

eul_wid: iaw-al

Εὐκλείδης ὁ Ἀλεξανδρεύς · Euclid of Alexandria

Elements, Alternative Demonstrations (Book X)

Στοιχεῖα· Ἄλλαι ἀποδείξεις (βιβλ. ι')

Period: Ἑλληνιστική [Hellenistic](#)
Dialect: Κοινή τεχνική [Technical Koine](#)
Domain: Μαθηματικά [Mathematics](#)
Format: Πραγματεία [Treatise](#)

- 1 (n) Ad libr. X prop. 1 Ἄλλως τὸ α' θεωρήμα Ἐκκείσθω δύο μεγέθη ἄνισα τὰ AB, Γ· καὶ ἐπεὶ ἔλασσόν ἐστι τὸ Γ, πολλαπλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ AB μεγέθους μείζον. γεγονέντω ὡς τὸ ZM καὶ διηρήσθω εἰς [τὰ] ἴσα τῷ Γ, καὶ ἔστω τὰ MΘ, ΘH, HZ, καὶ ἀπὸ τοῦ AB ἀφηρήσθω μείζον ἢ τὸ ἥμισυ τὸ BE, καὶ ἀπὸ τοῦ EA μείζον ἢ τὸ ἥμισυ τὸ EΔ, καὶ τοῦτο αἰ γινέσθω, ἕως αἰ ἐν τῷ ZM διαιρέσεις ἴσαι γένωνται ταῖς ἐν τῷ AB διαιρέσεσιν. γεγονέντωσαν ὡς αἰ BE, EΔ, ΔA, καὶ τῷ ΔA ἕκαστον τῶν KΛ, ΛN, NΞ ἔστω ἴσον, καὶ τοῦτο γινέσθω, ἕως αἰ διαιρέσεις τοῦ KΞ ἴσαι γένωνται ταῖς τοῦ ZM. Καὶ ἐπεὶ τὸ BE μείζον ἢ τὸ ἥμισυ ἐστι τοῦ BA, τὸ BE μείζον ἐστι τοῦ EA· πολλῶ ἄρα μείζον ἐστι τοῦ ΔA. ἀλλὰ τὸ ΔA ἴσον ἐστι τῷ ΞN· τὸ BE ἄρα μείζον ἐστι τοῦ NΞ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ EΔ μείζον ἢ τὸ ἥμισυ ἐστι τοῦ EA, μείζον ἐστι τοῦ ΔA. ἀλλὰ τὸ ΔA ἐστὶν ἴσον τῷ NΛ· τὸ EΔ ἄρα μείζον ἐστι τοῦ NΛ. ὅλον ἄρα τὸ ΔB μείζον ἐστι τοῦ ΞΛ. ἴσον δὲ τὸ ΔA τῷ AK. ὅλον ἄρα τὸ BA μείζον ἐστι τοῦ ΞK. ἀλλὰ τοῦ BA μείζον ἐστι τὸ MZ· πολλῶ ἄρα τὸ MZ μείζον ἐστι τοῦ ΞK. καὶ ἐπεὶ τὰ ΞN, NΛ, AK ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν, ἔστι δὲ καὶ τὰ MΘ, ΘH, HZ ἴσα ἀλλήλοις, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ἐν τῷ MZ τῷ πλήθει τῶν ἐν τῷ ΞK, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ KΛ πρὸς τὸ ZH, οὕτως τὸ KΞ πρὸς τὸ ZM. μείζον δὲ τὸ ZM τοῦ KΞ· μείζον ἄρα καὶ τὸ HZ τοῦ AK. καὶ ἐστι τὸ μὲν ZH ἴσον τῷ Γ, τὸ δὲ KΛ τῷ AD· τὸ Γ ἄρα μείζον ἐστι τοῦ AD· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ad libr. ^[30]
- 2 (n) X prop. 6 Ἄλλως τὸ ζ' Δύο γὰρ μεγέθη τὰ A, B πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχέτω, ὃν ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς ἀριθμὸν τὸν Δ· λέγω, ὅτι σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη. Ὅσαι γὰρ εἰσὶν ἐν τῷ Γ μονάδες, εἰς τοσαῦτα ἴσα διηρήσθω τὸ A, καὶ ἐνὶ αὐτῶν ἴσον ἔστω τὸ E· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ ἀριθμὸν, τὸ E πρὸς τὸ A. ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, τὸ A πρὸς τὸ B· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Δ, τὸ E πρὸς τὸ B. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Δ· μετρεῖ ἄρα καὶ τὸ E τὸ B. μετρεῖ δὲ καὶ τὸ E τὸ A, ἐπεὶ καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ· τὸ E ἄρα ἐκάτερον τῶν A, B μετρεῖ· τὰ A, B ἄρα σύμμετρά ἐστιν, καὶ ἐστὶν αὐτῶν κοινὸν μέτρον τὸ E· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ad libr. ^[10]
- 3 (n) X prop. 9 Ἄλλως τὸ θ' Ἐπεὶ γὰρ σύμμετρός ἐστιν ἡ A τῇ B, λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν. ἔχέτω, ὃν ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν E ποιεῖτω, ὁ δὲ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Z ποιεῖτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν H ποιεῖτω. ἐπεὶ οὖν ὁ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Z πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, τουτέστιν ὡς ἡ A πρὸς τὴν B, [οὕτως] ὁ E πρὸς τὸν Z. ἀλλ' ὡς ἡ A πρὸς τὴν B, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς A πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν A, B· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς A πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν A, B, οὕτως ὁ E πρὸς τὸν Z. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν H πεποίηκεν, ὁ δὲ Γ τὸν Δ

