

eul_wid: iaw-ap

Εὐκλείδης ὁ Ἀλεξανδρεύς · Euclid of Alexandria

Optics

Ὀπτικά

Period: Ἑλληνιστική Hellenistic
Dialect: Κοινή τεχνική Technical Koine
Domain: Μαθηματικά Mathematics
Format: Πραγματεία Treatise

- ^{1, HOR} Ὑποκείσθω τὰς ἀπὸ τοῦ ὀμματος ἐξαγομένας εὐθείας γραμμὰς φέρεσθαι διάστημα μεγεθῶν μεγάλων. καὶ τὸ [μὲν] ὑπὸ τῶν ὀψεων περιεχόμενον σχῆμα εἶναι κῶνον τὴν κορυφὴν μὲν ἔχοντα ἐν τῷ ὀμματι τὴν δὲ βάσιν πρὸς τοῖς πέρασι τῶν ὀρωμένων. καὶ ὁρᾶσθαι μὲν ταῦτα, πρὸς ἃ ἂν αἱ ὀψεις προσπίπτωσι, μὴ ὁρᾶσθαι δέ, πρὸς ἃ ἂν μὴ προσπίπτωσιν αἱ ὀψεις. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μείζονος γωνίας ὀρώμενα μείζονα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἐλάττονος ἐλάττονα, ἴσα δὲ τὰ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὀρώμενα. καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὀρώμενα μετεωρότερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ταπεινοτέρων ταπεινότερα. καὶ ὁμοίως τὰ μὲν ὑπὸ δεξιωτέρων ἀκτίνων ὀρώμενα δεξιώτερα φαίνεσθαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἀριστερωτέρων ἀριστερώτερα. τὰ δὲ ὑπὸ πλειόνων γωνιῶν ὀρώμενα ἀκριβέστερον φαίνεσθαι. Οὐδὲν τῶν ὀρωμένων ἅμα ὅλον ὁρᾶται. ^[15]
- ¹ ἔστω γὰρ ὀρώμενόν τι τὸ ΑΔ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὀψεις αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΚ, ΒΔ. οὐκοῦν, ἐπεὶ ἐν διαστήματι φέρονται αἱ προσπίπτουσαι ὀψεις, οὐκ ἂν προσπίπτουσιν συνεχεῖς πρὸς τὸ ΑΔ· ὥστε γένοιτο ἂν καὶ κατὰ τὸ ΑΔ διαστήματα, πρὸς ἃ αἱ ὀψεις οὐ προσπεσοῦνται. οὐκ ἄρα ὁφθήσεται ὅλον ἅμα τὸ ΑΔ. δοκεῖ δὲ ὁρᾶσθαι ἅμα τῶν ὀψεων ταχὺ παραφερομένων. Τῶν ἴσων μεγεθῶν ἐν διαστήματι κειμένων τὰ ἕγγιον κείμενα ἀκριβέστερον ὁρᾶται. ^[10]
- ² ἔστω ὅμμα μὲν τὸ Β, ὀρώμενα δὲ τὸ ΓΔ καὶ τὸ ΚΛ, χρῆ δὲ νοεῖν αὐτὰ ἴσα καὶ παράλληλα, ἕγγιον δὲ ἔστω τὸ ΓΔ, καὶ προσπιπτέτωσαν ὀψεις αἱ ΒΓ, ΒΔ, ΒΚ, ΒΛ. οὐ γὰρ ἂν εἴποιμεν, ὥς αἱ ἀπὸ τοῦ ὀμματος πρὸς τὸ ΚΛ προσπίπτουσαι ὀψεις διὰ τῶν Γ, Δ σημείων ἐλεύσονται. ἢ γὰρ τριγώνου τοῦ ΒΔΛΚΓΒ ἢ ΚΛ μείζων ἂν ἦν τῆς ΓΔ· ὑπόκειται δὲ καὶ ἴση. οὐκοῦν τὸ ΓΔ ὑπὸ πλειόνων ὀψεων ὁρᾶται ἢ περ τὸ ΚΛ. ἀκριβέστερον ἄρα φανήσεται τὸ ΓΔ τοῦ ΚΛ· τὰ γὰρ ὑπὸ πλειόνων γωνιῶν ὀρώμενα ἀκριβέστερον φαίνεται. Ἐκαστον τῶν ὀρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γεγόμενον οὐκέτι ὁρᾶται. ^[15]
- ³ ἔστω γὰρ ὅμμα μὲν τὸ Β, ὀρώμενον δὲ τὸ ΓΔ. φημί δὲ, ὅτι τὸ ΓΔ ἐν τινι ἀποστήματι γεγόμενον οὐκέτι ὁραθήσεται. γεγενήσθω γὰρ τὸ ΓΔ ἐν τῷ μεταξὺ διαστήματι τῶν ὀψεων, ἐφ' οὗ τὸ Κ. οὐκοῦν πρὸς τὸ Κ οὐδεμία τῶν ἀπὸ τοῦ Β ὀψεων προσπεσεῖται· πρὸς δὲ αἱ ὀψεις οὐ προσπίπτουσιν, ἐκεῖνο οὐχ ὁρᾶται. Ἐκαστον ἄρα τῶν ὀρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γεγόμενον οὐκέτι ὁρᾶται. Τῶν ἴσων διαστημάτων καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων τὰ ἐκ πλείονος διαστήματος ὀρώμενα ἐλάττονα φαίνεται. ^[10]

ἔστω ἴσα διαστήματα ἐπὶ μιᾷς εὐθείας τὰ AB, BG, ΓΔ, καὶ ἀνήχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ AE, ἐφ' ἧς κείσθω ὄμμα τὸ E. λέγω, ὅτι μείζον φανήσεται τὸ μὲν AB τοῦ BG, τὸ δὲ BG τοῦ ΓΔ. προσπιπτέτωσαν γὰρ ἀκτῖνες αἱ EB, EG, ΕΔ, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ B σημείου τῇ ΓΕ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ BZ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ AZ τῇ ZE. ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ AEG παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΓΕ ἦκται εὐθεῖα ἡ BZ, ἔστιν ἄρα καί, ὡς ἡ GB πρὸς BA, ἡ EZ πρὸς ZA. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ AZ, ὡς εἴρηται, τῇ ZE. μείζων δὲ πλευρὰ ἡ BZ τῆς ZA· μείζων ἄρα καὶ τῆς ZE. μείζων ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ZEB γωνίας τῆς ὑπὸ ZBE. καὶ ἡ ὑπὸ ZBE τῇ ὑπὸ BEG ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ZEB ἄρα τῆς ὑπὸ BEG γωνίας μείζων ἐστίν. μείζων ἄρα ὀφθῆσεται ἡ AB τῆς BG. πάλιν ὁμοίως κἂν διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΔΕ παράλληλος ἀχθῇ, μείζων ὀφθῆσεται ἡ BG τῆς ΓΔ. Τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισον διεστηκότα ἄνισα φαίνεται, καὶ μείζον ἀεὶ τὸ ἑγγιον κείμενον τοῦ ὀμματος. ^[20]

- 5 ἔστω δύο ἴσα μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ E, ἀφ' οὗ ἄνισον διεστηκέτω, καὶ ἔστω ἑγγιον τὸ AB. λέγω, ὅτι μείζον φανήσεται τὸ AB. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ AE, EB, EG, ΕΔ. ἐπεὶ οὖν τὰ ὑπὸ μειζόνων γωνιῶν ὀρώμενα μείζονα φαίνεται, μείζων δὲ γωνία ἡ ὑπὸ AEB τῆς ὑπὸ ΓΕΔ, μείζων ἄρα φανήσεται καὶ ἡ AB τῆς ΓΔ. Τὰ παράλληλα τῶν διαστημάτων ἐξ ἀποστήματος ὀρώμενα ἀνισοπλατῇ φαίνεται. ^[10]
- 6 ἔστω δύο παράλληλα μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ E. λέγω, ὅτι τὰ AB, ΓΔ ἀνισοπλατῇ φαίνεται, καὶ μείζον ἀεὶ τὸ ἑγγιον διάστημα τοῦ πορρώτερον. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ EB, EZ, ΕΘ, ΕΔ, ΕΗ, ΕΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΒΔ, ΖΗ, ΘΚ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ BEΔ γωνία τῆς ὑπὸ ZEH γωνίας, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΒΔ τῆς ΖΗ φαίνεται. πάλιν ἐπεὶ μείζων ἡ ὑπὸ ZEH γωνία τῆς ὑπὸ ΘΕΚ γωνίας, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΘΚ φαίνεται. μείζων ἄρα τὸ μὲν ΒΔ διάστημα τοῦ ΖΗ, τὸ δὲ ΖΗ τοῦ ΘΚ. οὐκέτι οὖν ὀφθῆσεται παράλληλα ὄντα τὰ διαστήματα ἐπ' ἴσης, ἀλλ' ἀνισοπλατῇ. ἐπὶ τῶν ἐν μετεώρῳ κειμένων διαστημάτων καθιέσθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ AB, καὶ ἔστωσαν παράλληλοι αἱ ΑΞ, ΚΝ, ΘΜ. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως ἀνισοπλατῇ φαίνεται τὰ ΓΔ, ΕΖ μεγέθη. ἦχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὴν ΑΞ ἡ BP, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ BP ἐπὶ τὸ O, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΛ, ΑΚ, ΑΘ, ΑΞ, ΑΝ, ΑΜ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AP, ΑΠ, ΑΟ. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μετεωροτέρου σημείου τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΡΞ ἐπέξευκται τις εὐθεῖα ἡ AP, ἡ AP ἄρα ἐπὶ τὴν ΡΞ κάθετός ἐστιν, καὶ ἡ ΑΟ ἐπὶ τὴν ΟΜ, καὶ ἡ ΑΠ ἐπὶ τὴν ΠΝ. ὀρθογώνια ἄρα ἐστὶ τὰ APΞ, ΑΠΝ, ΑΟΜ τρίγωνα. ἐπεὶ οὖν ὀρθογώνια ἐστὶ, καὶ ἐστὶν ἡ μὲν ΠΝ τῇ ΡΞ ἴση, ἡ δὲ ΠΑ τῆς AP μείζων, μείζων ἄρα γωνία ἡ ὑπὸ ΞAP τῆς ὑπὸ ΠΑΝ. μείζων ἄρα καὶ ὀφθῆσεται τὸ ΡΞ τοῦ ΠΝ. ὁμοίως καὶ τὸ ΡΛ τοῦ ΠΚ μείζων. ὅλον ἄρα τὸ ΑΞ ὅλου τοῦ ΚΝ ὀφθῆσεται μείζων. ἀνισοπλατῇ ἄρα καὶ οὕτως ὀφθῆσεται τὰ μεγέθη. Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντα ἴσα μεγέθη μὴ ἐφεξῆς ἀλλήλοις τεθέντα καὶ ἄνισον διεστηκότα τοῦ ὀμματος ἄνισα φαίνεται. ^[35]
- 7 ἔστω δύο ἴσα μεγέθη τὰ AB, ΓΔ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΔ μὴ ἐφεξῆς ἀλλήλοις ὄντα καὶ ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὀμματος τοῦ E, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΑ, ΕΔ, καὶ ἔστω μείζων ἡ ΕΑ τῆς ΕΔ. λέγω, ὅτι ἡ ΓΔ τῆς AB μείζων φανήσεται. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ EB, EG, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΕΔ τρίγωνον κύκλος ὁ ΑΕΔ. καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ταῖς EB, EG εὐθείαις εὐθεῖαι αἱ BZ, ΓΗ, καὶ ἀνεστάτωσαν ἀπὸ τῶν B, Γ σημείων πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΒΘ, ΓΚ. ἔστι δὲ ἴση ἡ AB τῇ ΓΔ, ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ABΘ τῇ ὑπὸ ΔΓΚ ἐστὶν ἴση. καὶ περιφέρεια ἄρα ἡ ΑΘ περιφερεία τῇ ΔΚ ἐστὶν ἴση. ἡ ΚΔ ἄρα περιφέρεια τῆς ΖΑ περιφερείας μείζων ἐστίν. πολλῶν ἄρα ἡ ΗΔ περιφέρεια τῆς ΖΑ μείζων ἐστίν. ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῆς ΖΑ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γωνία βέβηκεν, ἐπὶ δὲ τῆς ΗΔ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΗΕΔ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΗΕΔ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΕΖ μείζων ἐστίν. ἀλλ' ὑπὸ μὲν τῆς ὑπὸ ΑΕΖ ἡ AB βλέπεται, ὑπὸ δὲ τῆς ὑπὸ ΗΕΔ ἡ ΓΔ. μείζων ἄρα ἡ ΓΔ τῆς AB φαίνεται. Τὰ ἴση μεγέθη καὶ παράλληλα ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὀμματος οὐκ ἀναλόγως τοῖς διαστήμασιν ὁράται. ^[25]

