

eul_wid: uvy-ab

Εὐτόκιος ὁ Ἀσκαλωνίτης · Eutocius of Ascalon

Commentary-the Books-the Equilibrium of Planes

Ὑπόμνημα εἰς τὰ περὶ ἰσορροπίας ἐπιπέδων

Period: Ὀψιμαρχαία Late Antique
Dialect: Κοινή τεχνική Technical Koine
Domain: Μαθηματικά Mathematics
Format: Πραγματεία Treatise

264 (1t) Εἰς τὸ α'. Τὴν ῥοπήν, ᾧ γενναιότατε Πέτρε, κοινὸν εἶναι γένος βαρύτητος καὶ κουφότητος Ἀριστοτέλης τε λέγει καὶ Πτολεμαῖος τούτῳ ἀκολουθῶν· ὁ δέ γε παρὰ Πλάτωνι Τίμαιος πᾶσαν ῥοπήν ἀπὸ βαρύτητος λέγει γίνεσθαι· τὴν γὰρ κουφότητα στέρησιν νομίζει. ὣν ἕξεσι τὰς δόξας τοῖς φιλομαθέσιν ἀναλέγεσθαι ἔκ τε τοῦ Περί ῥοπῶν βιβλίου τῷ Πτολεμαίῳ συγγεγραμμένου καὶ ἐκ τῶν Ἀριστοτέλους φυσικῶν πραγματειῶν καὶ ἐκ τοῦ Πλάτωνος Τιμαίου καὶ τῶν ταῦτα ὑπομνηματισάντων. ὁ δὲ Ἀρχιμήδης ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ κέντρον ῥοπῆς ἐπιπέδου σχήματος νομίζει, ἀφ' οὗ ἀρτῶμενον παράλληλον μένει τῷ ὀρίζοντι, δύο δὲ ἢ πλειόνων ἐπιπέδων κέντρον ῥοπῆς ἦτοι βάρους, ἀφ' οὗ ἀρτῶμενος ὁ ζυγὸς παράλληλός ἐστι τῷ ὀρίζοντι. οἷον ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ ἐν τῷ μέσῳ αὐτοῦ σημείον τι τὸ Δ, ἀφ' οὗ ἀρτῶμενον παράλληλον μένει τῷ ὀρίζοντι· δηλον οὖν, ὅτι ἰσορροπήσει τὰ [Α]Β, Γ μέρη ἑαυτοῖς, καὶ οὐδέτερον τοῦ ἐτέρου μᾶλλον ῥέψει ἐπὶ τὸν ὀρίζοντα. ὁμοίως δὲ καὶ ζυγοῦ ὄντος τοῦ ΑΒ καὶ ἀπηρτημένων ἐξ αὐτοῦ τῶν Α, Β μεγεθῶν, ἐὰν ἀρτῶμενος ὁ ζυγὸς ἀπὸ τοῦ Γ ἰσορροποῦντα ἔχη τὰ Α, Β μέρη, παράλληλος μένει τῷ ὀρίζοντι, καὶ ἔσται κέντρον τῆς ἀρτήσεως τῶν Α, Β μεγεθῶν τὸ Γ. καλῶς δὲ δοκεῖ ὁ Γεμῖνος εἰπεῖν περὶ τοῦ Ἀρχιμήδους, ὅτι τὰ ἀξιώματα αἰτήματα λέγει· τὰ γὰρ ἴσα βάρη ἀπὸ ἴσων μηκῶν ἰσορροπεῖν ἀξιώμα ἐστὶ καὶ τὰ ἐξῆς, καὶ ἐστὶν πάντα σαφῆ τοῖς μετρίως αὐτὰ ἐπισκεπτομένοις.

266 τῶν δὲ ἴσων καὶ ὁμοίων, φησὶν, ἐπιπέδων σχημάτων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλληλα καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζει ἐπ' ἄλληλα· πάντα γὰρ τὰ μέρη αὐτῶν πᾶσιν ἐφαρμόζει. τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δ' ἐπὶ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἔσται κείμενα. νοεῖσθω δέ, ὡς ἐπὶ τῆς ὑποκειμένης καταγραφῆς, τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα ἄνισα καὶ ὅμοια, κέντρον δὲ βάρους τοῦ μὲν ΑΒΓ τὸ Η, τοῦ δὲ ΔΕΖ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ, ΗΓ, ΒΗ, ΔΘ, ΘΕ, ΘΖ. λέγω, ὅτι εἰς ἴσα διαιροῦσιν τὰς γωνίας αἱ ἀπὸ τῶν Η, Θ σημείων ἐπιζευχθεῖσαι. γινέσθω γάρ, ὡς ἡ ΕΖ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΕΘ πρὸς ΘΚ καὶ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ καὶ ἡ ΔΘ πρὸς ΘΜ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΚ, ΚΛ, ΛΜ· ἔσται δὲ ὅμοιον τὸ ΚΛΜ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν, ὡς ἡ ΕΘ πρὸς ΘΚ, ἡ ΖΘ πρὸς ΘΛ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΕΖ τῇ ΚΛ· ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ΜΚ τῇ ΔΕ καὶ ἡ ΛΜ τῇ ΔΖ· ὅμοιον ἄρα τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΚΛΜ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΜΚ, ἡ ΕΖ πρὸς ΚΛ καὶ ἡ ΔΖ πρὸς ΜΛ. ὑπόκειται δὲ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ τριγώνων, ὡς ἡ ΔΕ πρὸς ΑΒ, ἡ ΕΖ πρὸς ΒΓ καὶ ἡ ΔΖ πρὸς ΑΓ· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΑΒΓ ταῖς ΜΚΛ· ὥστε ἐφαρμόζει ἐκάστη ἐπὶ ἐκάστην.

268

ἴσον ἄρα καὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΚΜΛ τριγώνῳ· ὥστε καὶ ἐφαρμόσει τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ τὸ τοῦ ΜΚΛ. τοῦ δὲ Η ἐπὶ τὸ Θ ἐφαρμόζοντος καὶ τῶν Α, Β, Γ ἐπὶ τὰ Μ, Κ, Λ ἐφαρμόσουσιν καὶ αἱ ΑΗ, ΒΗ, ΓΗ ἐπὶ τὰς ΜΘ, ΚΘ, ΛΘ καὶ ἴσας ποιήσουσιν γωνίας πρὸς τοῖς Μ, Κ, Λ ταῖς ἐν τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ· ὥστε καὶ ἐν τῷ ΔΕΖ· αἱ αὐταὶ γὰρ εἰσιν εὐθεῖαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὰ Μ, Κ, Λ καὶ ἐπὶ τὰ Δ, Ε, Ζ ἐπιζευγνύμεναι. Παντὸς σχήματος, οὗ καὶ ἡ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλα ἦ, τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐντὸς εἶναι δεῖ τοῦ σχήματος τίνας καλεῖ τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλας γραμμὰς, εἴρηται ἡμῖν σαφῶς ἐν τοῖς προοιμίοις τοῦ Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. ἐπειδὴ δὲ τὸ σχῆμα τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλην ἔχον τὴν περίμετρον πάντα τὰ μέρη τοῦ ἐπιπέδου ἐντὸς ἔχει καὶ τὰς γωνίας, δηλόν, ὅτι καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐντὸς ἔχει τοῦ σχήματος· ἐπὶ γὰρ τινων σχημάτων τὸ κέντρον τοῦ σχήματος ἐκτός ἐστι καὶ ἐπὶ τῆς περιμέτρου. ἐπὶ μὲν γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἡμικυκλίου κέντρον τοῦ σχήματος ἐστὶ τὸ Η, ἐπὶ δὲ τῆς ΔΕΖ ὑπερβολῆς τὸ κέντρον τοῦ σχήματος ἐκτός ἐστιν, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτουσιν ἀλλήλαις, ὡς ἔχει τὸ Θ· εἴρηται γὰρ ταῦτα ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν. ὅμως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ ΑΒΓ σχήματος καὶ ἐπὶ τοῦ ΔΕΖ τὸ κέντρον τοῦ βάρους, ἂφ' οὗ δηλονότι ἀρτῶμενον τὸ σχῆμα παράλληλόν ἐστι τῷ ὀρίζοντι, ἐντὸς ἐστὶ τῆς περιμέτρου· εἰ γὰρ ἔσται ἐπὶ τῆς περιμέτρου ἢ ἐκτός, ρέψει ἐπὶ θάτερα· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται.