πολλαπλασιάσας τὸν Z πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, τουτέστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. ἀλλ' ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν Α, Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν Α, Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α, Β, οὕτως ἦν ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· δι' ἴσου ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Η. ἔστι δὲ ἐκάτερος τῶν Ε, Η τετράγωνος· ὁ μὲν γὰρ Ε ἀπὸ τοῦ Γ ἐστίν, ὁ δὲ Η ἀπὸ τοῦ Δ· τὸ ἀπὸ τῆς Α ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἀλλὰ δὴ ἐχέτω τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β λόγον, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ Ε πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν τὸν Η· λέγω, ὅτι σύμμετρος ἐστίν ἡ Α τῇ Β. Ἐστω γὰρ τοῦ μὲν Ε πλευρὰ ὁ Γ, τοῦ δὲ Η ὁ Δ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω· οἱ Ε, Ζ, Η ἄρα ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ τῶν ἀπὸ τῶν Α, Β μέσον ἀνάλογόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν Α, Β, τῶν δὲ Ε, Η ὁ Ζ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α, Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τῶν Α, Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α, Β, οὕτως ἡ Α πρὸς τὴν Β. αἱ Α, Β ἄρα σύμμετροί εἰσιν· λόγον γὰρ ἔχουσιν, ὃν ἀριθμὸς ὁ Ε πρὸς ἀριθμόν τὸν Ζ, τουτέστιν ὃν ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὡς γὰρ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· ὁ γὰρ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. Ad libr. ^[40]

