

eul_wid: iaw-ab

Εὐκλείδης ὁ Ἀλεξανδρεὺς · Euclid of Alexandria

Catoptrics, Theon Edition?

Κατοπτρικά

Period: Ἑλληνιστική [Hellenistic](#)
Dialect: Κοινή τεχνική [Technical Koine](#)
Domain: Μαθηματικά [Mathematics](#)
Format: Πραγματεία [Treatise](#)

Arg Ὅψιν εἶναι εὐθείαν, ἥς τὰ μέσα πάντα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ. Τὰ ὀρώμενα ἅπαντα κατ' εὐθείας ὀρᾶσθαι. Ἐνόπτρου τεθέντος ἐν ἐπιπέδῳ καὶ θεωρουμένου τινὸς ὕψους, ὃ πρὸς ὀρθὰς ἐστὶ τῷ ἐπιπέδῳ, γίνονται ἀνάλογον, ὡς ἡ μεταξὺ τοῦ ἐνόπτρου καὶ τοῦ θεωροῦντος εὐθεῖα πρὸς τὴν μεταξὺ τοῦ ἐνόπτρου καὶ τοῦ πρὸς ὀρθὰς ὕψους, οὕτω τὸ τοῦ θεωροῦντος ὕψος πρὸς τὸ πρὸς ὀρθὰς τῷ ἐπιπέδῳ ὕψος. Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις τοῦ τόπου καταληφθέντος, ἐφ' ὃν ἡ κάθετος πίπτει ἀπὸ τοῦ ὀρωμένου, οὐκέτι ὀρᾶται τὸ ὀρώμενον. Καὶ ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις καταληφθέντος τοῦ τόπου, δι' οὗ ἀπὸ τοῦ ὀρωμένου εἰς τὸ κέντρον ἄγεται τῆς σφαίρας, οὐκέτι ὀρᾶται τὸ ὀρώμενον. τὸ δ' αὐτὸ καὶ ἐν τοῖς κοίλοις συμβαίνει. Ἐὰν εἰς ἀγγεῖον ἐμβληθῇ τι καὶ λάβῃ ἀπόστημα ὡς μηκέτι ὀρᾶσθαι, τοῦ αὐτοῦ ἀποστήματος ὄντος ἐὰν ὕδωρ ἐγχυθῇ, ὀφθήσεται τὸ ἐμβληθέν. Ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων καὶ κυρτῶν καὶ κοίλων αἱ ὀψεις ἐν ἴσαις γωνίαις ἀνακλῶνται. ^[15]

¹ ἔστω ὄμμα τὸ Β, ἔνοπτρον ἐπίπεδον τὸ ΑΓ, ὅψις δ' ἀπὸ τοῦ ὀμματος φερέσθω ἡ ΒΚ καὶ ἀνακεκλάσθω ἐπὶ τὸ Δ. φημὶ δὴ τὴν Ε γωνίαν ἴσην εἶναι τῇ Ζ. ἤχθωσαν κάθετοι ἐπὶ τὸ ἔνοπτρον αἱ ΒΓ, ΔΑ. οὐκοῦν ἐστίν, ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΔΑ πρὸς ΑΚ· τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ὅροις ὑπέκειτο· ὅμοιον ἄρα τὸ ΒΓΚ τρίγωνον τῷ ΔΑΚ τριγώνῳ. ἴση ἄρα ἡ Ε γωνία τῇ Ζ γωνία· τὰ γὰρ ὅμοια τρίγωνα ἰσογώνια ἐστίν. ἔστω δὲ κυρτὸν ἔνοπτρον τὸ ΑΚΓ, ὅψις δὲ ἡ ΒΚ ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ Δ. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ Ε, Θ γωνία τῇ Ζ, Λ. παρέθηκα ἐπίπεδον ἔνοπτρον τὸ ΝΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ Ε γωνία τῇ Ζ. ἀλλὰ καὶ ἡ Θ τῇ Λ· ἐφάπτεται γὰρ ἡ ΜΝ. ὅλη ἄρα ἡ Ε, Θ ὅλη τῇ Λ, Ζ ἐστίν ἴση. ἔστω δὲ πάλιν κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΚΓ, ὅψις δὲ ἡ ΒΚ ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ Δ. λέγω, ὅτι ἡ Ε γωνία ἴση ἐστὶ τῇ Ζ. παρατεθέντος γὰρ ἐπιπέδου ἐνόπτρου ἴση γίνεταί ἡ Θ, Ε γωνία τῇ Ζ, Λ· ἴση δὲ καὶ ἡ Θ τῇ Λ· λοιπὴ ἄρα ἡ Ε τῇ Ζ ἴση ἔσται. Πρὸς ὅποιον ἂν τῶν ἐνόπτρων προσπέσῃ ὅψις ἴσας ποιοῦσα γωνίας, αὕτη δι' ἑαυτῆς ἀνακλασθήσεται. ^[25]