270 Εἰς τὸ δ'. Ἐστω κέντρον τοῦ βάρους τὸ Δ, εἰ δυνατόν ὅτι γὰρ ἔστιν ἐπὶ τῆς ΑΒ, δέδεικται· εἴρηται γὰρ ἄνωτέρω, ὅτι δύο μεγεθῶν κέντρον ἐστίν, ἂφ' οὗ ἀρτῶμενος ὁ ζυγὸς ἰσορροποῦντα ἔχει τὰ μέρη παράλληλος μένων τῷ ὀρίζοντι· ὥστε οὖν ἐπὶ τῆς ΑΒ ἐστὶ τὸ κέντρον τῶν Α, Β μεγεθῶν. Εἰς τὸ ζ'. Ἦτοι μείζον ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῦ Γ ὥστε ἰσορροπεῖν ἢ οὐ τούτου τοῦ ῥητοῦ δεῖ ἀκούειν οὐχ ὡς μείζονος ὑπάρχοντος πάντως τοῦ ΑΒ μεγέθους τοῦ Γ, ἀλλὰ μείζονος ὑποκειμένου ἢ κατὰ τὴν ἰσορροπίαν· δυνατόν γὰρ ἐστὶ καὶ τὸ ἔλαττον μέγεθος τοῦ μείζονος μείζονα ἔχειν τὴν ῥοπὴν διὰ τὸ μῆκος τοῦ ζυγοῦ μείζον ὄν πανύ καὶ ἄνισον ποιοῦν τὸν λόγον. Καὶ ἀφηρησθῶ ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἔλασσον τὰς ὑπεροχὰς, ἧ μείζον ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῦ Γ ὥστε ἰσορροπεῖν, ὥστε λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶναι τῷ Γ δεῖ, φησὶν, ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ ΑΒ μέγεθος τι τὸ Β, ὃ ποιεῖ λοιπὸν τὸ Α τῷ Γ σύμμετρον καὶ μείζον τὸ Α τοῦ Γ ἢ κατὰ τὴν ἰσορροπίαν· τοῦτο δὲ δυνατόν ποιεῖν διὰ τῶν ἐν τῇ ἀρχῇ τοῦ δεκάτου τῆς Στοιχειώσεως Εὐκλείδου εἰρημένων καὶ ἐν τῷ τρίτῳ τῶν Θεοδοσίου Σφαιρικῶν. Εἰς τὸ ιγ'.

272 (1τ) Καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΚ, ΑΜ· ἐσσοῦνται δὴ αὗται παρὰ τὰν ΒΓ ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΟ τῇ ΨΤ καὶ ἡ ΔΒ τῇ ΔΓ, ἔσται, ὡς ἡ ΔΒ πρὸς ΟΒ, ἡ ΔΓ πρὸς ΨΤ, καὶ διελόντι, ὡς ἡ ΔΟ πρὸς ΟΒ, ἡ ΔΨ πρὸς ΨΤ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΔΟ πρὸς ΟΒ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ· ἡ γὰρ ΕΟ παρὰ τὴν ΑΔ ἐστίν· ὡς δὲ ἡ ΔΨ πρὸς ΨΤ, ἡ ΑΖ πρὸς ΖΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΑΖ πρὸς ΖΓ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ. ὁμοίως δὲ δειχθήσονται καὶ αἱ λοιπαὶ Τὸ δὲ ΑΔΓ ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ἀναγεγραμμένα ὁμοῖα τῷ ΑΔΓ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ, διὰ τὸ ἴσας εἶναι τὰς εὐθείας ἐπεὶ γὰρ ὁμοιά ἐστὶ τὰ ΑΔΓ, ΑΣΜ τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἡ ΑΓ πρὸς ΑΜ. ἐπεὶ δὲ νῦν ὑπόκειται ἡ ΑΓ τῆς ΑΜ τετραπλασίον, τὸ ΑΔΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΣΜ λόγον ἔχει, ὃν ἱς πρὸς ἕν, πρὸς δὲ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν ἱς πρὸς τέσσαρα· ἀνάλογον ἄρα ἐστίν, ὡς τὸ ΑΔΓ τρίγωνον πρὸς τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ὁμοῖα τῷ ΑΔΓ, οὕτως αὐτὰ τὰ τρίγωνα πρὸς τὸ ΑΣΜ, τουτέστιν ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ· ὁμοῖα γὰρ εἰσιν καὶ ἐπὶ ἴσων βάσεων καὶ διὰ τοῦτο ἴσα, καὶ εἰσιν πρὸς ἄλληλα, ὡς αἱ βάσεις. Ἀλλὰ ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἡ ΦΡ πρὸς ΡΘ· ὁ γὰρ τῆς ΑΓ πρὸς ΑΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ τῆς ΦΡ πρὸς ΡΠ εἰ γὰρ νοήσεως ἐκβεβλημένας τὰς ΡΦ, ΓΔ καὶ συμπιπτούσας, διὰ τὰς παραλλήλους ἔσται, ὡς ἡ ΦΡ πρὸς ΡΠ, ἡ ΓΔ πρὸς ΔΩ.

274 ἀλλ' ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΔΩ, ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς ΑΜ, ἡ ΦΡ πρὸς ΡΠ. ἡ δὲ ΦΡ πρὸς ΡΠ μείζονα ἔχει λόγον ἢ περ ἡ ΦΡ πρὸς ΡΘ· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα πρὸς ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἡ ΦΡ

πρὸς ΡΘ. Ὅπερ ἀδύνατον· τὰς γὰρ διὰ τοῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν ΔΑ ἀγομένους ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται πάντα τὰ κέντρα τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος καὶ ῥέψει δηλονότι ἐπ' ἐκεῖνο πάντα τὰ μεγέθη καὶ οὐκ ἰσορροπήσει· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· ὑπόκειται γὰρ κέντρον τῶν μὲν παραλληλογράμμων τὸ Ρ, τῶν δὲ τριγώνων τὸ Χ. Εἰς τὸ ἄλλως τοῦ ΙΥ'. Ὅμοιως γάρ ἐντι κείμενα τὰ Θ, Κ, Λ ἐν τοῖς τριγώνοις αἱ τε γὰρ ΑΘ, ΕΚ, ΖΛ παράλληλοι οὔσαι ὁμοίως διαιροῦσιν τὰς γωνίας, καὶ αἱ ΘΛΓ, ΘΚΒ αἱ αὐταὶ εἰσιν ἐν πᾶσι τοῖς τριγώνοις, καὶ λοιπαὶ αἱ ΚΔ, ΔΛ. Εἰς τὸ ΙΕ'. Ἐὰν γὰρ ἐκβάλῃς τὰς ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ, δῆλον, ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαμεῖον ἔρχονται ἐκβληθεισῶν γὰρ τῶν ΒΑΗ, ΖΕΗ καὶ συμπιπτουσῶν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Η καὶ ἡ ΓΔ ἐκβαλλομένη ἐν τῷ αὐτῷ πεσεῖται· ἔστιν γάρ, ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΑ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΑΕ καὶ ἡ ΖΓ πρὸς ΕΔ καὶ δηλαδὴ ἡ ΓΗ πρὸς ΔΗ. Ἔσται δὲ τοῦ μὲν ΒΔΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾷς ΘΜ, ἐπειδὴ περ τρίτον μέρος ἂ ΒΘ τὰς ΒΔ ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν αἱ ΑΕ, ΒΖ, ΓΔ· κέντρον ἄρα ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Η.

276 καὶ φανερόν, ὅτι πάντα τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις, καὶ ὅτι αἱ ἐπὶ τὰς διχοτομίας τῶν πλευρῶν ἐπιζευγνύμεναι διὰ τοῦ Η ἔρχονται, ἵνα μὴ τοῦ αὐτοῦ πλείονα κέντρα ᾖ. Ἐπεὶ γὰρ ἴσαι αἱ ΑΔ, ΔΒ, ΒΕ, ΕΓ, ΓΖ, ΖΑ, ἴσα ἔσται καὶ τὰ τρίγωνα, ὧν κορυφὴ τὸ Η σημεῖον, βάσεις δὲ αἱ εἰρημέναι εὐθεῖαι· ὥστε διπλάσιόν ἐστὶ τὸ ΑΗΒ τρίγωνον τοῦ ΗΒΕ τριγώνου· ὥστε καὶ ἡ ΑΗ τῆς ΗΕ. Ἐὰν οὖν διὰ τοῦ Η παρὰ τὴν ΒΓ ἀγάγωμεν τὴν ΘΚ, διπλασία ἐστὶν ἡ ΑΘ τῆς ΘΒ· ὥστε καθόλου, ἐὰν μία πλευρὰ τριγώνου τμηθῇ, ὥστε τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ μέρος διπλάσιον εἶναι τοῦ πρὸς τῇ βάσει, καὶ διὰ τοῦ ληφθέντος σημείου παράλληλος ἀχθῇ τῇ βάσει, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ τριγώνου. Εἰς τὸ β'.

