

eul_wid: iaw-ad

Εὐκλείδης ὁ Ἀλεξανδρεύς · Euclid of Alexandria

Review of Optics by Theon

Ἐπισκόπησις Ὀπτικῶν ὑπὸ Θεωνος

Period: Ἑλληνιστική [Hellenistic](#)
Dialect: Κοινή τεχνική [Technical Koine](#)
Domain: Μαθηματικά [Mathematics](#)
Format: Πραγματεία [Treatise](#)

¹⁴⁴ Ἀποδεικνὺς τὰ κατὰ τὴν ὄψιν παραμυθίας ἐκόμιζέ τινας προσεπιλογιζόμενος, διότι κατ' εὐθείας γραμμὰς πᾶν φῶς φέρεται. σημεῖον δὲ τούτου μέγιστον τὰς τε ἀπὸ τῶν σωμάτων ἀπορριπτουμένας σκιάς καὶ τὰς ἀπὸ τῶν θυρίδων τε καὶ ὀπῶν φερομένας αὐγὰς κομίζει. ἕκαστον δὲ τούτων οὐκ ἂν ἐγίγνετο, καθάπερ νῦν θεωρεῖται γιγνόμενον, εἴπερ μὴ αἱ ἀπὸ τοῦ ἡλίου φερόμεναι ἀκτῖνες κατὰ τινας εὐθείας ἐφέροντο. ἐπὶ τε τῶν παρ' ἡμῖν πυρῶν τὰς ἀποστελλομένας ἔφασκεν αὐγὰς αἰτίας εἶναι τοῦ τε φωτίζεσθαί τινα τῶν παρακειμένων σωμάτων καὶ ἀπορρίπτειν σκιάς τὰς μὲν ἴσας τοῖς ὑποκειμένοις σώμασι, τὰς δὲ μείζονας, τὰς δὲ ἐλάσσονας τῶν ὑποκειμένων σωμάτων. καὶ ἴσας μὲν ἀπορρίπτειν σκιάς, ὅσα τοῖς φωτίζουσι πυροῖς ἴσα ἐστί, τὰς τε ἐσχάτας ἀκτῖνας ἐπὶ τούτων συμβαίνειν παραλλήλους γίνεσθαι καὶ μήτε συναπτούσας αὐτὰς μειοῦν τὴν σκιὰν μήτε μὴν ἐξαπλουμένας αὖξιν, ἀλλ' οἷόν ἐστι τὸ ἐπιπροσθοῦν, τοιαύτην καὶ τῆς σκιάς συμμετρίαν φυλάσσειν· ἐλάσσονες δὲ τῶν σωμάτων αἱ σκιαὶ εἰσιν, ὅταν τὰ φωτίζοντα πυρὰ μείζονα ᾗ· τὰς γὰρ ἐσχάτας ἀκτῖνας συμπίπτειν ἑαυταῖς· διὸ δὴ καὶ μειοῦν τὰς σκιάς. ^[20]

¹⁴⁶ μείζους δὲ τῶν σωμάτων αἱ σκιαὶ εἰσιν, ὅταν τὰ φωτίζοντα πυρὰ ἐλάσσονα ᾗ· τὰς γὰρ ἐσχάτας ἀκτῖνας ἐπὶ τούτων ἐξαπλοῦσθαι συμβαίνει καὶ μείζον τὸ σκιαζόμενον μέρος ἀποτελεῖν· οὐδέποτε δ' ἂν τοῦτο συνέβαινεν, εἰ μὴ αἱ ἀπὸ τοῦ πυρὸς φερόμεναι ἀκτῖνες ἐπ' εὐθείας ἐφέροντο. ἐκφανέστατα δὲ τούτων πάντων τοῦτο ἐπὶ τῶν κατασκευαστῶς γινομένων θεωρεῖσθαι συμβαίνει. λύχνου γὰρ ὁπωσδηποτοῦν κειμένου εἰ προστεθείη τούτῳ πτυχίον ἔχον ἐπιτομὴν λεπτοῦ πριονίου, ὥστε καὶ τὴν ἐπιτομὴν κατὰ μέσου τοῦ λύχνου πίπτειν, τῷ δὲ πτυχίῳ τούτῳ κατὰ τὰ ἕτερα μέρη παρατεθείη πτυχίον ἔγγιον, ᾧ προσπεσεῖται ἡ αὐγὴ ἢ διὰ τῆς ἐντομῆς φερομένη, πάντως τὴν προσπίπτουσαν αὐγὴν τῷ πτυχίῳ εὐθείαις γραμμαῖς περιεχομένην εὐρήσομεν καὶ τὴν ἐπιζευγνύουσαν τὸ τε μέσον τοῦ λύχνου καὶ τὴν ἐντομὴν τοῦ πτυχίου κατὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν οὔσαν. ἐναργοῦς οὖν ὄντος τοῦ, ὅτι πᾶν φῶς κατ' εὐθεῖαν γραμμὴν φέρεται, καὶ πᾶσι προδήλου μεταβαίνειν ἐπὶ τὴν ὄψιν ἡξίου καὶ τὰς ἀπ' αὐτῆς ἐκχεομένας ἀκτῖνας καὶ ὁμολογεῖν κατ' εὐθείας φέρεσθαι γραμμὰς καὶ ταύτας ἐν διαστήμασι, καὶ διὰ τοῦτο μὴδὲ τὰ ὀρώμενα ἅμα ὅλα ὁρᾶσθαι, ὑπόμνησιν φέρων τοιαύτην· πολλάκις γὰρ βελόνῃς ἢ τινος τοιούτου ἑτέρου σωματίου ἐκριφέντος εἰς τὸ ἔδαφος φιλοτιμότερόν τινες προσεκάθισαν τῇ ζητήσει καὶ τὸν αὐτὸν τόπον πολλάκις ἐμάτευσαν οὐδενὸς ἐπιπροσθοῦντος

τῷ ζητούμένῳ σωματίῳ· εἶτα μέντοι γε ὕστερον ἐπιβάλλοντες τὴν ὄψιν τῷ τόπῳ, ἐν ᾧπερ ἦν τὸ σωματίον, εἶδον τὴν βελόνην. ^[25]

148 δῆλον οὖν, ὡς, ὅτε οὐχ ἑωρᾶτο τὸ ἐξερριμμένον, οὐδὲ ὁ τόπος, ἐν ᾧ ἦν, ἑωρᾶτο· ὥστε τοῦ ὑπὸ τὴν ὄψιν τοῦ ζητοῦντος κειμένου τόπου μὴ ἅπαντα τὰ μέρη θεωρεῖσθαι. εἰ γὰρ ἐθεωρεῖτο, καὶ τὸ ζητούμενον ἂν ἑωρᾶτο· οὐχ ἑωρᾶτο δέ. ἐπὶ τε τῶν ἀτενιζόντων τοῖς βιβλίοις συνιστάμενος ἔφασκε μηδὲ τούτους ἂν δύνασθαι πάντα τὰ ἐν τῇ σελίδι γράμματα ὁρᾶν. πολλὰ γοῦν ἀναγκαζομένους δεῖξαι τῶν σπανίως γραφομένων γραμμάτων μὴ δύνασθαι δεῖξαι διὰ τὸ μὴ πρὸς πάντα τὰ γράμματα τὰς ὄψεις φέρεσθαι, ἀλλ' ἐκ διαστημάτων ταύτας ὑπάρχειν καὶ πολλὰ τῶν κατατεταγμένων μὴ θεωρεῖν. ὥστε ἐκ τούτου φανερόν ἐστι, διότι οὐδὲ ὁ τόπος τῆς σελίδος ὅλος ὁραθήσεται. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων θεαμάτων τὸ αὐτὸ συμβαίνει. ὥστε οὐχ ὁραθήσεται ἅμα ὅλα τὰ ὀρώμενα· δοκεῖ δὲ ὁρᾶσθαι διὰ τὸ κινεῖσθαι τὰς ὄψεις ὑπερβολῇ τάχους μηδὲν ἀπολείπουσας, τουτέστι κατὰ συνέχειαν παραφερομένας καὶ μὴ ἄλλομένας. πρὸς δὲ τὸ τῇ ὄψει μὴ προσπίπτειν τι εἶδωλον ἀπὸ τοῦ ὀρωμένου εἰς τὸ κινήσαι αὐτὴν πρὸς τὸ καταλαβεῖν τὸ ὀρώμενον ἔφερον αἰτίας τοιαύτας· καὶ γὰρ ἐπὶ τοῦ ζητουμένου σώματος καὶ τοῦ τῷ βιβλίῳ ἀτενίζοντος ἀπορίαν κομίζων ἔλεγεν· εἰ ἦν κατ' εἰδῶλων ἔμπτωσιν τὸ ὁρατικὸν πάθος, καὶ ἀπὸ παντὸς σώματος διηνεκῶς εἶδωλα ἀπέρρεεν, ἃ κινεῖ ἡμῶν τὴν αἴσθησιν, τίς ἡ αἰτία γίγνεται, δι' ἣν οὐχ ὁρᾷ ὁ τε ζητῶν τὴν βελόνην καὶ ὁ τῷ βιβλίῳ ἀτενίζων πάντα τὰ γράμματα; πότερον ποτε διὰ τὸ μετεωρίζεσθαι τῇ διανοίᾳ; ἀλλ' οὐδὲν ἦττον ἐπιλογιζόμενοι ζητοῦσι καὶ ὁλοσχερῶς οὐχ εὐρίσκουσι, πολλάκις δὲ ὁμιλοῦντες ἑτέροις καὶ περισπώμενοι τῇ διανοίᾳ εὐρίσκουσι θάττον. ^[5]

150 ἀλλ' οὐ πάντα τὰ εἶδωλα εἰσκρίνεται εἰς τὴν ὄρασιν; καὶ τίς αἰτία τοῦ ἀποκληροῦσθαι τὰ εἰσκρινόμενα; καὶ μὴν τὴν φύσιν ἔφασκε κατὰ τὰ ζῶα τὰ μὲν τῶν αἰσθητηρίων πρὸς ὑποδοχὴν εὐθετα κατεσκευακέναι, τὰ δὲ μή. ἀκοὴν μὲν γὰρ καὶ γεῦσιν καὶ ὄσφρησιν κοῖλα κατεσκευάκεν ἐντὸς ὡς ἔξωθεν αὐταῖς προσπίπτειν σώματα κινήσοντα τὰς αἰσθήσεις ταύτας. ἀκοὴ μὲν γὰρ φωνὴ προσπίπτουσα τόπον ἐπιτήδειον ὥφειλεν εὐρίσκειν πρὸς τὸ ἀναμεῖναι καὶ μὴ κατὰ τὴν πρόσπτωσιν εὐθέως ἀποπαλθεῖσαν τὴν τε αἴσθησιν ἀκίνητον διαφυλάττειν καὶ τὴν ἐπιφερομένην συγχέαι φωνήν. ὁμοίως δὲ καὶ ὄσφρησιν· ἐπὶ μὲν γὰρ γεύσεως τί δεῖ καὶ λέγειν; διὸ καὶ μάλιστα πως αὐταὶ αἱ αἰσθήσεις κοῖλαί τε καὶ ἀντροειδεῖς κατεσκευάσθησαν πρὸς τὸ ἐμμένειν τὰ προσπίπτοντα σώματα πλείονας χρόνους. καὶ ἐπὶ τῆς ὀράσεως οὖν, εἴπερ ἔξωθεν αὐτῇ προσέπιπτε τὰ κινήσοντα αὐτὴν σώματα, καὶ μὴ αὐτὴ ἐξαπέστελλέ τι ἀφ' ἑαυτῆς, ἔδει τὴν κατασκευὴν αὐτῆς κοίλην τε καὶ εὐθετον πρὸς ὑποδοχὴν τῶν προσπιπτόντων σωμάτων εἶναι· νυνὶ δὲ θεωρεῖται τοῦτο οὐχ οὕτως ἔχον, ἀλλὰ μᾶλλον σφαιροειδὲς οὕσα θεωρεῖται ἢ ὄρασις. πρὸς οὖν τὸ πιστὸν εἶναι κατὰ τὸ παρὸν τὸ ἀκτῖνας εἶναι τὰς ἐκχεομένας καὶ κινούσας τὸ ὁρατικὸν πάθος ἀρκούντως ἐδόκει εἰρησθαι, πρὸς δὲ τὸ τὰς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ταῖς ὄψεσι κειμένας περιφερείας εὐθείας φαίνεσθαι ἔλεγε τάδε· διότι ἢ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένη ὄψις ὥτινι οὖν θεωρητῷ τοιαύτη ἐστὶν ὥστε μήτε ὑψηλοτέρα εἶναι τοῦ θεωρουμένου μήτε ταπεινότερα· τὸ γὰρ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κεῖσθαι τοῦτ' ἔστιν. ^[5]

152 εἰ οὖν οὔτε ταπεινότερα οὔτε ὑψηλοτέρα ἐστὶν ἡ ὄψις τῆς ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γεγραμμένης περιφερείας, οὐχὶ τοῖσδε μὲν τοῖς μέρεσιν ὑψηλοτέρας προσβάλλει ἀκτῖνας τοῖσδε δὲ ταπεινότερας, ἀλλὰ πᾶσι τοῖς μέρεσι τῆς περιφερείας ἴσας τὰς διὰ τοῦ ἐπιπέδου φερομένας ἀκτῖνας προσβάλλει ὥστε τὴν αὐτὴν γίνεσθαι αἰτίαν τοῦ τε τὸ ἐπίπεδον εὐθείας φαντασίαν ἀπολιπεῖν καὶ τὴν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γεγραμμένην περιφέρειαν. καὶ γὰρ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπ' εὐθείας κείμενον τῇ ὄψει αὐτὸ μὲν ἀθεώρητόν ἐστι διὰ τὸ μὴ προσπίπτειν αὐτῷ μηδεμίαν τῶν ἀπὸ τῆς ὄψεως ἐκχεομένων ἀκτίνων, τὸ δὲ πέρας αὐτοῦ θεωρεῖται, ὅπερ ἐστὶν ἡ περιφέρεια. λέγει δὲ [διὰ] τὴν πρὸς τῇ ὄψει κειμένην γραμμὴν, ἥτις τοῖς λοιποῖς τοῦ ἐπιπέδου μέρεσιν