- 4 (n) X prop. 10 Τῇ ἄρα προτεθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ῥητῇ, ἀφ' ἧς ἔφαμεν τὰ μέτρα λαμβάνεσθαι, οἷον τῇ Α, προσεύρηται δυνάμει μὲν σύμμετρος ἡ Δ, τουτέστι ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος, ἄλογος δὲ ἡ Ε. ἀλόγους γὰρ καθόλου καλεῖ τὰς καὶ μήκει καὶ δυνάμει ἀσύμμετρος τῇ ῥητῇ. Vulgo X, 13 Εἰς τὸ ιγ' λῆμμα ἐκ τῆς εἰς ἄτοπον ἀπαγωγῆς. ^[1]
- 5 (n) Ἐὰν ᾗ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ᾗ τῷ αὐτῷ, τὸ δὲ ἕτερον ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη. Ἐστω γὰρ δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ἄλλο δὲ τὸ Γ, καὶ τὸ μὲν Α τῷ Γ σύμμετρον ἔστω, τὸ δὲ Β τῷ Γ ἀσύμμετρον. λέγω, ὅτι καὶ τὸ Α τῷ Β ἀσύμμετρόν ἐστίν. Εἰ γὰρ ἐστὶ σύμμετρον τὸ Α τῷ Β, ἔστι δὲ καὶ τὸ Γ τῷ Α, καὶ τὸ Γ ἄρα τῷ Β σύμμετρόν ἐστίν· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. Ad libr. ^[5]
- 6 (n) X prop. 18 Ῥητὰς γὰρ καλεῖ τὰς τῇ ἐκκειμένη ῥητῇ ἥτοι μήκει καὶ δυνάμει συμμέτρους ἢ καὶ δυνάμει μόνον. εἰσὶ δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι, αἱ μήκει μὲν ἀσύμμετροί εἰσι τῇ ἐκκειμένη ῥητῇ, δυνάμει δὲ μόνον σύμμετροι, καὶ διὰ τοῦτο πάλιν λέγονται ῥηταὶ καὶ σύμμετροι πρὸς ἀλλήλας, καθ' ὃ ῥηταί, ἀλλὰ σύμμετροι πρὸς ἀλλήλας ἥτοι μήκει δηλαδὴ καὶ δυνάμει ἢ δυνάμει μόνον. καὶ εἰ μὲν μήκει, λέγονται καὶ αὐταὶ ῥηταὶ μήκει σύμμετροι ἐπακουομένου, ὅτι καὶ δυνάμει· εἰ δὲ δυνάμει μόνον πρὸς ἀλλήλας εἰσὶ σύμμετροι, λέγονται καὶ αὐταὶ οὕτως ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι. ὅτι δὲ αἱ ῥηταὶ σύμμετροί εἰσιν, ἐντεῦθεν δηλον· ἐπεὶ γὰρ ῥηταὶ εἰσιν αἱ τῇ ἐκκειμένη ῥητῇ σύμμετροι, τὰ δὲ τῷ αὐτῷ σύμμετρα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα, αἱ ἄρα ῥηταὶ σύμμετροί εἰσιν. Ad libr. ^[10]
- 7 (n) X prop. 20 Λῆμμα Ἡ δυναμένη ἄλογον χωρίον ἄλογός ἐστιν. Δυνασθω γὰρ ἡ Α ἄλογον χωρίον, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς Α τετράγωνον ἴσον ἔστω ἀλόγῳ χωρίῳ. λέγω, ὅτι ἡ Α ἄλογός ἐστιν. Εἰ γὰρ ἔσται ῥητὴ ἡ Α, ῥητὸν ἔσται καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον· οὕτως γὰρ [ἐστίν] ἐν τοῖς ὅροις. οὐκ ἔστι δέ· ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ Α· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ad libr. ^[5]
- 8 (n) X prop. 23 corollarium Εἰσὶ δὲ πάλιν καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι, αἱ μήκει μὲν ἀσύμμετροί εἰσι τῇ μέσῃ, δυνάμει δὲ μόνον σύμμετροι, καὶ λέγονται πάλιν μέσαι διὰ τὸ σύμμετροι εἶναι δυνάμει τῇ μέσῃ καὶ σύμμετροι πρὸς ἀλλήλας, καθὼ μέσαι, ἀλλὰ σύμμετροι πρὸς ἀλλήλας ἥτοι μήκει δηλαδὴ καὶ δυνάμει ἢ δυνάμει μόνον. καὶ εἰ μὲν μήκει, λέγονται καὶ αὐταὶ μέσαι μήκει σύμμετροι ἐπομένου τοῦ, ὅτι καὶ δυνάμει· εἰ δὲ δυνάμει μόνον εἰσὶ σύμμετροι, λέγονται καὶ οὕτως μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι. Ὅτι δὲ αἱ μέσαι σύμμετροί εἰσιν, οὕτως δεικτέον. ἐπεὶ αἱ μέσαι μέση

τινὶ σύμμετροί εἰσιν, τὰ δὲ τῷ αὐτῷ σύμμετρα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα, αἱ ἄρα μέσαι σύμμετροί εἰσιν. Ad libr. ^[10]