- ⁸ ἔστω δύο μεγέθη τὰ AB, ΓΔ ἄνισον διεστηκότα ἀπὸ τοῦ ὅμματος τοῦ Ε. λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν, ὥς φαίνεται ἔχον, ὥς τὸ ΓΔ πρὸς τὸ AB, οὕτως τὸ BE πρὸς τὸ ΕΔ. προσπιπτέτωσαν γὰρ ἀκτῖνες αἱ AE, ΕΓ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ε διαστήματι δὲ τῷ ΕΖ κύκλου γεγράφθω περιφέρεια ἡ ΗΖΘ. ἐπεὶ οὖν τὸ ΕΖΓ τρίγωνον τοῦ ΕΖΗ τομέως μεῖζόν ἐστιν, τὸ δὲ ΕΖΔ τρίγωνον τοῦ ΕΖΘ τομέως ἔλαττον ἐστιν, τὸ ΕΖΓ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΖΗ τομέα μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ΕΖΔ τρίγωνον πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα. καὶ ἐναλλάξ τὸ ΕΖΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖΔ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ ὁ ΕΖΗ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα, καὶ συνθέντι τὸ ΕΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖΔ τρίγωνον μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ ὁ ΕΗΘ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα. ἀλλ' ὥς τὸ ΕΔΓ πρὸς τὸ ΕΖΔ τρίγωνον, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΖ. ἡ δὲ ΓΔ τῇ AB ἐστὶν ἴση, καὶ ὥς ἡ AB πρὸς τὴν ΔΖ, ἡ BE πρὸς τὴν ΕΔ. ἡ BE ἄρα πρὸς τὴν ΕΔ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ ὁ ΕΗΘ τομεὺς πρὸς τὸν ΕΖΘ τομέα. ὥς δὲ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, οὕτως ἡ ὑπὸ ΗΕΘ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΖΕΘ γωνίαν. ἡ BE ἄρα πρὸς τὴν ΕΔ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΘ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΖΕΘ. καὶ ἐκ μὲν τῆς ὑπὸ ΗΕΘ γωνίας βλέπεται τὸ ΓΔ, ἐκ δὲ τῆς ὑπὸ ΖΕΘ τὸ AB. οὐκ ἀνάλογον ἄρα τοῖς ἀποστήμασιν ὁράται τὰ ἴσα μεγέθη. Τὰ ὀρθογώνια μεγέθη ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενα περιφερῆ φαίνεται. ^[30]
- ⁹ ἔστω γὰρ ὀρθογώνιον τὸ ΒΓ ἐστὼς μετέωρον ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενον. οὐκοῦν, ἐπεὶ ἕκαστον τῶν ὁρωμένων ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενόμενον οὐκέτι ὁράται, ἡ μὲν Γ ἄρα γωνία οὐχ ὁράται, τὰ δὲ Δ, Ζ σημεῖα μόνον φαίνεται. ὁμοίως καὶ ἐφ' ἐκάστης τῶν λοιπῶν γωνιῶν τοῦτο συμβήσεται. ὥστε ὅλον περιφερὲς φανήσεται. Τῶν κάτω τοῦ ὅμματος κειμένων ἐπιπέδων τὰ πόρρω μετεωρότερα φαίνεται. ^[10]
- ¹⁰ ἔστω ὅμμα τὸ Α μετεωρότερον κείμενον τοῦ ΒΓ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ AB, AE, ΑΔ, ΑΓ, ὧν ἡ AB κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. λέγω, ὅτι τὸ ΓΔ τοῦ ΔΕ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΔΕ τοῦ BE. εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς BE τυχὸν σημεῖον κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἦχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ΖΗ. [καὶ] ἐπεὶ αἱ ὀψεις πρότερον πρὸς τὴν ΖΗ προσπίπτουσιν ἢ περὶ πρὸς τὴν ΖΓ, προσπιπτέτω τῇ ΖΗ ἡ μὲν ΑΓ κατὰ τὸ Η σημεῖον, ἡ δὲ ΑΔ κατὰ τὸ Θ, ἡ δὲ AE κατὰ τὸ Κ. ἐπεὶ οὖν τὸ Η τοῦ Θ ἐστὶ μετεωρότερον, τὸ δὲ Θ τοῦ Κ, ἀλλ' ἐν ᾧ ἐστὶ τὸ Η, ἐν τούτῳ τὸ Γ, ἐν ᾧ δὲ τὸ Θ, ἐν τούτῳ τὸ Δ, ἐν ᾧ δὲ τὸ Κ, ἐν τούτῳ τὸ Ε, διὰ δὲ τῶν ΑΓ, ΑΔ ἡ ΔΓ φαίνεται, διὰ δὲ τῶν ΑΔ, AE ἡ ΔΕ, ἡ ΓΔ ἄρα τῆς ΔΕ μετεωροτέρα φαίνεται. ὁμοίως καὶ ἡ ΔΕ τῆς BE μετεωροτέρα φανήσεται· τὰ γὰρ ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα μετεωρότερα φαίνεται. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ ἐν μετέωρῳ κείμενα κοῖλα φανήσεται. Τῶν ἄνω τοῦ ὅμματος κειμένων ἐπιπέδων τὰ πόρρω ταπεινότερα φαίνεται. ^[25]
- ¹¹ ἔστω ὅμμα τὸ Α ταπεινότερον κείμενον τοῦ ΒΓ ἐπιπέδου, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ BA, ΑΔ, AE, ΑΓ, ὧν ἡ AB κάθετος ἔστω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον. λέγω, ὅτι τὸ ΓΕ τοῦ ΕΔ ταπεινότερον φαίνεται. διὰ δὲ τὸ προεκτεθὲν θεωρήμα ταπεινότερα ἢ μὲν ΑΓ ἀκτὶς τῆς AE, ἡ δὲ AE τῆς ΑΔ, ἡ δὲ ΑΔ τῆς AB. ἀλλὰ διὰ μὲν τῶν ΓΑ, AE τὸ ΓΕ βλέπεται, διὰ δὲ τῶν ΕΑ, ΑΔ τὸ ΕΔ, διὰ δὲ τῶν ΔΑ, AB τὸ ΔΒ φαίνεται. τὸ ΓΕ ἄρα τοῦ ΕΔ ταπεινότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΕΔ τοῦ ΔΒ. Τῶν εἰς τοῦ ὑμπροσθεν μῆκος ἐχόντων τὰ μὲν ἐν τοῖς δεξιῶς εἰς τὰ ἀριστερὰ δοκεῖ παρῆχθαι, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς εἰς τὰ δεξιά. ^[15]
- ¹² ἔστω δύο ὁρώμενα μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΘ, ΕΚ, ΕΑ, ΕΖ, ΕΗ, ΕΓ. λέγω, ὅτι αἱ μὲν ΕΖ, ΕΗ, ΕΓ δοκοῦσιν εἰς τὰ ἀριστερὰ μετῆχθαι, αἱ δὲ ΕΘ, ΕΚ, ΕΑ εἰς τὰ δεξιά. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΕΖ τῆς ΕΗ ἐστὶ δεξιωτέρα, ἡ δὲ ΕΗ τῆς ΕΓ, ἐντεῦθεν ἄρα ἡ ΕΓ τῆς ΕΗ δοκεῖ εἰς τὰ ἀριστερὰ μετῆχθαι, ἡ δὲ ΕΗ τῆς ΕΖ. ὁμοίως καὶ αἱ ΕΚ, ΕΑ, ΕΘ δοκοῦσιν εἰς τὰ δεξιά μετῆχθαι. Τῶν ἴσων μεγεθῶν καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὅμμα κειμένων τὰ πόρρω μετεωρότερα φαίνεται. ^[15]

ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, EZ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Η μετεωρότερον κείμενον τῶν μεγεθῶν, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΗΑ, ΗΓ, ΗΕ. λέγω, ὅτι τὸ AB τοῦ ΓΔ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ EZ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΗΑ τῆς ΗΓ ἐστὶ μετεωροτέρα, ἡ δὲ ΗΓ τῆς ΗΕ, καὶ ἐν ᾧ εἰσὶν αἱ ΗΑ, ΗΓ, ΗΕ, ἐν τούτῳ ἐστὶ καὶ τὰ Α, Γ, Ε σημεῖα, ἐν ᾧ δὲ τὰ Α, Γ, Ε, ἐν τούτῳ καὶ τὰ AB, ΓΔ, EZ μεγέθη, τὸ AB ἄρα τοῦ ΓΔ μετεωρότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ EZ. Τῶν ἴσων μεγεθῶν καὶ ἀνωτέρω τοῦ ὅμματος κειμένων τὰ πόρρω ταπεινότερα φαίνεται. ^[10]

14 ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, EZ μετεωρότερα κείμενα τοῦ ὅμματος τοῦ Η. λέγω, ὅτι τὸ AB τοῦ ΓΔ ταπεινότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ EZ. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΗΒ, ΗΔ, ΗΖ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΗΒ ἀκτὶς τῆς ΗΔ ἐστὶ ταπεινότερα, ἡ δὲ ΗΔ τῆς ΗΖ, ἀλλ' ἐν ᾧ εἰσὶν αἱ ΗΒ, ΗΔ, ΗΖ, ἐν τούτῳ ἐστὶ καὶ τὰ Β, Δ, Ζ σημεῖα, ἐν ᾧ δὲ τὰ Β, Δ, Ζ, ἐν τούτῳ καὶ τὰ AB, ΓΔ, EZ μεγέθη, τὸ μὲν AB ἄρα τοῦ ΓΔ ταπεινότερον φαίνεται, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ EZ [ταπεινότερόν ἐστιν]. Ὅσα ἀλλήλων ὑπερέχει ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὅμμα κείμενα, προσιόντος μὲν τοῦ ὅμματος μείζονι μείζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται, ἀπιόντος δὲ ἐλάσσονι. ^[15]

15 ἔστω δύο ἄνισα μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, μείζον δὲ ἔστω τὸ AB, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ Γ ἢ EZ. ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τοῦ ὅμματος καὶ τῆς EZ ἀκτῖνος τὰ ΖΒ, ΓΔ φαίνεται, τὸ AB ἄρα τοῦ ΓΔ ὑπερθεν φαίνεται τῷ ΑΖ μεγέθει. μετακείσθω τὸ ὅμμα ἐγγυτέρω καὶ ἔστω τὸ Η, ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ Γ ἢ ΗΘ. ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τοῦ ὅμματος καὶ τῆς ΗΘ ἀκτῖνος φαίνεται τὸ ΓΔ καὶ τὸ ΘΒ, τὸ AB ἄρα τοῦ ΓΔ μείζον φανήσεται τῷ ΑΘ. ἐβλέπετο δὲ ὑπὸ τοῦ Ε τῷ ΑΖ μείζον, μείζον δὲ τὸ ΑΘ τοῦ ΑΖ. προσιόντος μὲν ἄρα τοῦ ὅμματος μείζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται μείζονι, ἀπιόντος δὲ ἐλάττονι [φαίνεται τὸ ὑπερφαινόμενον μείζον]. Ὅσα ἀλλήλων ὑπερέχει ἐπάνω τοῦ ὅμματος ἄνισα μεγέθη, προσιόντος μὲν τοῦ ὅμματος ἐλάσσονι μείζον φαίνεται τὸ ὑπερφαινόμενον, ἀπιόντος δὲ μείζονι. ^[15]

16 ἔστω ἄνισα μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, ὧν μείζον τὸ AB. ἔστω ὅμμα τὸ Ε, ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ Γ ἢ EZ. ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τῆς EZ ἀκτῖνος ἀπολαμβάνεται τὰ ΖΒ, ΓΔ μεγέθη, τὰ ΒΖ, ΓΔ ἄρα ἴσα ἀλλήλοις φαίνεται. τὸ AB ἄρα τοῦ ΓΔ μείζον φαίνεται τῷ ΑΖ μεγέθει. προσήχθω δὴ τὸ ὅμμα ἐγγυτέρω καὶ ἔστω τὸ Η, ἀφ' οὗ προσπιπτέτω ἀκτὶς διὰ τοῦ Γ ἢ ΗΘ. ἐπεὶ οὖν ὑπὸ τῆς ΗΘ ἀκτῖνος ἀπολαμβάνεται τὰ ΒΘ, ΓΔ, ὑπὸ δὲ τῆς EZ τὰ ΖΒ, ΓΔ, ἔστι δὲ τὸ ΖΑ τοῦ ΑΘ μείζον, προσιόντος μὲν ἄρα τοῦ ὅμματος ἐλάσσονι μείζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται, ἀπιόντος δὲ μείζονι [μείζον]. Ὅσα ἀλλήλων ὑπερέχει, ἐπ' εὐθείας τῷ ἐλάττονι μεγέθει τοῦ ὅμματος προσιόντος τε καὶ ἀφισταμένου τῷ ἴσῳ αἰεὶ δόξει τὸ ὑπερφαινόμενον τοῦ ἐλάττονος ὑπερέχειν. ^[20]

17 ἔστω δύο ἄνισα μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, ὧν μείζον τὸ AB, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Ζ ἐπ' εὐθείας κείμενον τῷ πέρατι τοῦ ΓΔ μεγέθους τῷ Γ. λέγω, ὅτι τοῦ Ζ ὅμματος προσιόντος καὶ ἀφισταμένου ἐπ' εὐθείας ὄντος τῷ ἴσῳ δόξει ὑπερφαίνεσθαι τὸ AB τοῦ ΓΔ. προσπιπτέτω γὰρ ἀκτὶς διὰ τοῦ Γ ἢ ZE. τὸ AB ἄρα τοῦ ΓΔ ὑπερφαίνεται τῷ ΑΕ. μετακεκινήσθω δὴ τὸ ὅμμα καὶ ἔστω ἀπωτέρω καὶ ἔστω ἐπ' εὐθείας τὸ Η. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Η ὅμματος ἀκτὶς προσπίπτουσα ἐλεύσεται διὰ τοῦ Γ σημείου καὶ προσενεχθήσεται μέχρι τοῦ Ε σημείου, καὶ τῷ αὐτῷ ὑπερφανήσεται τὸ AB τοῦ ΓΔ. Τὸ δοθὲν ὕψος γινῶναι, πηλίκον ἐστίν, ἡλίου φαίνοντος. ^[15]

18 ἔστω τὸ δοθὲν ὕψος τὸ AB, καὶ δέον αὐτὸ γινῶναι, πηλίκον ἐστίν. ἔστω μὲν ὅμμα τὸ Δ, ἡλίου δὲ ἀκτὶς ἡ ΓΑ συμβάλλουσα τῷ πέρατι τοῦ AB μεγέθους καὶ διήχθω μέχρι τοῦ Δ ὅμματος. ἔστω δὲ σκιά ἡ ΔΒ τοῦ AB. καὶ κείσθω ἕτερόν τι μέγεθος τὸ EZ συμβάλλον τῇ ἀκτίνι μὴ πάντως καταυγαζόμενον ὑπ' αὐτῆς κατὰ τὸ Ζ πέρας. ἡρμοσται οὖν εἰς τὸ ΑΒΔ τρίγωνον ἕτερόν τι τρίγωνον τὸ ΕΖΔ. ἔστιν ἄρα, ὥς ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ZE, οὕτως ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ. ἀλλ' ὁ τῆς ΔΕ πρὸς τὴν EZ λόγος ἐστὶ γινώριμος καὶ ὁ τῆς ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ λόγος ἐστὶ γινώριμος. γινώριμον δὲ

τὸ ΔΒ. γνώριμον ἄρα καὶ τὸ ΑΒ. Μὴ ὑπάρχοντος ἡλίου τὸ δοθὲν ὕψος γνῶναι, πηλίκον ἐστίν.
[15]