278 (1τ) Ἀκριβῶς ἐπεζελθόντες τῷ πρώτῳ καὶ σαφηνίσαντες τὰ ἐν αὐτῷ δυσθεώρητα ἀναγκαῖον ἡγούμεθα καὶ τὰ ἐν τῷ δευτέρῳ δυσχερῶς εἰρημένα μετρίως ἐκθέσθαι. φησὶν τοίνυν ἐν τῇ προτάσει τοῦ πρώτου θεωρήματος· ὑποκείσθω τὰ Α Β , ΓΔ χωρία περιεχόμενα ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς , ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν. τοῦτο δὲ αὐτόθεν μὲν διὰ τῶν ἐνταῦθα δεδειγμένων οὐκ ἔστιν εὐρεῖν· ἐπεὶ δὲ δέδεικται αὐτῷ, ὡς καὶ ἐν τῷ Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου εἶπεν, ὅτι τὸ τοιοῦτον σχῆμα ἐπίτρίτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον, τῷ δὲ ἐπιτρίτῳ τοῦ τριγώνου ἐπιπέδῳ εὐθυγράμμῳ ὄντι δυνάμεθα ἴσον παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, φανερόν, ὅτι καὶ τοῖς τοιοῦτοις σχήμασιν. τὰ δὲ ἐν τῇ κατασκευῇ εἰρημένα πάντα δῆλὰ ἐστὶ διὰ τοῦ δεκάτου θεωρήματος τοῦ πρώτου τούτων τῶν βιβλίων. Εἰς τὸ β'. Τοῦ δευτέρου θεωρήματος προλέγει τινὰ δηλοῦντα, πῶς δυνατόν ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ σχῆμα γνωρίμως ἐγγράφεσθαι, καὶ φησιν· ταῦτα δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσι ν. ἐπειδὴ οὖν ἀσαφές ἐστὶν τὸ λεγόμενον, ἀναγκαῖον εἰπεῖν βραχέα περὶ αὐτοῦ ἐκ τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν εὐρεθέντα. ἔστω σχῆμα περιεχόμενον ὑπὸ παραβολῆς τῆς ΑΒΓ καὶ εὐθείας τῆς ΑΓ, οὗ διάμετρος ἔστω ἡ ΒΔ· φανερόν δὲ, ὅτι κορυφὴ ἐστὶ τοῦ τμήματος τὸ Β σημεῖον· κορυφὰς γὰρ ἐκάλει τῶν γραμμῶν ὁ Ἀπολλώνιος τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τῶν διαμέτρων.

280 ἐὰν δὲ ἐπιζεύξωμεν τὰς ΑΒ, ΒΓ, ἔσται τὸ [ἀπὸ] ΑΒΓ τρίγωνον τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὴν ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετον ἀγομένην· οὐ γὰρ πάντως ἄξων ἐστὶν ἡ ΒΔ. ἐὰν δὲ λαβόντες τὰς κορυφὰς τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων τὰς Ε, Ζ δι' αὐτῶν παραλλήλους ἀγάγωμεν τῇ ΒΔ, ὡς τὰς ΕΗΘ, Ζ , ΖΚ, ἔσονται αὗται διάμετροι τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων· δέδεικται γὰρ ἐπὶ τῆς παραβολῆς, ὅτι πᾶσαι αἱ παρὰ τὴν διάμετρον ἀγόμεναι διάμετροί εἰσι τῆς τομῆς. ἔσονται δὲ τὰ Ε, Ζ κορυφαὶ τῶν τμημάτων καὶ αἱ διὰ τῶν Ε, Ζ ἐφαπτόμεναι παράλληλοι ταῖς ΑΒ, ΒΓ· ἔσται δὲ καὶ ἡ ΕΛΖ παρὰ τὴν ΑΔΓ, ἐπειδὴ αἱ ΕΘ, ΖΚ παράλληλοί εἰσι καὶ ἴσαι διάμετροι οὔσαι τῶν ἴσων

τμημάτων καὶ ἐφαρμόζουσαι ἀλλήλαις, ὡς ἐν τῷ ζ' τῶν Κωνικῶν δέδεικται. καὶ ἐπεὶ ἡ ΕΗΘ παράλληλος ἐστὶ τῇ ΒΔ, ἔστιν, ὡς ἡ ΒΗ πρὸς ΗΑ, ἡ ΔΘ πρὸς ΘΑ.

282 ἴση δὲ ἡ ΗΒ τῇ ΑΗ· δίχα γὰρ αὐτὴν τέμνει ἡ ΕΗ διάμετρος παράλληλον οὖσαν τῇ ἐφαπτομένῃ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΘΑ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ΔΚ τῇ ΚΓ ἐστὶν ἴση. ἴση δὲ ὅλη ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΔΚ καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἡ ΕΛ τῇ ΛΖ. ὥστε ἀληθῶς λέγει, ὅτι ἡ τὰς κορυφὰς τῶν τμημάτων ἐπιζευγνύουσα παράλληλος ἔσται τῇ βάσει τοῦ τμήματος καὶ δίχα διαιρεθήσεται ὑπὸ τῆς τοῦ τμήματος διαμέτρου. ἐπεζεύχθωσαν δὲ καὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ καὶ δίχα τετμήθωσαν κατὰ τὰ Μ, Ν, Ξ, Ο σημεῖα, καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν Μ, Ν, Ξ, Ο παρὰ τὴν ΒΔ αἱ ΠΜΡΣ, ΤΝΥΦ, ΧΞΨΩ, ςΟϙλ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΠ, ΠΕ, ΕΤ, ΤΒ, ΒΧ, ΧΖ, Ζς, ςΓ καὶ αἱ Τ, ΑΧ καὶ Π, Β, Γ, Δ, Ε, ςς· φανερόν δὲ ἐκ τῶν προδεδειγμένων, ὅτι ἡ ΤΧ καὶ ἡ ΕΖ καὶ ἡ Πς παράλληλοι εἰσὶ τῇ ΑΓ, καὶ ὅτι ἴση ἡ Τ, Α τῇ, ΑΧ καὶ ἡ ΕΛ τῇ ΛΖ καὶ ἡ Π, Δ τῇ, Δς. λέγω οὖν, ὅτι τέμνουσι τὴν ΒΔ εἰς τοὺς ἑξῆς περισσοὺς ἀριθμοὺς, τουτέστιν οἷον ἐστὶν ἑνὸς ἡ Β, Α, τοιούτων τριῶν ἡ, ΑΛ καὶ ἡ Λ, Δ πέντε καὶ ἡ, ΔΔ ἑπτὰ. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΗ τῇ ΗΒ, καὶ παράλληλος ἡ ΕΘ τῇ ΒΔ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΘ τῇ ΘΔ. ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΔΘ διπλῇ ἐστὶν· ὥστε καὶ τῆς ΕΛ· τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ ἄρα τετραπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΛ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΛ, οὕτως δέδεικται ἡ ΒΔ πρὸς ΒΛ· τετραπλασία ἄρα καὶ ἡ ΔΒ τῆς ΒΛ. τριπλῇ ἄρα ἡ ΔΛ τῆς ΑΒ· οἷον ἄρα ἐστὶν ἑνὸς ἡ ΑΒ, τοιούτων τριῶν ἐστὶν ἡ ΑΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καί, οἷων [ἄρα] ἡ ΑΒ τεσσάρων, ἡ ΑΔ δώδεκα. καὶ ἐπεὶ ἴση ἡ ΕΝ τῇ ΝΒ καὶ ἡ Ε, Ζ τῇ, ΖΛ καὶ ἡ ΘΦ τῇ ΦΔ, διπλασία ἐστὶν ἡ ΕΛ τῆς Λ, Ζ, τουτέστι τῆς Τ, Α· τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ΕΛ τοῦ ἀπὸ Τ, Α.