- 9 (n) X prop. 27 Λήμμα Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐν λόγῳ ὁποιοῦν καὶ ἄλλου τινὸς δέον ποιῆσαι ὡς τὸν ἀριθμὸν πρὸς τὸν ἀριθμὸν οὕτως τοῦτον πρὸς ἄλλον τινά. Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ AB, ΓΔ λόγον ἔχοντες πρὸς ἀλλήλους ὁποιοῦν, ἄλλος δὲ τις ὁ ΓΕ. δεῖ ποιῆσαι τὸ προκείμενον. Ἀναγεγράφθω γὰρ ὑπὸ τῶν ΔΓ, ΓΕ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ ΔΕ, καὶ τῷ ΔΕ ἴσον παρὰ τὸν AB παραβεβλήσθω παραλληλόγραμμον τὸ ΒΖ πλάτος ποιοῦν τὴν ΑΖ. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΔΕ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΖ παραλληλογράμμῳ, ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον, τῶν δὲ ἴσων καὶ ἰσογώνιων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ AB πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως ὁ ΓΕ πρὸς τὸν ΑΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ad libr. ^[15]
- 10 (n) X prop. 29 Λήμμα εἰς τὸ καθ' Δύο ἀριθμῶν δοθέντων καὶ εὐθείας δέον ποιῆσαι ὡς τὸν ἀριθμὸν πρὸς τὸν ἀριθμὸν, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς εὐθείας τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπ' ἄλλης τινός. Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, εὐθεῖα δὲ ἡ Γ, καὶ δέον ἐστὶ ποιῆσαι τὸ προκείμενον. πεποιήσθω γὰρ ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ἡ Γ εὐθεῖα πρὸς ἄλλην τινά τὴν Δ, καὶ εἰλήφθω τῶν Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ἡ Γ εὐθεῖα πρὸς τὴν Δ, ἀλλ' ὡς ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, τὸ ἀπὸ τῆς Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ε, ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, τὸ ἀπὸ τῆς Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ε τετράγωνον. Ad libr. ^[10]
- 11 (n) X prop. 31 Λήμμα εἰς τὸ λα' Ἐὰν ὥσι δύο εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινί, ἔσται ὡς ἡ εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν δύο πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐλαχίστης. Ἐστῶσαν δὴ δύο εὐθεῖαι αἱ AB, ΒΓ ἐν λόγῳ τινί· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν AB, ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ. ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ BΔΕΓ, καὶ συμπληρώσθω τὸ ΑΔ παραλληλόγραμμον. φανερόν δὴ, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ΑΔ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ BE παραλληλόγραμμον. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΔ τὸ ὑπὸ τῶν AB, ΒΓ· ἴση γὰρ ἡ ΒΓ τῇ ΒΔ· τὸ δὲ BE τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὡς ἄρα ἡ AB πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν AB, ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ad libr. ^[15]
- 12 (n) X prop. 32 Λήμμα εἰς τὸ λβ' Ἐὰν ὥσι τρεῖς εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινί, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ μέσης πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς μέσης καὶ ἐλαχίστης. Ἐστῶσαν τρεῖς εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινί αἱ AB, ΒΓ, ΓΔ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν AB, ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ. Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΕ, καὶ κείσθω τῇ ΒΓ ἴση ἡ ΑΕ, καὶ διὰ τοῦ Ε σημείου τῇ ΑΔ εὐθεῖα παράλληλος ἦχθω ἡ ΕΚ, διὰ δὲ τῶν Β, Γ, Δ σημείων τῇ ΑΕ παράλληλοι ἦχθωσαν αἱ ΖΒ, ΓΘ, ΔΚ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΒΘ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ΒΘ πρὸς τὸ ΓΚ, δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΚ παραλληλόγραμμον. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΖ τὸ ὑπὸ τῶν AB, ΒΓ· ἴση γὰρ ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ· τὸ δὲ ΓΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ· ἴση γὰρ ἡ ΒΓ τῇ ΓΘ. Ἐὰν ἄρα τρεῖς ὥσιν εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινί, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ μέσης πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς μέσης καὶ τρίτης· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ad libr. ^[20]
- 13 (n) X prop. 32 lemma Ἡ καὶ ὅτι, ἐὰν ἀναγράψωμεν τὸ ΕΓ ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον καὶ συμπληρώσωμεν τὸ ΑΖ, ἴσον ἔσται τὸ ΕΓ τῷ ΑΖ· ἐκάτερον γὰρ αὐτῶν διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΕΓ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΔ, τὸ δὲ ΑΖ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ. Ad libr. ^[5]
- 14 (n) X prop. 33 Λήμμα εἰς τὸ λγ' Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἄνισα, ἔσται ὡς ἡ εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν, οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς μείζονος πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς ἐλάττονος.