- 19 ἔστω τι [μεγέθους] ὕψος τὸ ΑΒ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, καὶ δέον ἔστω τὸ ΑΒ γνῶναι, πηλίκον ἐστίν, ὡς μὴ ὑπάρχοντος ἡλίου. κείσθω κάτοπτρον τὸ ΔΖ, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ ΕΔ ἐπ' εὐθείας ἡ ΔΒ, ἄχρις οὗ συμβαλεῖ τῷ πέρατι τοῦ ΑΒ μεγέθους τῷ Β, καὶ προσπιπτέτω ἄκτις ἀπὸ τοῦ ὀμματος τοῦ Γ ἡ ΓΗ, καὶ ἀντανακεκλάσθω, ἄχρις οὗ συμβαλεῖ τῷ πέρατι τοῦ ΑΒ μεγέθους τῷ Α, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ ΔΕ ἡ ΕΘ, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΕΘ κάθετος ἡ ΓΘ. ἐπεὶ οὖν προσπέπτωκεν ἄκτις ἡ ΓΗ καὶ ἀντανακέκλασται ἡ ΗΑ, πρὸς ἴσας γωνίας ἀνακεκλασμέναι εἰσίν, ὡς ἐν τοῖς Κατοπτρικοῖς λέγεται ἴση ἄρα γωνία ἡ ὑπὸ ΓΗΘ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΗ τῇ ὑπὸ ΓΘΗ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΘ λοιπὴ τῇ ὑπὸ ΗΑΒ ἐστίν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗΒ τρίγωνον τῷ ΓΗΘ τριγώνῳ. τῶν δὲ ἰσογώνιων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΓΘ πρὸς τὴν ΘΗ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ. ἀλλ' ὁ τῆς ΓΘ πρὸς τὴν ΘΗ λόγος ἐστὶ γνώριμος· καὶ ὁ τῆς ΒΑ ἄρα πρὸς τὴν ΒΗ λόγος ἐστὶ γνώριμος. ἀλλ' ἡ ΗΒ ἐστὶ γνώριμος. καὶ ἡ ΑΒ ἄρα ἐστὶ γνώριμος. Τὸ δοθὲν βάθος γνῶναι, πηλίκον ἐστίν. [20]
- 20 ἔστω τὸ δοθὲν βάθος τὸ ΑΔ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, καὶ δέον τὸ βάθος γνῶναι, πηλίκον ἐστίν. προσπιπτέτω γὰρ τῇ ὄψει ἡλίου ἄκτις ἡ ΕΔ συμβάλλουσα τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Β σημεῖον καὶ τῷ βάθει κατὰ τὸ Δ. καὶ προσεκβεβλήσθω ἀπὸ τοῦ Β ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΖ, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΒΖ εὐθεῖαν κάθετος ἡ ΕΖ. ἐπεὶ οὖν ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΕΖΒ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΕΒΖ, καὶ ἡ τρίτη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ ἐστίν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΒ τρίγωνον τῷ ΒΕΖ τριγώνῳ. καὶ αἱ πλευραὶ ἄρα ἀνάλογον ἔσσονται. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΖΒ, ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΑΒ. ἀλλ' ὁ τῆς ΕΖ πρὸς τὴν ΖΒ λόγος ἐστὶ γνώριμος· καὶ ὁ τῆς ΑΔ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ λόγος ἐστὶ γνώριμος. καὶ ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒ γνώριμον. καὶ τὸ ΑΔ ἄρα γνώριμόν ἐστιν. Τὸ δοθὲν μῆκος ἐπιγνῶναι, πηλίκον ἐστίν. [20]
- 21 ἔστω τὸ δοθὲν μῆκος τὸ ΑΒ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, καὶ δέον ἔστω τὸ ΑΒ μῆκος γνῶναι, πηλίκον ἐστίν. προσπιπτέτωσαν ἄκτινες αἱ ΓΑ, ΓΒ, καὶ εἰλήφθω ἐγγὺς τοῦ ὀμματος τοῦ Γ ἐπὶ τῆς ἀκτίνος τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος εὐθεῖα ἡ ΔΕ. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΒΑ ἦκται ἡ ΔΕ, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΒ. ἀλλ' ὁ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ λόγος ἐστὶ γνώριμος· καὶ ὁ τῆς ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ λόγος γνώριμός ἐστιν. καὶ γνώριμός ἐστιν ἡ ΑΓ. γνώριμος ἄρα καὶ ἡ ΑΒ. Ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ τὸ ὅμμα, κύκλου περιφέρεια τεθῇ, ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια εὐθεῖα γραμμὴ φαίνεται. [15]
- 22 ἔστω κύκλου περιφέρεια ἡ ΒΓ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένη τῷ ὀμματι τῷ Α, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἄκτινες αἱ ΑΒ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ΑΘ, ΑΓ. λέγω, ὅτι ἡ ΒΓ περιφέρεια εὐθεῖα φαίνεται. κείσθω τῆς περιφερείας τὸ κέντρον καὶ ἔστω τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΚΒ, ΚΔ, ΚΕ, ΚΖ, ΚΗ, ΚΘ, ΚΓ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΚΒ ὑπὸ τῆς ὑπὸ ΚΑΒ γωνίας βλέπεται, ἡ δὲ ΚΔ ὑπὸ τῆς ὑπὸ ΚΑΔ, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ μὲν ΚΒ τῆς ΚΔ, ἡ δὲ ΚΔ τῆς ΚΕ, ἡ δὲ ΚΕ τῆς ΚΖ, καὶ ἐκ τοῦ ἐτέρου μέρους ἡ μὲν ΚΓ τῆς ΚΘ, ἡ δὲ ΚΘ τῆς ΚΗ, ἡ δὲ ΚΗ τῆς ΚΖ μείζων φανήσεται. διὰ τοῦτο δὴ τῆς μενούσης εὐθείας τῆς ΚΑ κάθετος ἡ ΒΓ αἰεὶ ἐστίν. τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται καὶ ἐπὶ τῆς κοίλης περιφερείας. Ἄλλω ς. Δυνατὸν δὲ καὶ ἐπ' αὐτῶν τῶν ὀψεων ταῦτα λέγειν, ὅτι ἐλαχίστη μὲν ἡ μεταξὺ τοῦ Α ὀμματος καὶ τῆς διαμέτρου, αἰεὶ δὲ ἡ ἑγγιον αὐτῆς ἐλάττων τῆς ἀπώτερον. ταῦτα δὲ συμβαίνει καὶ [ἐὰν] καθέτου ἐπ' αὐτὴν οὔσης τῆς ΑΖ. διὰ τοῦτο φαντασίαν εὐθείας ἀποστέλλει ἡ περιφέρεια, καὶ μάλιστα εἰ ἀπὸ πλείονος φαίνοιτο διαστήματος ὥστε μὴ συναισθάνεσθαι ἡμᾶς τῆς κυρτότητος. διὰ τοῦτο καὶ οἱ μὴ πάνυ ἀποτεταμένοι κάλοι ἐκ πλαγίου μὲν ὁρώμενοι ἐγχάλασμα ἔχειν δοκοῦσιν, ὑποκάτωθεν δ' εὐθεῖς εἶναι, καὶ αἱ σκιαὶ δὲ τῶν κρίκων ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένων τῷ φωτίζοντι εὐθεῖαι γίνονται. Ἄλλω ς. Ἐὰν ἐν τῷ

αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ ὅμματι κύκλου περιφέρεια τεθῇ, εὐθεῖα γραμμὴ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια φαίνεται. ἔστω κύκλου περιφέρεια ἡ ΒΓ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Δ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὃν τῇ ΒΓ περιφερεία, ἅψ' οὗ προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΔΒ, ΔΖ, ΔΓ. οὐκοῦν, ἐπειδὴ τῶν ὀρωμένων οὐδὲν ὅλον ἅμα ὀράται, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΖ. ὁμοίως δὴ καὶ ἡ ΖΓ. ὅλη ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια εὐθεῖα δόξει. Σφαίρας ὅπωςδηποτοῦν ὀρωμένης ὑπὸ ἐνὸς ὀμματος ἔλασσον αἰεὶ ἡμισφαίριον φαίνεται, αὐτὸ δὲ τὸ ὀρώμενον τῆς σφαίρας μέρος κύκλου περιφέρεια φαίνεται. ^[45]

23 ἔστω σφαῖρα, ἥς κέντρον μὲν τὸ Α, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Β. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῆς ΒΑ ἐπίπεδον. ποιήσει οὖν τομὴν κύκλον. ποιείτω τὸν ΓΔΘΗ κύκλον, καὶ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΒ, ΒΔ, ΑΔ, ΑΓ. ἐπεὶ οὖν ἡμικύκλιόν ἐστι τὸ ΑΓΒ, ὀρθὴ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ. αἱ ΓΒ, ΒΔ ἄρα ἐφάπτονται. ἐπεζεύχθω οὖν ἡ ΓΔ, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΗΘ. ὀρθαὶ ἄρα αἱ πρὸς τῷ Κ. ἐὰν δὴ τὸ ΒΓΚ τρίγωνον μενούσης τῆς ΑΒ περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν τὴν Κ περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἦρξαστο φέρεσθαι, ἡ μὲν ΒΓ καθ' ἓν σημεῖον ἐφάπτεται τῆς σφαίρας, ἡ δὲ ΚΓ ποιήσει τὴν τομὴν κύκλον. κύκλου μὲν ἄρα περιφέρεια ὀφθήσεται ἐν τῇ σφαίρᾳ. λέγω δέ, ὅτι καὶ ἔλαττον ἡμισφαίριον. ἐπεὶ γὰρ ἡμικύκλιόν ἐστι τὸ ΗΘ, τὸ ΓΔ ἔλαττον ἡμικυκλίου ἐστίν. καὶ ὀράται ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΒΔ ἀκτίνων τὸ αὐτὸ τῆς σφαίρας μέρος. ἔλαττον ἄρα ἡμισφαίριον τὸ ΓΔ· καὶ ὑπὸ τῶν ἀκτίνων τῶν ΒΓ, ΒΔ βλέπεται. Τοῦ ὀμματος προσιόντος τῇ σφαίρᾳ ἔλαττον ἔσται τὸ ὀρώμενον, δόξει δὲ μείζον ὀρᾶσθαι. ^[30]

24 ἔστω σφαῖρα, ἥς κέντρον μὲν τὸ Α, ὅμμα δὲ τὸ Β, ἅψ' οὗ ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ ΑΒ. καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΑΒ κύκλος ὁ ΓΒΔ, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἐφ' ἐκάτερα εὐθεῖα ἡ ΕΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν ΕΖ, ΑΒ ἐπίπεδον. ποιήσει οὖν τομὴν κύκλον. ἔστω ὁ ΓΕΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΑ, ΑΔ, ΔΒ, ΒΓ, ΓΔ. διὰ δὴ τὸ πρὸ αὐτοῦ ὀρθαὶ [μὲν] αἱ πρὸς τοῖς Γ, Δ σημείοις. ἐφάπτονται ἄρα αἱ ΒΓ, ΒΔ, αἵτινές εἰσιν ἀκτῖνες, καὶ βλέπεται ὑπὸ τοῦ Β ὀμματος τὸ ΓΔ μέρος τῆς σφαίρας. μετακεκινήσθω δὴ τὸ ὅμμα ἔγγιον τῆς σφαίρας καὶ ἔστω τὸ Θ, ἅψ' οὗ ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ ΘΑ, καὶ [περὶ] γεγράφθω κύκλος ὁ ΑΛΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΚ, ΚΑ, ΑΛ, ΛΘ εὐθεῖαι. ὁμοίως δὴ ὑπὸ τοῦ Θ ὀμματος βλέπεται μὲν τὸ ΚΛ μέρος τῆς σφαίρας, ὑπὸ δὲ τοῦ Β ἐβλέπετο τὸ ΓΔ. ἔλαττον δὲ τὸ ΚΛ τοῦ ΓΔ. προσιόντος ἄρα τοῦ ὀμματος ἔλαττον ἐστὶ τὸ ὀρώμενον. δοκεῖ δὲ μείζον φαίνεσθαι· μείζων γὰρ ἡ ὑπὸ ΚΘΑ γωνία τῆς ὑπὸ ΓΒΔ γωνίας. Σφαίρας διὰ δύο ὀμμάτων ὀρωμένης ἐὰν ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας ἴση ᾗ τῇ εὐθείᾳ, ἐφ' ἣν διεστήκασιν τὰ ὅμματα ἀπ' ἀλλήλων, τὸ ἡμισφαίριον αὐτῆς ὀφθήσεται ὅλον. ^[20]

25 ἔστω σφαῖρα, ἥς κέντρον τὸ Α, καὶ γεγράφθω ἐν τῇ σφαίρᾳ περὶ κέντρον τὸ Α κύκλος ὁ ΒΓ, καὶ ἦχθω διάμετρος αὐτοῦ ἡ ΒΓ, καὶ ἦχθωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ πρὸς ὀρθὰς αἱ ΒΔ, ΓΕ, τῇ δὲ ΒΓ παράλληλος ἔστω ἡ ΔΕ, ἐφ' ἣς κείσθω τὰ ὅμματα τὰ Δ, Ε. λέγω, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον ὅλον ὀφθήσεται. ἦχθω διὰ τοῦ Α ἐκατέρα τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος ἡ ΑΖ· τὸ ΑΒΔΖ ἄρα παραλληλόγραμμόν ἐστιν. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΖ περιενεχθὲν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἦρξαστο φέρεσθαι τὸ περιενεχθὲν σχῆμα, ἄρξεται μὲν ἀπὸ τοῦ Β, ἐλεύσεται δὲ καὶ ἐπὶ τὸ Γ καὶ τὸ Β, καὶ τὸ περιγραφὲν ὑπὸ τῆς ΑΒ σχῆμα κύκλος ἔσται, ὅς γε διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐστίν. ἡμισφαίριον ἄρα ὀφθήσεται ὑπὸ τῶν Δ, Ε ὀμμάτων. Ἐὰν τὸ τῶν ὀμμάτων διάστημα μείζον ᾗ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, μείζον τοῦ ἡμισφαίριου ὀφθήσεται τῆς σφαίρας. ^[20]

26 ἔστω σφαῖρα, ἥς κέντρον τὸ Α, καὶ περιγεγράφθω περὶ κέντρον τὸ Α κύκλος ὁ ΕΘΔΗ, ὅμματα δὲ τὰ Β, Γ, καὶ ἔστω τὸ διάστημα τὸ μεταξὺ τῶν Β, Γ ὀψεων μείζον τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. λέγω, ὅτι μείζον τοῦ ἡμισφαίριου ὀφθήσεται. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΒΕ, ΓΔ καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Ε, Δ μέρη συμβάλλουσι δὴ ἀλλήλαις διὰ τὸ ἐλάσσονα εἶναι τὴν διάμετρον τῆς ΒΓ. συμβαλλέτωσαν δὴ κατὰ τὸ Ζ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τίνος σημείου τῶν

ἐκτὸς τοῦ κύκλου πρὸς τὴν περιφέρειαν προσπεπτώκασιν εὐθεῖαι αἱ ΖΕ, ΖΔ, τὸ ΔΘΕ ἄρα ἔλαττον ἐστὶν ἡμικυκλίου. τὸ ΕΗΔ ἄρα μεῖζον ἐστὶν ἡμικυκλίου. ἀλλ' ὑπὸ τῶν Β, Γ τὸ ΕΗΔ βλέπεται. μεῖζον ἄρα ἢ τὸ ἥμισυ ὀφθήσεται τοῦ κύκλου ὑπὸ τῶν Β, Γ. τὸ αὐτὸ ἄρα καὶ τῆς σφαίρας ὀφθήσεται. Ἐὰν τὸ τῶν ὀμμάτων διάστημα ἔλαττον ἢ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, ἔλαττον ἡμισφαρίου ὀφθήσεται. ^[15]