284 τετραπλασία ἄρα καὶ ἡ ΑΒ τῆς Β, Α· ὥστε τριπλασία ἡ Λ, Α τῆς, ΑΒ· οἷων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τεσσάρων, τοιούτων ἡ μὲν Β, Α ἑνός, ἡ δὲ, ΑΛ τριῶν, ἡ δὲ ΑΔ δώδεκα. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΜ τῇ ΜΕ καὶ ἡ ΑΡ τῇ ΡΗ καὶ ἡ ΑΣ τῇ ΣΘ, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ΑΣ, ΣΘ, ΘΦ, ΦΔ· οἷων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ τεσσάρων, τοιούτων ἡ ΣΔ τριῶν, τουτέστιν ἡ Π, Δ. οἷων ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ δεκαῆξ, τοιούτων τὸ ἀπὸ Π, Δ ἑννέα· καὶ οἷων ἄρα ἡ ΔΒ δεκαῆξ, ἡ Β, Δ ἑννέα· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ, ΔΔ ἑπτὰ. ἐπεὶ οὖν δέδεικται, οἷων ἡ ΒΔ δεκαῆξ, τοιούτων ἡ μὲν Β, Α ἑνός, ἡ δὲ, ΑΛ τριῶν, ἡ δὲ, ΔΔ ἑπτὰ, καὶ λοιπὴ ἡ Λ, Δ ἐστὶ πέντε. τέμνεται ἄρα ἡ ΒΔ ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους ἑνὸς λεγομένου τοῦ πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ τμήματος. δηλον οὖν ἐστὶν ἐκ τῆς καταγραφῆς, ὅτι αἱ καταγόμεναι ὑπὸ τῶν διαμέτρων εἰς τοὺς ἀπὸ μονάδος ἑξῆς κειμένους ἀριθμοὺς τέμνονται. οἷον γὰρ ἐστὶν ἑνὸς ἡ Τ, Α, τοιούτων ἐστὶ δύο· ἡ ΕΛ, τριῶν δὲ ἡ Π, Δ, τεσσάρων δὲ ἡ ΑΔ· παράλληλοι γὰρ οὔσαι πᾶσαι εἰς ἴσα τέμνουσιν ἀλλήλας. ὠνομάσθη δὲ ὑπ' Ἀρχιμήδους τὸ ΑΠΕΤΒΧΖςΓ σχῆμα γνωρίμως ἐγγραφόμενον. Εἰς τὸ γ'. Τὰ ὅμοια τμήματα τῶν τοῦ κώνου τομῶν Ἀπολλώνιος ὠρίσατο ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ τῶν Κωνικῶν, ἐν οἷς ἀχθεισῶν ἐν ἐκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει ἴσων τὸ πλήθος αἱ παράλληλοι καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων πρὸς ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσὶ καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας· καὶ ὅτι αἱ παραβολαὶ πᾶσαι ὅμοιαι εἰσιν.

286 τὸ δὲ γνωρίμως ἐγγραφόμενον σχῆμα εἴρηται ἐν τῷ προλαβόντι λήμματι. τὸ δὲ ὁμοίως διαιρεῖσθαι τὰς διαμέτρους ἐστίν, ἵνα τὰ τμήματα αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον. τὰ λοιπὰ τοῦ θεωρήματος σαφῆ ἐστὶν ἐκ τοῦ προειρημένου σχήματος. Εἰς τὸ δ'. Ἐγγεγράφθω εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Κ τοῦτο δὲ φανερόν ἐστὶν ἐκ τῶν εἰρημένων ἐν τῷ δεκάτῳ τῆς Στοιχειώσεως καὶ τῷ πρώτῳ τῶν Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Εἰς τὸ ε'. Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστὶ τὸ ΘΖΗΙ ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΖ, ΛΗ· ἴσων γάρ εἰσι τμημάτων διάμετροι· καὶ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ΒΔ ἄξονος καὶ ὁμοίως διήρηνται ὑπὸ τῶν Θ, Ι κέντρων, ἔστιν, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΖ, ἡ ΛΙ πρὸς ΙΗ· καὶ ἐναλλάξ· καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ ΘΖ τῇ ΙΗ. ἔστιν δὲ καὶ παράλληλος παράλληλοι γάρ εἰσιν πᾶσαι αἱ διάμετροι τῆς παραβολῆς παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΖΗΙ. Εἰς τὸ δεύτερον μέρος τοῦ ε'. Ἔσται δὲ

τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΓΛ τμημάτων συγκειμένου μεγέθους κέντρον βάρους τὸ Χ, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων τὸ Τ δέδεικται μὲν γὰρ ἐν τῷ προλαβόντι, ὅτι ἡ ΘΜ ἐπιζευγνύουσα τὰ κέντρα τῶν τμημάτων διχοτομεῖται ὑπὸ τῆς ΒΔ κατὰ τὸ Χ παράλληλος οὕσα τῇ ΖΗ, καὶ ἡ ΝΙ διχοτομεῖται κατὰ τὸ Τ· ὥστε κέντρον βάρους ἐστὶ τὸ Χ τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων καὶ τὸ Τ τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων.

288 Ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΒΑΓ τρίγωνον πρὸς τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα ἢ ποτὶ τὰ τμήματα καὶ τὰ ἐξῆς. ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ε, τῶν δὲ ΑΒΚ, ΒΛΓ τριγώνων κέντρον τὸ Τ, φανερόν, ὅτι τοῦ ΑΚΒΛΓ εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς ΤΕ τμηθείσης κατὰ τὸ Ρ κατὰ τὸν ἀντιπεπονητότα λόγον τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ΑΒΓ πρὸς τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα. ἐπεὶ δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὰ ΚΑΒ, ΒΛΓ τρίγωνα μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ πρὸς τὰ τμήματα· μείζονα γὰρ ἐστὶ τὰ τμήματα τῶν τριγώνων· δῆλον, ὅτι, ἐὰν τέμωμεν τὴν ΕΤ ἐν τῷ λόγῳ τῷ, ὃν ἔχει τὸ τρίγωνον πρὸς τὰ τμήματα, ἀνωτέρω τοῦ Ρ πεσεῖται τὸ σημεῖον, ὃ ἔσται κέντρον τοῦ παντὸς τμήματος διὰ τὴν ἀντιπεπονηθῆσιν. Εἰς τὸ ζ'. Τὸ κέντρον τοῦ τμήματος πάντως ἐν ἐστὶ καὶ ἐγγύτερον τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἢ περ τὰ τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων. τοῦ γὰρ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐστίν, εἰ τύχοι, τὸ Ε τῆς ΒΔ τμηθείσης οὕτως, ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν ΕΒ τῆς ΕΔ· φανερόν, ὅτι πάντα τὰ κέντρα τῶν ἐγγραφομένων εὐθυγράμμων μεταξὺ πεσοῦνται τῶν Θ, Ε σημείων, καὶ ὅσῳ [δ'] ἂν πολυπλευρότερον ἢ τὸ γνωρίμως ἐγγραφόμενον, τοσοῦτῳ μᾶλλον συνεγγίζει τῷ Θ.

290 φανερόν οὖν, ὅτι τὴν μεταξὺ τῶν κέντρων τοῦ γνωρίμως ἐγγραφόμενου εὐθυγράμμου καὶ τοῦ τμήματος μείζονα μὲν εἶναι τῆς ΕΘ ἀδύνατον, ἐλάσσονα δὲ δυνατὸν οὐ μόνον τῆς ΘΕ, ἀλλὰ καὶ πάσης τῆς δοθείσης. Εἰς τὸ ζ'. Ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ ΑΒΓ τμήμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ τμήματι ὁμοῖον εὐθύγραμμον τουτέστιν ὁμοίως γνωρίμως· ὁμοίως γὰρ γνωρίμως ἐγγράφεται, ὅταν αἱ τομαὶ τῆς ΑΒΓ παραβολῆς ἴσαι γένωνται ταῖς τῆς ΕΖΗ, ὥστε τὰς πλευρὰς τοῦ ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι ἐγγεγραμμένου γνωρίμως ἰσοπληθεῖς εἶναι ταῖς τοῦ ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένου εὐθυγράμμου. ἐπεὶ γὰρ δὴ κορυφαί εἰσι τὰ Β, Ζ σημεῖα τῶν ὁμοίων τμημάτων, ὁμοία ἐστὶ τὰ οὕτως γνωρίμως ἐγγραφόμενα. Εἰς τὸ η'. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶ ν, ὥς ἂ ΒΘ πρὸς Θ Δ, οὕτως ἂ ΚΜ πρὸς Μ Ζ· ὅμοια γὰρ ὄντα τὰ τμήματα ἔξει κέντρα εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τέμνοντα τὰς διαμέτρους· καὶ συνθέντι, ὥς ἂ ΒΔ πρὸς ΔΘ, ἂ ΚΖ πρὸς ΖΜ, καὶ ἐναλλάξ, ὥς ἂ ΒΔ πρὸς ΚΖ, οὕτως ἂ ΔΘ πρὸς ΜΖ, τετραπλασία δὲ ἡ ΒΔ τῆς ΚΖ· τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δείκνυται, οὗ σαμεῖον ἐξῆς δὲ αὐτὸ ἡμεῖς δείξομεν.