² ἔστω ἔνοπτρον ἐπίπεδον τὸ ΑΓ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὅψις δὲ ἡ ΒΚ προσπεπτωκέτω ἴσας ποιοῦσα γωνίας τὴν Ε, Ζ τῇ Θ. λέγω, ὅτι ἀνακλωμένη ἡ ΒΚ ἐφ' ἑαυτῆς ἥξει, τουτέστιν ἐπὶ τὸ Β. μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἡκέτω ἐπὶ τὸ Δ. καὶ ἐπειδὴ αἱ ὀψεις ἐν ἴσαις ἀνακλῶνται γωνίαις, ἴση ἐστὶν ἡ Ε γωνία τῇ Θ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ Ε, Ζ γωνία τῇ Θ ἴση. καὶ ἡ Ε, Ζ ἄρα γωνία τῇ Ε γωνία ἔσται ἴση, ἡ μείζων τῇ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἡ ἄρα ΒΚ δι' αὐτῆς ἀνακλασθήσεται. ἡ δ' αὕτη ἀπόδειξις ἀρμόσειεν ἂν ἐπὶ τῶν κυρτῶν καὶ τῶν κοίλων ἐνόπτρων. Πρὸς ὅποιον ἂν τῶν

ἐνόπτρων προσπίπτουσα ὄψις ἀνίσους ποιῇ γωνίας, οὔτε δι' ἐαυτῆς ἀνακλασθήσεται οὔτε ἐπὶ τῆς ἐλάσσονος γωνίας. ^[10]

3 ἔστω ἐπίπεδον ἔνοπτρον τὸ ΑΚΓ, ὄψις δὲ ἡ ΒΚ προσπιπτέτω μείζονα ποιοῦσα γωνίαν τὴν Ζ τῆς Θ, Λ. λέγω, ὅτι ἡ ΒΚ ἀνακλωμένη οὔτε αὐτὴ δι' ἐαυτῆς ἀνακλασθήσεται οὔτε ἐπὶ τὴν Θ, Λ γωνίαν. εἰ μὲν γὰρ ἦξει ἐπὶ τὸ Β, ἔσται ἡ Ζ γωνία τῇ Θ, Λ ἴση· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ μείζων. εἰ δὲ διὰ τοῦ Δ, ἴση ἔσται ἡ Ζ γωνία τῇ Θ· ἔστι δὲ μείζων. ἡ ἄρα ΒΚ ἀνακλασθήσεται ἐπὶ τὴν μείζονα γωνίαν τὴν Ζ· δυνατὸν γὰρ ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην ἀφαιρεθῆναι. ἔστι δὲ ἡ αὐτὴ ἀπόδειξις ἐπὶ τῶν κυρτῶν καὶ κοίλων. Αἱ ὄψεις ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων καὶ κυρτῶν ἀνακλώμεναι οὔτε συμπεσοῦνται ἀλλήλαις οὔτε παράλληλοι ἔσσονται. ^[10]