- 27 ἔστω σφαῖρα, ἥς κέντρον τὸ Α σημεῖον, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ Α σημεῖον κύκλος ὁ ΒΓ, καὶ κείσθω τὸ διάστημα τῶν ὀμμάτων τὸ ΔΕ ἔλασσον ὢν τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου, ἀφ' οὗ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ ΔΒ, ΕΓ αἱ αὐταὶ καὶ ἀκτῖνες. λέγω, ὅτι ἔλασσον ἡμισφαρίου ὀφθήσεται. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ αἱ ΒΔ, ΓΕ· συμπεσοῦνται δὲ ἐπὶ τὰ Γ, Η, Β μέρη, ἐπειδὴ περὶ ἡ ΔΕ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐν τῇ σφαίρᾳ διαμέτρου. συμπίπτέτωσαν κατὰ τὸ Ζ σημεῖον. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τινος σημείου τοῦ Ζ προσπεπτώκασιν εὐθεῖαι αἱ ΖΓ, ΖΒ, τὸ ΒΗΓ ἄρα ἔλαττον ἐστὶν ἡμικυκλίου. ἀλλ' ἐν ᾧ ἐστὶ τὸ ΒΗΓ τμήμα, ἐν τούτῳ καὶ τὸ τῆς σφαίρας. ἀπολαμβάνουσιν ἄρα ἔλαττον ἡμισφαρίου. Κυλίνδρου ὅπως δηλοτοῦν ὑπὸ ἐνὸς ὀμματος ὀρωμένου ἔλαττον ἡμικυλινδρίου ὀφθήσεται. ^[15]
- 28 ἔστω κύλινδρος, οὗ ἔστω κέντρον τῆς βάσεως τὸ Α σημεῖον, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ Α κύκλος ὁ ΒΓ, καὶ κείσθω ὄμμα τὸ Δ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κείμενον τῇ βάσει τοῦ κυλίνδρου τῇ ΒΓ, καὶ ἐπεξεύχθω ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Α ἢ ΔΑ, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ ἀκτῖνες αἱ ΔΒ, ΔΓ, καὶ ἐφαπτέσθωσαν τοῦ κύκλου, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ σημείων πρὸς ὀρθὰς πλευραὶ τοῦ κυλίνδρου αἱ ΒΕ, ΓΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω τό τε διὰ τῶν ΔΒ, ΒΕ ἐπίπεδον καὶ τὸ διὰ τῶν ΔΓ, ΓΖ. οὐδέτερον ἄρα αὐτῶν τέμνει τὸν κύλινδρον· ἐφάπτονται γὰρ καὶ αἱ ΔΒ, ΔΓ καὶ αἱ ΒΕ, ΓΖ. βλέπεται οὖν ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ ἀκτίνων τὸ ΒΓ, ὅπερ ἐστὶν ἔλαττον ἡμικυκλίου. τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ ἔλαττον ἡμικυλινδρίου ὀραθήσεται. εἰ δὲ ὑπὸ δύο ὀμμάτων ὀρῶτο, φανερόν, ὅτι καὶ ἐπ' αὐτοῦ συμβήσεται τὰ ἐπὶ τῆς σφαίρας εἰρημένα. Ἄλλως γάρ. Ἐστω κύκλος, οὗ ἔστω κέντρον τὸ Α, σημεῖον δὲ ἐκτὸς ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεξεύχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Ζ ἢ ΑΖ, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΖ πρὸς ὀρθὰς ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἡ ΓΔ· ἡ ΓΔ ἄρα διάμετρος ἐστὶ τοῦ κύκλου. καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΑΖ κύκλος ὁ ΑΒΖΕ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΖ, ΖΕ, ΕΑ. αἱ ΖΒ, ΖΕ ἄρα ἐφάπτονται, ἐπειδὴ περὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Ε σημείοις εἰσὶν ὀρθαί. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ τινος σημείου τοῦ Ζ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν προσπεπτώκασιν ἀκτῖνες αἱ ΒΖ, ΖΕ, τὸ ΒΕ ἄρα μέρος ὀραθήσεται τοῦ κύκλου. ἔστι δὲ τὸ ΓΒΕΔ ἡμικύκλιον. τὸ ΒΕ ἄρα ἔλαττον ἐστὶν ἡμικυκλίου. τοῦτο δὲ τὸ θεώρημα γέγονε πρὸς τοὺς κώνους τε καὶ τοὺς κυλίνδρους. ἐὰν γὰρ ἀπὸ τῶν Β, Ε σημείων ἀχθῶσι πρὸς ὀρθὰς αἱ πλευραὶ τῶν κυλίνδρων, ἐφάπτονται αὐτῶν, καθ' ὃ μέρος καὶ αἱ ἀκτῖνες προσπίπτουσι, καὶ ἀποκλεισθήσεται τὸ ΒΔΕ μέρος τῆς ὀψευς, θεωρηθήσεται δὲ τὸ ΒΕ μέρος τοῦ ἡμικυκλίου. τὸ αὐτὸ ἄρα μέρος καὶ τῶν κώνων θεωρηθήσεται τὸ ἔλαττον. Τοῦ ὀμματος τεθέντος ἔγγιον τοῦ κυλίνδρου ἔλαττον μὲν ἐστὶ τὸ περιλαμβανόμενον ὑπὸ τῶν ἀκτίνων τοῦ κυλίνδρου, δόξει δὲ μεῖζον ὀρᾶσθαι. ^[45]
- 29 ἔστω κύλινδρος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κέντρον δὲ τὸ Α, ὄμμα δὲ τὸ Ε, ἀφ' οὗ ἐπεξεύχθω ἐπὶ τὸ κέντρον ἢ ΕΑ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΒ, ΕΓ, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν Β, Γ σημείων πρὸς ὀρθὰς τῷ κυλίνδρῳ αἱ ΓΖ, ΒΗ. διὰ δὲ τὰ πρότερα τὸ ΗΒΓΖ ἔλαττον ἐστὶν ἡμικυλινδρίου· καὶ βλέπεται ὑπὸ τοῦ Ε ὀμματος. μετακείσθω δὲ τὸ ὄμμα ἔγγιον τὸ Θ. λέγω, ὅτι τὸ περιλαμβανόμενον ὑπὸ τοῦ Θ ὀμματος δοκεῖ τοῦ ΖΓΒΗ μεῖζον φαίνεσθαι ἔλαττον αὐτοῦ ὢν. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΘΚ, ΘΛ, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν Κ, Λ σημείων [αἱ] πλευραὶ τοῦ κυλίνδρου πρὸς ὀρθὰς αἱ ΚΜ, ΛΝ. θεωρηθήσεται δὲ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΘΛ ἀκτίνων τὸ ΜΚΛΝ μέρος τοῦ κυλίνδρου. ἀλλὰ καὶ ὑπὸ τῶν ΕΒ, ΕΓ τὸ ΖΓΒΗ. ἔστι δὲ τὸ ΖΓΒΗ τοῦ ΜΚΛΝ μεῖζον· δοκεῖ δὲ ἔλασσον φαίνεσθαι, ἐπειδὴ περὶ καὶ μεῖζον γωνία ἢ πρὸς τῷ Θ τῆς πρὸς τῷ Ε. Κώνου κύκλον

ἔχοντος τὴν βάσιν καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῇ τὸν ἄξονα ὑπὸ τοῦ ἐνὸς ὀμματος ὀρωμένου ἔλαττον ἡμικωνίου ὀφθῆσεται. ^[20]

- 30 ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Α σημεῖον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Δ, ἂφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΔΒ, ΔΓ. καὶ ἐπεὶ προσπεπτώκασιν ἀκτῖνες αἱ ΔΓ, ΔΒ ἐφαπτόμεναι τοῦ ΒΓ, τὸ ΒΓ ἄρα ἔλασσόν ἐστιν ἡμικυκλίου διὰ τὰ προαποδεδειγμένα. ἤχθωσαν ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τῆς Α ἐπὶ τὰ Β, Γ σημεῖα πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΑΒ, ΑΓ. τὸ ἄρα ἐμπεριλαμβανόμενον ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ εὐθειῶν καὶ τοῦ ΒΓ τομέως ἔλαττόν ἐστιν ἡμικωνίου, ἐπειδήπερ καὶ τὸ ΒΓ ἔλασσόν ἐστιν ἡμικυκλίου. ἔλασσον ἄρα ἡμικωνίου ὀφθῆσεται. Τοῦ δὲ ὀμματος ἔγγιον τεθέντος ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ βάσις τοῦ κώνου, ἔλαττον μὲν ἔσται τὸ ὑπὸ τῶν ὀψεων ἐμπεριλαμβανόμενον μέρος, δόξει δὲ μείζον ὀρᾶσθαι. ^[15]
- 31 ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Γ σημεῖον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Δ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Λ, καὶ ἐπεζεύχθω εὐθεῖα ἡ ΔΛ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΔΑ, ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν [αἱ] πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΑΓ, ΓΒ. οὐκοῦν ὑπὸ τοῦ Δ ὀμματος καὶ τῶν ΔΑ, ΔΒ ὀψεων ἐμπεριλαμβάνεται τὸ ΑΒΓ μέρος τοῦ κώνου, καὶ ἐστιν ἔλαττον ἡμικωνίου. μετακείσθω δὴ τὸ ὄμμα ἔγγιον καὶ ἔστω τὸ Ε, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΖ, ΕΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ πλευραὶ αἱ ΖΓ, ΓΗ. πάλιν οὖν ἐμπεριλαμβάνεται ὑπὸ τοῦ Ε ὀμματος καὶ τῶν ΕΖ, ΕΗ ὀψεων τὸ ΖΓΗ μέρος τοῦ κώνου. ἔστι δὲ τὸ ΖΓΗ τοῦ ΑΒΓ ἔλασσον· δοκεῖ δὲ μείζον φαίνεσθαι, ἐπειδὴ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΕΗ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΔΒ γωνίας. φανερόν δέ, ὅτι καὶ ἐπὶ κώνου ὑπὸ τῶν δύο ὀμμάτων ὀρωμένου συμβῆσεται τὰ ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κυλίνδρου τῶν ὁμοίως ὀρωμένων συμβαίνοντα. Ἐὰν ἀπὸ τοῦ ὀμματος πρὸς τὴν τοῦ κώνου βάσιν προσπίπτωσιν ἀκτῖνες, ἀπὸ δὲ τῶν προσπιπτουσῶν ἀκτίνων καὶ ἐφαπτομένων ἀπὸ τῶν ἀφῶν εὐθεῖαι ἀχθῶσι διὰ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου πρὸς τὴν κορυφήν αὐτοῦ, διὰ δὲ τῶν ἀχθεισῶν καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ ὀμματος πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κώνου προσπιπτουσῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἐπὶ δὲ τῆς συναφῆς αὐτῶν, τουτέστιν ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἐπιπέδων, τὸ ὄμμα τεθῇ, τὸ ὀρώμενον τοῦ κώνου διὰ παντὸς ἴσον ὀφθῆσεται τῆς ὀψεως ἐπὶ παραλλήλου ἐπιπέδου τῷ προὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ὑπαρχούσης. ^[10]
- 32 ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Α σημεῖον, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Δ, ἂφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΔΖ, ΔΓ, καὶ ἀνήχθωσαν ἀπὸ τῶν συναφῶν τῶν Ζ, Γ πρὸς τὴν κορυφήν τοῦ κώνου τὴν Α πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΖΑ, ΓΑ, καὶ ἐκβεβλήσθω τό τε διὰ τῶν ΔΖ, ΖΑ ἐπίπεδον καὶ τὸ διὰ τῶν ΓΔ, ΓΑ. ποιήσῃ ἄρα τὴν κοινὴν τομὴν εὐθεῖαν. ἔστω ἡ ΑΕΔ. λέγω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς ΑΕΔ μετατεθῇ τὸ ὄμμα, τὸ ἴσον τοῦ κώνου ὀφθῆσεται, ὅσον καὶ ὑπὸ τῶν ΔΓ, ΔΖ ἀκτίνων ἐβλέπετο. κείσθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΑΕΔ τὸ ὄμμα τὸ Ε, ἂφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες πρὸς τὸν κῶνον. ἐλεύσονται δὴ κατὰ τὰς ΑΖ, ΑΓ, ἐπειδήπερ ἐπὶ παραλλήλου ἐπιπέδου κεῖται τὸ ὄμμα, κατ' εὐθείας δὲ γραμμὰς φέρονται αἱ ὀψεις. εἰ γὰρ ἐκτὸς πεσοῦνται τῶν ΑΓ, ΑΖ, κλασθήσονται αἱ ὀψεις· ὅπερ ἄτοπον. ἔστωσαν οὖν αἱ ΕΘ, ΕΗ. ἐπεὶ οὖν ἐπὶ παραλλήλου μὲν ἐπιπέδου κατ' εὐθείας γραμμὰς φέρονται αἱ ὀψεις, τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὀρώμενα ἴσα φαίνονται, ὅσαι δ' ἂν ὀψεις ἐπὶ τῆς ΑΕΔ εὐθείας τεθῶσι παράλληλοι, ἴσας γωνίας περιέχουσι, τὸ ἴσον ἄρα τοῦ κώνου ὀφθῆσεται [εἰπερ ἴσον ὀρώσιν· ἔλασσον δὲ τοῦ κώνου ὀρώσιν· ὥστε καὶ τὸ ἔλαττον ὀφθῆσεται τοῦ κώνου]. Πάλιν δέ γε τοῦ ὀμματος μετατεθέντος ἀπὸ τοῦ ταπεινοῦ μετεώρου μὲν τοῦ ὀμματος τεθέντος μείζον μὲν ἔσται τοῦ κώνου τὸ ὀρώμενον, δόξει δὲ ἔλασσον φαίνεσθαι, ταπεινοτέρου δὲ ἔλασσον μὲν ἔσται, δόξει δὲ μείζον φαίνεσθαι. ^[5]
- 33 ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΒΓ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ἔστωσαν αἱ πλευραὶ τοῦ κώνου αἱ ΒΑ, ΑΓ. ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ ΒΓ ἡ ΒΗ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ τυχόντος τοῦ Θ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἡ ΘΚ. λέγω, ὅτι μείζον μὲν ἔσται, ἔλασσον δὲ ὀφθῆσεται τοῦ κώνου τὸ ὀρώμενον τοῦ ὀμματος τεθέντος ἐπὶ τοῦ Θ σημείου ἢ περ ἐπὶ τοῦ Κ. ἐπεζεύχθωσαν αἱ