Εὐθεΐα γάρ τις ἡ AB τετμήσθω εἰς ἄνισα κατὰ τὸ Ε· λέγω, ὅτι ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ. Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΓΔΒ, καὶ διὰ τοῦ Ε σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΑΓ, ΒΔ παράλληλος ἦχθω ἡ ΕΖ. φανερόν οὖν, ὅτι ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ, οὕτως τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΒ παραλληλόγραμμον. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΑΖ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ· ἴση γὰρ ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· τὸ δὲ ΖΒ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ· ἴση γὰρ ἡ ΒΔ τῇ ΑΒ. ὡς ἄρα ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ad libr. ^[15]

- 15 (n) X prop. 34 Λήμμα Ἐὰν ὥσι δύο εὐθεΐαι ἄνισοι, τμηθῇ δὲ ἡ ἐλαχίστη αὐτῶν εἰς ἴσα, τὸ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν διπλάσιον ἔσται τοῦ τῆς μείζονος καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ἐλαχίστης. Ἔστωσαν δύο εὐθεΐαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, ΒΓ, ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Δ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ διπλάσιόν ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ. Ἦχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΕ, καὶ κείσθω τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΒΕ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως τὸ ΒΖ πρὸς τὸ ΔΗ, συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως τὸ ΒΗ πρὸς τὸ ΔΗ· διπλασίων δὲ ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΔΓ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΒΗ τοῦ ΔΗ. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ΒΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ· ἴση γὰρ ἡ ΑΒ τῇ ΒΕ· τὸ δὲ ΔΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ· ἴση γὰρ τῇ μὲν ΒΔ ἡ ΔΓ, τῇ δὲ ΑΒ ἡ ΔΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ad libr. ^[15]
- 16 (n) X prop. 36 Ἐκάλεσε δὲ αὐτὴν ἐκ δύο ὀνομάτων διὰ τὸ ἐκ δύο ῥητῶν αὐτὴν συγκεῖσθαι κύριον ὄνομα καλῶν τὸ ῥητόν, καθ' ὃ ῥητόν. Ad libr. ^[1]
- 17 (n) X prop. 37 Ἐκάλεσε δὲ αὐτὴν ἐκ δύο μέσων πρώτην διὰ τὸ ῥητόν περιέχειν καὶ προτερεῖν τὸ ῥητόν. Ad libr. ^[1]
- 18 (n) X prop. 38 Ἐκάλεσε δὲ αὐτὴν ἐκ δύο μέσων δευτέραν διὰ τὸ μέσον περιέχειν τὸ ὑπ' αὐτῶν καὶ μὴ ῥητόν, δευτερεύειν δὲ τὸ μέσον τοῦ ῥητοῦ. ὅτι δὲ τὸ ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀλόγου περιεχόμενον ἄλογόν ἐστὶν, δηλόν. εἰ γὰρ ἔσται ῥητόν καὶ παραβέβληται παρὰ ῥητὴν, εἴη ἂν καὶ ἡ ἐτέρα αὐτοῦ πλευρὰ ῥητή. ἀλλὰ καὶ ἄλογος ὅπερ ἄτοπον. τὸ ἄρα ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀλόγου ἄλογόν ἐστὶν. Ad libr. ^[5]
- 19 (n) X prop. 39 Ἐκάλεσε δὲ αὐτὴν μείζονα διὰ τὸ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ῥητὰ μείζονα εἶναι τοῦ δις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ μέσου, καὶ δέον εἶναι ἀπὸ τῆς τῶν ῥητῶν οἰκειότητος τὴν ὀνομασίαν τάττεσθαι. ὅτι δὲ μείζονά ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τοῦ δις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, οὕτως δεικτέον. Φανερόν μὲν οὖν, ὅτι ἄνισοί εἰσιν αἱ ΑΒ, ΒΓ. εἰ γὰρ ἦσαν ἴσαι, ἴσα ἂν ἦν καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τῷ δις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, καὶ ἦν ἂν καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ῥητόν· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· ἄνισοι ἄρα εἰσιν αἱ ΑΒ, ΒΓ. ὑποκείσθω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ κείσθω τῇ ΒΓ ἴση ἡ ΒΔ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΑ. ἴση δὲ ἡ ΔΒ τῇ ΒΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσα ἐστὶ τῷ τε δις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΑ· ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ μείζονα εἶναι τοῦ δις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τῷ ἀπὸ ΔΑ. Ad libr. ^[15]
- 20 (n) X prop. 40 Ῥητόν δὲ καὶ μέσον δυναμένη καλεῖται αὕτη διὰ τὸ δύνασθαι δύο χωρία, τὸ μὲν ῥητόν, τὸ δὲ μέσον· καὶ διὰ τὴν τοῦ ῥητοῦ προύπαρξιν πρῶτον ἐκάλεσεν. Ad libr. ^[1]
- 21 (n) X prop. 41 Καλεῖ δὲ αὐτὴν δύο μέσα δυναμένην διὰ τὸ δύνασθαι αὐτὴν δύο μέσα χωρία τό τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ καὶ τὸ δις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. Ad libr. ^[1]
- 22 (n) X deff. alt. Ἐξ οὖν οὐσῶν τῶν οὕτως καταλαμβανομένων εὐθειῶν τάττει πρώτας τῇ τάξει τρεῖς, ἐφ' ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μείζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμετρου ἑαυτῇ, δευτέρας δὲ τῇ τάξει τὰς λοιπὰς τρεῖς, ἐφ' ὧν τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου, διὰ τὸ προτερεῖν τὸ σύμμετρον τοῦ ἀσυμμέτρου καὶ ἔτι πρώτην μὲν, ἐφ' ἧς τὸ μείζον ὄνομα σύμμετρόν ἐστὶ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, δευτέραν δέ, ἐφ' ἧς τὸ ἔλασσον, διὰ τὸ πάλιν προτερεῖν τὸ μείζον τοῦ ἐλάσσονος τῷ ἐμπεριέχειν τὸ ἔλασσον, τρίτην δέ, ἐφ' ὧν μηδέτερον τῶν ὀνομάτων σύμμετρόν ἐστὶ τῇ