4 ἔστω ἐπίπεδον ἔνοπτρον τὸ ΑΓ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ ΒΓΔ, ΒΑΕ. λέγω, ὅτι αἱ ΓΔ, ΑΕ οὔτε παράλληλοί εἰσιν οὔτε συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Δ, Ε. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ Ζ γωνία τῇ Θ, ἡ δὲ Κ τῇ Μ, μείζων δὲ ἡ Ζ τῆς Κ διὰ τὸ ἐκτὸς εἶναι ἐν τῷ ΒΑΓ τριγώνῳ, μείζων ἂν εἴη καὶ ἡ Θ τῆς Μ. οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ ΓΔ τῇ ΑΕ ἐστίν, οὐδὲ συμπίπτουσιν ἐπὶ τὰ Δ, Ε. ἔστω πάλιν κυρτὸν ἔνοπτρον τὸ ΑΖΓ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ ΒΖΔ, ΒΗΕ. λέγω, ὅτι αἱ ΖΔ, ΕΗ οὔτε παράλληλοί εἰσιν οὔτε συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Δ, Ε. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΗΖ εὐθεῖα καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἐκάτερα. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ Κ, Θ τῇ Λ διὰ τὸ ἐν ἴσαις ἀνακλασθαι γωνίαις, εἴη ἂν μείζων ἡ Λ, Μ τῆς Κ. ἡ δὲ Κ τῆς Ν, Ξ ἐστὶ μείζων, ἡ δὲ Ν, Ξ τῆς Ο, Π μείζων· αὐτὴ γὰρ ἡ Ξ ἴση ἐστὶ τῇ Ο, Π· μείζων ἄρα ἡ Λ, Μ τῆς Ο, Π. πολλῶ ἄρα ἡ Λ, Μ τῆς Ο μείζων ἐστίν. οὐκ ἄρα συμπεσοῦνται αἱ ΖΔ, ΗΕ εὐθεῖαι οὐδὲ παράλληλοί εἰσιν. Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ἡ ἐπὶ τὸ κέντρον ἢ ἐπὶ τῆς περιφερείας ἢ ἐκτὸς τῆς περιφερείας θῇς τὸ ὄμμα, τουτέστι μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιφερείας, αἱ ὄψεις ἀνακλώμεναι συμπεσοῦνται. ^[20]

5 ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΓΔ, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ Β, καὶ κείσθω τὸ ὄμμα ἐπὶ τοῦ Β, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀπὸ τοῦ Β ὄψεις πρὸς τὴν περιφέρειαν αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΔ. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς σημείοις τοῖς Α, Δ, Γ γωνίαι· ἡμικυκλίου γὰρ εἰσιν. αἱ ἄρα ὄψεις ἀνακλώμεναι δι' ἐαυτῶν ἀνακλασθήσονται αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΔ· τοῦτο γὰρ δέδεικται. ὥστε συμπεσοῦνται κατὰ τὸ Β. ἔστω πάλιν κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΓΒ, ὄμμα δὲ τὸ Β, κείσθω δὲ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β προσπιπτέτωσαν ὄψεις αἱ ΒΓ, ΒΑ ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ Δ, Ε σημεία. ἐπεὶ μείζον τὸ ΑΓΒ τμήμα τοῦ ΒΓ τμήματος, μείζων ἡ Ζ γωνία τῆς Θ γωνίας. καὶ ἡ Η ἄρα τῆς Κ μείζων. αἱ ἄρα Ζ, Η τῶν Θ, Κ μείζους εἰσὶν. λοιπὴ ἄρα ἡ Λ τῆς Μ ἐλάσσων· πολλῶ μᾶλλον ἄρα τῆς Ν. συμπεσοῦνται ἄρα αἱ ΓΔ, ΑΕ κατὰ τὸ Ξ. ὁμοίως δειχθήσεται, κἂν ἐκτὸς τῆς περιφερείας πίπτῃ τὸ ὄμμα, ὡς ἐπὶ τοῦ ἐξῆς θεωρήματος. Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ἀνὰ μέσον τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιφερείας θῇς τὸ ὄμμα, ὅτε μὲν συμπεσοῦνται αἱ ὄψεις ἀνακλώμεναι, ὅτε δὲ οὐ συμπεσοῦνται. ^[20]