ἐπιπροσθοῦσα ἀθεώρητον ποιεῖ τὸ ἐπίπεδον. ἡ δὲ αὐτὴ αἰτία ἢ περὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐπ' εὐθείας κειμένου τῷ ὅμματι ποιεῖ εὐθείας ἀποδιδόναι φαντασίαν καὶ τῶν περιφερειῶν τῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένων τῷ ὅμματι. φαίνεσθαι δὲ τὸ μὲν μείζον, ὅταν πλείονες ὀψεις ἐπιβάλλωσιν, τὸ δὲ ἴσον, ὅταν ἴσαι, τὸ δὲ ἔλασσον, ὅταν ἐλάσσονες γίγνωνται τῶν ὀψεων οἷον γωνίαι τινὲς πρὸς τῷ ὅμματι. [25]

154 Ὅροι. α'. Ὑποκείσθω τὰς ἀπὸ τοῦ ὅμματος ὀψεις κατ' εὐθείας γραμμάς φέρεσθαι διάστημά τι ποιούσας ἀπ' ἀλλήλων. β'. καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ὀψεων περιεχόμενον σχῆμα εἶναι κῶνον τὴν κορυφὴν μὲν ἔχοντα πρὸς τῷ ὅμματι, τὴν δὲ βάσιν πρὸς τοῖς πέρασι τῶν ὀρωμένων. γ'. καὶ ὁρᾶσθαι μὲν ταῦτα, πρὸς ἃ ἂν αἱ ὀψεις προσπίπτωσιν, μὴ ὁρᾶσθαι δέ, πρὸς ἃ ἂν μὴ προσπίπτωσιν αἱ ὀψεις. δ'. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μείζονος γωνίας ὀρώμενα μείζονα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἐλάσσονος ἐλάσσονα, ἴσα δὲ τὰ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὀρώμενα. ε'. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὀρώμενα μετεωρότερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ταπεινοτέρων ταπεινότερα. ζ'. καὶ ὁμοίως τὰ μὲν ὑπὸ δεξιωτέρων ἀκτίνων ὀρώμενα δεξιώτερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἀριστερωτέρων ἀριστερώτερα. ζ'. τὰ δὲ ὑπὸ πλειόνων γωνιῶν ὀρώμενα ἀκριβέστερον φαίνεσθαι. α'. [20]

156 Οὐδὲν τῶν ὀρωμένων ἅμα ὅλον ὁρᾶται. ἔστω γὰρ ὀρώμενόν τι τὸ ΑΔ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὀψεις αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΚ, ΒΔ. οὐκοῦν ἐπεὶ ἐν διαστήματι φέρονται αἱ προσπίπτουσαι ὀψεις, οὐκ ἂν προσπίπτοιεν συνεχεῖς πρὸς τὸ ΑΔ. ὥστε γένοιτο ἂν καὶ κατὰ τὸ ΑΔ διαστήματα, πρὸς ἃ αἱ ὀψεις οὐ προσπεσοῦνται. οὐκ ἄρα ὁφθήσεται ἅμα ὅλον τὸ ΑΔ. δοκεῖ δὲ ὁρᾶσθαι ἅμα τῶν ὀψεων ταχὺ παραφερομένων. β'. Τῶν ἴσων μεγεθῶν ἐν διαστήματι κειμένων τὰ ἔγγιον κείμενα ἀκριβέστερον ὁρᾶται. ἔστω ὅμμα μὲν τὸ Β, ὀρώμενον δὲ τὸ ΓΔ καὶ τὸ ΚΛ· χρή δὲ νοεῖν αὐτὰ ἴσα καὶ παράλληλα, ἔγγιον δὲ ἔστω τὸ ΓΔ· καὶ προσπιπτέτωσαν ὀψεις ὡς αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΚ, ΒΛ. οὐ γὰρ ἂν εἴποιμεν, ὡς αἱ ἀπὸ τοῦ Β ὅμματος πρὸς τὸ ΚΛ προσπίπτουσαι ὀψεις [ὡς] διὰ τῶν Γ, Δ σημείων ἐλεύσονται. ἢ γὰρ ἂν τριγώνου τοῦ ΒΔΛΚΓΒ ἢ ΚΛ μείζων ἂν ἦν τῆς ΓΔ· ὑπόκειται δὲ καὶ ἴση. οὐκοῦν τὸ ΓΔ ὑπὸ πλειόνων ὀψεων ὁρᾶται ἢ περ τὸ ΚΛ. ἀκριβέστερον ἄρα φανήσεται τὸ ΓΔ τοῦ ΚΛ. γ'. Ἐκαστον τῶν ὀρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενόμενον οὐκέτι ὁρᾶται. ἔστω γὰρ ὅμμα μὲν τὸ Β, ὀρώμενον δὲ τὸ ΓΔ. [25]

158 φημὶ δὴ, ὅτι τὸ ΓΔ ἐν τινὶ ἀποστήματι γενόμενον οὐκέτι ὁραθήσεται. γεγενήσθω γὰρ τὸ ΓΔ ἐν τῷ μεταξὺ διαστήματι τῶν ὀψεων, ἐφ' οὗ τὸ Κ. οὐκοῦν πρὸς τὸ Κ οὐδεμία τῶν ἀπὸ τοῦ Β ὀψεων προσπεσεῖται [πρὸς ὃ δὲ γε αἱ ὀψεις οὐ προσπίπτουσιν, ἐκεῖνο οὐχ ὁρᾶται]. ἕκαστον ἄρα τῶν ὀρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενόμενον οὐκέτι ὁρᾶται. δ'. Τῶν ἴσων διαστημάτων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων τὰ ἐκ πλείονος ἀποστήματος ὀρώμενα ἐλάττω φαίνεται. ἔστω γὰρ ἴσα τὰ ΒΓ, ΓΔ, ΔΖ, ὅμμα δὲ τὸ Κ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὀψεις αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ, ΚΖ· ἡ δὲ ΚΒ πρὸς ὀρθὰς ἔστω τῇ ΒΖ. ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ ΚΒΖ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΓ, ΓΔ, ΔΖ, μείζων ἐστὶν ἢ μὲν Ε γωνία τῆς Η γωνίας, ἢ δὲ Η γωνία τῆς Θ γωνίας. μείζον ἄρα φαίνεται τὸ μὲν ΒΓ τοῦ ΓΔ, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ ΔΖ. ε'. Τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισον διεστηκότα ἄνισα φαίνεται, καὶ μείζον αἰεὶ τὸ ἔγγιον τοῦ ὅμματος κείμενον. ἔστω γὰρ ἴσον τὸ ΓΔ τῷ ΚΛ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὀψεις αἱ ΒΔ, ΒΛ, ΒΚ, ΒΓ. [25]

160 οὐκοῦν τὸ ΓΔ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὁρᾶται ἢ περ τὸ ΚΛ· μείζον ἄρα φαίνεται τὸ ΓΔ τοῦ ΚΛ. ζ'. Τὰ παράλληλα τῶν διαστημάτων ἐξ ἀποστήματος ὀρώμενα ἀνισοπλατῇ φαίνεται. ἔστω γὰρ τὸ ΒΓ τῷ ΔΖ παράλληλον διάστημα, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Κ. λέγω, ὅτι τὰ ΒΓ, ΔΖ ἀνισοπλατῇ φαίνεται, καὶ μείζον αἰεὶ τὸ ἔγγιον διάστημα τοῦ πορρώτερον. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΞ, ΚΛ, ΚΠ, ΚΝ, ΚΒ, ΚΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΞΛ, ΠΝ, ΒΔ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἢ ὑπὸ ΞΚΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΠΚΝ γωνίας, μείζων ἄρα φαίνεται καὶ ἡ ΞΛ εὐθεῖα τῆς ΠΝ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΠΝ εὐθεῖα μείζων φαίνεται τῆς ΒΔ εὐθείας. οὐκέτι οὖν ὁφθήσεται παράλληλα τὰ διαστήματα, ἀλλ' εἰς

ἔλαττον καὶ ἀνισοπλατῇ. τὰ ἄρα παράλληλα τῶν διαστημάτων ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενα ἀνισοπλατῇ φαίνεται. οὕτω μὲν, εἰ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τὸ ὄμμα τῷ ὁρωμένῳ κέοιτο, εἰ δὲ μετεωρότερον εἴη τὸ ὄμμα, οὕτως. ἔστω γὰρ τὸ Κ, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Κ ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΚΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΖΛ ἢ ΑΜ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ο, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΒ, ΚΗ, ΚΖ, ΚΔ, ΚΝ, ΚΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΜ, ΚΞ, ΚΟ. ^[25]

162 ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μετεωροτέρου τοῦ Κ ἐπὶ τὸ Μ ἐπέzeugται ἡ ΚΜ, κάθετος ἄρα ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΜΛ. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ΚΞ ἐπὶ τὴν ΗΝ, ἡ δὲ ΚΟ ἐπὶ τὴν ΒΔ. ὀρθογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ ΚΜΛ, ΚΞΝ, ΚΟΔ τρίγωνα. καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ΕΝ τῇ ΜΛ ἴση· παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΜΝ· ἐκατέρα δὲ τῶν ΕΚ, ΚΝ μείζων ἐστὶν ἐκατέρας τῶν ΜΚ, ΚΛ. μείζων ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΜΚΛ τῆς ὑπὸ ΕΚΝ. μείζον ἄρα ὀφθήσεται καὶ τὸ ΜΛ τοῦ ΕΝ· ὁμοίως καὶ τὸ ΖΜ τοῦ ΗΞ. ὥστε καὶ ὅλη ἡ ΖΛ ὅλης τῆς ΗΝ μείζων φαίνεται. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ΗΝ τῆς ΒΔ. ἀνισοπλατῇ ἄρα καὶ οὕτω φαίνεται τὰ μεγέθη. ζ'. Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντα ἴσα μεγέθη πορρωτέρῳ ἀλλήλων τεθέντα ἄνισα φαίνεται. ἔστω γὰρ ἴσα μεγέθη τὰ ΒΓ, ΔΖ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ ὀμματος τοῦ Κ προσπιπτέτωσαν ὅψεις αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ, ΚΖ· ὀρθὴ δὲ ἔστω ἡ ὑπὸ ΚΖΒ γωνία. οὐκοῦν μείζων ἐστὶν ἡ Σ γωνία τῆς Φ. ὥστε καὶ ἡ ΔΖ μείζων φανήσεται τῆς ΓΒ. ἄνισα ἄρα φαίνεται τὰ ΒΓ, ΔΖ μεγέθη. η'. ^[20]

164 Τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισον διεστηκότα οὐκ ἀναλόγως τοῖς ἀποστήμασιν ὁράται. ἔστω γὰρ τὸ ΒΓ τῷ ΔΖ ἴσον καὶ κείσθω αὐτῷ παράλληλον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Κ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ προσπιπτέτωσαν ὅψεις αἱ ΚΖΓ, ΚΒ, ΚΔ, ὣν ἡ ΚΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΓΒ ἔστω. φημὶ δὲ, ὅτι οὐκ ἀναλόγως φανήσεται τὰ ΒΓ, ΔΖ μεγέθη τοῖς ΓΚ, ΚΖ διαστήμασιν. ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΖΚ, ὁξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΘΚ· ὥστε καὶ ἡ ΘΚ τῆς ΚΖ ἐστὶ μείζων. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Κ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΚ κύκλος γραφόμενος ὑπερπεσεῖται τὴν ΚΖ. γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΕΘΗ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΘΔΚ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει πρὸς τὸν ΘΕΚ τομέα ἥπερ τὸ ΖΘΚ τρίγωνον πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα, ἐναλλάξ ἄρα τὸ ΘΔΚ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΘΚ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ ΕΘΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα. συνθέντι ἄρα τὸ ΖΔΚ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΘΚ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ ΕΗΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα. ἀλλ' ὥς τὸ ΖΔΚ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΘΚ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΘ, ὥς δὲ ὁ ΗΕΚ τομεὺς πρὸς τὸν ΗΘΚ τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ ΔΚΖ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΘΚΖ. ἐν μείζονι λόγῳ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΘ ἥπερ ἡ Σ, Ρ γωνία πρὸς τὴν Ρ γωνίαν. ὥς δὲ ἡ ΔΖ πρὸς τὴν ΖΘ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΚΖ· καὶ ἡ ΚΓ ἄρα πρὸς τὴν ΚΖ ἐν μείζονι λόγῳ ἐστὶν ἥπερ ἡ Σ, Ρ γωνία πρὸς τὴν Ρ γωνίαν. καὶ ἐκ μὲν τῆς Σ, Ρ γωνίας τὸ ΔΖ ὁράται, ἐκ δὲ τῆς Ρ γωνίας τὸ ΒΓ. ^[25]