292 ἔστω παραβολὴ ἡ ΑΒΓ, ἥς διάμετρος ἡ ΒΔ, καὶ ἤχθω τεταγμένως ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ δίχα τετμήσθω ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Ζ, καὶ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ· διάμετρος ἄρα ἐστὶν τοῦ ΑΒ τμήματος. καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Ζ παρατεταγμένως ἤχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΘ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΒΖ, διπλῇ ἐστὶν ἡ ΑΒ τῆς ΖΒ καὶ ἡ ΔΒ τῆς ΒΘ καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΖΘ, τουτέστι τῆς ΕΗ· ὥστε τὸ ἀπὸ ΑΔ τοῦ ἀπὸ ΕΗ ἐστὶ τετραπλάσιον, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ΔΒ τῆς ΒΗ ἐστὶ τετραπλασία μήκει. ἐπεὶ οὖν ἡ ΒΔ τῆς [μὲν] ΒΘ διπλῇ, ἡ ΒΘ τῆς ΒΗ ἐστὶ διπλῇ. καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΗΒ ἴση, τουτέστι τῇ ΕΖ διὰ τὸ παραλληλόγραμμον εἶναι τὸ ΕΗΖΘ· τετραπλασία ἄρα ἡ ΒΔ τῆς ΖΕ. Καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἐστὶν ἂ ΒΔ τὰς ΒΣ· καὶ γὰρ τοῦτο δείκνυται δέδεικται γὰρ ἐν τῷ λήμματι ἡ ΒΔ ἑκατέρας τῶν ΒΗ, ΕΖ τετραπλασία· ὥστε ἡ ΒΗ τῇ ΕΖ ἐστὶν ἴση, καὶ διὰ τοῦτο ἐνταῦθα ἡ ΒΣ τῇ ΚΖ ἴση καὶ ἡ ΒΔ ἑκατέρας αὐτῶν τετραπλασία. Ἡ ΒΕ ἄρα τῆς ΒΔ τρίτον μέρος ἐπεὶ γὰρ τετραπλασίων ἡ ΒΔ τῆς ΒΣ, οἷων ἄρα ἡ ΒΔ τεσσάρων, ἡ ΒΣ ἑνός· καὶ οἷων ἄρα ἡ ΒΔ δώδεκα, τοιούτων ἡ ΒΣ τριῶν. τριπλῇ δὲ ἡ ΒΣ τῆς ΣΞ· οἷων ἄρα ἡ ΒΣ τριῶν, ἡ ΞΣ ἑνός καὶ ὅλη ἡ ΒΞ τεσσάρων. τούτων δὲ ἦν ἡ ΒΔ δώδεκα· ἡ ΒΞ ἄρα τῆς ΒΔ τρίτον μέρος ἐστὶ. Τριπλοῦν δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν τμαμάτων δέδεικται γὰρ ὑπ' αὐτοῦ ἐν τῷ Περι τῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ὅτι πᾶν σχῆμα περιεχόμενον

ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτρίτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον· ὥστε τὸ ΑΒΓ τμήμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπίτρίτον ἐστίν, καὶ διελόντι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων τριπλάσιόν ἐστιν.

294 Καὶ ἐντὶ τᾷς ΕΔ τριπλασία ἢ ΔΒ· ἡμιολία ἄρα ἐντὶ ἃ ΒΘ τᾷς ΘΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι ἐπεὶ γὰρ τριπλῇ ἐστὶν ἢ ΒΔ τῆς ΔΕ, οἷων ἄρα ἢ ΒΔ δεκαπέντε, τοιούτων ἢ ΕΔ πέντε. οἷων δὲ ἢ ΔΕ πέντε, τοιούτου ἢ ΘΕ ἑνὸς καὶ ὅλη ἢ ΘΕΔ ἕξ· ἐξαπλασία ἄρα ἢ ΔΘ τῆς ΘΕ. οἷων ἄρα ἢ ΒΔ δεκαπέντε, τοιούτων ἢ ΔΘ ἕξ καὶ λοιπὴ ἢ ΘΒ ἐννέα· ὥστε ἡμιολία ἐστὶν ἢ ΒΘ τῆς ΘΔ. Εἰς τὸ θ'. Τὸ ἕνατον θεωρήμα πάντῳ ὄν ἀσαφὲς ἐκθησόμεθα παραφράζοντες σαφῶς κατὰ τὸ δυνατόν. ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΔΒ, ΒΕ, καὶ διελόντι καὶ ἐναλλάξ αἱ ΑΓ, ΓΔ, ΔΕ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ [ΔΕ] ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ καὶ αἱ ΑΓ, ΓΔ, ΔΕ, ἔστιν, ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον καὶ μέσον πρὸς ἐπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον καὶ μέσον πρὸς ἐπόμενον· ὡς ἄρα συναμφοτέρος ἢ ΑΓ, ΓΔ, τουτέστιν ἢ ΑΔ, πρὸς ΔΕ, οὕτως συναμφοτέρος ἢ ΑΒ, ΓΒ πρὸς ΔΒ. ὡς δὲ συναμφοτέρος ἢ ΑΒ, ΓΒ πρὸς ΔΒ, οὕτως ἢ β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΓ πρὸς τὴν β τῆς ΒΔ, διότι τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· καὶ ὡς ἄρα ἢ ΑΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως ἢ β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΓ πρὸς τὴν β τῆς ΔΒ. πάλιν, ἐπειδὴ αἱ ΓΒ, ΒΔ, ΒΕ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν καὶ αἱ ΑΓ, ΓΔ, ΔΕ, ἔστιν διὰ τὰ πρότερον εἰρημένα, ὡς ἢ ΑΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως συναμφοτέρος ἢ ΓΒ, ΒΔ πρὸς ΒΕ.

296 ἦν δὲ καί, ὡς ἢ ΑΔ πρὸς ΔΕ, ἢ β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΓ πρὸς τὴν β τῆς ΒΔ· καὶ ὡς ἄρα ἐν πρὸς ἐν, οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα· ὡς ἄρα ἢ ΑΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως τὰ ἡγούμενα πρὸς τὰ ἐπόμενα. ἔστιν δὲ ἡγούμενα μὲν ἢ β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΓ καὶ συναμφοτέρος ἢ ΓΒ, ΒΔ, τουτέστι δύο αἱ ΑΒ καὶ τρεῖς αἱ ΓΒ καὶ μία ἢ ΒΔ, ἐπόμενα δὲ ἢ β τῆς ΒΔ καὶ ἢ ΒΕ μόνῃ· ἔστιν οὖν, ὡς ἢ ΑΔ πρὸς ΔΕ, ἢ συγκειμένη εὐθεῖα ἕκ τε τῆς β τῆς ΑΒ καὶ γ τῆς ΓΒ καὶ τῆς ΔΒ μόνῃς πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τε τῆς β τῆς ΒΔ καὶ μόνῃς τῆς ΕΒ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἢ συγκειμένη ἕκ τε τῆς β τῆς ΑΒ καὶ τῆς δ τῆς ΓΒ καὶ τῆς δ τῆς ΔΒ καὶ τῆς β τῆς ΒΕ τῆς συγκειμένης ἕκ τε τῆς β τῆς ΑΒ καὶ γ τῆς ΓΒ καὶ τῆς ΒΔ μόνῃς, ἔξωθεν δὲ ἐστὶν ἢ συγκειμένη ἕκ τε τῆς β τῆς ΔΒ καὶ μόνῃς τῆς ΕΒ, τὸ δὲ μείζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ ἔλαττον, μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἢ συγκειμένη ἕκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τῆς β τῆς ΔΒ καὶ τῆς ΕΒ μόνῃς ἢ περ ἢ συγκειμένη ἕκ τῆς β τῆς ΑΒ καὶ τῆς γ τῆς ΓΒ καὶ μόνῃς τῆς ΔΒ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τῆς διπλῆς τῆς ΒΔ καὶ μόνῃς τῆς ΕΒ. ἀλλ' ὡς ἢ συγκειμένη ἕκ τῆς β τῆς ΑΒ καὶ γ τῆς ΓΒ καὶ τῆς ΒΔ μόνῃς πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τῆς β τῆς ΒΔ καὶ μόνῃς τῆς ΕΒ, οὕτως ἐδείχθη ἢ ΑΔ πρὸς ΔΕ· καὶ ἢ συγκειμένη ἄρα ἕκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τε τῆς β τῆς ΒΔ καὶ μόνῃς τῆς ΕΒ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ ΑΔ πρὸς ΔΕ. ἐὰν ἄρα θελήσωμεν ποιῆσαι τὸν αὐτὸν λόγον τῆς ΑΔ πρὸς ἄλλην τινά, ἐλάσσων ἔσται ἐκείνη τῆς ΔΕ.

297 ἔστω ἢ ΔΟ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἢ ΑΔ πρὸς ΔΟ, ἢ συγκειμένη ἕκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τῆς β τῆς ΒΔ καὶ μόνῃς τῆς ΕΒ.