ἐκκειμένη ῥητῇ. καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς τριῶν ὁμοίως τὴν πρώτην τῆς εἰρημένης δευτέρας τάξεως τετάρτην καλῶν καὶ τὴν δευτέραν πέμπτην καὶ τὴν τρίτην ἕκτην. Ad libr. ^[10]

23 (n) X prop. 90 Ἐστὶ δὲ καὶ συντομώτερον δεῖξαι τὴν εὐρεσιν τῶν εἰρημένων ἐξ ἀποτομῶν. καὶ δὴ ἔστω εὐρεῖν τὴν πρώτην. ἐκκείσθω ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη ἡ ΑΓ, ἥς μείζον ὄνομα ἡ ΑΒ, καὶ τῇ ΒΓ ἴση κείσθω ἡ ΒΔ. αἱ ΑΒ, ΒΓ ἄρα, τουτέστιν αἱ ΑΒ, ΒΔ, ῥηταὶ εἰσι δυνάμει μόνον σύμμετροι, καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ, τουτέστι τῆς ΒΔ, μείζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καὶ ἡ ΑΒ σύμμετρός ἐστι τῇ ἐκκειμένη ῥητῇ μήκει· ἀποτομή ἄρα πρώτη ἐστὶν ἡ ΑΔ. ὁμοίως δὲ καὶ τὰς λοιπὰς ἀποτομὰς εὐρήσομεν ἐκθέμενοι τὰς ἰσαριθμούς ἐκ δύο ὀνομάτων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ad libr. ^[10]

24 (n) X prop. 115 Ἄλλως ἔστω μέση ἡ ΑΓ· λέγω, ὅτι ἀπὸ τῆς ΑΓ ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ οὐδεμία οὐδεμιᾶ τῶν πρότερον ἡ αὐτή. Ἦχθω τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΒ, καὶ ἔστω ῥητὴ ἡ ΑΒ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΒΓ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΓ, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστιν. δυνάσθω αὐτὸ ἡ ΓΔ· ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ. καὶ οὐδεμιᾶ τῶν πρότερον ἡ αὐτή· τὸ γὰρ ἀπ' οὐδεμιᾶς τῶν πρότερον παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ μέσην. πάλιν συμπεπληρώσθω τὸ ΕΔ· ἄλογον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΔ, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ ἄλογός ἐστιν. δυνάσθω αὐτὸ ἡ ΔΖ· ἄλογος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΖ. καὶ οὐδεμιᾶ τῶν πρότερον ἡ αὐτή· τὸ γὰρ ἀπ' οὐδεμιᾶς τῶν πρότερον παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον πλάτος ποιεῖ τὴν ΓΔ. Ἀπὸ μέσης ἄρα ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ οὐδεμία οὐδεμιᾶ τῶν πρότερον ἡ αὐτή ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος ἐλάσσων ἐστίν. ^[15]