166 οὐκ ἀνάλογον ἄρα τοῖς ἀποστήμασι τὰ ἴσα μεγέθη ὁράται. θ'. Τὰ ὀρθογώνια μεγέθη ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενα περιφερῇ φαίνεται. ἔστω γὰρ ὀρθογώνιον τὸ ΒΓ [ἐστὼς μετέωρον] ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενον. οὐκοῦν ἐπεὶ ἕκαστον τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενόμενον οὐκέτι ὁράται, ἡ μὲν Γ ἄρα γωνία οὐχ ὁράται, τὰ δὲ Δ, Ζ σημεῖα μόνον φαίνεται. ὁμοίως καὶ ἐφ' ἐκάστης τῶν λοιπῶν γωνιῶν τοῦτο συμβήσεται. ὥστε ὅλον περιφερὲς φανήσεται. ι'. Τῶν κάτω τοῦ ὀμματος ἐπιπέδων κειμένων τὰ πόρρω μετεωρότερα φανεῖται. ἔστω γὰρ ὄμμα τὸ Β ἄνω τοῦ ΓΚ ἐπιπέδου κείμενον, ἀφ' οὗ ὀμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΖ, ΒΚ, ὣν ἡ ΒΚ κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. λέγω, ὅτι τὸ ΓΔ τοῦ ΔΖ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΔΖ τοῦ ΖΚ. εἰλήφθω [γὰρ] ἐπὶ τῆς ΖΚ τυχὸν σημεῖον τὸ Ε, καὶ ἦχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΗ. καὶ ἐπεὶ αἱ ὅψεις πρότερον πρὸς τὴν ΗΕ προσπίπτουσιν ἥπερ πρὸς τὴν ΕΓ, προσπιπτέτω τῇ ΗΕ ἡ μὲν ΒΓ κατὰ τὸ Η σημεῖον, ἡ δὲ ΒΔ κατὰ τὸ Λ, ἡ δὲ ΒΖ κατὰ τὸ Μ. ^[25]

168 ἐπεὶ οὖν τὸ Η τοῦ Λ μετεωρότερον, τὸ δὲ Λ τοῦ Μ, ἀλλ' ἐν ᾧ ἐστὶ τὸ Η, ἐν τούτῳ τὸ Γ, ἐν ᾧ δὲ τὸ Λ, ἐν τούτῳ τὸ Δ, ἐν ᾧ δὲ τὸ Μ, ἐν τούτῳ τὸ Ζ, διὰ δὲ τῶν ΒΓ, ΒΔ ἢ ΔΓ φαίνεται, διὰ δὲ τῶν ΒΔ, ΒΖ ἢ ΖΔ, διὰ δὲ τῶν ΒΖ, ΒΚ ἢ ΚΖ, οὐκοῦν ἡ μὲν ΓΔ τῆς ΖΔ μετεωρότερα φαίνεται, ἡ δὲ ΖΔ τῆς ΖΚ· τὰ γὰρ ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα μετεωρότερα φαίνεται. ια'. Τῶν ἄνω τοῦ

ὄμματος ἐπιπέδων κειμένων τὰ πόρρω ταπεινότερα φανεῖται. ἔστω γὰρ ὄμμα τὸ Β κάτω τοῦ ΔΖ ἐπιπέδου κείμενον, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΔ, ΒΓ, ΒΖ, ὧν ἡ ΒΖ κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. λέγω, ὅτι τὸ ΓΔ τοῦ ΓΖ ταπεινότερον φαίνεται. διὰ δὴ τὸ προεκτεθὲν θεωρήμα ταπεινοτάτη τῶν ἀπὸ τοῦ Β ὄμματος πρὸς τὸ ΔΖ ἐπίπεδον προσπιπτουσῶν ἀκτίνων ἐστὶν ἡ ΒΔ, ἡ δὲ ΒΓ τῆς ΒΖ ταπεινότερα. ἀλλὰ διὰ μὲν τῶν ΒΔ, ΒΓ ἀκτίνων τὸ ΔΓ φαίνεται, διὰ δὲ τῶν ΒΓ, ΒΖ τὸ ΓΖ. τὸ ΔΓ ἄρα ταπεινότερον τοῦ ΓΖ ὁράται. ιβ'. [20]

170 Τῶν εἰς τοῦμπροσθεν μῆκος ἔχόντων τὰ μὲν ἐν τοῖς δεξιοῖς εἰς τὰ ἀριστερὰ δοκεῖ παρῆχθαι, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς εἰς τὰ δεξιά. ἔστω γὰρ ὁρώμενα τὰ ΒΓ, ΔΖ, ὄμμα δὲ τὸ Κ, ἀφ' οὗ προσπιπτέωσαν ὄψεις αἱ ΚΓ, ΚΑ, ΚΒ, ΚΖ, ΚΗ, ΚΔ. οὐκοῦν τὸ Δ παρῆχθαι δοκεῖ εἰς τὰ ἀριστερὰ ἥπερ τὸ Η. ὁμοίως δὲ καὶ τὸ Β εἰς τὰ δεξιά δοκεῖ παρῆχθαι ἥπερ τὸ Α. ὥστε τῶν εἰς τοῦμπροσθεν μῆκος ἔχόντων τὰ μὲν ἐν τοῖς δεξιοῖς εἰς τὰ ἀριστερὰ δοκεῖ παρῆχθαι, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς εἰς τὰ δεξιά. ιγ'. Τῶν ἴσων μεγεθῶν ὑπὸ τὸ ὄμμα κειμένων τὰ πόρρω κείμενα μετεωρότερα φαίνεται. ἔστω γὰρ ἴσα μεγέθη τὰ ΒΓ, ΔΖ, ΚΛ ὑπὸ τὸ ὄμμα τὸ Ν κείμενα, καὶ ἀπὸ τοῦ Ν ὄμματος προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΝ, ΝΔ, ΝΚ. οὐκοῦν μετεωροτάτη ἐστὶν ἡ ΝΒ τῶν λοιπῶν ἀκτίνων· ὥστε καὶ τὸ Β σημεῖον. τὸ ἄρα ΒΓ τοῦ ΔΖ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΔΖ τοῦ ΚΛ. τῶν ἄρα ἴσων μεγεθῶν ὑπὸ τὸ ὄμμα κειμένων τὰ πόρρω κείμενα μετεωρότερα φαίνεται. ιδ'. Τῶν ἴσων μεγεθῶν ἄνω τοῦ ὄμματος κειμένων τὰ πόρρω κείμενα ταπεινότερα φαίνεται. ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ ΚΝ, ΛΖ, ΓΔ ἄνω τοῦ ὄμματος κείμενα τοῦ Β, καὶ ἀπὸ τοῦ Β ὄμματος προσπιπτέωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΝ, ΒΖ, ΒΔ. [5]

172 οὐκοῦν ταπεινοτάτη ἐστὶν ἡ ΒΔ· ὥστε καὶ τὸ Δ. ὥστε καὶ τὸ μὲν ΓΔ ταπεινότερον φαίνεται τοῦ ΛΖ, τὸ δὲ ΛΖ τοῦ ΚΝ. ιε'. Ὅσα ἀλλήλων ὑπερέχει τῶν ὑπὸ τὸ ὄμμα κειμένων, προσιόντος μὲν τοῦ ὄμματος μείζονι τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται μείζον, ἀπιόντος δὲ ἐλάττονι μείζον. ἔστω γὰρ μείζον τὸ ΒΓ τοῦ ΘΖ, καὶ ὄμμα κείσθω τὸ Κ ἄνω τῶν ΒΓ, ΘΖ, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ Θ ἡ ΚΔ. οὐκοῦν τὸ ΒΓ τοῦ ΘΖ μείζον φαίνεται τῷ ΒΔ· ἴσον γὰρ ἐφαίνετο τὸ ΘΖ τῷ ΔΓ, ἐπειδὴ ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ὄμματος καὶ τῆς ΚΔ ἀκτίνος ἐωρᾶτο. πάλιν δὴ μετακείσθω τὸ ὄμμα ἐπὶ τὸ Λ, καὶ διὰ τοῦ Θ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ ΑΝ. οὐκοῦν πάλιν τὸ ΒΓ τοῦ ΘΖ μείζον φαίνεται τῷ ΒΝ. ἐλάττονι ἄρα φαίνεται ὑπερέχον τὸ ΒΓ τοῦ ΘΖ ἀπιόντος τοῦ ὄμματος ἥπερ προσιόντος. ις'. Ὅσα ἀλλήλων ὑπερέχει κάτω τοῦ ὄμματος κειμένου, προσιόντος μὲν τοῦ ὄμματος ἐλάττονι μείζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται, ἀπιόντος δὲ μείζονι μείζον. ἔστω μείζον τὸ ΒΖ τοῦ ΘΚ, καὶ τοῦ Λ ὄμματος κάτω κειμένου προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ ΛΓ διὰ τοῦ Θ. [25]

174 οὐκοῦν τὸ ΒΖ τοῦ ΘΚ μείζον φαίνεται τῷ ΒΓ. μετακείσθω δὴ τὸ Λ ὄμμα ἐπὶ τὸ Ν, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ ΝΔ διὰ τοῦ Θ. οὐκοῦν πάλιν τὸ ΒΖ τοῦ ΘΚ μείζον φαίνεται τῷ ΒΔ. προσιόντος μὲν ἄρα τοῦ ὄμματος ἐλάττονι μείζον φαίνεται ὑπερέχον τὸ ΒΖ τοῦ ΘΚ, ἀπιόντος δὲ μείζονι. ιζ'. Ὅσα ἀλλήλων ὑπερέχει τοῦ ὄμματος ἐπ' εὐθείας τῷ ἐλάσσονι μεγέθει ὄντος, προσιόντος τε καὶ ἀφισταμένου τοῦ ὄμματος τῷ ἴσῳ αἰεὶ δόξει τὸ ὑπερφαινόμενον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν. ὑπερεχέτω γὰρ τὸ ΒΔ τοῦ ΘΗ τῷ ΒΓ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓΘ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἔστω τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Ζ. οὐκοῦν ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἀκτὶς προσπίπτουσα κατὰ τὴν ΖΓ ἐνεχθήσεται. πάλιν δὴ μετακείσθω τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Κ. οὐκοῦν διὰ τὰ αὐτὰ ἡ ἀπὸ τοῦ Κ ὄμματος ἀκτὶς προσπίπτουσα κατὰ τὴν ΚΓ ἐνεχθήσεται. τῷ αὐτῷ ἄρα ὑπερέξει τὸ ΒΔ τοῦ ΘΗ καὶ προσιόντος τοῦ ὄμματος καὶ ἀφισταμένου. ιη'. Τὸ δοθὲν ὕψος γνῶναι, πόσον ἐστίν. ἔστω γάρ, ὃ δεῖ ἐπιγνῶναι ὕψος, πόσον ἐστί, τὸ ΒΓ, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡλίου διὰ τοῦ Β ἡ ΒΔ. οὐκοῦν σκιά ἔσται ἡ ΓΔ. [25]

176 ἔλαβον δὴ τι γνῶριμον μέγεθος τὸ ΚΖ καὶ ἐνήρμοσα ὑπὸ τὴν Δ γωνίαν παράλληλον τῇ ΒΓ. οὐκοῦν ἐστίν, ὡς τὸ ΔΓ πρὸς τὸ ΓΒ, οὕτως τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΚ. καὶ γνῶριμος ὁ λόγος ὁ τῆς ΔΖ πρὸς ΖΚ· γνῶριμος ἄρα καὶ ὁ τῆς ΔΓ πρὸς ΓΒ. καὶ ἐστὶ γνῶριμος ἡ ΔΓ σκιά· γνῶριμον ἄρα καὶ τὸ

ΓΒ ὕψος. ιθ'. Μὴ ὄντος ἡλίου τὸ δοθὲν ὕψος γινῶναι, ἡλίκον ἐστίν. ἔστω γάρ, ὃ δεῖ ἐπιγινῶναι ὕψος, πηλίκον ἐστίν, τὸ ΒΓ, καὶ κείσθω κάτοπτρον τὸ ΚΑ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Δ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ ΔΘ καὶ ἀνακεκλάσθω ὡς ἡ ΘΒ ἐπὶ τὸ Β πέρας, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ὅμματος κάθετος ἡ ΔΖ. οὐκοῦν ἴσαι εἰσὶν αἱ πρὸς τῷ Θ γωνίαι ἀλλήλαις· τοῦτο γὰρ δείκνυται ἐν τοῖς Κατοπτρικοῖς. ἀλλὰ καὶ ἡ πρὸς τῷ Γ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση ἐστίν· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἑκατέρα αὐτῶν. λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπὴ τῇ πρὸς τῷ Δ ἴση ἐστίν. ὥστε ὅμοιον ἂν εἴη τὸ ΒΓΘ τρίγωνον τῷ ΔΖΘ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΓΒ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΔ. τῆς δὲ ΘΖ πρὸς ΖΔ λόγος δοθείς ἐστίν· καὶ τῆς ΘΓ ἄρα πρὸς ΓΒ γινώριμος ὁ λόγος ἐστίν. γινώριμος δὲ ἡ ΘΓ· γινώριμον ἄρα καὶ τὸ ΓΒ ὕψος. κ'.

178 Τὸ δοθὲν βάθος ἐπιγινῶναι, πηλίκον ἐστίν. ἔστω γάρ τὸ βάθος, ὃ δεῖ ἐπιγινῶναι, πηλίκον ἐστίν, τὸ ΚΒ, καὶ κείσθω ὅμμα τὸ Δ, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ ΔΛΚ εἰς τὸ βάθος, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Δ παρὰ τὴν ΒΚ ἡ ΔΖ. ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΒΚ τῇ ΔΖ, καὶ ἐμπέπτωκεν ἡ ΔΚ, τὰς ἐναλλάξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΒΚΛ, ΛΔΖ ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ κατὰ κορυφὴν αἱ πρὸς τῷ Λ ἴσαι ἀλλήλαις καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα γωνία τῇ λοιπῇ ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΚΛ τρίγωνον τῷ ΛΔΖ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΛΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΛΒ πρὸς ΒΚ. δοθεὶς δὲ ὁ τῆς ΛΖ πρὸς ΖΔ λόγος· δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ τῆς ΛΒ πρὸς ΒΚ λόγος. καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ ΛΒ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΒΚ. κα'. Τὸ δοθὲν μῆκος ἐπιγινῶναι, πηλίκον ἐστίν. ἔστω γάρ, ὃ δεῖ μῆκος ἐπιγινῶναι, πηλίκον ἐστίν, τὸ ΒΓ. κείσθω δὲ ὅμμα τὸ Δ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΔΒ, ΔΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἦχθω παρὰ τὴν ΒΓ ἡ ΖΚ. οὐκοῦν ἐστίν, ὡς ἡ ΖΚ πρὸς ΚΔ, ἡ ΒΓ πρὸς ΓΔ. γινώριμος δὲ ὁ τῆς ΖΚ πρὸς ΚΔ λόγος· γινώριμος ἄρα καὶ ὁ τῆς ΒΓ πρὸς ΓΔ λόγος. καὶ γινώριμος ἡ ΓΔ· γινώριμος ἄρα καὶ ἡ ΓΒ. κβ'.