6 ἔστω ἔνοπτρον κοῖλον τὸ ΑΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Δ, ὄμμα δὲ κείσθω τὸ Β μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιφερείας, ὄψεις δὲ αἱ ΒΑ, ΒΓ ἀνακλώμεναι ἐπὶ τὰ Η, Ζ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ὄψεις ἕως τοῦ ἐνόπτρου αἱ ΑΘ, ΓΚ. ἡ ΑΘ δὲ τῆς ΓΚ ἢ μείζων ἐστὶν ἢ ἴση ἢ ἐλάσσων. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΘ ὄψις τῇ ΓΚ ὄψει, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΓΘ περιφέρεια τῇ ΓΘΚ περιφερείᾳ. ὥστε καὶ ἡ Μ γωνία τῇ Ξ· αἱ γὰρ τῶν ἴσων περιφερειῶν γωνίαι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις. καὶ αἱ Μ, Λ γωνίαι ἄρα ταῖς Ν, Ξ εἰσὶν ἴσαι διὰ τὴν ἀνάκλασιν. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ Ο τῇ Π ἴση ἐστίν. μείζων ἄρα ἡ Ρ τῆς Ο. ἐπεὶ γὰρ ἡ Ρ γωνία τῆς Π μείζων ἐστὶ διὰ τὸ ἐκτὸς εἶναι, ἡ δὲ Π τῇ Ο ἴση, καὶ ἡ Ρ ἄρα τῆς Ο μείζων ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΟΡΖ. συμπεσοῦνται ἄρα αἱ ΓΖ, ΑΗ ὡς ἐπὶ τὰ Η, Ζ. τὸ δ' αὐτὸ ἔσται, κἂν μείζων ἡ ΑΘ ὄψις τῆς ΓΚ· μείζονες γὰρ ἔσσονται αἱ Λ, Μ γωνίαι τῶν Ν, Ξ, ἡ δὲ Π τῆς Ο μείζων ἔσται καὶ ἡ Ρ τῆς Ο. ἐὰν δὲ ἡ ΑΘ εὐθεῖα ἐλάσσων ἢ τῆς ΓΚ, διὰ τὰ αὐτὰ μείζων ἔσται ἡ Ο γωνία τῆς Π. ἔστι δὲ καὶ ἡ Ρ τῆς Π μείζων. οὐδὲν ἄρα κωλύει ἴσην εἶναι τὴν Ρ τῇ Ο ἢ ἐλάσσονα τῆς Ο, καὶ μὴ συμπίπτειν τὴν ΑΗ τῇ ΓΖ. φανερόν δέ, ὅτι, κἂν τε μείζων ἢ ἡ ΑΘ περιφέρεια τῆς ΓΚ, ἐὰν τε ἴση, ἢ σύμπτωσις τῶν ἀνακλάσεων οὔτε ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ

κύκλου οὔτε ἐκτὸς οὐ μὴ γίνηται, ἀλλ' ἐντὸς μόνον. Τὰ ὕψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων ἀνεστραμμένα φαίνεται. ^[25]