298 ἀνάπαλιν ἄρα ἐστίν, ὡς ἢ ΟΔ πρὸς ΔΑ, ἢ συγκειμένη ἕκ τῆς β τῆς ΒΔ καὶ μόνῃς τῆς ΕΒ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ καὶ τῆς δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ· καὶ συνθέντι, ὡς ἢ ΟΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἕκ τῆς β τῆς ΑΒ καὶ δ τῆς ΓΒ καὶ ζ τῆς ΒΔ καὶ γ τῆς ΒΕ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ· ἢ τε γὰρ ΒΔ ἐξάκις παρελήφθη, τετράκις μὲν ἐν τοῖς προτέροις, δις δὲ ἐν τοῖς δευτέροις, καὶ ἢ ΒΕ τρίς ἐλήφθη, δις μὲν ἐν τοῖς πρώτοις, ἅπαξ δὲ ἐν τοῖς δευτέροις. ὑπόκειται δὲ καὶ ἢ ΑΔ πρὸς ΗΘ τοῦτον ἔχουσα τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἢ συγκειμένη ἕκ τῆς ε συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ καὶ ι συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τῆς β τῆς ΑΒ καὶ δ τῆς ΓΒ καὶ ζ τῆς ΒΔ καὶ γ τῆς ΒΕ, καὶ ἐστὶ τεταραγμένη ἀναλογία· δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἢ ΟΑ πρὸς ΗΘ, οὕτως ἢ συγκειμένη

ἐκ τῆς ε συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ ι τῆς ΓΒ, ΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τε τῆς β συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ δ τῆς ΓΒ, ΒΔ. τὸ γὰρ τῆς γεγραμμένης ἀναλογίας οὕτως ἔσται δῆλον· ἐπεὶ γὰρ ἔστιν, ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον ἢ ΟΑ πρὸς ἐπόμενον τὴν ΑΔ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β τῆς AB καὶ δ τῆς ΓΒ καὶ ζ τῆς ΒΔ καὶ γ τῆς BE πρὸς ἐπόμενον τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ, ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἐπόμενον ἢ ΑΔ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΗΘ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς ε συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ ι συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ πρὸς ἡγούμενον τὴν συγκειμένην ἕκ τε τῆς β τῆς AB καὶ δ τῆς ΓΒ καὶ ζ τῆς ΒΔ καὶ γ τῆς BE .

299 ἐπεὶ ἢ ε συναμφοτέρου τῆς AB, BE πρὸς τὴν β τῆς αὐτῆς λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο, ἔχει δὲ καὶ ἢ ι συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ πρὸς τὴν δ τῆς αὐτῆς λόγον, ὃν πέντε πρὸς δύο, ἐπειδὴ καὶ τὰ πέντε πρὸς δύο καὶ τὰ δέκα πρὸς τέσσαρα λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο, καὶ ἢ συγκειμένη ἄρα ἐκ τῆς ε συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ ι συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ δ τῆς ΓΒ, ΒΔ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο· ὥστε καὶ ἢ ΑΟ πρὸς ΗΘ λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο.

300 πάλιν, ἐπεὶ ἐδείχθη ἐν τοῖς ἀνωτέρω, ὅτι ἢ ΟΔ πρὸς ΔΑ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει ἢ ΕΒ μετὰ τῆς β τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ἴσην τῇ συγκειμένην ἕκ τε τῆς β συναμφοτέρου τῆς AB, BE μετὰ τῆς δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΔ, ἔστιν δὲ καί, ὡς ἐπόμενον ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἢ ΑΔ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΔΕ, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β τῆς AB καὶ γ τῆς ΓΒ καὶ μόνης τῆς ΔΒ πρὸς ἡγούμενον τὴν συγκειμένην ἕκ τε τῆς ΕΒ καὶ τῆς β τῆς ΒΔ, ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστι τεταραγμένης οὔσης τῆς ἀναλογίας, δι' ἴσου ἐστίν, ὡς ἢ ΟΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β τῆς AB καὶ τῆς γ τῆς ΓΒ καὶ μόνης τῆς ΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ δ τῆς ΓΒ, ΒΔ· ὥστε καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἢ ΕΔ πρὸς ΔΟ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τε τῆς β τῆς AB καὶ γ τῆς ΓΒ καὶ μόνης τῆς ΒΔ, καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἢ ΔΕ πρὸς ΕΟ, τὸ ἡγούμενόν φημι πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ABE μετὰ τῆς δ τῆς ΓΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς ΓΒ μόνης καὶ γ τῆς ΒΔ καὶ τῆς β τῆς ΕΒ. ἐν μὲν γὰρ τῷ ἡγούμενῳ ἢ β τῆς AB καὶ τῆς ΕΒ, ἐν δὲ τῷ ἐπομένῳ ἢ β τῆς AB μόνης· ὥστε περιλείπεται ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ἢ β τῆς ΕΒ· πάλιν ἐν μὲν τῷ ἡγούμενῳ ἢ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ, ἐν δὲ τῷ ἐπομένῳ ἢ γ τῆς ΓΒ καὶ ἢ ΒΔ μόνη· ὥστε περιλείπεται ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ἢ ΓΒ μόνη καὶ ἢ γ τῆς ΒΔ.

302 καλῶς οὖν ἐλέχθη, ὅτι ἐστὶν ἀναστρέψαντι, ὡς ἢ ΔΕ πρὸς ΕΟ, ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τε τῆς ΓΒ καὶ τῆς γ τῆς ΔΒ καὶ τῆς β τῆς ΕΒ· ὥστε καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἢ ΟΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς ΓΒ μετὰ τῆς γ τῆς ΒΔ καὶ β τῆς ΕΒ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ABE καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ. ἔστιν δὲ καί, ὡς ἢ ΔΒ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΕΒ, ἢ ΑΒ πρὸς ΒΓ, καὶ διελόντι, ὡς ἢ ΔΕ πρὸς ΕΒ, ἢ ΑΓ πρὸς ΓΒ· διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἔστιν, ὡς ἢ ΓΔ πρὸς ΔΒ, οὕτως ἢ ΔΕ πρὸς ΕΒ· καὶ ὡς ἄρα ἢ γ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν γ τῆς ΔΒ, οὕτως ἢ β τῆς ΔΕ πρὸς τὴν β τῆς ΕΒ· τὰ γὰρ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. καὶ ὡς ἄρα ἐν πρὸς ἐν, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ἔστιν ἄρα, ὡς ἢ ΔΕ πρὸς ΕΒ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς ΑΓ καὶ τῆς γ τῆς ΓΔ καὶ β τῆς ΔΕ πρὸς τὴν συγκειμένην ἕκ τε τῆς ΓΒ καὶ τῆς γ τῆς ΒΔ καὶ τῆς β τῆς ΕΒ. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον ἢ ΟΕ πρὸς ἐπόμενον τὴν ΔΕ, ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς ΓΒ καὶ τῆς γ τῆς ΒΔ καὶ β τῆς ΕΒ πρὸς ἐπόμενον τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς AB, BE καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ, ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἐπόμενον ἢ ΔΕ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΕΒ, ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν

ἄλλο τι ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς ΑΓ καὶ γ τῆς ΓΔ καὶ β τῆς ΔΕ πρὸς ἡγούμενον τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς ΓΒ καὶ γ τῆς ΔΒ καὶ β τῆς ΒΕ, δι' ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένη ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΟΕ πρὸς ΕΒ, ἢ συγκειμένη ἔκ τε τῆς ΑΓ καὶ γ τῆς ΓΔ καὶ β τῆς ΔΕ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ μετὰ τῆς δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΟΒ πρὸς ΒΕ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς ΑΓ καὶ γ τῆς ΓΔ καὶ β τῆς ΕΔ καὶ β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ.

304 ἄλλὰ ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς ΑΓ καὶ γ τῆς ΓΔ καὶ β τῆς ΕΔ καὶ β συναμφοτέρου τῆς ΑΒ, ΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ ἴση ἐστὶ τῇ συγκειμένη ἔκ τε τῆς γ τῆς ΑΒ καὶ ζ τῆς ΓΒ καὶ γ τῆς ΔΒ· ἢ τε γὰρ ΑΒ δις παρελήφθη αὐτόθεν καὶ προσλαβοῦσα τὴν ΑΓ καὶ ἐκ τῆς δ τῆς ΓΒ μίαν ποιεῖ τὴν γ τῆς ΑΒ· πάλιν ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς δ τῆς ΓΒ μιᾶς γίνεται γ, προσλαβοῦσα δὲ τὴν γ τῆς ΓΔ καὶ γ τῆς ΔΒ ποιεῖ τὴν ζ τῆς ΓΒ· πάλιν ἀφαιρεθείσης ἀπὸ τῆς δ τῆς ΔΒ γ μένει μόνη ἡ ΔΒ, προσλαβοῦσα δὲ τὴν τε β τῆς ΔΕ καὶ τὴν β τῆς ΕΒ ποιεῖ τὴν γ τῆς ΒΔ. καλῶς οὖν λέγει, ὅτι ἡ ΟΒ πρὸς ΕΒ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς γ τῆς ΑΒ καὶ ζ τῆς ΓΒ καὶ γ τῆς ΔΒ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ. πάλιν, ἐπεὶ αἱ ΕΔ, ΔΓ, ΓΑ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ καὶ διὰ τὸ ἀνάπαλιν τῆς ὑποθέσεως συναμφοτέρος ἐκάστη τῶν ΕΒ, ΒΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΒΓ, ΒΑ, ἔσται, ὡς ἡ ΕΔ πρὸς τὴν μέσῃ καὶ τὴν ἐπομένην τὰς ΔΓ, ΓΑ, τουτέστι τὴν ΔΑ, οὕτως συναμφοτέρος ἢ ΕΒ, ΒΔ πρὸς συναμφοτέρον τὴν ΔΒ, ΒΓ μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΓΒ, ΒΑ· καὶ συνθέντι ἄρα, ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως συναμφοτέρος ἢ ΕΒΔ μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΔΒΓ καὶ μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΑ πρὸς συναμφοτέρον τὴν ΔΒΓ μετὰ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΑ.