180 Ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ τὸ ὅμμα, κύκλου περιφέρεια τεθῇ, εὐθεῖα γραμμὴ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια φανεῖται. ἔστω γὰρ περιφέρεια ἡ ΒΓ, ὅμμα δὲ τὸ Δ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὃν τῇ ΒΓ περιφερείᾳ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὀψεις αἱ ΔΒ, ΖΔ, ΔΓ. οὐκοῦν, ἐπεὶ τῶν ὀρωμένων οὐδὲν ἅμα ὁράται, οὐκ ἂν φαίνοιτο ἡ ΖΒ περιφέρεια, τὰ δὲ Ζ, Β πέρατα. δόξει ἄρα ἡ ΖΒ περιφέρεια εὐθεῖα εἶναι. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ΖΓ. ὅλη ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια εὐθεῖα δόξει εἶναι. κγ'. Σφαίρας ὁπωσοῦν ὀρωμένης ὑπὸ τοῦ ἐνὸς ὅμματος ἔλαττον αἰεὶ ἡμισφαιρίου ὀφθῆσεται, αὐτὸ δὲ τὸ ὀρώμενον τῆς σφαίρας ὑπὸ κύκλου περιεχόμενον φαίνεται. ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἥς κέντρον ἔστω τὸ Κ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΚ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῇ ἦχθω διὰ τοῦ Κ ἡ ΓΚΔ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν ΒΚ, ΓΚΔ ἐπίπεδον· ποιήσει δὲ ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλον. ποιεῖτω δὲ τὸν ΓΔΛΝ, περὶ δὲ τὴν ΚΒ [διάμετρον] κύκλος γεγράφθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΖ, ΖΒ, ΒΛ, ΛΚ, ΛΖ. οὐκοῦν ἐπεὶ ὀρθαὶ εἰσὶν αἱ ὑπὸ ΚΖΒ, ΒΛΚ διὰ τὸ ἐν ἡμικυκλίοις εἶναι καὶ ἐκ κέντρου τὰς ΚΖ, ΚΛ, καθ' ἓν σημεῖον ἐφάπτονται αἱ ΒΛ, ΒΖ τῆς σφαίρας· αἱ ἄρα ἀπὸ τοῦ Β ὅμματος προσπίπτουσαι ἀκτῖνες κατὰ τὰς ΒΖ, ΒΛ πεσοῦνται.

182 καὶ ἐπεὶ ἐκάστη τῶν πρὸς τῷ Θ γωνιῶν ὀρθὴ ἐστὶ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΓΔ τῇ ΖΛ, καὶ ἴση ἡ ΖΘ τῇ ΘΛ, ἐὰν δὲ μενούσης τῆς ΘΒ τὸ ΘΖΒ τρίγωνον περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἥρξασθαι φέρεσθαι, ἢ τε ΒΖ περιφερομένη καθ' ἓν ἐφάπτεται τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας κατὰ τὸ Ζ, καὶ κύκλος ἔσται γεγραμμένος διὰ τῶν Ζ, Λ σημείων. ὥστε ὑπὸ κύκλου ἂν περιέχοιτο τὸ ὀρώμενον τῆς σφαίρας, ὃ γε ἔλαττόν ἐστιν ἡμισφαιρίου· τὸ γὰρ ΖΛ ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου. ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ὀψεως περιεχόμενον ἔλαττόν ἐστιν ἡμισφαιρίου. κδ'. Τοῦ ὅμματος προσιόντος ἔγγιον τῆς σφαίρας ἔλαττον ἔσται τὸ ὀρώμενον, δόξει δὲ μείζον ὁράσθαι. ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἥς κέντρον ἔστω τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ὅμματος ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ κέντρον ἡ ΔΚ, καὶ διὰ τοῦ Κ πρὸς ὀρθὰς ἦχθω ἡ ΒΓ, περὶ δὲ τὴν ΔΚ κύκλος γεγράφθω, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΝ, ΝΚ, ΔΛ, ΛΚ. οὐκοῦν ὀρθαὶ ἔσσονται αἱ πρὸς τοῖς Λ, Ν γωνίαι διὰ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ εἶναι· καθ' ἓν ἄρα ἐφάπτονται αἱ ΔΛ, ΔΝ τῆς σφαίρας.

αἱ ἄρα ἀπὸ τοῦ Δ ὅμματος προσπίπτουσαι ἀκτῖνες κατὰ τὰς ΔΛ, ΔΝ πεσοῦνται. πάλιν δὴ μετακινείσθω τὸ Δ ὅμμα ἐπὶ τὸ Ρ, καὶ περὶ τὴν ΡΚ κύκλος γεγράφθω, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΡΖ, ΖΚ, ΡΣ, ΣΚ. οὐκοῦν αἱ ΡΖ, ΡΣ καθ' ἑν ἐφάπτονται τῆς σφαίρας. καὶ αἱ γε ἀπὸ τοῦ Ρ ὅμματος ἀκτῖνες προσπίπτουσαι κατὰ τὰς ΡΖ, ΡΣ πεσοῦνται. ὥστε ὁρᾶται ὑπὸ μὲν τῆς Ρ γωνίας τὸ ΖΣ, ὑπὸ δὲ τῆς Δ τὸ ΝΖΛ· μεῖζον δὲ τὸ ΝΖΛ τοῦ ΖΣ ἐστίν. φαίνεται δὲ ἔλλαττον· μεῖζων γάρ ἐστίν ἡ Ρ γωνία τῆς Δ γωνίας, τὰ δὲ ὑπὸ μεῖζονος γωνίας ὁρώμενα μεῖζονα φαίνεται. μεῖζον ἄρα φαίνεται τὸ ΖΣ τοῦ ΝΖΛ, ἔστι δὲ ἔλλαττον. κέ'. Σφαίρας διὰ τῶν δύο ὀμμάτων ὁρωμένης, ἐὰν ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας ἴση ᾗ τῇ εὐθείᾳ τῇ διεστώσῃ ἀπὸ τῶν ὀμμάτων, ἡμισφαίριον αὐτῆς ὀφθήσεται. ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἥς διάμετρος ἡ ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῶν Β, Γ ἤχθωσαν πρὸς ὀρθὰς αἱ ΒΖ, ΓΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἤχθω παρὰ τὴν ΒΓ ἡ ΖΛ, καὶ κείσθω ἐν ὅμμα ἐπὶ τοῦ Ζ, τὸ δὲ ἕτερον ἐπὶ τοῦ Λ, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ κέντρου ἤχθω παρὰ τὴν ΒΖ ἡ ΔΚ. οὐκοῦν ἐὰν μενούσης τῆς ΔΚ τὸ ΒΚ παραλληλόγραμμον περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἥρξατο φέρεσθαι, τὸ περιγραφέν ὑπὸ τῆς ΒΔ σχῆμα κύκλος ἔσται, ὅς γε διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶ τῆς σφαίρας. ὥστε τὸ ἡμισφαίριον τῆς σφαίρας μόνον ὀφθήσεται ὑπὸ τῶν Ζ, Λ ὀμμάτων. ^[25]

186 κς'. Ἐὰν τὸ τῶν ὀμμάτων διάστημα μεῖζον ᾗ τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας, ἡμισφαιρίου μεῖζον τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας ὀφθήσεται. ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἥς κέντρον τὸ Κ, τῶν δὲ ὀμμάτων διάστημα τὸ ΒΓ μεῖζον ὢν τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας, καὶ διὰ τοῦ Κ καὶ τῆς ΒΓ ἐκβεβλήσθω ἐπίπεδον καὶ ποιείτω ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν ΔΖΝ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες καθ' ἑν ἀπτόμεναι αἱ ΒΔ, ΓΖ. οὐκοῦν ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐπειδὴ ἡ ΒΓ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου μεῖζον ἐστὶ. συμπιπτέτωσαν δὴ κατὰ τὸ Θ σημεῖον. οὐκοῦν ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Θ σημείου αἱ ΘΖ, ΘΔ καθ' ἑν ἐφαπτόμεναι προσπεπτώκασιν, ἔλασσον ἂν εἴη τὸ ΖΝΔ ἡμικυκλίον· αἱ γὰρ ΘΖΚ, ΘΔΚ γωνία ὀρθαί εἰσιν. τὸ ἄρα λοιπὸν τῆς σφαίρας μεῖζον ἡμισφαιρίου ὁρᾶται ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΓΖ. κς'. Ἐὰν τὸ τῶν ὀμμάτων διάστημα ἔλασσον ᾗ τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας, τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας ἔλασσον ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται. ἔστω γὰρ σφαῖρα, ἥς κέντρον τὸ Κ, τῶν δὲ ὀμμάτων διάστημα τὸ ΒΓ ἔλλαττον ὢν τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας, καὶ διὰ τοῦ Κ καὶ τῆς ΒΓ ἐκβεβλήσθω ἐπίπεδον καὶ ποιείτω ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν ΖΗΝ. ἤχθωσαν δὲ ἀπὸ τῶν Β, Γ ὀμμάτων καθ' ἑν ἐφαπτόμεναι αἱ ΒΖ, ΓΝ καὶ συμπιπτέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Θ· συμπεσοῦνται γάρ, ἐπειδὴ περ ἄνισοί εἰσιν ἢ τε ΓΒ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος. ^[5]

188 οὐκοῦν αἱ ἀπὸ τοῦ Θ σημείου προσπίπτουσαι πρὸς τὴν σφαῖραν ἔλλαττον ἡμισφαιρίου περιλήφονται· τὸ ἄρα ΖΗΝ ἔλασσον ἡμισφαιρίου ἐστίν. ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν Β, Γ ὀμμάτων ὁρώμενον ἔλασσον ἂν εἴη ἡμισφαιρίου. κη'. Κυλίνδρου ὅπως οὖν ὁρωμένου ὑπὸ τοῦ ἐνὸς ὅμματος ἔλλαττον ἡμικυλίνδρου ὀφθήσεται. ἔστω γὰρ κυλίνδρου τοῦ περὶ τὴν βάσιν κύκλου κέντρον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ν ὅμματος ἤχθω ἐπὶ τὸ Κ ἡ ΝΚ, καὶ διὰ τοῦ Κ πρὸς ὀρθὰς αὐτῇ ἤχθω ἡ ΒΓ, περὶ δὲ τὴν ΚΝ κύκλος γεγράφθω, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΝΖ, ΖΚ, ΝΔ, ΔΚ. οὐκοῦν ὀρθαί αἱ πρὸς τοῖς Ζ, Δ· καθ' ἑν ἄρα ἐφάπτονται αἱ ΖΝ, ΝΔ, καὶ αἱ γε ἀπὸ τοῦ Ν ὅμματος φερόμεναι ἀκτῖνες κατὰ τὰς ΝΖ, ΝΔ πεσοῦνται· ὥστε τὸ ΖΛΔ μόνον ὀφθήσεται. ἀλλὰ τὸ ΖΛΔ ἔλλαττόν ἐστι τοῦ ΓΛΒ ἡμικυκλίου· τὸ ἄρα ΖΛΔ ἔλασσον ἡμικυκλίου ὀφθήσεται, τουτέστιν ὁ κύλινδρος ὁμοίως γὰρ τῇ βάσει κατὰ πᾶσαν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου δείξομεν. ^[25]

190 ὥστε ὅλου τοῦ κυλίνδρου τοῦ ἡμίσεος ἔλλαττον φαίνεται. κθ'. Τοῦ δὲ ὅμματος ἕγγιον τεθέντος τοῦ κυλίνδρου ἔλασσον μὲν ἔσται τὸ περιλαμβανόμενον ὑπὸ τῶν ὀψεων τοῦ κυλίνδρου, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι. ἔστω γὰρ κυλίνδρου τοῦ περὶ τὴν βάσιν κύκλου κέντρον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β ὅμματος ἐπὶ τὸ Κ κέντρον ἐπεξεύχθω ἡ ΒΚ, διὰ δὲ τοῦ Κ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΔ, καὶ περὶ τὴν ΚΒ κύκλος γεγράφθω, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΒΝ, ΝΚ, ΒΛ, ΛΚ. διὰ δὴ τὰ πρότερον τὸ ΛΖΝ ἔλλαττόν ἐστίν ἡμικυκλίου, καὶ ὁμοίως τῇ βάσει ὅλου τοῦ κυλίνδρου ἔλλαττον ἢ τὸ ἡμισυ ὁραθήσεται. προσήχθω δὴ τὸ ὅμμα καὶ ἔστω τὸ Φ, καὶ περὶ τὴν ΦΚ κύκλος γεγράφθω, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ

ΦΡ, ΡΚ, ΚΣ, ΣΦ. οὐκοῦν αἱ ἀπὸ τοῦ Φ ἀκτῖνες προσπίπτουσιν κατὰ τὰς ΦΡ, ΦΣ πεσοῦνται, αἱ δὲ γε ἀπὸ τοῦ Β κατὰ τὰς ΒΛ, ΒΝ· μείζον ἄρα τὸ ΝΖΛ τοῦ ΡΖΣ. δοκεῖ δὲ μείζον φαίνεσθαι τὸ ΡΖΣ τοῦ ΝΖΛ· μείζων γὰρ ἢ Φ γωνία τῆς Β γωνίας. ὥστε καὶ τοῦ κυλίνδρου ἔλαττον μέρος ὀφθήσεται, δοκεῖ δὲ μείζον ὀραῖσθαι. λ'. ^[20]

192 Κώνου κύκλον ἔχοντος τὴν βάσιν ὑπὸ τοῦ ἐνὸς ὀμματος ὀρωμένου ἔλασσον ἡμικωνίου ὀφθήσεται. ἔστω γὰρ κώνου βάσις κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β ὀμματος ἦχθω ἐπὶ τὸ κέντρον ἢ ΒΚ, καὶ διὰ τοῦ Κ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΚΒ ἢ ΝΛ, περὶ δὲ τὴν ΚΒ κύκλος γεγράφθω, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΒΖ, ΖΚ, ΒΔ, ΔΚ. οὐκοῦν ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς Ζ, Δ γωνίαι· καθ' ἓν ἄρα ἐφάπτονται αἱ ΒΔ, ΒΖ, καὶ αἱ γε ἀπὸ τοῦ ὀμματος ἀκτῖνες προσπίπτουσιν κατὰ τὰς ΒΔ, ΒΖ πεσοῦνται. ἔσται δὲ ὀρώμενον τὸ ΖΡΔ ἔλασσον ὃν τοῦ ΝΡΛ. ἀλλὰ τὸ ΝΡΛ ἡμικυκλίον ἐστίν· τὸ ἄρα ΖΡΔ ἔλασσόν ἐστίν ἡμικυκλίου. ὥστε καὶ τὸ ὀρώμενον τοῦ κώνου ἔλασσόν ἐστίν ἡμικωνίου· ὁμοίως γὰρ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν κύκλων τῶν ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ δείξομεν. λα'. Τοῦ δὲ ὀμματος ἔγγιον μετατεθέντος ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἔλασσον μὲν ἔσται τὸ ὑπὸ τῶν ὀψεων περιλαμβανόμενον μέρος, δόξει δὲ μείζον ὀραῖσθαι. ἔστω γὰρ κώνου βάσις κύκλος, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Κ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Α, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Κ ἐπεξεύχθω ἢ ΑΚ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῇ ἦχθω διὰ τοῦ Κ ἢ ΓΚΒ, γεγράφθω δὲ περὶ τὴν ΑΚ κύκλος, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΖΚ, ΑΔ, ΔΚ. μετακείσθω δὲ τὸ Α ὄμμα ἐπὶ τὸ Ν, καὶ περὶ τὴν ΚΝ κύκλος γεγράφθω, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΝΡ, ΡΚ, ΝΣ, ΣΚ. ^[25]

194 οὐκοῦν αἱ ἀπὸ τοῦ Α ὀμματος ἀκτῖνες προσπίπτουσιν κατὰ τὰς ΑΔ, ΑΖ πεσοῦνται· ὥστε φανεῖται τὸ ΖΦΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Ν ὀμματος ἀκτῖνες προσπίπτουσιν κατὰ τὰς ΝΡ, ΝΣ πεσοῦνται· ὀφθήσεται ἄρα τὸ ΡΦΣ. μείζον δὲ τὸ ΖΦΔ τοῦ ΡΦΣ. φαίνεται δὲ ἔλασσον· μείζων γὰρ ἢ πρὸς τῷ Ν γωνία τῆς πρὸς τῷ Α γωνίας. λβ'. Κώνου κύκλον ἔχοντος τὴν βάσιν, ἐὰν ἀπὸ τῶν συναφῶν τῶν ἀπὸ τοῦ ὀμματος πρὸς τὴν τοῦ κώνου βάσιν προσπιπτουσῶν ἀκτίνων εὐθεῖαι διαχθῶσι διὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς τοῦ κώνου πρὸς τὴν κορυφὴν αὐτοῦ, διὰ δὲ τῶν ἀχθεισῶν καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ ὀμματος πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κώνου προσπιπτουσῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἐπὶ δὲ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἐπιπέδων τὸ ὄμμα τεθῇ, τὸ ὀρώμενον τοῦ κώνου ἴσον διὰ παντὸς ὀφθήσεται τῆς ὀψεως ἐπὶ παραλλήλου ἐπιπέδου τῷ προῦποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὑπαρχούσης. ἔστω γὰρ κώνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΓΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Β σημεῖον, ὄμμα δὲ τὸ Κ, ἀφ' οὗ οὐ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΔ, ΚΓ ἀπτόμεναι κατὰ τὰ Γ, Δ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν ἀπὸ τῶν Δ, Γ σημείων ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου αἱ ΔΒ, ΓΒ, καὶ διὰ μὲν τῶν ΓΒ, ΓΚ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω, διὰ δὲ τῶν ΔΒ, ΔΚ ὁμοίως ἕτερον ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω. ^[25]

196 οὐκοῦν συμπεσεῖται [τὰ ἐπίπεδα]· αἱ τε γὰρ ΓΒ, ΔΒ συμπίπτουσι καὶ αἱ ΓΚ, ΚΔ. συμπιπτέτωσαν οὖν τὰ ἐπίπεδα, καὶ ἔστω αὐτῶν κοινὴ τομὴ ἢ ΒΚ. λέγω, ὅτι, ὅπου ἂν ἐπὶ τῆς ΒΚ τεθῇ τὸ ὄμμα, ἴσον τοῦ κώνου τὸ ὀρώμενον φαίνεται. κείσθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΒΚ τὸ Ζ ὄμμα, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ Ζ παρὰ μὲν τὴν ΚΔ ἢ ΖΝ, παρὰ δὲ τὴν ΓΚ ἢ ΖΣ. οὐκοῦν αἱ ΖΝ, ΖΣ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας κατὰ τὰ Ν, Σ ἐφάπτονται· τὰ γὰρ ἐν τῇ ΒΓΔ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ τῶν παραλλήλων κύκλων τμήματα ὁμοία ἐστίν. τὰ ἄρα ἐν τῇ ΒΔΓ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ διαστήματα ὀρώμενα ἴσα φαίνεται. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστίν, ἣν περιέχουσιν αἱ ΖΣ, ΖΝ, γωνία τῇ περιεχομένῃ ὑπὸ τῶν ΚΔ, ΚΓ, ἴσον ἂν φαίνοιτο τὸ ΣΝ διάστημα τοῦ κώνου τῷ ΔΓ διαστήματι. ὥσθ' ὅπου ἂν τὸ ὄμμα τεθῇ ἐπὶ τῆς ΚΒ εὐθείας, ἴσον αἰεὶ φανεῖται τὸ ὀρώμενον. λγ'. Ἰσον δὲ αἰεὶ τοῦ ὀμματος ἀπὸ τοῦ κώνου ἀπέχοντος μετεώρου μὲν τοῦ ὀμματος τεθέντος ἔλασσον φαίνεται τοῦ κώνου τὸ ὀρώμενον, ταπεινοτέρου δὲ μείζον. ἔστω γὰρ κώνου κορυφὴ μὲν πρὸς τῷ Δ σημείῳ, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, καὶ ἦχθω ἢ ΚΘ παρὰ τὴν ΒΔ, καὶ κείσθω τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Θ. ^[25]

198 φημὶ δὲ ἔλασσον ὀφθήσεσθαι τοῦ κώνου τὸ ὀρώμενον τεθέντος τοῦ ὀμματος ἐπὶ τοῦ Θ σημείου ἢ περ ἐπὶ τοῦ Σ. ἐπεξεύχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐπὶ τὰ Θ, Σ σημεία αἱ ΔΘ, ΔΣ καὶ

ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Ν, Λ. οὐκοῦν ἐπὶ τε τοῦ Ν καὶ ἐπὶ τοῦ Λ σημείου τεθέντος τοῦ ὄμματος ἄνισα φαίνεται τὰ ὁρώμενα τοῦ κώνου, καὶ ἔλασσον μὲν φαίνεται τὸ πρὸς τῷ Ν, μείζον δὲ τὸ πρὸς τῷ Λ. ἴσον δὲ τὸ μὲν πρὸς τῷ Ν τῷ πρὸς τῷ Θ, τὸ δὲ πρὸς τῷ Λ τῷ πρὸς τῷ Σ, ὡς ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ ἐδείχθη. τοῦ ἄρα ὄμματος πρὸς τῷ Θ σημείῳ ὄντος ἔλασσον φαίνεται τὸ ὁρώμενον τοῦ κώνου ἢ περ πρὸς τῷ Σ. λδ'. Ἐν κύκλῳ ἐὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς ὀρθὰς τις ἀχθῇ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἐπὶ δὲ ταύτης τεθῇ τὸ ὄμμα, ἴσαι αἱ διάμετροι τοῦ κύκλου φαίνονται. ἔστω γὰρ κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ πρὸς ὀρθὰς ἀνήχθω τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου ἡ ΚΒ, τὸ δὲ ὄμμα κείσθω ἐπὶ τοῦ Β, καὶ διάμετροι ἦχθωσαν αἱ ΓΑ, ΔΖ. φημί δὴ τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ ἴσην φαίνεσθαι. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΑ, ΒΖ, ΒΓ, ΒΔ. οὐκοῦν δύο αἱ ΒΚ, ΚΖ δυοὶ ταῖς ΒΚ, ΚΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. ^[20]

200 ἔστι δὲ καὶ ἡ Ρ γωνία τῇ Σ ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΒΖ βάσις τῇ ΒΓ βάσει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΒΑ ἔστιν ἴση. δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΖ δυοὶ ταῖς ΓΒ, ΒΑ ἴσαι εἰσὶν. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΓΑ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΑ ἴση ἐστίν. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴση ἄρα ἡ ΓΑ τῇ ΔΖ φαίνεται. λε'. Καὶ ἐὰν ἡ ὑπὸ τοῦ κέντρου ἀναχθεῖσα μὴ πρὸς ὀρθὰς ἢ τῷ ἐπιπέδῳ, ἴση δὲ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἴσαι αἱ διάμετροι φανήσονται. ἔστω κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ μὴ πρὸς ὀρθὰς ἀνήχθω τῷ ἐπιπέδῳ ἡ ΚΒ, ἴση δὲ ἔστω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τοῦ Β σημείου αἱ αὐταὶ ταῖς πρότερον. οὐκοῦν ἐπεὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ ΔΚ, ΚΒ, ΚΖ, ὀρθὴ ἂν εἴη ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ΖΒΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ὀρθὴ ἂν εἴη· ἴσαι ἄρα ἔσονται ἀλλήλαις. τὰ δὲ γε ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴση ἄρα ἡ ΔΖ τῇ ΑΓ φαίνεται. Ἀλλὰ δὴ ἡ ΑΖ μήτε ἴση ἔστω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε πρὸς ὀρθὰς τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἴσας δὲ γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ ΔΑΖ, ΖΑΓ καὶ ΕΑΖ, ΖΑΒ. ^[25]

202 λέγω, ὅτι καὶ οὕτως αἱ διάμετροι ἴσαι φανήσονται. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΖ, καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν, βάσις ἄρα ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστὶν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΖΑ τῇ ὑπὸ ΑΖΓ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΑ τῇ ὑπὸ ΑΖΒ ἐστὶν ἴση. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΒ ὅλη τῇ ὑπὸ ΕΖΓ ἐστὶν ἴση. ὥστε αἱ διάμετροι ἴσαι φανήσονται. λς'. Ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὸ κέντρον προσπίπτουσα τοῦ κύκλου μήτε πρὸς ὀρθὰς ἢ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ μήτε ἴση ἢ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου, μείζων δὲ ἢ ἐλάσσων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἄνισοι αἱ διάμετροι φανοῦνται. ἔστω γὰρ κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Α, καὶ ἀπὸ τοῦ Β ὄμματος ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου εὐθεῖα ἦχθω ἡ ΒΑ καὶ ἔστω μήτε πρὸς ὀρθὰς τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι αἱ διάμετροι τοῦ κύκλου ἄνισοι φανήσονται. ἦχθω γὰρ ἡ μὲν ΓΖ διάμετρος πρὸς ὀρθὰς οὕσα τῇ ΑΒ, ἡ δὲ ΔΚ ἀνίσους ποιοῦσα γωνίας πρὸς τῇ ΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΖ, ΒΚ, ἔστω δὲ πρότερον ἡ ΒΑ τῆς ΑΚ μείζων. ^[25]

204 οὐκοῦν μείζων ἐστὶν ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ΓΒΖ τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῶν ΚΒΔ, ὡς ἐν τοῖς θεωρήμασιν ἀποδείκνυται. τὰ δὲ γε ὑπὸ μείζονος γωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεται· μείζων ἄρα ἡ ΓΖ τῆς ΔΚ φαίνεται. ἐὰν δὲ ἡ ΒΑ τῆς ΑΚ ἐλάσσων ἢ, μείζων φαίνεται ἡ ΔΚ τῆς ΓΖ. Ἔστω κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Α, ὄμμα δὲ τὸ Β, ἂν οὖν ἐπὶ τὸν κύκλον κάθετος ἀγομένη μὴ πιπτέτω ἐπὶ τὸ κέντρον τὸ Α, ἀλλ' ἐκτός, καὶ ἔστω ἡ ΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Α ἡ ΓΑ, ἔτι δὲ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἡ ΒΑ. λέγω, ὅτι πασῶν τῶν διὰ τοῦ Α διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΒΑ γωνίας ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑΒ. διήχθω γὰρ εὐθεῖα ἡ ΔΑΕ, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ· καὶ ἡ ΒΖ ἄρα ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΓΖΑ, ἡ ὑπὸ ΑΓΖ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ὀρθῆς μείζων ἄρα ἡ ΑΓ πλευρὰ τῆς ΑΖ. ἡ ΒΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΖ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ πρὸς τὴν ΑΓ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ γωνία καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΖΑ εἰσὶν ὀρθαί, καὶ εἰσὶν αἱ ΓΑ, ΑΖ ἄνισοι· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΖΑΒ τῆς ὑπὸ τῶν ΓΑΒ ἐστὶ μείζων. ^[25]