- ⁷ ἔστω ὕψος μὲν τὸ ΑΕ, ἔνοπτρον δὲ ἐπίπεδον τὸ ΑΛ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ αἱ ΒΓ, ΒΔ ἀνακλόμεναι ἐπὶ τὰ Ε, Κ. οὐκοῦν φαίνεται ἐκβληθειςῶν τῶν ὄψεων ἐπ' εὐθείας τὸ μὲν Ε τὸ ἄνω ἐπὶ τοῦ Θ κάτω ὄντος, τὸ δὲ Κ κάτω ὄν ἐπὶ τοῦ Ζ τοῦ ἄνω ὄντος. ὥστε ἀνεστραμμένα ἐστὶ τῇ φαντασίᾳ. ἔστω πάλιν βάθος μὲν τὸ ΕΑ, ἔνοπτρον δὲ ἐπίπεδον τὸ ΑΓ, ὄμμα δὲ τὸ Δ, ὄψεις δὲ αἱ ΔΓ, ΔΒ ἀνακλόμεναι ἐπὶ τὰ Ε, Ζ. ὁμοίως τῶν ὄψεων ἐκβληθειςῶν ἐπὶ τὰ Θ, Κ φανεῖται τὸ μὲν Ε κάτω ὄν ἐπὶ τοῦ Θ ἄνω ὄντος, τὸ δὲ Ζ ἄνω ὄν ἐπὶ τοῦ Κ κάτω ὄντος. Τὰ ὕψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τῶν κυρτῶν ἐνόπτρων ἀνεστραμμένα φαίνεται. ^[15]
- ⁸ ἔστω ὕψος τὸ ΑΕ, ἔνοπτρον δὲ κυρτὸν τὸ ΑΔΓ, ὄψεις δὲ αἱ ΒΔ, ΒΓ ἀνακλόμεναι ἐπὶ τὰ Ε, Θ. δέδεικται, ὅτι οὐ συμπεσοῦνται. τὰ δὲ λοιπὰ ὁμοίως τοῖς ἐν τοῖς ἐπιπέδοις. ἔστω πάλιν βάθος τὸ ΑΕ, ἔνοπτρον δὲ κυρτὸν τὸ ΑΓ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ ἀνακλόμεναι ἐπὶ τὰ Ε, Θ αἱ ΒΓΕ, ΒΔΘ. τὰ δὲ λοιπὰ καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις. Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων, ὡς τῇ ἀληθείᾳ ἔχει, οὕτω καὶ φαίνεται. ^[10]
- ⁹ ἔστω ὄμμα τὸ Β, μῆκος δὲ πλάγιον τὸ ΔΕ, ἔνοπτρον δὲ τὸ ΑΓ. οὐκοῦν ἀνακλασθειςῶν τῶν ὄψεων φαίνεται τὸ μὲν Δ ἐπὶ τὸ Α, τὸ δὲ Ε ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἐστὶν οὕτω τῇ φαντασίᾳ, καθάπερ καὶ τῇ ἀληθείᾳ ἔχει, τὸ ἕγγιον ἕγγιον, τὸ ἀπώτερον ἀπώτερον. Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν κυρτῶν ἐνόπτρων, καθάπερ ἐστὶν ἀληθῶς, καὶ φαίνεται. ^[10]
- ¹⁰ ἔστω μῆκος τὸ ΕΔ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ἔνοπτρον δὲ κυρτὸν τὸ ΑΓ, ὄψεις δὲ ἀνακλόμεναι ἐπὶ τὰ Ε, Δ. τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτά. Τὰ ὕψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τῶν κοίλων ἐνόπτρων, ὅσα μὲν ἐστὶν ἐντὸς τῆς συμπτώσεως τῶν ὄψεων, ἀνεστραμμένα φαίνεται καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις, ὅσα δὲ ἐστὶν ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως, καθάπερ ἔστιν, καὶ φαίνεται. ^[5]
- ¹¹ ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΓ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ ἀνακλόμεναι αἱ ΒΑ, ΒΓ, σύμπτωσις δὲ αὐτῶν ἐπὶ τὸ Ζ, ὕψη δὲ τὸ τε ΔΕ καὶ τὸ ΚΝ, καὶ τὸ μὲν ΚΝ ἐντὸς τῆς τοῦ Ζ συμπτώσεως, τὸ δὲ ΔΕ ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως. οὐκοῦν ἐκβληθειςῶν τῶν ὄψεων καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις φαίνεται τὸ μὲν Κ ἐπὶ τοῦ Μ, τὸ δὲ Ν ἐπὶ τοῦ Λ· ὥστε ἀνεστραμμένα φαίνεται. πάλιν ἐπὶ τοῦ ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως ὕψους φαίνεται τὸ μὲν Δ ἐπὶ τοῦ Η, τὸ δὲ Ε ἐπὶ τοῦ Θ, ὡς ἔχει, οὕτως φαίνεται. πάλιν βάθος μὲν τὸ ΔΕ καὶ ΚΘ, ἔνοπτρον δὲ κοῖλον τὸ ΑΓ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ ἀνακλόμεναι καὶ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ Ζ. οὐκοῦν ἐκβληθειςῶν τῶν ὄψεων ὁμοίως τὰ μὲν Κ, Θ φαίνεται ἀνεστραμμένα, τὸ μὲν Κ κατὰ τὸ Γ, τὸ δὲ Θ κατὰ τὸ Α, καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις, τὰ δὲ Δ, Ε, καθάπερ καὶ ἔστιν, τὸ μὲν Ε κάτω κατὰ τὸ Α, τὸ δὲ Δ ἄνω κατὰ τὸ Γ. Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν κοίλων ἐνόπτρων, ὅσα μὲν ἐντὸς τῆς συμπτώσεως κεῖται τῶν ὄψεων, καθάπερ ἔστιν, οὕτω καὶ φαίνεται, ὅσα δ' ἐκτός, ἀντεστραμμένα. ^[20]
- ¹² ἔστω γὰρ μήκη μὲν πλάγια τὰ ΕΔ, ΘΚ, κοῖλον δὲ ἔνοπτρον τὸ ΑΓ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὄψεις δὲ ἀνακλόμεναι καὶ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ Η αἱ ΒΑΔ, ΒΓΕ, καὶ τὸ μὲν ΘΚ πλάγιον μῆκος ἔστω ἐντὸς τῆς συμπτώσεως τῆς Η, τὸ δὲ ΔΕ ἐκτός. οὐκοῦν τὰ μὲν Θ, Κ κατὰ φύσιν φαίνεται, καθάπερ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις, τὰ δὲ Ε, Δ ἀντεστραμμένα· τὸ μὲν γὰρ Δ ἐπὶ τοῦ Α φαίνεται, τὸ δὲ Ε ἐπὶ τοῦ Γ. Δυνατὸν ἐστὶ διὰ πλειόνων ἐνόπτρων ἐπιπέδων ἰδεῖν τὸ αὐτό. ^[10]
- ¹³ ἔστω, ὃ δεῖ ὀφθῆναι, τὸ Α, ὄμμα δὲ τὸ Β, ἔνοπτρα δὲ τρία τὰ ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ. ἤχθω δὴ κάθετος ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ ΓΔ ἔνοπτρον ἢ ΒΓ, ἴση δὲ ἢ ΒΓ τῇ ΓΣ, καὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ ΕΖ κάθετος ἢ ΑΖ, καὶ τῇ ΑΖ ἴση ἢ ΖΘ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ ΔΕ ἔνοπτρον κάθετος ἢ ΧΘ ἢ ΘΚ, καὶ ἔστω τῇ ΘΚ ἴση ἢ ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὸ Σ ἐπεζεύχθω ἢ ΛΜΞΣ, ἀπὸ δὲ τοῦ Μ ἐπὶ τὸ Θ ἢ ΜΡΘ, ἐπεζεύχθωσαν δὲ