306 ἄλλὰ συναμφοτέρος ἢ ΕΒΔ μετὰ τῆς ΔΒΓ καὶ τῆς ΓΒΑ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΕΒΑ καὶ δις συναμφοτέρῳ τῇ ΔΒΓ· ἅπαξ γὰρ αἱ ἄκραι παραλαμβάνονται καὶ δις αἱ μέσαι· συναμφοτέρος δὲ ἢ ΔΒΓ μετὰ τῆς ΓΒΑ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΒΔ καὶ δις τῇ ΒΓ διὰ τὴν αὐτὴν αἰτίαν· ὥστε ἐστίν, ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἔκ τε τῆς ΕΒΑ καὶ β συναμφοτέρου τῆς ΔΒΓ πρὸς τὴν συγκειμένην ἔκ τε συναμφοτέρου τῆς ΔΒΑ καὶ τῆς β τῆς ΓΒ. ὥστε καὶ ἡ διπλασία πρὸς τὴν διπλασίαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ὡς ἄρα ἡ ΕΑ πρὸς ΑΔ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΕΒΑ μετὰ τῆς δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ καὶ τῆς δ τῆς ΓΒ. ὥστε καί, ὡς ἡ ΕΑ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΑΔ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ καὶ τῆς δ τῆς ΓΒ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΑΔ, οὕτως ἐλήφθη ἡ ΒΕ πρὸς ΖΗ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΒ πρὸς ΖΗ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ καὶ τῆς δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ καὶ δ τῆς ΓΒ. ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὡς ἡγούμενον ἢ ΟΒ πρὸς ἐπόμενον τὴν ΒΕ, οὕτως ἡγούμενον ἢ γ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ μετὰ τῆς ζ τῆς ΓΒ πρὸς ἐπόμενον τὴν β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΓΒΔ, ὡς δὲ ἐπόμενον ἢ ΕΒ πρὸς ἄλλο τι τὴν ΖΗ, οὕτως ἐπόμενον ἢ β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΕ καὶ ἡ δ συναμφοτέρου τῆς ΔΒΓ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τοῦ ἐπομένου, τουτέστι τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ καὶ τῆς δ τῆς ΓΒ, τεταγμένης οὖν οὔσης τῆς ἀναλογίας δι' ἴσου ἐστίν, ὡς ἡ ΟΒ πρὸς ΖΗ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἔκ τε τῆς γ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ καὶ ζ τῆς ΓΒ πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ καὶ δ τῆς ΓΒ.

308 ἢ δὲ συγκειμένη ἐκ τῆς γ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ καὶ ζ τῆς ΓΒ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΑΒΔ καὶ δ τῆς ΓΒ λόγον ἔχει, ὃν τρία πρὸς δύο, πρὸς δὲ τὰ τρία πέμπτα τῆς αὐτῆς λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο τὰ δὲ ἑξαπλάσια τῶν αὐτῶν τῶν τετραπλασίων ἡμιόλια ἐστίν· πρὸς δὲ τρία πέμπτα τῆς αὐτῆς λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς δύο. ἐπειδὴ γὰρ τὰ

ηγούμενα τῶν ἐπομένων ἡμιόλια, καὶ λόγον ἔχει πρὸς αὐτά, ὃν τρία πρὸς δύο· ἔχει ἄρα καί, ὃν τεσσαράκοντα πέντε πρὸς τριάκοντα· ἐκάτερον γὰρ ἐκατέρου ἐστὶ πεντεκαίδεκαπλάσιον. καὶ ἐστὶ τὰ τρία πέμπτα τῶν τριάκοντα δεκαοκτώ· ἔχει ἄρα τεσσαράκοντα πέντε πρὸς δεκαοκτώ λόγον, ὃν πέντε πρὸς δύο· τὰ γὰρ πέντε καὶ τὰ δύο ἀμφοτέρων εἰσὶν ἕννατα. ἐπεὶ οὖν δέδεικται ἡ μὲν OA πρὸς HΘ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε πρὸς δύο, ἡ δὲ OB πρὸς ZH τὸν αὐτὸν λόγον, δύο πεμπτημόρια ἐστὶν ὅλη ἡ ZΘ ὅλης τῆς AB. Εἰς τὸ ι'.

310 (1t)

Φανερόν δὴ, ὅτι καὶ τοῦ AΔΕΓ τόμου διάμετρος ἐστὶν ἡ ZH ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται ἡ ZB διάμετρος τοῦ τμήματος καὶ αἱ AG, ΔΕ διχοτομούμεναι ὑπ' αὐτῆς κατὰ τὰ Z, H, παράλληλοί εἰσιν τῇ κατὰ τὸ B ἐφαπτομένη τῆς τομῆς. καὶ δῆλον, ὅτι καὶ πᾶσαι αἱ ὁμοίως αὐταῖς ἀγόμεναι παράλληλοι εἴτε μεταξὺ αὐτῶν εἴτε καὶ μεταξὺ τῆς ΔΕ καὶ τῆς B κορυφῆς δίχα τμηθήσονται ὑπὸ τῆς BZ, καὶ διὰ τοῦτο φησι διάμετρον εἶναι τοῦ τόμου τὴν ZH. Ἀλλ' ὥς μὲν ὁ ἀπὸ ZA κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον, οὕτως τὸ [ἀπὸ] ABΓ τμήμα πρὸς τὸ ΔEB τμήμα ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὑπ' αὐτοῦ, ὅτι τὸ ABΓ τμήμα τοῦ ABΓ τριγώνου ἐστὶν ἐπίτριτον καὶ τὸ ΔEB τμήμα τοῦ ΔEB τριγώνου, ἔστιν, ὥς τὸ ABΓ τμήμα πρὸς τὸ ABΓ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΔEB τμήμα πρὸς τὸ ΔEB τρίγωνον· καὶ ἐναλλάξ, ὥς τὸ τμήμα πρὸς τὸ τμήμα, τὸ τρίγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον· ὥστε καὶ τὰ ἡμίση αὐτῶν, ὥς τὸ ABΓ τμήμα πρὸς τὸ ΔEB τμήμα, οὕτως τὸ AZB τρίγωνον πρὸς τὸ ΔHB τρίγωνον. [ὥστε] καὶ ἔαν ἀναγράψωμεν τὰ παραλληλόγραμμα τὰ διπλάσια τῶν τριγώνων, ἔσται ἰσογώνια διὰ τὸ παραλλήλους εἶναι τὰς ΔH, AZ· ὥστε καὶ λόγον ἔξει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν τῆς AZ πρὸς ΔH καὶ τῆς ZB πρὸς BH. ὁ αὐτὸς δὲ λόγος ἐστὶ τῶν τε τριγώνων καὶ τῶν τμημάτων· τὸ ἄρα τμήμα πρὸς τὸ τμήμα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τῆς AZ πρὸς ΔH καὶ τοῦ τῆς ZB πρὸς BH. ὁ δὲ τῆς ZB πρὸς BH λόγος ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ AZ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον· ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμήμα λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τοῦ ἀπὸ AZ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον καὶ τοῦ τῆς AZ πρὸς ΔH.