25 Ἐστω ἐλάσσων ἡ Α, καὶ τῇ Α σύμμετρος [ἔστω] ἡ Β· λέγω, ὅτι ἡ Β ἐλάσσων ἐστίν. Κείσθω ῥητὴ ἡ ΓΔ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς Α ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω τὸ ΓΕ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΖ· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶ τετάρτη ἡ ΓΖ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Β ἴσον παρὰ τὴν ΖΕ παραβεβλήσθω τὸ ΖΗ πλάτος ποιοῦν τὴν ΖΘ. ἐπεὶ οὖν σύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Β, σύμμετρον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τῷ ἀπὸ τῆς Β. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς Α ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΕ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Β ἴσον ἐστὶ τὸ ΖΗ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΕ τῷ ΖΗ. ὥς δὲ τὸ ΓΕ πρὸς τὸ ΖΗ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΘ· σύμμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΖ τῇ ΖΘ μήκει. ἀποτομὴ δὲ ἐστὶ τετάρτη ἡ ΓΖ· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΖΘ τετάρτη· τὸ ΗΖ ἄρα περιέχεται ὑπὸ ῥητῆς τῆς ΖΕ καὶ ἀποτομῆς τετάρτης τῆς ΖΘ. ἐὰν δὲ χωρίον περιέχεται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἐλάσσων ἐστίν. δύναται δὲ τὸ ΖΗ ἡ Β· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ Β. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἡ τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούση σύμμετρος μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσά ἐστιν. ^[20]

26 Ἐστω μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσα ἡ Α, σύμμετρος δὲ αὐτῇ ἡ Β· λέγω, ὅτι ἡ Β μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσά ἐστιν. Ἐκκείσθω ῥητὴ ἡ ΓΔ, καὶ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς Α ἴσον παρὰ τὴν ΓΔ παραβεβλήσθω τὸ ΓΕ πλάτος ποιοῦν τὴν ΓΖ· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶ πέμπτη ἡ ΓΖ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Β ἴσον παρὰ τὴν ΖΕ παραβεβλήσθω τὸ ΖΗ πλάτος ποιοῦν τὴν ΖΘ. ἐπεὶ οὖν σύμμετρός ἐστιν ἡ Α τῇ Β, σύμμετρόν ἐστι καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Α τῷ ἀπὸ τῆς Β. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς Α ἴσον τὸ ΓΕ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Β ἴσον τὸ ΖΗ· σύμμετρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΕ τῷ ΖΗ· σύμμετρος ἄρα καὶ ἡ ΓΖ τῇ ΖΘ μήκει. ἀποτομὴ δὲ πέμπτη ἡ ΓΖ· ἀποτομὴ ἄρα ἐστὶ πέμπτη καὶ ἡ ΖΘ. ῥητὴ δὲ ἡ ΖΕ· ἐὰν δὲ χωρίον περιέχεται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσά ἐστιν. δύναται δὲ τὸ ΖΗ ἡ Β· ἡ Β ἄρα ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσά ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἐπὶ τῶν τετραγώνων σχημάτων ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει. ^[20]

27 Ἐστω τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ· λέγω, ὅτι ἡ ΓΑ ἀσύμμετρός ἐστι τῇ ΑΒ μήκει. Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω σύμμετρος· λέγω, ὅτι συμβήσεται τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἄρτιον εἶναι καὶ περισσόν. φανερόν μὲν οὖν, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ. καὶ ἐπεὶ σύμμετρός ἐστιν ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ, ἡ ΓΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν. ἐχέτω,