καὶ αἱ ΑΡ, ΒΞ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΣ, καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τῷ Γ γωνίαι, δύο δὴ αἱ ΒΓ, ΓΦ
 δυοὶ ταῖς ΣΓ, ΓΦ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΓΦ ὀρθὴ οὕσα γωνία τῇ ὑπὸ ΣΓΦ
 ὀρθῇ οὕσῃ ἴση ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσσονται, ὅφ' ἂς αἱ ἴσαι
 πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν πρὸς τῷ Β γωνία τῇ πρὸς τῷ Σ, ἡ δὲ Ξ γωνία τῇ Τ. ἀλλ' ἡ Τ τῇ Ν
 ἐστὶν ἴση· κατὰ κορυφὴν γάρ· ὥστε ἴση ἐστὶ καὶ ἡ Ν γωνία τῇ Ξ. ἡ ἄρα ΒΞ ὅψις ἀνακλασθήσεται
 ἐπὶ τὸ Μ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΚΛ, καὶ ὀρθαὶ δὲ αἱ πρὸς τῷ Κ, ἴση ἐστὶν ἡ Ο γωνία τῇ Π.
 ἀνακλᾶται ἄρα ἡ αὐτὴ ὅψις ἡ ΒΞΜ ἐπὶ τὸ Ρ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπὶ τὸ Α διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν
 ὑπὸ ΖΡΑ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΡΜ ὁμοίως ταῖς λοιπαῖς ἀποδείξεσιν. ὁρᾷ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Β ὀμματος
 ὅψις τὸ Α διὰ τῶν τριῶν ἐνόπτρων ὄντων ἐπιπέδων τῶν ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ. Ἔστι δὲ καί, δι' ὅσων ἄν τις
 ἐπιτάξῃ ἐνόπτρων ἐπιπέδων, ἰδεῖν τὸ αὐτό· δεῖ δὲ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐνόπτρων πολὺγωνον
 ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον συνίστασθαι δυοὶ πλείους ἔχον πλευρὰς τῶν ἐνόπτρων. ^[25]