ΑΚ, ΑΘ, καὶ προσεκβεβλήσθω ἡ ΑΘ ἐπὶ τὸ Η, ἡ δὲ ΑΚ ἐπὶ τὸ Λ. οὐκοῦν ἐπὶ τοῦ Η καὶ τοῦ Λ τεθέντος τοῦ ὀμματος ἄνισα τὰ ὀρώμενα τοῦ κώνου ὀφθήσεται, καὶ μείζον μὲν ἔσται τὸ πρὸς τῷ Η, ἔλασσον δὲ ὃν μείζον ὀφθήσεται τὸ πρὸς τῷ Λ. ἴσον δὲ τὸ πρὸς τῷ Η τῷ πρὸς τῷ Θ, τὸ δὲ πρὸς τῷ Λ τῷ πρὸς τῷ Κ, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. τοῦ ἄρα ὀμματος πρὸς τῷ Θ τεθέντος μείζον ἔσται τὸ ὀρώμενον τοῦ κώνου ἥπερ πρὸς τῷ Κ, δόξει δὲ ἔλασσον εἶναι. Ἐὰν κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνασταθῇ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ εὐθεΐα, ἐπὶ δὲ ταύτης τὸ ὄμμα τεθῇ, αἱ διάμετροι αἱ ἐν τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ διαγόμεναι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται. ^[20]

34 ἔστω κύκλος, οὗ κέντρον τὸ Α σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀνήχθω τις πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΒ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἐφ' ἧς ὄμμα κείσθω τὸ Β. λέγω, ὅτι αἱ διάμετροι ἴσαι φανήσονται. ἔστωσαν δύο διάμετροι αἱ ΓΔ, ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΒΕ, ΒΔ, ΒΖ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΖΑ τῇ ΑΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΒ, καὶ ὀρθαὶ αἱ γωνίαι, βάσις ἄρα ἡ ΖΒ βάσει τῇ ΒΓ ἴση ἐστίν, καὶ αἱ περὶ τὰς βάσεις γωνίαι. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΖΒ, ΒΑ τῇ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ. ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ τῶν ΕΒ, ΒΖ. τὰ δ' ὑπὸ τῶν ἴσων γωνιῶν ὀρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴση ἄρα ἡ ΓΔ τῇ ΕΖ. καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀχθεῖσα μὴ πρὸς ὀρθὰς ἢ τῷ ἐπιπέδῳ, ἴση δὲ ἢ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἤχθωσαν εἰς αὐτὸν δύο διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἔστω ἡ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου ἀναγομένη, ἐφ' ἧς τὸ ὄμμα κεῖται τὸ Ζ, μὴ πρὸς ὀρθὰς, ἀλλὰ ἴση ἐκάστη τῶν ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΖΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΑ, ΖΓ, ΖΒ, ΖΔ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΖ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΑ ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ, αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΕΖ, ΕΑ, ΕΒ ἴσαι εἰσίν. τὸ ἄρα ἐν τῷ διὰ τῶν ΑΒ, ΕΖ ἐπιπέδῳ περὶ τὴν ΑΒ διάμετρον ἡμικύκλιον γραφόμενον ἐλεύσεται διὰ τοῦ Ζ. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΖΒ. ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΔ ἐστὶν ὀρθή. αἱ δὲ ὀρθαὶ ἴσαι, τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὀρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴση ἄρα φανήσεται καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ. ἀλλὰ δὴ ἡ ΑΖ μήτε ἴση ἔστω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε πρὸς ὀρθὰς τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἴσας δὲ γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ ΔΑΖ, ΖΑΓ καὶ τὰς ὑπὸ ΕΑΖ, ΖΑΒ. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως αἱ διάμετροι ἴσαι φανήσονται αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας. ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ μὲν ΓΑ, ΑΖ ταῖς ΖΑ, ΑΔ, αἱ δὲ ΒΑ, ΑΖ ταῖς ΖΑ, ΑΕ, καὶ αἱ γωνίαι ἴσαι, βάσις ἄρα ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΔΖΑ ἴση τῇ ὑπὸ ΑΖΓ. ^[45]

34 (50) ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΕΖΑ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΑΖΒ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΒ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΕΖΓ. ὥστε καὶ αἱ ΔΒ, ΕΓ διάμετροι ἴσαι φανήσονται. Ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ ὀμματος πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου προσπίπτουσα μήτε πρὸς ὀρθὰς ἢ τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου μήτε τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα, αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται, πρὸς ἃς ποιεῖ ἀνίσους γωνίας. ^[5]

35 ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἤχθωσαν δύο διάμετροι αἱ ΑΓ, ΒΔ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου ἀναγομένη, ἐφ' ἧς τὸ ὄμμα κεῖται, ἡ ΖΕ μήτε πρὸς ὀρθὰς ἔστω τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν ΑΓ, ΔΒ. λέγω, ὅτι ἄνισοι ὀφθήσονται αἱ ΑΓ, ΔΒ διάμετροι. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΖΓ, ΖΑ, ΖΔ, ΖΒ. ἥτοι οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΕΖ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἢ ἐλάσσων. διὰ ταῦτα δὴ ἥτοι μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΖ, ΖΒ τῆς ὑπὸ ΓΖ, ΖΑ ἢ ἡ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ τῆς ὑπὸ ΔΖ, ΖΒ, ὡς ἐξῆς δείξομεν. ἄνισοι ἄρα αἱ διάμετροι ὀφθήσονται. Λήμμε α . Ἐστω κύκλος, οὗ κέντρον ἔστω τὸ Α σημεῖον, ὄμμα δὲ τὸ Β, ἀφ' οὗ ἐπὶ τὸν κύκλον κάθετος ἀγομένη μὴ πιπτέτω ἐπὶ τὸ κέντρον τὸ Α, ἀλλ' ἐκτός, καὶ ἔστω ἡ ΒΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Γ ἡ ΑΓ καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἡ ΑΒ. λέγω, ὅτι πασῶν τῶν γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ Α διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ γωνίαν ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ. ἤχθω διὰ τοῦ Α εὐθεΐα ἡ ΔΑΕ. λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ ΓΑΒ τῆς ὑπὸ ΕΑΒ ἐλάσσων ἐστίν. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετος ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ. καὶ ἡ ΒΖ ἄρα ἐπὶ τὴν ΔΕ κάθετός ἐστίν. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΓΖΑ, ἡ ὑπὸ ΑΓΖ ἄρα ἐλάσσων ὀρθῆς, τὴν δὲ μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. μείζων ἄρα ἡ ΑΓ τῆς

AZ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΒ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΖ, ΖΑ ὀρθαί εἰσιν· ὥστε εἰσὶν αἱ ΒΒ, ΒΖ ἄνισοι. καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΖΑ, ΑΒ ἄρα τῆς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ ἐστὶ μείζων. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ πασῶν τῶν γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ Α διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ γωνίαν ἐλαχίστη ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ. [45]

35 (50)

καὶ φανερόν, ὅτι, ἐὰν διαχθῇ τις καὶ ἄλλη εὐθεῖα διὰ τοῦ Α ὡς ἡ ΑΘ πορρώτερον οὔσα τῆς ΑΓ ἢ περὶ ἡ ΑΖ, μείζων ἔσται ἡ ὑπὸ ΒΑΘ τῆς ὑπὸ ΒΑΖ. ἀχθείσης γὰρ πάλιν καθέτου ἐπὶ τὴν ΑΘ τῆς ΓΚ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΚ κάθετος ἔσται ὁμοίως ἐπὶ τὴν ΑΘ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἡ ΑΛ τῆς ΑΚ (ὀρθὴν γὰρ ὑποτείνει τὴν ὑπὸ ΑΚΛ), πολλῶ ἄρα ἡ ΑΖ τῆς ΑΚ μείζων ἐστίν. καὶ εἰσὶν ὀρθαί αἱ ὑπὸ ΒΖΑ, ΒΚΑ. ἐλάσσων μὲν ἄρα ἡ ΒΖ τῆς ΒΚ διὰ τὸ ἴσα εἶναι τὰ τε ἀπὸ τῶν ΒΖ, ΖΑ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΒΚ, ΚΑ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΑ καὶ ἀλλήλοις, μείζων δὲ πάλιν ἡ ὑπὸ ΒΑΚ τῆς ὑπὸ ΒΑΖ. πασῶν δὲ τῶν πρὸς τῇ ΒΑ γινομένων γωνιῶν ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ Α διαγομένων μεγίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ ἐκβληθείσης τῆς ΓΑ ἐπὶ τὸ Η, ἐπεὶ καὶ πασῶν ἐλάττων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. ἴσαι δὲ γίνονται αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἐφ' ἐκάτερα τῆς ΜΑ τῆς τὴν ἐλαχίστην γωνίαν περιεχούσης μετὰ τῆς ΒΑ. κείσθω γὰρ τῇ ΕΜ ἴση ἡ ΜΝ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΜ, ΜΝ, ΕΓ, ΓΝ, ΒΕ, ΒΝ, ΑΝ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΜΝ τῇ ΜΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΜΓ, καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΓ τῇ ΓΝ. κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΒ. ἴση ἄρα καὶ ἡ ΕΒ τῇ ΒΝ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΕΑ τῇ ΑΝ· καὶ κοινὴ ἡ ΑΒ. καὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΑΒ τῇ ὑπὸ ΝΑΒ ἴση ἐστίν. Ἐστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, οὗ κέντρον τὸ Ζ, ἐν ᾧ εὐθεῖαι ἤχθωσαν διὰ τῶν Α, Β, Γ, Δ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθάς, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, ἀφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη πρὸς ὀρθὰς τῇ ΓΔ, πρὸς δὲ τὴν ΑΒ τυχοῦσαν γωνίαν περιεχέτω· καὶ ἔστω ἡ ΕΖ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μείζων. λέγω, ὅτι ἄνισοι αἱ διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΔ φανήσονται, καὶ μεγίστη μὲν ἡ ΓΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΑΒ, αἱ δὲ ἡ ἕγγιον τῆς ἐλαχίστης ἐλάσσων τῆς ἀπώτερον, δύο δὲ μόνον διάμετροι ἴσαι φανήσονται ἴσον ἀπέχουσαι ἐφ' ἐκάτερα τῆς ἐλαχίστης. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΓΔ ἐκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς, καὶ πάντα ἄρα τὰ διὰ τῆς ΓΔ ἐπίπεδα ἐκβαλλόμενα τῷ διὰ τῶν ΕΖ, ΑΒ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς· ὥστε καὶ τὸ ὑποκείμενον τοῦ κύκλου ἐπίπεδον, ἐφ' οὗ ἐστὶν ἡ ΓΔ. ἤχθω οὖν ἀπὸ τοῦ Ε σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος. ἐπὶ τὴν κοινὴν ἄρα τομὴν πίπτει τῶν ἐπιπέδων τὴν ΑΒ. πιπτέτω οὖν καὶ ἔστω ἡ ΕΚ, καὶ διήχθω τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου ἴση ἡ ΛΜ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Ν σημεῖον, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Ν τῇ ΛΜ πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖα ἡ ΝΞ, καὶ ἔστω ἡ ΝΞ τῇ ΕΖ ἴση. τὸ ἄρα περὶ τὴν ΛΜ γραφόμενον τμήμα καὶ ἐρχόμενον διὰ τοῦ Ξ μείζον ἐστὶν ἡμικυκλίου, ἐπειδήπερ ἡ ΝΞ μείζων ἐστὶν ἐκατέρας τῶν ΛΝ, ΝΜ. ἔστω τὸ ΛΞΜ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΞΛ, ΞΜ. [95]

35 (100)

ἡ ἄρα πρὸς τῷ Ξ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΛΞ, ΞΜ εὐθειῶν ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Ε σημείῳ τῇ περιεχομένη ὑπὸ τοῦ Ε καὶ τῶν Γ, Δ. συνεστάτω πρὸς τῇ ΛΝ εὐθείᾳ καὶ τῷ Ν σημείῳ τῇ ὑπὸ τῶν ΗΖ, ΖΕ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΛΝ, ΝΟ, καὶ κείσθω ἴση τῇ ΕΖ ἡ ΝΟ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΟ, ΟΜ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΛΟΜ τρίγωνον τμήμα τὸ ΛΟΜ. ἔσται δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ο σημείῳ γωνία ἴση τῇ πρὸς τῷ Ε τῇ ὑπὸ τῶν ΗΕΘ. ἔτι συνεστάτω πρὸς τῇ ΛΝ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ν τῇ ὑπὸ τῶν ΑΖΕ γωνία ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΛΝ, ΝΠ, καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΝΠ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΠ, ΠΜ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΛΠΜ τρίγωνον τμήμα κύκλου τὸ ΛΠΜ. ἔσται δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Π σημείῳ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ΑΕΒ γωνία. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Ξ τῆς πρὸς τῷ Ο, ἀλλ' ἡ μὲν πρὸς τῷ Ξ σημείῳ ἴση τῇ ὑπὸ ΓΕΔ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ο τῇ ὑπὸ ΗΕΘ, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ ΓΔ τῆς ΗΘ. πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν πρὸς τῷ Ο σημείῳ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΕΘ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ πρὸς τῷ Π τῇ ὑπὸ ΑΕΒ, μείζων δ' ἡ πρὸς τῷ Ο τῆς πρὸς τῷ Π, μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΘ τῆς ὑπὸ ΑΕΒ. μείζων ἄρα φανήσεται ἡ ΗΘ τῆς ΑΒ. πασῶν ἄρα τῶν διὰ τοῦ Ζ διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν πρὸς τῇ ΕΖ γωνίας μεγίστη μὲν ὀφθήσεται ἡ ΓΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΑΒ, διότι καὶ τῶν πρὸς τῷ Ε συνισταμένων γωνιῶν μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΕΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ, τῇ δὲ ὑπὸ ΗΕΘ ἄλλη μία μόνη ἴση συσταθήσεται ἀφαιρεθείσης ἴσης τῇ ΗΑ τῆς ΑΤ

καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς TZ καὶ ἐκβληθείσης ἐπὶ τὸ Σ ἢ ὑπὸ ΤΕΣ. τοῦτο δὲ δῆλον ἀπὸ τῶν πρὸς τοῖς Ξ, Ο, Π γωνιῶν. καὶ γὰρ τούτων ἐλαχίστη μὲν ἡ Π, ἐπεὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΠΝΛ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΕΖΑ ἐλαχίστη γωνία, μεγίστη δὲ ἡ Ξ διὰ τὸ πρὸς ὀρθὰς εἶναι τὴν ΝΞ μεγίστην γινομένην τῶν διὰ τοῦ Ν διαγομένων εὐθειῶν ἐν τῷ ΛΞΜ τμήματι καὶ τὴν ἴσην αὐτῇ τιθεμένην ὑπερπίπτειν τὸ ΛΞΜ τμήμα καὶ τὸ μὲν Ξ ἐσωτάτω πίπτειν τὸ δὲ Π ἐξωτάτω ἅτε μηδεμιάς ἐλάττονος γωνίας οὔσης τῆς ὑπὸ ΠΝΛ. τῆς δὲ ὑπὸ ΕΖΤ ἴσης οὔσης τῇ ὑπὸ ΕΖΗ, ὡς προδεδεικται, καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΣ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΕΖΘ, τουτέστι τῇ ὑπὸ ΟΝΜ. ὥστε ἐκατέρα τῶν ὑπὸ ΤΕΣ, ΗΕΘ τῇ πρὸς τῷ Ο ἴσαι εἰσίν. ἡ ἄρα ΗΘ τῇ ΤΣ ἴση φανήσεται. ἔστω ἐλάττων ἡ ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. ἀλλὰ δὴ περὶ τὰς διαμέτρους τούναντίον· ἡ γὰρ πρότερον μείζων νῦν ἐλάσσων φανήσεται, ἡ δὲ ἐλάσσων μείζων. ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διήχθωσαν δύο διάμετροι αἱ ΑΒ, ΓΔ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς, ἑτέρα δὲ τις τυχοῦσα διήχθω ἡ ΕΖ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Θ, ἀφ' οὗ ἡ ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευχθεῖσα ἔστω ἡ ΗΘ ἐλάσσων οὔσα ἐκατέρας τῶν ἐκ τοῦ κέντρου. ^[145]

35 (150) καὶ κείσθω τῇ τοῦ κύκλου διαμέτρῳ ἴση ἡ ΚΛ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Μ, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Μ σημείου πρὸς ὀρθὰς ἡ ΜΝ, καὶ ἔστω ἴση ἡ ΜΝ τῇ ΘΗ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΚΛ καὶ τὸ Ν σημεῖον τμήμα κύκλου τὸ ΝΚΛ. ἔστι δὴ ἔλασσον ἡμικυκλίου, ἐπειδὴ περ ἡ ΜΝ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου. ἔσται δὴ πρὸς τῷ Ν γωνία περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΚΝ, ΛΝ ἴση τῇ πρὸς τῷ Θ, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΓΘ, ΘΔ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν ΕΗΘ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΚΜΞ, καὶ κείσθω τῇ ΗΘ ἴση ἡ ΜΞ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΚΛ καὶ τὸ Ξ σημεῖον τὸ ΚΞΛ τμήμα. ἔστιν ἄρα πρὸς τῷ Ξ σημείῳ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΚΞΛ ἴση τῇ πρὸς τῷ Θ, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΖΘΕ. ἔτι κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΗΘ ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΜΟ, καὶ κείσθω ἡ ΜΟ τῇ ΗΘ ἴση, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὴν ΚΛ καὶ τὸ Ο τμήμα. ἔσται δὴ ἡ πρὸς τῷ Ο γωνία περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΚΟΛ ἴση τῇ πρὸς τῷ Θ γωνία περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΑΘΒ. ἐπεὶ οὖν μείζων ἡ πρὸς τῷ Ο τῆς πρὸς τῷ Ξ, ἴση δὲ ἡ μὲν πρὸς τῷ Ο τῇ πρὸς τῷ Θ, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΑΘΒ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ξ τῇ πρὸς τῷ Θ, περιεχομένη δὲ ὑπὸ τῶν ΕΘΖ, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ ΑΒ τῆς ΕΖ. πάλιν ἐπεὶ μείζων ἡ πρὸς τῷ Θ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΕΘ, ΘΖ τῆς πρὸς τῷ Θ, περιεχομένης δὲ ὑπὸ τῶν ΓΘΔ, μείζων ἄρα ὀφθήσεται ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. Τῶν ἀρμάτων οἱ τροχοὶ ποτὲ μὲν κυκλοειδεῖς φαίνονται, ποτὲ δὲ παρεσπασμένοι. ^[175]

36 ἔστω τροχὸς ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διήχθωσαν διάμετροι αἱ ΒΑ, ΓΔ τέμνουσαι ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ κείσθω ὅμμα μὴ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ κύκλου. ἐὰν ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ ἡ ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι πᾶσαι ἴσαι φανήσονται· ὥστε ὁ τροχὸς κυκλοειδὴς φαίνεται. ἐὰν δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ ὅμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται, μία μὲν μεγίστη μία δὲ ἐλαχίστη, πάση δὲ ἄλλῃ μεταξὺ τῆς μεγίστης καὶ τῆς ἐλαχίστης διηγμένη ἄλλῃ μία μόνον ὀφθήσεται ἴση ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη διηγμένη· ὥστε ὁ τροχὸς παρεσπασμένος φαίνεται. Ἔστι τόπος, οὗ τοῦ ὅμματος μένοντος, τοῦ δὲ ὀρώμενου μεθισταμένου, ἴσον αἰεὶ τὸ ὀρώμενον φαίνεται. ^[15]

37 ἔστω ὅμμα τὸ Α, ὀρώμενον δὲ μέγεθος τὸ ΒΓ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΒ, ΑΓ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΒΓ κύκλος ὁ ΑΒΓ. λέγω, ὅτι ἔστι τόπος, οὗ μένοντος μὲν τοῦ ὅμματος, τοῦ δὲ ὀρώμενου μεγέθους μεθισταμένου, ἴσον αἰεὶ τὸ ὀρώμενον φαίνεται. μεθιστάσθω γὰρ καὶ ἔστω τὸ ΔΓ, τῇ δὲ ΑΒ ἴση ἔστω ἡ ΑΔ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΑΔ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΓΔ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΒΑΓ τῇ ΔΑΓ. καὶ γὰρ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν εἰσίν· ὥστε ἴσαι εἰσίν. ἴσον ἄρα φανήσεται τὸ ὀρώμενον. τὸ αὐτὸ δὲ συμβήσεται, καὶ εἰ τὸ ὅμμα ἐπὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μένοι, τὸ δὲ ὀρώμενον ἐπὶ τῆς περιφερείας μεταβαίνοι. Ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὅμματος μεθισταμένου, τοῦ δὲ ὀρώμενου μένοντος, αἰεὶ ἴσον τὸ ὀρώμενον φαίνεται. ^[15]

- 38 ἔστω γὰρ ὁρώμενον μὲν τὸ ΒΓ, ὄμμα δὲ τὸ Ζ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΒ, ΖΓ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΒΖΓ τρίγωνον τμήμα τι κύκλου τὸ ΒΖΓ, καὶ μετακείσθω τὸ Ζ ὄμμα ἐπὶ τὸ Δ, καὶ μεταπιπτέτωσαν αἱ ἀκτῖνες αἱ ΔΒ, ΔΓ. οὐκοῦν ἴση ἡ Δ γωνία τῇ Ζ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσιν. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα ἴσα φαίνεται. ἴσον ἄρα τὸ ΒΓ διὰ παντὸς φανέται τοῦ ὄμματος μεθισταμένου ἐπὶ τῆς ΒΔΓ περιφερείας. Ἐὰν μέγεθός τι πρὸς ὀρθὰς ἢ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, τεθῇ δὲ τὸ ὄμμα ἐπὶ τι σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου καὶ μεθίστηται τὸ ὁρώμενον ἐπὶ κύκλου περιφερείας κέντρον ἔχοντος τὸ ὄμμα, ἴσον αἰεὶ τὸ ὁρώμενον ὀφθήσεται κατὰ παράλληλον θέσιν τῇ ἐξ ἀρχῆς μεταβαῖνον. ^[5]
- 39 ἔστω ὁρώμενόν τι μέγεθος τὸ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ὃν τῷ ἐπιπέδῳ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Γ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΒ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ, διαστήματι δὲ τῷ ΓΒ κύκλος γεγράφθω ὁ ΒΔ. λέγω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθίστηται τὸ ΑΒ μέγεθος, ἀπὸ τοῦ Γ ὄμματος ἴσον ὀφθήσεται τὸ ΑΒ. καὶ γὰρ ἡ ΑΒ ὀρθή ἐστι καὶ ποιεῖ πρὸς τὴν ΒΓ γωνίαν ὀρθήν, πᾶσαι δὲ αἱ ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου προσπίπτουσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εὐθεῖαι ἴσας γωνίας ποιοῦσιν. ἴσον ἄρα τὸ ὁρώμενον ὀφθήσεται μέγεθος. Ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ Γ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἀνασταθῇ εὐθεῖα, ἐπὶ δὲ ταύτης τὸ ὄμμα τεθῇ, καὶ μετακινήται τὸ ὁρώμενον μέγεθος κατὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας παράλληλον ὃν τῇ εὐθείᾳ, ἐφ' ἧς τὸ ὄμμα, ἴσον αἰεὶ τὸ ὁρώμενον ὀφθήσεται. Ἐὰν δὲ τὸ ὁρώμενον μὴ πρὸς ὀρθὰς ἢ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθίστηται δὲ ἐπὶ κύκλου περιφερείας ἴσον ὃν τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ποτὲ μὲν ἴσον ἑαυτῷ, ποτὲ δὲ ἄνισον ὀφθήσεται κατὰ παράλληλον θέσιν τῇ ἐξ ἀρχῆς μεταβαῖνον. ^[5]
- 40 ἔστω κύκλος ὁ ΑΔ, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐφεστάτω μὴ πρὸς ὀρθὰς τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἡ ΔΖ ἴση οὕσα τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Ε. λέγω, ὅτι ἡ ΔΖ, ἐὰν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθίστηται, ποτὲ ἴση φανήσεται, ποτὲ μείζων, ποτὲ ἐλάσσων. ἤχθω δὲ διὰ τοῦ Ε, ὃ ἐστὶ κέντρον, τῇ ΔΖ παράλληλος ἡ ΓΕ, καὶ ἔστω ἴση τῇ ΔΖ ἡ ΕΓ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετος ἡ ΓΗ καὶ συμβαλλέτω τῷ ἐπιπέδῳ κατὰ τὸ Η σημεῖον. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΕΗ ἐκβεβλήσθω καὶ συμβαλλέτω τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΓΕ παράλληλος ἡ ΑΒ, καὶ ἔστω ἡ ΑΒ τῇ ΔΖ ἴση. λέγω, ὅτι ἡ ΑΒ πασῶν τῶν ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μεθισταμένων εὐθειῶν ἐλάσσων φανήσεται. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΕΔ, ΓΖ, ΓΒ, ΕΒ, ΖΕ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΓΕ τῇ ΑΒ παράλληλός ἐστι καὶ ἴση, καὶ ἡ ΕΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΕΓΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ παραλληλόγραμμόν ἐστι καὶ τὸ ΕΔΖΓ. λείπει δὲ δεῖξαι, ὅτι ἔλασσον φαίνεται τὸ αὐτὸ καὶ μείζων. φανερόν δὲ, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΑ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ, ἐπεὶ δέδεικται, ὅτι πασῶν τῶν διὰ τοῦ κέντρου διαγομένων εὐθειῶν καὶ ποιουσῶν γωνίαν ἐλαχίστη ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΕΑ. ἐλάσσων ἄρα ἐστὶ καὶ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ. καὶ ἐστὶ τῆς μὲν ὑπὸ ΓΕΑ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΒΕΑ· παραλληλόγραμμον γὰρ ἰσόπλευρον τὸ ΒΕ· τῆς δὲ ὑπὸ ΓΕΔ ἡ ὑπὸ ΖΕΔ· παραλληλόγραμμον γὰρ ἰσόπλευρον καὶ τὸ ΖΕ. καὶ ἡ ὑπὸ ΒΕΑ ἄρα ἐλάττων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΖΕΔ. ὥστε καὶ τὸ ΑΒ μέγεθος τοῦ ΔΖ μεγέθους ἔλαττον ὀφθήσεται. καὶ φανερόν ἐκ τοῦ προδεδειγμένου λήμματος, ὅτι ἐλάχιστον μὲν ὀφθήσεται πρὸς τῷ Α, μέγιστον δὲ πρὸς τῷ κατὰ διάμετρον τῷ Α σημείῳ, ἴσον δὲ τὸ ἴσον ἀπέχον ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Α σημείου. Ἐὰν δὲ τὸ ὁρώμενον πρὸς ὀρθὰς ἢ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθίστηται δὲ τὸ ὄμμα ἐπὶ κύκλου περιφερείας κέντρον ἔχοντος τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλει τὸ μέγεθος τῷ ἐπιπέδῳ, ἴσον αἰεὶ τὸ ὁρώμενον φανήσεται. ^[5]
- 41 ἔστω ὁρώμενον μέγεθος τὸ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Γ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β, διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΔ. λέγω, ὅτι, ἐὰν μεθίστηται τὸ Γ ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἴσον αἰεὶ τὸ ΑΒ φανήσεται. τοῦτο δὲ φανερόν ἐστιν. πᾶσαι γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου πρὸς τὸ ΑΒ προσπίπτουσαι ἀκτῖνες πρὸς ἴσας γωνίας προσπίπτουσιν, ἐπειδὴ περ ἡ πρὸς τῷ Β γωνία ὀρθή ἐστιν. ἴσον ἄρα τὸ ὁρώμενον ὀφθήσεται. Τοῦ ὁρωμένου

μένοντος, τοῦ δὲ ὅμματος μεθισταμένου κατ' εὐθεΐαν γραμμὴν πλαγίαν πρὸς τὸ ὀρώμενον μέγεθος οὕσαν ποτὲ μὲν ἴσον, ποτὲ δὲ ἄνισον τὸ ὀρώμενον φαίνεται. ^[15]