- 206 ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ πασῶν τῶν διὰ τοῦ Α διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ γωνίαν ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑΒ. Ὅτι ἡ ΖΒ τῇ ΔΕ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς, δείξομεν οὕτως. ἐπεὶ ἡ ΒΓ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς, καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς ΒΓ ἐπίπεδα ἐκβαλλόμενα τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. Ἐν δὲ τῶν διὰ τῆς ΒΓ ἐκβαλλομένων ἐπιπέδων ἐστὶ τὸ ΒΓΖ τρίγωνον· καὶ τὸ ΒΓΖ ἄρα τρίγωνον τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. ἐπεὶ οὖν δύο ἐπίπεδα τό τε τοῦ ΕΔ κύκλου καὶ τὸ τοῦ ΒΓΖ τριγώνου τέμνουσιν ἄλληλα, καὶ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ τῇ ΓΖ πρὸς ὀρθάς ἐστὶν ἡ ΖΔ ἐν τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ· κάθετος γὰρ ἦκται ἡ ΓΖ ἐπὶ τὴν ΕΔ· καὶ ἡ ΖΔ ἄρα τῷ τοῦ ΒΓΖ τριγώνου ἐπιπέδῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. ὥστε καὶ πρὸς πάσας τὰς ἀπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ τοῦ ΓΖΒ τριγώνου ἐπιπέδῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς· ἡ ΔΖ ἄρα τῇ ΖΒ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΒΖ τῇ ΕΖΔ διαμέτρῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΒΓΑ, ΒΖΑ ὀρθὰς ἔχοντα τὰς πρὸς τοῖς Γ, Ζ γωνίας, καὶ ἡ ΒΑ πρὸς ΖΑ μείζονα λόγον ἔχέτω ἥπερ πρὸς τὴν ΓΑ. λέγω, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΑΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΑΒ γωνίας. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΖΑ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὴν ΓΑ, καὶ ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, οὗ ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ· ὥστε ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ΖΑ πρὸς ΑΒ. ^[25]
- 208 πεποιήσθω οὖν, ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΒ, οὕτως ἡ ΖΑ πρὸς ἐλάσσονα τῆς ΑΒ τὴν ΑΔ· ἰσογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ τρίγωνα τὰ ΒΓΑ, ΔΖΑ. ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΑΔ. μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΑΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΑΒ. Ἔστω κύκλος ὁ ΑΓΒΔ, καὶ διήχθωσαν δύο διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΔ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθάς, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, ἂφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη ἡ ΕΖ πρὸς ὀρθὰς μὲν ἔστω τῇ ΓΔ, πρὸς δὲ τὴν ΑΒ τυχοῦσαν γωνίαν περιεχέτω, καὶ ἔστω ἡ ΕΖ ἐκατέρας τῶν ἐκ τοῦ κέντρου μείζων. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΔ ἐκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς, καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς ΓΔ ἐπίπεδα ἐκβαλλόμενα τῷ διὰ τῶν ΕΖ, ΑΒ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ἐστὶν. ἦχθω οὖν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος· ἐπὶ τὴν κοινὴν ἄρα τομὴν πίπτει τῶν ἐπιπέδων τὴν ΑΒ. πιπτέτω οὖν καὶ ἔστω ἡ ΕΚ, καὶ διήχθω διάμετρος ἡ ΗΘ, καὶ κείσθω τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου ἴση ἡ ΛΜ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Ν, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Ν τῇ ΛΜ πρὸς ὀρθὰς μετέωρος εὐθεῖα ἡ ΝΞ, καὶ ἔστω ἡ ΝΞ τῇ ΕΖ ἴση· τὸ ἄρα περὶ τὴν ΛΜ γραφόμενον τμήμα καὶ ἐρχόμενον διὰ τοῦ Ξ μείζον ἐστὶν ἡμικυκλίου, ἐπειδὴ περ ἡ ΝΞ μείζων ἐστὶν ἐκατέρας τῶν ΑΝ, ΝΜ. ^[5]
- 210 ἔστω τὸ ΛΞΜ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΞΑ, ΞΜ. ἡ ἄρα πρὸς τῷ Ξ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΑΞΜ ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Ε σημείῳ τῇ περιεχομένῃ ὑπὸ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὸ Ε καὶ τὰ Γ, Δ σημεία. ἐκκείσθω τῇ ὑπὸ τῶν ΕΖ, ΖΗ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΑΝ, ΝΟ, καὶ ἀφηρήσθω ἴση τῇ ΕΖ ἡ ΝΟ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΟ, ΜΟ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΛΟΜ τρίγωνον τμήμα κύκλου τὸ ΛΟΜ. ἔσται δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ο σημείῳ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ τῶν ΗΕΘ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν ΕΖΚ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΑΝΠ, καὶ ἐκκείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΝΠ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΠ, ΠΜ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΠΜ τρίγωνον τμήμα κύκλου. ἔσται δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ Π σημείῳ ἴση τῇ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Ξ πρὸς τῷ Ο γωνίας· ἡ μὲν γὰρ πρὸς τῷ Ξ ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Σ γωνία, ἡ δὲ πρὸς τῷ Σ μείζων ἐστὶ τῆς πρὸς τῷ Ο γωνίας τριγώνου γὰρ τοῦ ΛΣΟ ἐκτός ἐστὶν· καὶ ἡ πρὸς τῷ Ξ ἄρα μείζων ἐστὶ τῆς πρὸς τῷ Ο· καὶ ἐστὶν ἡ μὲν πρὸς τῷ Ξ ἴση τῇ ὑπὸ ΓΕΔ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ο τῇ ὑπὸ ΗΕΘ, μείζων ἄρα φανήσεται καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΗΘ. πάλιν ἡ μὲν πρὸς τῷ Ο γωνία τῇ ὑπὸ ΗΕΘ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ πρὸς τῷ Π τῇ ὑπὸ ΑΕΒ· μείζων δὲ ἡ Ο τῆς Π. ^[25]
- 212 μείζων ἄρα φανήσεται ἡ ΗΘ τῆς ΑΒ εὐθείας. Μὴ ἔστω δὴ μείζων ἡ ἀπὸ τοῦ ὀμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἀλλὰ ἐλάσσων· ἔσται δὴ περὶ τὰς διαμέτρους τοῦναντίον· ἡ γὰρ τότε μείζων τῶν διαμέτρων νῦν ἐλάσσων φανήσεται, ἡ δὲ ἐλάσσων μείζων. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διήχθωσαν δύο διάμετροι τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἐτέρα δὲ τις διήχθω ἡ ΗΘ, ὅμμα δὲ τὸ Ε, ἂφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸ Ζ κέντρον ἐπιζευχθεῖσα ἔστω ἡ ΕΖ

ἐλάσσων οὐσα ἐκατέρας τῶν ἐκ τοῦ κέντρου, πρὸς ὀρθὰς δὲ τῇ ΓΔ ἔστω ἡ ΕΖ, καὶ κείσθω τῇ τοῦ κύκλου διαμέτρῳ ἴση ἡ ΑΜ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Ν, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Ν πρὸς ὀρθὰς ἡ ΝΞ ἴση τῇ ΕΖ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΑΜ καὶ τὸ Ξ σημεῖον τμῆμα κύκλου τὸ ΑΞΜ· ἔσται δὴ ἔλασσον ἡμικυκλίου, ἐπειδὴ περὶ ἡ ΝΞ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. ἔσται δὴ ἡ πρὸς τῷ Ξ σημείῳ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΑΞΜ ἴση τῇ πρὸς τῷ Ε, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν ΕΖΗ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΑΝΟ, καὶ ἀφηρήσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΝΟ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΑΜ καὶ τὸ Ο σημεῖον τὸ ΑΟΜ τμῆμα. ἡ δὴ πρὸς τῷ Ο σημείῳ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΑΟΜ ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Ε τῇ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΘΕΗ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΖΕ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΑΝ, ΝΠ, καὶ ἀφηρήσθω ἡ ΝΠ ἴση τῇ ΕΖ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΑΜ καὶ τὸ Π τμῆμα κύκλου τὸ ΑΠΜ· ἔσται δὴ ἡ πρὸς τῷ Π γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΑΠΜ ἴση τῇ πρὸς τῷ Ε γωνία, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ. ^[5]

214 ἐπεὶ οὖν ἐλάσσων ἡ πρὸς τῷ Ξ τῆς πρὸς τῷ Ο, ἴση δὲ ἡ μὲν πρὸς τῷ Ο τῇ πρὸς τῷ Ε, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΘΕ, ΕΗ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ξ τῇ πρὸς τῷ Ε, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ, ἐλάσσων ἄρα φανήσεται ἡ ΓΔ τῆς ΗΘ. πάλιν ἐπεὶ ἐλάσσων ἡ πρὸς τῷ Ε, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΘΕΗ τῆς πρὸς τῷ Ε, περιεχομένης δὲ ὑπὸ τῶν ΑΕΒ, ἐλάσσων ἄρα φανήσεται καὶ ἡ ΗΘ τῆς ΑΒ. λζ'. Τῶν ἄρμάτων οἱ τροχοὶ ὅτε μὲν κυκλοειδεῖς, ὅτε δὲ παρεσπασμένοι φανοῦνται. ἔστω γὰρ τροχός, οὗ διάμετροι αἱ ΔΖ, ΒΓ. οὐκοῦν ὅταν μὲν ἡ ἀπὸ τοῦ ὀμματος εἰς τὸ κέντρον νεύουσα πρὸς ὀρθὰς ᾗ τῷ ἐπιπέδῳ ἢ ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἴσαι αἱ διάμετροι φανοῦνται, ὥς ἐν τῷ πρὸ αὐτοῦ θεωρήματι ἀπεδείχθη· ὥστε ὁ τροχὸς ὁ τοῦ ἄρματος κυκλοειδὴς φαίνεται τούτων ὑπαρχόντων. παραφερομένου δὲ τοῦ ἄρματος καὶ τῆς ἀπὸ τοῦ ὀμματος νευούσης εἰς τὸ κέντρον ἀκτίνος μήτε πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῷ τοῦ τροχοῦ ἐπιπέδῳ μήτε ἴσης τῇ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ ἄνισοι αἱ διάμετροι φανοῦνται ὁμοίως διὰ τὸ πρὸ αὐτοῦ δειχθέν· ὥστε παρεσπασμένος ἂν φαίνοιτο ὁ τροχός. λη'. ^[25]

216 Ἐὰν μέγεθος τι πρὸς ὀρθὰς ᾗ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ μετέωρον, τεθῇ δὲ τὸ ὄμμα ἐπὶ τι σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου, καὶ μεθιστῇται τὸ ὀρώμενον ἐπὶ κύκλου περιφερείας, ἴσον αἰ τὸ ὀρώμενον ὀφθήσεται. ἔστω ὀρώμενόν τι μέγεθος τὸ ΑΒ μετεωρότερον τοῦ ἐπιπέδου, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΒ, καὶ κέντρῳ τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ ΓΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΔ. λέγω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθιστῇται τὸ ΑΒ, ἀπὸ τοῦ Γ ὀμματος ἴσον αἰ ὀφθήσεται. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ ἐστὶν ὀρθὴ καὶ ποιεῖ πρὸς τὴν ΒΓ ὀρθὴν γωνίαν, πᾶσαι ἄρα αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Γ πρὸς τὸ ΑΒ μέγεθος προσπίπτουσαι ἀλλήλαις ἴσας γωνίας ποιοῦσιν. ἴσον ἄρα τὸ ὀρώμενον ὀφθήσεται. ὁμοίως δὲ κἂν ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου μετέωρος ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ ἐπ' αὐτῆς τὸ ὄμμα τεθῇ ἐπὶ παραλλήλῳ ὃν τῷ ὀρωμένῳ μεγέθει, καὶ μετακινήται τὸ μέγεθος, ἴσον αἰ τὸ ὀρώμενον φαίνεται. λθ'. Ἐὰν δὲ τὸ ὀρώμενον πρὸς ὀρθὰς ᾗ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθιστῇται δὲ τὸ ὄμμα ἐπὶ κύκλου περιφερείας, ἴσον αἰ τὸ ὀρώμενον φανήσεται. ἔστω ὀρώμενον μὲν τὸ ΑΒ μετέωρον ὃν καὶ πρὸς ὀρθὰς πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β, διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΔ. ^[20]

218 λέγω, ὅτι, ἐὰν τὸ Γ μεθιστῇται ἐπὶ κύκλου περιφερείας, ἴσον αἰ τὸ ΑΒ φανήσεται. τοῦτο δὲ φανερόν ἐστιν· πᾶσαι γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου πρὸς τὸ ΑΒ προσπίπτουσαι ἀκτῖνες πρὸς ἴσας γωνίας προσπίπτουσιν, ἐπειδὴ περὶ ἡ πρὸς τῷ Β ὀρθὴ ἐστὶν. ἴσον ἄρα τὸ ὀρώμενον φανήσεται. μ'. Ἐὰν δὲ τὸ ὀρώμενον μέγεθος μὴ πρὸς ὀρθὰς ᾗ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθιστῇται δὲ ἐπὶ κύκλου περιφερείας, ἄνισον αἰ ὀφθήσεται. ἔστω κύκλος ὁ ΑΘ, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀνεστάτω μὴ πρὸς ὀρθὰς τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἡ ΔΖ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Ε. λέγω, ὅτι ἡ ΔΖ, ἐὰν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθιστῇται, ποτὲ μείζων φανήσεται, ποτὲ ἐλάσσων. ἥτοι δὴ ἡ ΔΖ μείζων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἢ ἴση ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον μείζων, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ Ε κέντρου τῇ ΔΖ παράλληλος ἡ ΕΓ, καὶ ἔστω ἴση τῇ ΔΖ ἡ ΕΓ,

καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΓΗ καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐπίπεδῳ κατὰ τὸ Η σημεῖον, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΕΗ ἐκβεβλήσθω καὶ συμβαλλέτω τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὸ Α, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΕΓ παράλληλος ἡ ΑΒ, καὶ ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ΔΖ ἴση. ^[25]

220 λέγω, ὅτι ἡ ΑΒ πασῶν τῶν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθισταμένων εὐθειῶν ἐλάσσων φανήσεται. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΓΖ, ΕΖ, ΒΓ, ΕΒ. ἔχομεν δὲ ἐν τῷ παρακειμένῳ τῷ λς' θεωρήματι, ὅτι πασῶν τῶν διὰ τοῦ Ε σημείου ἀγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΕΓ γωνίαν ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΕΑ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΕ τῇ ΑΒ παράλληλός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ἴση, καὶ ἡ ΕΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΕ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμόν ἐστιν. καὶ ἐπεὶ δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἔλασσον φαίνεται τὸ ΑΒ τοῦ ΔΖ, δῆλον, ὅτι πρότερον δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΕΑ γωνία ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΖΕΔ γωνίας. ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι πασῶν τῶν διὰ τοῦ Ε σημείου διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΓΕ γωνίας ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΕΑ, ἐλάσσων ἄρα ἐστὶ καὶ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ ἢ ὑπὸ ΓΕΑ. ἐκκείσθω τῷ τοῦ κύκλου ἡμικυκλίῳ ἴσον τὸ ΚΑΛ, καὶ εἰλήφθω αὐτοῦ τὸ κέντρον τὸ Ν, καὶ κείσθω τῇ ὑπὸ ΓΕΑ ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΚΝΜ, τῇ δὲ ὑπὸ ΓΕΔ ἴση ἡ ὑπὸ ΚΝΟ, καὶ κείσθω τῇ ΔΖ ἑκατέρα τῶν ΟΝ, ΜΝ ἴση, καὶ διὰ μὲν τοῦ Μ τῇ ΚΝ ἴση καὶ παράλληλος ἦχθω ἡ ΜΠ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΠΚ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΝΠ καὶ ἴσον καὶ ὅμοιον τῷ ΒΕ. ^[20]

222 πάλιν διὰ τοῦ Ο τῇ ΚΝ ἴση καὶ παράλληλος ἦχθω ἡ ΟΡ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΡΚ· τὸ ΡΝ ἄρα παραλληλόγραμμον ἴσον τε καὶ ὅμοιόν ἐστι τῷ ΖΕ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ διαγώνιοι αἱ ΡΝ, ΠΝ. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΚΝΠ γωνία τῆς ὑπὸ ΚΝΡ γωνίας ἐλάσσων ἐστίν. καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΚΝΠ ἴση τῇ ὑπὸ ΑΕΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΚΝΡ ἴση τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΕΖ. ὥστε καὶ τὸ ΑΒ μέγεθος τοῦ ΔΖ μεγέθους ἔλασσον ὀφθήσεται. ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι ἡ ΒΑ τῆς ΖΔ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ΖΔ ἴσης τε καὶ ἐλάσσονος τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ὑπαρχούσης. ἀλλὰ δὴ ἔστω ἡ ΔΖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση, καὶ κατεσκευάσθω πάντα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ κείσθω τῷ τοῦ κύκλου ἡμικυκλίῳ ἴσον ἡμικύκλιον τὸ ΘΚΛ, καὶ εἰλήφθω αὐτοῦ τὸ κέντρον τὸ Ν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΖ ἴση ὑπόκειται τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΘΝ. καὶ κείσθω τῇ μὲν ὑπὸ ΓΕΑ γωνία ἴση ἡ ὑπὸ ΘΝΚ, καὶ ἦχθω τῇ ΘΝ παράλληλος ἡ ΚΞ, καὶ τῇ ΘΝ ἀφηρήσθω ἴση ἡ ΚΞ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΞΘ, τῇ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΕΔ ἴση κείσθω ἡ ὑπὸ τῶν ΘΝΔ, καὶ τῇ ΘΝ παράλληλος ἦχθω ἡ ΔΟ, καὶ ἴση τῇ ΘΝ ἀφηρήσθω ἡ ΔΟ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΟΘ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΘΔ, ΘΚ, καὶ ἐστὶν ἴσα τε καὶ ὅμοια τοῖς ΕΖ, ΕΒ. ^[5]

224 ὥστε καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΘΝΔ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΘΝΚ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΓΕΑ. ἐλάσσων δὲ ἡ ὑπὸ ΓΕΑ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΘΝΚ τῆς ὑπὸ ΘΝΔ. [καὶ] ἐπεζεύχθωσαν αἱ διαγώνιοι αἱ ΞΝ, ΟΝ· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΘΝΞ τῆς ὑπὸ ΘΝΟ. ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΘΝΞ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΘΝΟ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΕΖ. ἔλασσον ἄρα ὀφθήσεται τὸ ΑΒ μέγεθος τοῦ ΔΖ μεγέθους ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ἀλλὰ δὴ ἔστω ἡ ΔΖ ἐλάσσων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, καὶ κατεσκευάσθω τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ κείσθω τῷ τοῦ κύκλου ἡμικυκλίῳ ἴσον τὸ ΘΜ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ν, καὶ ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆς ΘΝ τῇ ΔΖ ἴση ἡ ΝΞ, καὶ κείσθω τῇ μὲν ὑπὸ ΓΕΑ γωνία ἴση ἡ ὑπὸ ΘΝΚ, τῇ δὲ ὑπὸ ΓΕΔ ἴση ἡ ὑπὸ ΘΝΛ, καὶ ἔστω ἴση ἑκατέρα τῶν ΝΚ, ΝΛ τῇ ΔΖ, καὶ ἦχθω διὰ μὲν τοῦ Κ τῇ ΝΞ ἴση καὶ παράλληλος ἡ ΚΟ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΟΞ, διὰ δὲ τοῦ Λ τῇ ΞΝ παράλληλος ἡ ΛΠ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΠΞ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΚΞ, ΞΛ, καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΚΞ τῷ ΕΒ ἴσον τε καὶ ὅμοιον, τὸ δὲ ΞΛ τῷ ΕΖ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΘΝΚ ἴση τῇ ὑπὸ ΓΕΑ, ἡ δὲ ὑπὸ ΘΝΛ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ. ^[25]

226 μείζων δὲ ἡ ὑπὸ ΓΕΔ τῆς ὑπὸ ΓΕΑ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΘΝΛ τῆς ὑπὸ ΘΝΚ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΝΟ, ΝΠ· καὶ ἡ ὑπὸ ΞΝΟ ἄρα τῆς ὑπὸ ΞΝΠ ἐλάσσων ἐστίν. ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΞΝΟ τῇ ὑπὸ ΑΕΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΞΝΠ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΕΖ. καὶ βλέπεται ὑπὸ μὲν τῆς ΑΕΒ

τὸ AB μέγεθος, ὑπὸ δὲ τῆς ὑπὸ ΔΕΖ τὸ ΔΖ. ἔλασσον ἄρα ὀφθήσεται τὸ AB μέγεθος τοῦ ΔΖ μεγέθους ὅπερ ἔδει δεῖξαι. μα'. Ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὀμματος μένοντος, τοῦ δὲ ὀρώμενου μεθισταμένου, ἴσον αἰεὶ τὸ ὀρώμενον φαίνεται. ἔστω γὰρ ὀρώμενον μὲν τὸ ΒΓ, ὄμμα δὲ τὸ Ζ, ἄφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΓ, ΖΒ, καὶ περιειλήφθω τὸ ΖΒΓ τρίγωνον κύκλῳ τῷ ΔΒΖ. λέγω, ὅτι τὸ ΒΓ μεθιστάμενον ἐπὶ τῆς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας ἴσον αἰεὶ ὀραθήσεται. μετακείσθω γὰρ τὸ ΒΓ ἐπὶ τοῦ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΖ. οὐκοῦν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΔ περιφερείᾳ. ἴση ἄρα καὶ ἡ Ρ γωνία τῇ Σ γωνίᾳ. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὀρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴσον ἄρα φαίνεται τὸ ΒΓ τῷ ΓΔ. μβ'. [20]

228 Ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὀμματος μεθισταμένου, τοῦ δὲ ὀρώμενου μένοντος, αἰεὶ ἴσον τὸ ὀρώμενον φαίνεται. ἔστω γὰρ ὀρώμενον μὲν τὸ ΒΓ, ὄμμα δὲ τὸ Ζ, ἄφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΒ, ΖΛ, καὶ περιειλήφθω τὸ ΒΖΓ τρίγωνον τμήματι κύκλου τῷ ΒΖΓ, καὶ μετακείσθω τὸ Ζ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Δ, καὶ μεταπιπτέτωσαν αἱ ἀκτῖνες αἱ ΔΒ, ΔΓ. οὐκοῦν ἴση ἡ Ρ γωνία τῇ Σ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσι. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὀρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴσον ἄρα τὸ ΒΓ διὰ παντὸς φαίνεται τοῦ ὀμματος μεθισταμένου ἐπὶ τῆς ΒΓΔ περιφερείας. μγ'. Ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὀμματος μεθισταμένου, τοῦ δὲ ὀρώμενου μένοντος, ἄνισον τὸ ὀρώμενον φανεῖται. ἔστω γὰρ ὀρώμενον τὸ ΚΔ, εὐθεία δὲ ἡ ΒΓ συμπύπτουσα τῇ ΚΔ προσεκβαλλομένη, καὶ εἰλήφθω τῆς ΔΓ καὶ τῆς ΓΚ μέση ἀνάλογον ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΚ καὶ ἡ ΖΔ, περὶ δὲ τὴν ΚΔ τμήμα γεγράφθω ὀξεῖαν ἔχον τὴν Φ γωνίαν· ἐφάπεται δὲ τῆς ΒΓ εὐθείας, ἐπεὶ περ ἐστίν, ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΓΚ. κείσθω οὖν τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Β σημείου, καὶ προσβεβλήσθωσαν αἱ ΔΒ, ΒΚ, ἐπεζεύχθω δὲ ἡ ΣΔ. [25]

230 οὐκοῦν ἴση ἡ Φ γωνία τῇ Σ γωνίᾳ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσιν. καὶ ἐστὶν ἡ Σ τῆς Β γωνίας μείζων· καὶ ἡ Φ ἄρα γωνία τῆς Β μείζων ἐστίν. τοῦ ἄρα ὀμματος ἐπὶ τοῦ Ζ ὄντος μείζων φανεῖται τὸ ΚΔ ἢ περ ἐπὶ τοῦ Β. μδ'. Τὸ δ' αὐτὸ συμβήσεται, κὰν παράλληλος ᾖ ἡ γραμμὴ τῷ ὀρώμενῳ μεγέθει, ἐφ' ἧς τὸ ὄμμα μεθίσταται. ἔστω γὰρ παράλληλος ἡ ΒΓ τῷ ὀρώμενῳ τῷ ΔΖ, καὶ δίχα τετμήσθω ἡ ΔΖ κατὰ τὸ Κ, πρὸς ὀρθὰς δὲ ἀνήχθω ἡ ΚΝ. κείσθω οὖν τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Ν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΝΔ, ΝΖ, περὶ δὲ τὴν ΔΖ τμήμα γεγράφθω, ὃ δέξεται τὴν Φ, Α γωνίαν. ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐστὶν ἡ ΚΝ, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἤκται ἡ ΚΝ τῇ ΒΓ, ἡ ΒΓ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΔΝΖ τμήματος. μετακείσθω δὲ τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Γ, καὶ προσβεβλήσθωσαν αἱ ΓΖ, ΓΔ, ἐπεζεύχθω δὲ ἡ ΡΖ. οὐκοῦν ἴση ἡ Φ, Α γωνία τῇ Ρ γωνίᾳ. ἡ δὲ Ρ τῆς Σ γωνίας μείζων ἐστίν· μείζων ἄρα καὶ ἡ Φ, Α τῆς Σ. τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὀρώμενα μείζονα φαίνεται· μείζον ἄρα φανεῖται τὸ ΔΖ τοῦ ὀμματος ἐπὶ τοῦ Ν κειμένου ἢ περ ἐπὶ τοῦ Γ. τοῦ ἄρα ὀμματος ἐπὶ τῆς ΒΓ μεθισταμένου παραλλήλου οὔσης τῇ ΔΖ ἄνισον φαίνεται τὸ ὀρώμενον. με'. [20]