312

σύγκειται δὲ καὶ ὁ τοῦ ἀπὸ AZ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον λόγος ἐκ τῶν αὐτῶν, ὥς δέδεικται ἐν τοῖς σχολίοις τοῦ Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου· ἔστιν ἄρα, ὥς τὸ τμήμα πρὸς τὸ τμήμα, οὕτως ὁ ἀπὸ AZ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον. Καὶ ἐπεὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἐκ τε τῆς β τῆς ΔH καὶ τῆς AZ πρὸς τὸν ἀπὸ AZ κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἡ β τῆς ΔH μετὰ τῆς AZ πρὸς ZA ἐπὶ γὰρ τῶν αὐτῶν βάσεων ὄντα πρὸς ἀλληλά ἐστὶν, ὥς τὰ ὕψη. ἔστιν δὲ καί, ὥς ἡ ΔH πρὸς AZ, ἡ EN πρὸς NM, καὶ ὥς ἡ β τῆς ΔH πρὸς AZ, ἡ β τῆς EN πρὸς NM· καὶ συνθέντι, ὥς ἡ β τῆς NE μετὰ τῆς NM πρὸς NM, ἡ β τῆς ΔH μετὰ τῆς AZ πρὸς AZ. ἐδείχθη δὲ καί, ὥς ὁ ἀπὸ AZ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΔH κύβον, οὕτως ὁ τε ἀπὸ MN κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ NE κύβον καὶ ἡ MN πρὸς NT· αἱ γὰρ MN, NE, NO, NT τέσσαρές εἰσιν ἀνάλογον, καὶ ὥς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τετάρτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης στερεὸν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ὁμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον. Ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΔH κύβος πρὸς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην εὐθεῖαν ἐκ τε τῆς β τῆς AZ καὶ τῆς ΔH, οὕτως ἡ ΔH πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς AZ καὶ τῆς ΔH πάλιν γὰρ πρὸς ἀλληλά ἐστὶν, ὥς τὰ ὕψη. ὥς δὲ ἡ ΔH πρὸς τὴν β τῆς AZ μετὰ τῆς ΔH, οὕτως ἡ TN πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τε τῆς β τῆς ON καὶ τῆς TN· ἔστιν γὰρ, ὥς ἡ AZ πρὸς ΔH, ἡ MN πρὸς NE καὶ ἡ ON πρὸς NT· καὶ ἀνάπαλιν, ὥς ἡ ΔH πρὸς AZ, ἡ TN πρὸς NO, καὶ ὥς ἡ ΔH μετὰ τῆς β τῆς AZ πρὸς AZ, οὕτως ἡ TN μετὰ τῆς β τῆς NO πρὸς NO.

314

Γέγονεν οὖν τέσσαρα μεγέθη ἐξῆς ἀλλήλων κείμενα, πρῶτον μὲν τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΔH καὶ τῆς AZ, καὶ δεύτερον ὁ ἀπὸ τῆς AZ κύβος καὶ τρίτον ὁ ἀπὸ τῆς ΔH κύβος καὶ τέταρτον τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τῆς ΔH τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἐκ τε τῆς β τῆς AZ καὶ τῆς ΔH, καὶ ἄλλαι τινὲς εὐθεῖαι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ σύνδυο λαμβανόμεναι, ἢ τε συγκειμένη ἐκ τῆς β τῆς NE καὶ μόνης

τῆς ΜΝ καὶ δευτέρα ἢ ΜΝ καὶ τρίτη ἢ ΝΤ καὶ τετάρτη ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β τῆς ΟΝ καὶ τῆς ΝΤ· δι' ἴσου ἄρα γενήσεται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΔΗ καὶ τῆς ΑΖ μόνης, πρὸς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΑΖ καὶ μόνης τῆς ΔΗ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β τῆς ΞΝ καὶ μόνης τῆς ΜΝ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΝΟ καὶ μόνης τῆς ΝΤ. ἀλλ' ὡς τὰ εἰρημένα στερεὰ πρὸς ἄλληλα, οὕτως ἐδείχθη ἢ ΘΙ πρὸς ΙΚ· καὶ ὡς ἄρα ἢ ΘΙ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς β τῆς ΞΝ καὶ μόνης τῆς ΝΜ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΟΝ καὶ μόνης τῆς ΝΤ· καὶ συνθέντι, ὡς ἢ ΘΚ πρὸς ΚΙ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ καὶ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΟΝ καὶ μόνης τῆς ΝΤ· καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ε , ὡς ἢ ΗΖ πρὸς ΚΙ, οὕτως ἢ ε συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ καὶ ι συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΝΟ καὶ μόνης τῆς ΝΤ· καὶ ὡς ἄρα ἢ ΖΗ πρὸς ΖΚ οὕσαν αὐτῆς δύο πέμπτα· ἐκατέρα γὰρ τῶν ΗΘ, ΖΚ δύο πεμπτημόριά ἐστι τῆς ΗΖ, ἐπειδὴ τὸ μέσον πεμπτημόριον ἢ ΘΚ ὑπόκειται· οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς ε συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ καὶ ι συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ πρὸς τὴν β συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ καὶ δ συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ· καὶ γὰρ τὰ β τῶν ε καὶ τὰ δ τῶν ι δύο πεμπτημόριά ἐστιν.

316 ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς ἢ ΖΗ πρὸς ΙΚ, οὕτως ἢ ε τῆς ΜΝΤ καὶ ι τῆς ΞΝΟ πρὸς τὴν β τῆς ΝΟ καὶ μόνην τὴν ΝΤ, πάλιν δὲ ἐδείχθη, ὡς ἢ ΖΗ πρὸς ΖΚ, ἢ ε συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ καὶ ι τῆς ΞΝΟ πρὸς τὴν β τῆς ΜΝΤ καὶ δ τῆς ΞΝΟ, ἔσται, ὡς ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἐπόμενα, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὰ δύο ἐπόμενα, ὡς ἢ ΖΗ πρὸς ΖΙ, οὕτως ἢ συγκειμένη ἐκ τῆς ε συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ καὶ ι συναμφοτέρου τῆς ΞΝΟ πρὸς τὴν συγκειμένην ἐκ τῆς β τῆς ΟΝ καὶ μόνης τῆς ΝΤ καὶ τῆς β συναμφοτέρου τῆς ΜΝΤ καὶ δ τῆς ΞΝΟ, ἢ ἐστὶν ἴση τῇ συγκειμένη ἐκ τῆς β τῆς ΜΝ καὶ δ τῆς ΝΞ καὶ ς τῆς ΝΟ καὶ γ τῆς ΝΤ· οὕτως γὰρ εἴληπται καὶ ἀνωτέρω. ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθεῖαι ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΜΝΞ, ΟΝΤ, καὶ ἐστὶν, ὡς μὲν ἢ ΝΤ πρὸς ΤΜ, οὕτως εἰλημμένη τις ἢ ΡΙ πρὸς τὴν ΖΘ, τουτέστι πρὸς τὰ τρία πέμπτα τῆς ΗΖ, τουτέστι τῆς ΜΟ, καὶ δεδειγμένα εἰσὶν αἱ ἐν τῷ ῥητῷ ἀναλογίαι, ἔσται διὰ τὸ προειρημένον ἢ ΡΖ δύο πέμπτα τῆς ΜΝ, τουτέστι τῆς ΖΒ· τρία ἄρα πέμπτα ἐστὶν ἢ ΒΡ τῆς ΒΖ.

318 ἢ ΒΡ ἄρα πρὸς ΡΖ λόγον ἔχει, ὃν τρία πρὸς δύο· ὥστε κέντρον βάρους ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ τμήματος τὸ Ρ σημεῖον. ἐὰν δὴ λάβωμεν τὸ τοῦ ΔΒΕ τμήματος τὸ Χ, τρία πέμπτα ἔσται ἢ ΒΧ τῆς ΒΗ. γέγονεν οὖν, ὡς ὅλη ἢ ΖΒ πρὸς ὅλην τὴν ΒΡ, οὕτως ἀφαιρεθεῖσα ἢ ΒΗ πρὸς ἀφαιρεθεῖσαν τὴν ΒΧ· ἐκατέρα γὰρ αὐτῶν πρὸς ἐκατέραν λόγον ἔχει, ὃν πέντε πρὸς τρία· καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα ἢ ΖΗ πρὸς λοιπὴν τὴν ΧΡ λόγον ἔξει, ὃν πέντε πρὸς τρία. ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται, ὡς ὁ ΑΔΕΓ τομεὺς πρὸς τὸ ΔΒΕ τμήμα, οὕτως ἢ ΜΤ πρὸς ΤΝ, ὡς δὲ ἢ ΜΤ πρὸς ΤΝ, οὕτως τὰ τρία πέμπτα τῆς ΗΖ [τουτέστιν ἢ ΙΘ] ἦτοι ἢ ΧΡ πρὸς ΡΙ, ἔσται ἄρα καί, ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸ τμήμα, ἢ ΧΡ πρὸς ΡΙ. καὶ ἀντιπεπόνθασιν ὅπερ τὸ Ρ κέντρον τοῦ ὅλου τμήματος τοῦ ἄρα τόμου κέντρον ἐστὶ τὸ Ι.