42 ἔστω ὀρώμενον μὲν τὸ AB, [ὄμμα δὲ τὸ E] εὐθεΐα δὲ πλαγία ἡ ΓΔ, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ BA ἐπ' εὐθείας ἡ ΓΑ καὶ συμβαλλέτω τῇ ΔΓ κατὰ τὸ Γ, καὶ μεθιστάσθω ἐπ' αὐτῆς τὸ ὄμμα. λέγω, ὅτι ποτὲ μὲν ἴσον, ποτὲ δὲ ἄνισον φαίνεται τὸ AB. εἰλήφθω γὰρ τῶν ΒΓ, ΓΑ μέση ἀνάλογον ἡ ΓΕ, καὶ ἔστω ὄμμα τὸ E καὶ μετακεκινήσθω καὶ ἔστω ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας κατὰ τὸ Δ. λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν E, Δ ὀρώμενον ἄνισον φαίνεται. ἐπεζεύχθωσαν εὐθεΐαι αἱ AE, EB, AD, BD, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ AEB τρίγωνον τμήμα τὸ AEB, καὶ κείσθω τῇ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΔΒ γωνία ἴση γωνία ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑ, AZ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ BZ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ B, A, Z, Δ σημεῖα. ἐπεὶ οὖν μείζων γωνία ἡ ὑπὸ AEB τῆς ὑπὸ AZB, ἡ δὲ ὑπὸ AZB τῇ ὑπὸ τῶν AD, ΔΒ ἴση ἐστίν, ἐπειδὴ περ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἐστίν, καὶ ἡ ὑπὸ AEB ἄρα τῆς ὑπὸ ADB μείζων ἐστίν. ἀλλ' ὑπὸ μὲν τῆς ὑπὸ ADB τὸ AB βλέπεται τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ Δ ὄντος, ὑπὸ δὲ τῆς ὑπὸ AEB τὸ αὐτὸ τὸ AB βλέπεται τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ E ὄντος. ἄνισον ἄρα τὸ ὀρώμενον φαίνεται ἐπὶ τῆς ED εὐθείας τοῦ ὅμματος μεθισταμένου. φανερόν δέ, ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς EG μεθισταμένου τοῦ ὅμματος ἄνισον τὸ ὀρώμενον φαίνεται καὶ μέγιστον μὲν κατὰ τὴν πρὸς τῷ E θέσιν, μείζον δὲ αἰετὰ τὴν ἐγγύτερον αὐτοῦ ἐφ' ὅποτερασοῦν τῶν ED, EG εὐθειῶν, ἴσον δὲ κατὰ τὰ Z καὶ Δ καὶ τὰ ὁμοίως αὐτοῖς λαμβανόμενα διὰ τὸ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι εἶναι τὰς γωνίας. Ἄλλω ς . Ἐστω γὰρ ὀρώμενον τὸ ΚΔ, εὐθεΐα δὲ ἡ ΒΓ συμπίπτουσα τῇ ΚΔ προσεκβαλλομένη. εἰλήφθω τῆς ΓΔ καὶ τῆς ΓΚ μέση ἀνάλογον ἡ ΓΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΚ καὶ ἡ ΖΔ, περὶ δὲ τὴν ΚΔ τμήμα γεγράφθω, ὃ δέχεται τὴν ὑπὸ τῶν ΚΖΔ. ἐφάψεται δὲ τῆς ΒΓ εὐθείας, ἐπειδὴ περ ὡς ἡ ΚΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΓΔ. κείσθω δὴ τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Β σημείου, καὶ προσεκβεβλήσθωσαν αἱ ΔΒ, ΒΚ. ἐπεζεύχθω δὲ ἡ ΣΔ. οὐκοῦν ἴση ἡ Φ γωνία τῇ Σ γωνία· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι εἰσιν. καὶ ἐστὶν ἡ Σ τῆς Β γωνίας μείζων· καὶ ἡ Φ ἄρα γωνία τῆς Β μείζων ἐστίν. τοῦ ἄρα ὅμματος ἐπὶ τοῦ Ζ ὄντος μείζον φαίνεται τὸ ΚΔ ἢ περ ἐπὶ τοῦ Β. ^[45]

43 Τὸ δ' αὐτὸ συμβήσεται, κἂν παράλληλος ᾖ ἡ εὐθεΐα γραμμὴ τῷ ὀρωμένῳ μεγέθει. ἔστω ὀρώμενον μέγεθος τὸ AB καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ E σημεῖον, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ E τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ EZ, ἐφ' ἧς ὄμμα κείσθω τὸ Z, καὶ ἐπεζεύχθωσαν εὐθεΐαι αἱ ZA, ZB, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ AZB τρίγωνον τμήμα τὸ AZB, καὶ ἦχθω διὰ τοῦ Z τῇ AB παράλληλος ἡ ΖΔ, καὶ μετακείσθω τὸ ὄμμα ἐπὶ τὸ Δ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ AD, ΔΒ. λέγω, ὅτι ἀπὸ τῶν Δ, Z ἄνισα φανήσεται. ἐπεζεύχθω ἡ AH. ἐπεὶ οὖν ἴση γωνία ἡ ὑπὸ AZB τῇ ὑπὸ AHB, ἀλλ' ἡ ὑπὸ AHB τῆς ὑπὸ ADB μείζων ἐστίν, καὶ ἡ ὑπὸ AZB ἄρα τῆς ὑπὸ ADB μείζων ἐστίν. καὶ ὑπὸ μὲν τῆς ὑπὸ AZB τὸ AB βλέπεται τοῦ ὅμματος ἐπὶ τοῦ Z ὄντος, ὁμοίως δὲ καὶ ὑπὸ τῆς ὑπὸ ADB ἐπὶ τοῦ Δ ὄντος. ἄνισον ἄρα τὸ ὀρώμενον φαίνεται ἀπὸ τῶν Δ, Z. καὶ ἐὰν τεθῇ ἴση τῇ ΔΖ ἡ ΖΓ, ἔλαττον μὲν καὶ ἀπὸ τοῦ Γ φαίνεται ἢ περ ἀπὸ τοῦ Z, ἀπὸ δὲ τῶν Γ, Δ ἴσον. Εἰσὶ τόποι, ἐφ' οὓς τοῦ ὅμματος μετατιθεμένου τὰ ἴσα μεγέθη καὶ κοινῶς ἀπολαβόντα τόπους τινὰς ποτὲ μὲν ἴσα, ποτὲ δὲ ἄνισα φαίνεται. ^[20]

44 ἔστω ὄμμα μὲν τὸ Θ, μεγέθη δὲ τὰ AB, ΒΓ, καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ Β πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΖ καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Δ. φανερόν δὲ, ὅτι καθ' ὅποιονοῦν τῆς ΖΔ μέρος ἂν τεθῇ τὸ ὄμμα, τὰ AB, ΒΓ ἴσα φανήσεται. μετακείσθω δὲ τὸ ὄμμα καὶ ἔστω τὸ E. λέγω, ὅτι ἀπὸ τοῦ E ἄνισα φαίνεται. προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ AE, EB, ΕΓ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ AGE τρίγωνον ὁ AEDΓ κύκλος, καὶ προσεκβεβλήσθω τῇ EB ἡ BH. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ AD περιφέρεια τῇ ΔΓ περιφερεία, μείζων δὲ ἡ ADH περιφέρεια τῆς ΗΓ περιφερείας, μείζων ἄρα φανήσεται ἡ AB τῆς ΒΓ. κἂν μεταβαίνει δὲ ἐπὶ τῆς EH, ἄνισα ὁμοίως φανήσεται, καὶ ἐπὶ τῶν τοῦ κύκλου μερῶν χωρὶς τῆς πρὸς ὀρθὰς ἐὰν τεθῇ, ἄνισα φαίνεται, καὶ ἐὰν ἐκτὸς τοῦ κύκλου τεθῇ μὴ ἐπ' εὐθείας ὃν τῇ ΔΖ, ἄνισα φαίνεται. Ἄλλω ς . Ἐστω γὰρ ἴση ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ, καὶ περὶ μὲν τὴν ΒΓ ἡμικύκλιον γεγράφθω

τὸ ΒΖΓ, περὶ δὲ τὴν ΓΔ μείζον ἡμικυκλίου τὸ ΓΖΔ· καὶ φανερόν, ὅτι τεμεῖ τὸ προειρημένον ἡμικύκλιον. δυνατόν δέ ἐστιν ἐπὶ τῆς ΓΔ γράψαι τμήμα μείζον ἡμικυκλίου. ἐὰν γὰρ ὑποθώμεθα ὀξεῖάν τινα γωνίαν, δυνατόν ἡμῖν ἐστὶν ἐπὶ τῆς ΓΔ γράψαι τμήμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ὑποκειμένῃ ὀξεῖα γωνίᾳ, ὡς ἀπὸ τοῦ λγ' τοῦ τρίτου τῶν ἐπιπέδων, καὶ ἔσται τὸ συνιστάμενον ἐπ' αὐτῆς μείζον ἡμικυκλίου, ὡς ἀπὸ τοῦ λα' τοῦ τρίτου τῶν ἐπιπέδων. καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΒΖ, ΖΓ, ΖΔ. οὐκοῦν ἡ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ἐν τῷ μείζονι τμήματι. τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὀρώμενα μείζονα φαίνεται μείζων ἅρα ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ φαίνεται. ἦν δὲ καὶ ἴση. ἔστιν ἅρα τόπος κοινός, ἐν ᾧ τὸ ὄμμα ἐὰν τεθῇ, ἄνισα φαίνεται τὰ ἴσα. ἴσα δὲ φανήσεται, ἐπειδὴν ἐπὶ τῶν ἐξ ἀρχῆς σημείων ἢ τῶν ἐπὶ τῶν ΒΓ, ΓΔ μειζόνων ἡμικυκλίων. Ἔστι τις τόπος κοινός, ἀφ' οὗ τὰ ἄνισα μεγέθη ἴσα φαίνεται. ^[40]

45 ἔστω γὰρ μείζων ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ, καὶ περὶ μὲν τὴν ΒΓ μείζον ἡμικυκλίου τμήμα γεγράφθω, περὶ δὲ τὴν ΓΔ ὅμοιον τῷ περὶ τὴν ΒΓ, τουτέστι δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ἐν τῷ ΒΖΓ. τεμοῦσιν ἅρα ἀλλήλα τὰ τμήματα. τεμνέτωσαν κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ. οὐκοῦν ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐν τοῖς ὁμοίοις τμήμασι γωνίαι ἀλλήλαις, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐν τοῖς ΒΖΓ, ΓΖΔ τμήμασι γωνίαι ἀλλήλαις. τὰ δὲ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὀρώμενα ἴσα φαίνεται. τοῦ ἅρα ὀμματος τιθεμένου ἐπὶ τοῦ Ζ σημείου ἴση ἂν φαίνοιτο ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ. ἔστι δὲ μείζων. ἔστιν ἅρα τόπος κοινός, ἀφ' οὗ τὰ ἄνισα μεγέθη ἴσα φαίνεται. Εἰσὶ τόποι, ἐφ' οὓς τοῦ ὀμματος μετατιθεμένου τὰ ἴσα μεγέθη καὶ πρὸς ὀρθὰς ὄντα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ ποτὲ μὲν ἴσα, ποτὲ δὲ ἄνισα φαίνεται. ^[15]

46 ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ πρὸς ὀρθὰς ὄντα τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ. λέγω, ὅτι ἔστι τις τόπος, οὗ τοῦ ὀμματος τεθέντος τὰ ΑΒ, ΓΔ ἴσα φαίνεται. ἐπεξεύχθω ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Δ ἡ ΒΔ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Ε σημεῖον, καὶ ἀνήχθω ἀπὸ τοῦ Ε πρὸς ὀρθὰς τῇ ΔΒ ἡ ΕΖ. λέγω, ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς ΕΖ τὸ ὄμμα τεθῇ, τὰ ΑΒ, ΓΔ ἴσα φανήσεται. κείσθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΕΖ τὸ ὄμμα καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΑΖ, ΖΒ, ΖΕ, ΖΔ, ΖΓ. ἴση δὲ εὐθεῖα ἡ ΖΒ τῇ ΖΔ. ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ ὑπόκειται ἴση· δύο ἅρα αἱ ΑΒ, ΒΖ δυοὶ ταῖς ΓΔ, ΔΖ ἴσαι εἰσὶ. καὶ περιέχουσιν ὀρθὰς γωνίας· ἴση ἅρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΖΑ τῇ ὑπὸ ΔΖΓ. τὰ ΑΒ, ΓΔ ἅρα ἴσα ὀφθήσεται. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἄνισα ὀφθήσεται. μετακείσθω δὴ τὸ ὄμμα καὶ ἔστω τὸ Η, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΗΕ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΗΒ, ΗΑ, ΗΓ, ΗΔ. μείζων ἅρα ἡ ΗΒ τῆς ΗΔ. ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆς ΗΒ τῇ ΗΔ ἴση ἡ ΒΘ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΑΘ. ἴση ἅρα γωνία ἡ ὑπὸ ΒΘΑ τῇ ὑπὸ ΓΗΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΘΑ τῆς ὑπὸ ΒΗΑ μείζων ἐστίν, ἡ ἐκτὸς τῆς ἐντός· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΔ ἅρα τῆς ὑπὸ ΒΗΑ ἐστὶ μείζων. μείζων ἅρα φανήσεται ἡ ΓΔ τῆς ΑΒ. Εἰσὶ τόποι τινές, ἐν οἷς τοῦ ὀμματος τεθέντος τὰ ἄνισα μεγέθη εἰς τὸ αὐτὸ συντεθέντα ἴσα ἐκατέρῳ τῶν ἀνίσων φανήσεται. ^[30]

47 ἔστω γὰρ μείζων ἡ ΒΓ τῆς ΓΔ, καὶ περὶ τὰς ΒΓ, ΓΔ ἡμικύκλια γεγράφθωσαν καὶ περὶ ὅλην τὴν ΒΔ. οὐκοῦν ἴση ἡ ἐν τῷ ΒΑΔ ἡμικυκλίῳ γωνία τῇ ἐν τῷ ΒΚΓ· ὀρθὴ γάρ ἐστὶν ἐκατέρα αὐτῶν. ἴση ἅρα φαίνεται ἡ ΒΓ τῇ ΒΔ. ὡσαύτως δὲ καὶ ἡ ΒΔ τῇ ΓΔ τῶν ὀμμάτων ἐπὶ τῶν ΒΑΔ, ΓΖΔ ἡμικυκλίων κειμένων. εἰσὶ τινες ἅρα τόποι, ἐν οἷς τὰ ἄνισα μεγέθη δύο εἰς ταὐτὸ συντεθέντα ἴσα ἐκατέρῳ τῶν ἀνίσων φαίνεται. Εὑρεῖν τόπους, ἀφ' ὧν τὸ ἴσον μέγεθος ἡμισυ φανεῖται ἢ τέταρτον μέρος ἢ καθόλου ἐν τῷ λόγῳ, ἐν ᾧ καὶ ἡ γωνία τέμνεται. ^[15]

48 ἔστω ἴσον τὸ ΑΖ τῷ ΒΓ, καὶ περὶ τὴν ΑΖ γεγράφθω ἡμικύκλιον, καὶ γεγράφθω ἐν αὐτῷ ὀρθὴ γωνία ἡ Κ· τῇ δὲ ΑΖ ἴση ἔστω ἡ ΒΓ, καὶ περὶ τὴν ΒΓ περιγεγράφθω τμήμα, ὃ δέξεται τῆς πρὸς τῷ Κ γωνίας ἡμίσειαν. οὐκοῦν ἡ Κ γωνία διπλασία ἐστὶ τῆς Δ γωνίας. διπλασία ἅρα φαίνεται ἡ ΑΖ τῆς ΒΓ τῶν ὀμμάτων ἐπὶ τῶν ΑΚΖ, ΒΔΓ περιφερειῶν κειμένων. Ἔστω ὀρώμενόν τι μέγεθος τὸ ΑΒ. ^[10]