232 Ἔστι τις τόπος κοινός, ἐν ᾧ τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισα φαίνεται. ἔστω γὰρ ἴση ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ, καὶ περὶ μὲν τὴν ΒΓ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΒΖΓ, περὶ δὲ τὴν ΓΔ τμήμα μείζον ἡμικυκλίου, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ. οὐκοῦν ἡ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ἐν τῷ μείζονι τμήματι. τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὀρώμενα μείζονα φαίνεται· μείζων ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ φαίνεται· ἦν δὲ καὶ ἴση. ἔστιν ἄρα τόπος κοινός, ἐν ᾧ τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισα φαίνεται. μς'. Ἔστι τις τόπος κοινός, ἄφ' οὗ τὰ ἄνισα μεγέθη ἴσα φαίνεται. ἔστω γὰρ μείζων ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ, καὶ περὶ μὲν τὴν ΒΓ μείζον ἡμικυκλίου τμήμα γεγράφθω, περὶ δὲ τὴν ΓΔ ὅμοιον τῷ περὶ τὴν ΒΓ, τουτέστι δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ἐν τῷ ΒΖΓ, ἐπεζεύχθωσαν δὲ αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ. οὐκοῦν ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐν τοῖς ὁμοίοις τμήμασι γωνίαὶ ἀλλήλαις, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐν τοῖς ΒΖΓ, ΓΖΔ τμήμασι γωνίαὶ ἀλλήλαις. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὀρώμενα ἴσα φαίνεται· τοῦ ἄρα ὀμματος τιθεμένου ἐπὶ τοῦ Ζ σημείου ἴση ἂν φαίνοιτο ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ· ἔστι δὲ μείζων. [25]

234 ἔστι τις ἄρα τόπος κοινός, ἄφ' οὗ τὰ ἄνισα μεγέθη ἴσα φαίνεται. μζ'. Εἰσὶ τινες τόποι, ἐν οἷς τὰ ἄνισα μεγέθη δύο εἰς ταὐτὸ συντεθέντα ἴσα ἐκατέρῳ τῶν ἀνίσων φαίνεται. ἔστω γὰρ μείζων ἡ

ΒΓ τῆς ΓΔ, καὶ περὶ τὰς ΒΓ, ΓΔ ἡμικύκλια γεγράφθωσαν καὶ περὶ ὅλην τὴν ΒΔ. οὐκοῦν ἴση ἡ ἐν τῷ ΒΑΔ ἡμικυκλίῳ γωνία τῇ ἐν τῷ ΒΚΓ· ὀρθή γάρ ἐστιν ἑκατέρα αὐτῶν. ἴση ἄρα φαίνεται ἡ ΒΓ τῇ ΒΔ· ὡσαύτως δὲ καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΓΔ τῶν ὁμμάτων ἐπὶ τῶν ΒΑΔ, ΒΚΓ, ΓΖΔ ἡμικυκλίων κειμένων. εἰσὶ τινες ἄρα τόποι, ἐν οἷς τὰ ἄνισα μεγέθη δύο εἰς ταὐτὸ συντεθέντα ἴσα ἑκατέρῳ τῶν ἀνίσων φαίνεται. μῆ'. Εὐρεῖν τόπους, ἀφ' ὧν τὸ ἴσον μέγεθος ἤμισυ φανεῖται ἢ τέταρτον μέρος καὶ καθόλου ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ, ἐν ᾧ καὶ ἡ γωνία τέμνεται. ἔστω γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΖ, καὶ περὶ τὴν ΑΖ γεγράφθω τμήμα τυχόν, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ γωνία ἡ Κ, τῇ δὲ ΑΖ ἴση ἔστω ἡ ΒΓ, καὶ περὶ τὴν ΒΓ περιγεγράφθω τμήμα, ὃ δέξεται τὴν τῆς Κ γωνίας ἡμίσειαν. ^[25]

236 οὐκοῦν ἡ Κ γωνία διπλασία ἐστὶ τῆς Δ γωνίας. διπλασία ἄρα φαίνεται ἡ ΑΖ τῆς ΒΓ τῶν ὁμμάτων ἐπὶ τῶν ΑΚΖ, ΒΔΓ περιφερειῶν κειμένων. μθ'. Τῶν ἴσῳ τάχει φερομένων καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων προσιόντων μὲν πρὸς τὸ ὅμμα τὸ τελευταῖον προηγέσθαι δόξει, παραλλαζάντων δὲ τὸ μὲν προηγούμενον ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ ἐπακολουθοῦν προηγέσθαι δόξει. φερέσθω γὰρ ἰσοταχῶς τὰ ΒΓ, ΔΖ, ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Μ ὁμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΜΓ, ΜΖ, ΜΛ. οὐκοῦν μετεωροτάτη ἐστὶ καὶ δεξιωτέρα τῶν ἀπὸ τοῦ ὁμματος ἀκτίνων προσπιπτουσῶν ἡ ΜΓ· τὸ ἄρα ΒΓ δόξει προηγέσθαι. παραλλαζάντων δὲ τῶν ΒΓ, ΔΖ, ΚΛ καὶ ἐπὶ τῶν ΝΞ, ΠΡ, ΣΤ γενομένων προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΜΝ, ΜΠ, ΜΣ. οὐκοῦν πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ ὁμματος ἀκτίνων προσπιπτουσῶν δεξιωτέρα ἐστὶν ἡ ΜΣ, ἀριστερὰ δὲ μᾶλλον ἡ ΜΝ· ὥστε καὶ τὸ μὲν ΣΤ προηγέσθαι δόξει, ἐπακολουθεῖν δὲ τὸ ΝΞ. τὸ μὲν ἄρα ΒΓ προηγούμενον ἐπὶ τοῦ ΝΞ γενόμενον δόξει ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ ΑΚ ἐπακολουθοῦν ἐπὶ τοῦ ΣΤ γενόμενον δόξει προηγέσθαι. ν'. ^[20]

238 Ἐάν τινων φερομένων πλειόνων ἀνίσῳ τάχει συμπαραφέρηται ἐπὶ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ὅμμα, τὰ μὲν τῷ ὁμματι ἰσοταχῶς φερόμενα δόξει ἐστάναι, τὰ δὲ βραδύτερον εἰς τοῦναντίον φέρεσθαι, τὰ δὲ θᾶττον εἰς τὰ προηγούμενα. φερέσθω γὰρ ἀνίσῳ τάχει τὰ Β, Γ, Δ, καὶ βραδύτατα μὲν φερέσθω τὸ Β, τὸ δὲ Γ ἰσοταχῶς τῷ Κ ὁμματι, τὸ δὲ Δ θᾶττον τοῦ Γ, ἀπὸ δὲ τοῦ Κ ὁμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ. οὐκοῦν τοῦ ὁμματος συμπαραφερομένου τοῖς Β, Γ, Δ τὸ μὲν Γ κατὰ τὴν ΓΚ αἰεὶ φερόμενον ἐστάναι δόξει, τὸ δὲ Β ὑπολειπόμενον εἰς τοῦναντίον δόξει φέρεσθαι, τὸ δὲ Δ, ἐπεὶ θᾶττον τοῦ Γ φέρεται, δόξει εἰς τοῦμπροσθεν· πλεῖον γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ ἀποστήσεται. να'. Ἐάν τινων φερομένων διαφαίνηται τι μὴ φερόμενον, δόξει τὸ μὴ φερόμενον εἰς τοῦναντίον φέρεσθαι. φερέσθω γὰρ τὰ Β, Δ, μενέτω δὲ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ὁμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ. οὐκοῦν τὸ μὲν Β φερόμενον ἔγγιον ἔσται τοῦ Γ, τὸ δὲ Δ ἀποχωροῦν πορρώτερον. ὥστε δόξει τὸ Γ εἰς τοῦναντίον φέρεσθαι. νβ'. ^[25]

240 Τοῦ ὁμματος ἔγγιον τοῦ ὀρώμενου προσιόντος δόξει τὸ ὀρώμενον ηὔξησθαι. ὀράσθω γὰρ τὸ ΒΓ τοῦ ὁμματος ἐπὶ τοῦ Ζ κειμένου ὑπὸ τῶν ΖΒ, ΖΓ ἀκτίνων, καὶ μετακείσθω τὸ ὅμμα ἔγγιον τοῦ ΒΓ καὶ ἔστω ἐπὶ τοῦ Δ, καὶ ὀράσθω τὸ αὐτὸ ὑπὸ τῶν ΔΒ, ΔΓ ἀκτίνων. οὐκοῦν μείζων ἡ Δ γωνία τῆς Ζ γωνίας. τὰ δὲ ὑπὸ μειζόνων γωνιῶν ὀρώμενα μείζονα φαίνεται· δόξει ἄρα ηὔξησθαι τὸ ΒΓ τοῦ ὁμματος ἐπὶ τοῦ Δ ὄντος ἥπερ ἐπὶ τοῦ Ζ. νγ'. Τῶν ἴσῳ τάχει φερομένων τὰ πόρρω δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι. φερέσθω γὰρ ἰσοταχῶς τὰ Β, Κ ὡς ἐπὶ τὰ Ζ μέρη, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ὁμματος ἀκτῖνες ἤχθωσαν αἱ ΑΓ, ΑΔ, ΑΖ. οὐκοῦν τὸ Κ ἐλάσσονας ἔχει τὰς ἀπὸ τοῦ Α ὁμματος ἀκτῖνας ἡγμένας ἥπερ τὸ Β· ἔλαττον ἄρα διάστημα διελεύσεται καὶ πρότερον παραλλάσσον τὴν ΑΖ ὅψιν δόξει ταχύτερον φέρεσθαι. νδ'. Τοῦ ὁμματος παραφερομένου τὰ πόρρω τῶν ὀρώμενων καταλείπεσθαι δόξει. ἔστω γὰρ ὅμμα τὸ Β, ἀφ' οὗ ἤχθωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΖ, ὀρώμενα δὲ τὰ Κ, Λ. ^[25]

242 οὐκοῦν τοῦ ὁμματος παραφερομένου πρὸς τοῖς Γ μέρεσι θᾶττον παρελεύσονται αἱ ὀψεις τὸ Κ ἥπερ τὸ Λ. δόξει ἄρα τὸ Κ ὑπολείπεσθαι, τὸ δὲ Λ εἰς τοῦναντίον φέρεσθαι, τουτέστιν ὡς ἐπὶ τὰ πρὸς τῷ Ζ μέρη. νε'. Τὰ αὐξανόμενα τῶν μεγεθῶν ἔγγιον δοκεῖ τῷ ὁμματι προσάγεσθαι. ἔστω

γὰρ ὁρώμενον τὸ ΓΒ ὑπὸ τῶν ΚΒ, ΚΓ ἀκτίνων, καὶ ηὐξήσθω τὸ ΒΓ τῷ ΒΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ ὅμματος προσπιπτέτω ἀκτὶς ἢ ΚΔ. οὐκοῦν μείζων ἢ ὑπὸ ΔΚΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΚΓ γωνίας. τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὁρώμενα ἔγγιον φαίνεται. ἔγγιον ἄρα δόξει εἶναι τὸ ΓΔ ἢ περ τὸ ΒΓ. νς.' Ὅσα μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἀποστήματι κεῖται μὴ παράλληλα κείμενα τῶν ἄκρων μὴ κατάλληλα κειμένων τῶν μέσων μηδὲ ἐπ' εὐθείας ὄντων, τὸ ὅλον σχῆμα ὅτε μὲν κοῖλον, ὅτε δὲ κυρτὸν ποιεῖ. ὁράσθω γὰρ τὰ Β, Γ, Δ τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ Κ κειμένου, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΒ, ΚΓ, ΚΔ. ^[25]

244 οὐκοῦν τὸ ὅλον σχῆμα κοῖλον ἂν δόξειεν εἶναι. μετακινείσθω δὴ πάλιν τὸ ὁρώμενον καὶ ἔγγιον κείσθω τοῦ ὅμματος. οὐκοῦν τὸ ΔΒΓ δόξει κυρτὸν εἶναι. νζ'. Τετραγώνου ὑπάρχοντος ἐὰν ἀπὸ τῆς συναφῆς τῶν διαμέτρων πρὸς ὀρθὰς τις ἀναχθῇ τῷ τοῦ τετραγώνου ἐπιπέδῳ, ἐπὶ δὲ ταύτης τεθῇ τὸ ὅμμα, αἱ τε πλευραὶ τοῦ τετραγώνου καὶ αἱ διάμετροι ἴσαι φανοῦνται. ἔστω γὰρ τετράγωνον τὸ ΓΖ, καὶ διάμετροι ἦχθωσαν αἱ ΓΖ, ΚΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ πρὸς ὀρθὰς ἦχθω τῷ ἐπιπέδῳ ἢ ΘΒ, τὸ δὲ ὅμμα κείσθω ἐπὶ τοῦ Β, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΒ, ΒΔ, ΒΓ, ΒΖ. οὐκοῦν δύο αἱ ΖΘ, ΘΒ δύο ταῖς ΓΘ, ΘΒ ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ γωνίαι αἱ περιεχόμεναι ὑπ' αὐτῶν ἴσαι, τουτέστιν αἱ πρὸς τῷ Θ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΖΒ βάσις τῇ ΒΓ βάσει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΚΒ τῇ ΒΔ ἴση ἐστίν. δύο δὴ αἱ ΖΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΚΒ, ΔΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ εἰσιν αἱ διάμετροι ἴσαι· ὥστε καὶ αἱ πρὸς τῷ Β γωνίαι ἴσαι ἔσσονται. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται· ἴσαι ἄρα φανοῦνται αἱ τε διάμετροι καὶ αἱ πλευραὶ τοῦ τετραγώνου. Τῆς δὲ ἀπὸ τῶν ὀμμάτων ἐπὶ τὴν συναφὴν τῶν διαμέτρων μήτε πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴσης ἑκατέρᾳ τῶν ἀπὸ τῆς συναφῆς πρὸς τὰς γωνίας τοῦ τετραγώνου ἀγομένων μήτε ἴσας γωνίας περιεχούσης μετ' αὐτῶν αἱ διάμετροι ἄνισοι φανοῦνται. ^[5]

246 ὁμοίως γὰρ δείξομεν τὰ συμβαίνοντα, καθάπερ καὶ ἐν τοῖς κύκλοις.