ὄν ὁ EZ πρὸς H, καὶ ἔστωσαν οἱ EZ, H ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς· οὐκ ἄρα μονὰς ἐστὶν ὁ EZ. εἰ γὰρ ἔσται μονὰς ὁ EZ, ἔχει δὲ λόγον πρὸς τὸν H, ὃν ἔχει ἡ AG πρὸς τὴν AB, καὶ μείζων ἡ AG τῆς AB, μείζων ἄρα καὶ ἡ EZ τοῦ H ἀριθμοῦ· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα μονὰς ἐστὶν ὁ EZ· ἀριθμὸς ἄρα. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ GA πρὸς τὴν AB, οὕτως ὁ EZ πρὸς τὸν H, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς GA πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς AB, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ EZ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ H. διπλάσιον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς GA τοῦ ἀπὸ τῆς AB· διπλασίον ἄρα καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ EZ τοῦ ἀπὸ τοῦ H· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ EZ· ὥστε καὶ αὐτὸς ὁ EZ ἄρτιός ἐστιν. εἰ γὰρ ἦν περισσός, καὶ ὁ ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνος περισσὸς ἦν, ἐπειδήπερ, ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὅποιοι οὖν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ἦ, ὁ ὅλος περισσός ἐστιν· ὁ EZ ἄρα ἄρτιός ἐστιν. τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Θ. καὶ ἐπεὶ οἱ EZ, H ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων [αὐτοῖς], πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ὁ EZ ἄρτιος· περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ H. εἰ γὰρ ἦν ἄρτιος, τοὺς EZ, H δυὰς ἐμέτρει· πᾶς γὰρ ἄρτιος ἔχει μέρος ἡμισυ· πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄρτιός ἐστιν ὁ H· περισσὸς ἄρα. καὶ ἐπεὶ διπλάσιος ὁ EZ τοῦ EΘ, τετραπλάσιος ἄρα ὁ ἀπὸ EZ τοῦ ἀπὸ EΘ. διπλάσιος δὲ ὁ ἀπὸ τοῦ EZ τοῦ ἀπὸ τοῦ H· διπλάσιος ἄρα ὁ ἀπὸ τοῦ H τοῦ ἀπὸ EΘ· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ H. ἄρτιος ἄρα διὰ τὰ εἰρημένα ὁ H· ἀλλὰ καὶ περισσός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα σύμμετρος ἡ GA τῇ AB μήκει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Ἄλλως [Δεικτέον καὶ ἐτέρως, ὅτι ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ τοῦ τετραγώνου διάμετρος τῇ πλευρᾷ.] Ἔστω ἀντὶ μὲν διαμέτρου ἡ A, ἀντὶ δὲ τῆς πλευρᾶς ἡ B· λέγω, ὅτι ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ A τῇ B μήκει. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω [σύμμετρος· καὶ γεγονέτω] πάλιν ὡς ἡ A πρὸς τὴν B, οὕτως ὁ EZ ἀριθμὸς πρὸς τὸν H, καὶ ἔστωσαν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς οἱ EZ, H· οἱ EZ, H ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. λέγω πρῶτον, ὅτι ὁ H οὐκ ἔστι μονὰς. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μονάς. ^[45]

27 (50) καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ A πρὸς τὴν B, οὕτως ὁ EZ πρὸς τὸν H, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς A πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς B, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ EZ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ H. διπλάσιον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς A τοῦ ἀπὸ τῆς B· διπλάσιος ἄρα καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ EZ τοῦ ἀπὸ τοῦ H. καὶ ἐστὶ μονὰς ὁ H· δυὰς ἄρα ὁ ἀπὸ EZ τετράγωνος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μονὰς ἐστὶν ὁ H· ἀριθμὸς ἄρα. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς A πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς B, οὕτως ὁ ἀπὸ EZ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ H, καὶ ἀνάπαλιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς B πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς A, οὕτως ὁ ἀπὸ τοῦ H πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ, μετρεῖ δὲ τὸ ἀπὸ τῆς B τὸ ἀπὸ τῆς A, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ H τετράγωνος τὸν ἀπὸ τοῦ EZ· ὥστε καὶ ἡ πλευρὰ αὕτη ὁ H τὸν EZ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν ὁ H· ὁ H ἄρα τοὺς EZ, H μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα σύμμετρός ἐστιν ἡ A τῇ B μήκει· ἀσύμμετρος ἄρα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ^[65]