49 λέγω, ὅτι τὸ ΑΒ ἔχει τόπους, ἐν οἷς τοῦ ὀμματος τεθέντος τὸ αὐτὸ ποτὲ ἡμισυ ποτὲ ὅλον ποτὲ τέταρτον φαίνεται καὶ καθόλου ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ. περιγεγράφθω περὶ τὴν ΑΒ κύκλος ὁ ΑΕΒ

ὥστε τὴν AB μὴ εἶναι διάμετρον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Γ, ἐφ' οὗ κείσθω τὸ ὄμμα, καὶ ἐπεξεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ AG, GB. ὑπὸ τῆς AGB ἄρα τὸ AB βλέπεται. κείσθω δὴ τὸ ὄμμα ἐπὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ ἔστω τὸ E, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ EA, EB. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ AGB γωνία τῆς ὑπὸ AEB ἐστὶ διπλῇ, τὸ AB ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ διπλάσιον ὁράται τοῦ ἀπὸ τοῦ E. ὁμοίως καὶ τέταρτον μέρος ὀφθῆσεται, ἐὰν ἡ γωνία τῆς γωνίας ἢ τετραπλῇ, καὶ ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ. Τῶν ἴσῳ τάχει φερομένων καὶ ἐπὶ μιᾷ πρὸς ὀρθὰς αὐτοῖς οὐσης εὐθείας τὰ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πέρατα ἐχόντων προσιόντων μὲν πρὸς τὴν ἀγομένην διὰ τοῦ ὀμματος παράλληλον τῇ εἰρημένη εὐθείᾳ τὸ πορρώτερον τοῦ ὀμματος τοῦ ἐγγύτερον προηγέσθαι δόξει, παραλλαζάντων δὲ τὸ μὲν προηγούμενον ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ ἐπακολουθοῦν προηγέσθαι. ^[5]

50 φερέσθω γὰρ ἰσοταχῶς τὰ BG, ΔZ, KA ἐπὶ μιᾷ πρὸς ὀρθὰς αὐτοῖς οὐσης εὐθείας τῆς ΓA τὰ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη πέρατα ἔχοντα τὰ Γ, Z, A, καὶ ἀπὸ τοῦ M ὀμματος παράλληλος ἦχθω τῇ ΓA ἢ MΛ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ MG, MZ, MA. οὐκοῦν προηγούμενον μὲν δοκεῖ τὸ BG, ἐπακολουθοῦν δὲ τὸ KA διὰ τὸ καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ ὀμματος προσπιπτουσῶν ἀκτίνων τὴν MG ἐπὶ τὸ Γ παρῆχθαι δοκεῖν μᾶλλον τῶν ἄλλων ἀκτίνων. τὸ ἄρα MG προηγέσθαι δόξει προσιόντων, ὡς εἴρηται. παραλλαζάντων δὲ τῶν BG, ΔZ, KA καὶ ὡς τῶν NΞ, ΠP, ΣT γενομένων προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ MN, ΜΠ, ΜΣ. οὐκοῦν τὸ NΞ παρῆχθαι δοκεῖ ἐπὶ τὸ N διὰ τὸ καὶ τὴν MN ἀκτῖνα παρῆχθαι ἐπὶ τὸ N μᾶλλον τῶν ἄλλων ἀκτίνων· τὸ ἄρα ΣT ἐπὶ τὸ T παρῆχται διὰ τὸ καὶ τὴν ΜΣ παρῆχθαι ὡς ἐπὶ τὸ T μᾶλλον τῶν ἄλλων ἀκτίνων. τὸ μὲν ἄρα BG προηγούμενον ἐπὶ τοῦ NΞ γενόμενον δόξει ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ AK ἐπακολουθοῦν ἐπὶ τοῦ ΣT γενόμενον δόξει προηγέσθαι. Ἐάν τινων φερομένων πλειόνων ἀνίσῳ τάχει συμπαραφέρηται ἐπὶ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ὄμμα, τὰ μὲν τῷ ὀμματι ἰσοταχῶς φερόμενα δόξει ἐστάναι, τὰ δὲ βραδύτερον εἰς τὸ ὑναντίον φέρεσθαι, τὰ δὲ θᾶττον εἰς τὰ προηγούμενα. ^[5]

51 φερέσθω γὰρ ἀνίσῳ τάχει τὰ B, Γ, Δ, καὶ βραδύτατα μὲν φερέσθω τὸ B, τὸ δὲ Γ ἰσοταχῶς τῷ K ὀμματι, τὸ δὲ Δ θᾶττον τοῦ Γ. ἀπὸ δὲ τοῦ K ὀμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ KB, ΚΓ, ΚΔ. οὐκοῦν τῷ ὀμματι παραφερόμενον τὸ Γ ἐστάναι δόξει, τὸ δὲ B ὑπολειπόμενον εἰς τὸ ὑναντίον φέρεσθαι, τὸ δὲ Δ, ὃ θᾶττον ὑπόκειται τούτων, φέρεσθαι δόξει εἰς τοῦμπροσθεν· πλεῖον γὰρ ἀπὸ τούτων ἀποστήσεται. Ἐάν τινων φερομένων διαφαίνηται τι μὴ φερόμενον, δόξει τὸ μὴ φερόμενον εἰς τὰ ὀπισθεν φέρεσθαι. ^[15]

52 φερέσθω γὰρ τὰ B, Δ, μενέτω δὲ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τοῦ ὀμματος προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ZB, ZΓ, ZΔ. οὐκοῦν τὸ μὲν B φερόμενον ἔγγιον ἔσται τοῦ Γ, τὸ δὲ Δ ἀποχωροῦν πορρώτερον· εἰς τὸ ὑναντίον ἄρα φέρεσθαι δόξει τὸ Γ. Τοῦ ὀμματος ἔγγιον τοῦ ὀρωμένου προσιόντος δόξει τὸ ὀρώμενον ηὐξῆσθαι. ^[5]

53 ὁράσθω γὰρ τὸ BG τοῦ ὀμματος ἐπὶ τὸ Z κειμένου ὑπὸ τῶν ZB, ZΓ ἀκτίνων, καὶ μετακείσθω τὸ ὄμμα ἔγγιον τοῦ BG καὶ ἔστω ἐπὶ τοῦ Δ, καὶ ὁράσθω τὸ αὐτὸ ὑπὸ τῶν ΔB, ΔΓ ἀκτίνων. οὐκοῦν μείζων ἢ Δ γωνία τῆς Z γωνίας· τὰ δὲ ὑπὸ μείζονος γωνίας ὀρώμενα μείζονα φαίνεται. δόξει ἄρα ηὐξῆσθαι τὸ BG τοῦ ὀμματος ἐπὶ τοῦ Δ ὄντος ἤπερ ἐπὶ τοῦ Z. Τῶν ἴσῳ τάχει φερομένων τὰ πόρρω δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι. ^[10]

54 φερέσθω γὰρ ἰσοταχῶς τὰ B, K, καὶ ἀπὸ τοῦ A ὀμματος ἀκτῖνες ἦχθωσαν αἱ AG, AΔ, AZ. οὐκοῦν τὸ B μείζονας ἔχει τὰς ἀπὸ τοῦ ὀμματος ἀκτῖνας ἡγμένης ἤπερ τὸ K. μείζον ἄρα διάστημα διελεύσεται καὶ ὕστερον παραλλάσσον τὴν AZ ὅψιν δόξει βραδύτερον φέρεσθαι. Ἄλλως γάρ. Φερέσθω γὰρ δύο σημεία τὰ A, B ἐπὶ παραλλήλων εὐθειῶν, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Z, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ZA, ZB, ZE, ZΔ. λέγω, ὅτι τὸ πόρρω τὸ A δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι τοῦ B. ἐπεὶ γὰρ αἱ AZ, ZΔ τῶν ZB, ZE ἐλάσσονα γωνίαν περιέχουσι, μείζον ἄρα τὸ BE τοῦ AΔ

βλέπεται. ἐὰν ἄρα τὴν ΖΕ ἀκτῖνα προσεκβάλωμεν ἐπ' εὐθείας, ὅτι ἐπὶ τῶν ἰσοταχῶς φερομένων τὸ μὲν Β ἐπὶ τῆς ΖΕ ἀκτίνος εἰ κωλυθὲν ὕστερεῖ ἄρα τῶν ἰσοταχῶς φερομένων τὰ πόρρω δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι. Ἄλλω ς . Φερέσθω δύο σημεῖα τὰ Α, Β ἐπὶ παραλλήλων εὐθειῶν τῶν ΑΔ, ΒΕ ὁμαλῶς· τὰς ἴσας ἄρα ἐν ἴσῳ χρόνῳ διελεύσονται. ἔστωσαν οὖν ἴσαι αἱ ΑΔ, ΒΕ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες ἀπὸ τοῦ Ζ ὁμματος αἱ ΖΑ, ΖΔ, ΖΒ, ΖΕ. ἐπεὶ οὖν ἐλάττων ἢ ὑπὸ ΑΖΔ τῆς ὑπὸ ΒΖΕ γωνίας, ἔλαττον ἄρα τὸ ΑΔ διάστημα τοῦ ΒΕ φανήσεται. ὥστε δόξει τὸ Α βραδύτερον φέρεσθαι. Τοῦ ὁμματος μένοντος, τῶν δὲ ὄψεων παραφερομένων, τὰ πόρρω τῶν ὀρωμένων καταλείπεσθαι δόξει. ^[30]

- 55 ἔστω ὁρώμενα τὰ Α, Γ ἐπὶ εὐθειῶν ὄντα τῶν ΑΒ, ΓΔ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Ε, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΕΓ, ΕΔ, ΕΑ, ΕΒ. λέγω, ὅτι τὸ πρὸς τῷ Α καταλείπεσθαι δόξει. προσεκβεβλήσθω ἡ ΕΔ, ἄχρις οὗ συμβαλεῖ τῇ ΑΒ, καὶ ἔστω ἡ ΕΒ. ἐπεὶ οὖν μείζων γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ τῆς ὑπὸ ΑΕΒ, μείζον ἄρα τὸ ΓΔ διάστημα τοῦ ΑΒ φαίνεται. ὥστε τοῦ ὁμματος ἐπὶ τοῦ Ε μένοντος αἱ ὀψεις ὡς ἐπὶ τὰ Α, Γ μέρη παραφερόμεναι θάττον παραλλάξουσιν τὸ Α ἤπερ τὸ Γ. ὑπολείπεσθαι ἄρα δόξει τὸ ΑΒ. Τὰ αὐξανόμενα τῶν μεγεθῶν δόξει προσάγεσθαι τῷ ὅμματι. ^[15]
- 56 ἔστω ὁρώμενον μέγεθος τὸ ΑΒ, ὅμμα δὲ ἔστω τὸ Γ, ἀφ' οὗ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΓΑ, ΓΒ. καὶ ἠϋξήσθω τὸ ΒΑ καὶ ἔστω τὸ ΒΔ, καὶ προσπιπτέτω ἀκτὶς ἡ ΓΔ. ἐπεὶ οὖν μείζων γωνία ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ, μείζον ἄρα φαίνεται τὸ ΒΔ τοῦ ΒΑ. τὰ δὲ μείζονα ἑαυτῶν οἰόμενα ἐπαυξάνεσθαι δοκοῦσι, καὶ τὰ ἔγγιον τοῦ ὁμματος ἐλάττονα φαίνεται. τὰ ἄρα αὐξόμενα τῶν μεγεθῶν δόξει προσάγεσθαι τῷ ὅμματι. Ὅσα ἐπὶ τῷ αὐτῷ διαστήματι κεῖται τῶν ἄκρων μὴ ἐπ' εὐθείας τῷ μέσῳ ὄντων, τὸ ὅλον σχῆμα ὅτε μὲν κοῖλον, ὅτε δὲ κυρτὸν ποιεῖ. ^[10]
- 57 ὁράσθω γὰρ τὰ ΓΒΔ τοῦ ὁμματος ἐπὶ τοῦ Κ κειμένου, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΚΓ, ΚΒ, ΚΔ. οὐκοῦν τὸ ὅλον σχῆμα κοῖλον δόξει εἶναι. μετακινείσθω δὴ πάλιν τὸ ἐν τῷ μέσῳ ὁρώμενον καὶ ἔγγιον κείσθω τοῦ ὁμματος. οὐκοῦν τὸ ΔΒΓ δόξει κυρτὸν εἶναι. Ἐὰν τετραγώνου ἀπὸ τῆς συναφῆς τῶν διαμέτρων πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ εὐθεῖα, ἐπὶ δὲ ταύτης τὸ ὅμμα τεθῇ, αἱ πλευραὶ τοῦ τετραγώνου ἴσαι φανοῦνται, καὶ αἱ διάμετροι δὲ ἴσαι φανήσονται. ^[5]
- 58 ἔστω τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἤχθωσαν αὐτοῦ διαγώνιοι αἱ ΔΒ, ΓΑ, καὶ ἀνήχθω πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ Ε τῷ ἐπιπέδῳ μετέωρος εὐθεῖα ἡ ΕΖ, ἐφ' ἧς ὅμμα κείσθω τὸ Ζ, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀκτῖνες αἱ ΖΑ, ΖΒ, ΖΔ, ΖΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, καὶ αἱ γωνίαι ὀρθαί, βάσις ἄρα ἡ ΖΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τῶν πρὸς ταῖς βάσεσι γωνιῶν ἐκεῖναι ἴσαι, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΓ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ. ἴση ἄρα φανήσεται ἡ ΕΓ τῇ ΕΔ. ὁμοίως καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἴση ἐστίν. ἴση ἄρα φανήσεται ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ. πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν ΓΖ τῇ ΖΒ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ΑΖ τῇ ΖΔ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, αἱ τρεῖς ἄρα ταῖς τρισὶν ἴσαι εἰσὶ, καὶ γωνία γωνία. ἴση ἄρα φανήσεται ἡ πλευρὰ τῇ πλευρᾷ, ὡς καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ἴσαι φανήσονται. Τῆς δὲ ἀπὸ τοῦ ὁμματος ἐπὶ τὴν συναφὴν τῶν διαμέτρων μήτε πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῷ ἐπιπέδῳ μήτε ἴσης ἑκατέρᾳ τῶν ἀπὸ τῆς συναφῆς πρὸς τὰς γωνίας τοῦ τετραγώνου ἀγομένων μήτε ἴσας γωνίας ποιούσης μετ' αὐτῶν αἱ διάμετροι ἄνισοι φανήσονται. ὁμοίως γὰρ δείξομεν τὰ συμβαίνοντα, καθάπερ καὶ ἐν τοῖς κύκλοις. ^[30]