῶν ὑποπιπτόντων δέσιν.

- 138.4 ἤδη δὲ χαριεντιζόμενός τις ἅμα καὶ τοῦ σκοποῦ τυγχάνων μαθηματικὴν ἔφη ταύτην εἶναι, ἥτ' ὀλίγη μὲν πρῶτα κορύσσεται, αὐτὰρ ἔπειτα οὐρανῷ ἐστήριξε κάρη καὶ ἐπὶ χθονὶ βαίνει· ἄρχεται μὲν γὰρ ἀπὸ σημείου καὶ γραμμῆς, εἰς δὲ τὴν οὐρανοῦ καὶ γῆς καὶ συμπάντων ἀσχολεῖται πραγματείαν. Πόσα μέρη μαθηματικῆς; Τῆς μὲν τιμιωτέρας καὶ πρώτης ὀλοσχερέστερα μέρη δύο, ἀριθμητικὴ καὶ γεωμετρία, τῆς δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ ἀσχολουμένης ἕξ, λογιστικὴ, γεωδαισία, ὀπτική, κανονικὴ, μηχανικὴ, ἀστρονομικὴ.
- 138.5 ὅτι οὔτε τὸ τακτικὸν καλούμενον οὔτε τὸ ἀρχιτεκτονικὸν οὔτε τὸ δημῶδες μουσικὸν ἢ τὸ περὶ τὰς φάσεις, ἀλλ' οὐδὲ τὸ ὁμωνύμως καλούμενον μηχανικόν, ὡς οἶονταί τινες, μέρη μαθηματικῆς εἰσι, προϊόντος δὲ τοῦ λόγου σαφῶς τε καὶ ἐμμεθόδως δεῖξομεν. Ὅτι ὁ κύκλος ἔχει στερεὰ μὲν ὀκτώ, ἐπίπεδα δὲ ἕξ, γωνίας δὲ δ.
- 138.7 Τίνα τίσι προσεγγίζει τῶν μαθημάτων; Συνεγγίζει μᾶλλον τῇ μὲν ἀριθμητικῇ ἢ λογιστικῇ καὶ ἢ κανονικῇ· καὶ γὰρ αὕτη ἐν ποσότητι λαβοῦσα κατὰ, λόγους ἀριθμοὺς καὶ ἀναλογίας πρόεισι· τῇ δὲ γεωμετρικῇ ἢ ὀπτικῇ καὶ ἢ γεωδαισίᾳ, ἀμφοτέραις δὲ καὶ ἐπὶ πλέον ἢ μηχανικῇ καὶ ἀστρολογικῇ. Ὅτι ἡ μαθηματικὴ τὰς ἀρχὰς μὲν ἔχει ἐξ ὑποθέσεως καὶ περὶ ὑπόθεσιν.
- 138.8 λέγεται δὲ ὑπόθεσις τριχῶς ἢ καὶ πολλαχῶς, καθ' ἓνα μὲν τρόπον ἢ δραματικὴ περιπέτεια, καθ' ὃν λέγονται εἶναι ὑποθέσεις τῶν Εὐριπίδου δραμάτων, καθ' ἕτερον δὲ σημαίνονμενον ἢ ἐν ῥητορικῇ τῶν ἐπὶ μέρους ζήτησις, καθ' ὃν λέγουσιν οἱ σοφισταὶ θετέον ὑπόθεσιν· κατὰ δὲ τρίτην ὑποβολὴν ὑπόθεσις λέγεται ἢ ἀρχὴ τῆς ἀποδείξεως αἵτησις οὕσα πραγμάτων εἰς κατασκευὴν τινος. οὕτω μὲν λέγεται, Δημόκριτον ὑποθέσει χρῆσθαι ἀτόμοις καὶ κενῷ καὶ Ἀσκληπιάδην ὄγκοις καὶ πόροις. ἢ οὖν μαθηματικὴ περὶ τὴν τρίτην εἴληται. Ὅτι τὴν ἀριθμητικὴν οὐ μόνος ἐτίμα Πυθαγόρας, ἀλλὰ καὶ οἱ τούτου γνώριμοι ἐπιλέγοντες ἀριθμῷ δέ τε πάντ' ἐπέοικεν.
- 138.10 Ὅτι τέλος μὲν ἔχει ἀκόλουθον ἀριθμητικὴ κυρίως μὲν τὴν ἐπιστημονικὴν θεωρίαν, ἧς οὐδὲν τέλος οὔτε μεῖζον οὔτε κάλλιον ἐστίν, ἐπομένως δὲ συλλήβδην καταλαβεῖν, πόσα τῇ ὠρισμένῃ οὐσίᾳ συμβέβηκε. Τίς τί εὗρεν ἐν μαθηματικοῖς; Εὐδήμος ἱστορεῖ ἐν ταῖς Ἀστρολογίαις, ὅτι Οἰνοπίδης εὗρε πρῶτος τὴν τοῦ ζωδιακοῦ διάζωσιν καὶ τὴν τοῦ μεγάλου ἐνιαυτοῦ περίστασιν, Θαλῆς δὲ ἡλίου ἔκλειψιν καὶ τὴν κατὰ τροπὰς αὐτοῦ πάροδον, ὡς οὐκ ἴση αἰεὶ συμβαίνει, Ἀναξίμανδρος δὲ, ὅτι ἐστὶν ἡ γῆ μετέωρος καὶ κινεῖται περὶ τὸ τοῦ κόσμου μέσον, Ἀναξίμενης δὲ, ὅτι ἡ σελήνη ἐκ τοῦ ἡλίου ἔχει τὸ φῶς, καὶ τίνα ἐκλείπει τρόπον· οἱ δὲ λοιποὶ ἐξευρημένοις τοῦτοις ἐπεξεῦρον ἕτερα, ὅτι οἱ ἀπλανεῖς κινουῦνται περὶ τὸν διὰ τῶν πόλων ἄξονα μένοντα, οἱ δὲ πλανώμενοι περὶ τὸν τοῦ ζωδιακοῦ πρὸς ὀρθὰς ὄντα αὐτῷ ἄξονα, ἀπέχουσι δ' ἀλλήλων ὅ τε

τῶν ἀπλανῶν καὶ τῶν πλανωμένων ἄξων πεντεκαίδεκαγώνου πλευράν, ὅ τι εἰσὶ μοῖραι τὸν ἀριθμὸν εἰκοσιτέσσαρες.