14 ἔστω γάρ, ὃ μὲν ὀφθῆναι δεῖ, τὸ Α, ὄμμα δὲ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἀπὸ τῆς ΑΒ
 ἀναγεγράφθω πολὺγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον δύο πλευρὰς πλείους ἔχον τῶν
 ἐνόπτρων καὶ ἔστω τὸ ΑΒΔ πολυγώνιον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ γραφομένου
 περὶ τὸ πολὺγωνον τὸ Θ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΓ, ΘΕ, ΘΔ, ΘΒ, ΘΑ ἐπὶ τὰς γωνίας, καὶ
 προσκείσθωσαν ἔνοπτρα ἐπίπεδα πρὸς ὀρθὰς ταῖς ἐπεξευγμέναις. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΖΛ γωνία
 τῇ ΝΚ· ὀρθὴ γάρ ἐστὶν ἑκατέρα· ὥν ἡ Ν τῇ Λ ἴση ἐστίν, λοιπὴ ἄρα ἡ Ζ τῇ Κ ἴση ἐστίν. ὥστε ἡ
 ἀνάκλασις τῆς ΒΓ ὀψεως ἐπὶ τὸ Δ ἔσται· διὰ γὰρ ἴσων γωνιῶν αἱ ἀνακλάσεις γίνονται. ὁμοίως
 δὲ δειχθήσονται καὶ αἱ πρὸς τοῖς Δ, Ε σημείοις γωνίαι ἴσαι αἱ πρὸς τοῖς ἐνόπτροις. ἡ ἄρα ἀπὸ
 τοῦ Β ὀμματος ὅψις ἀνακλωμένη καὶ προσπεσοῦσα πρὸς πάντα τὰ ἔνοπτρα ἥξει ἐπὶ τὸ Α. Ἔστι
 δὲ καὶ διὰ κυρτῶν ἐνόπτρων καὶ διὰ κοίλων ἰδεῖν τὸ αὐτό. ^[20]

15 ἔστω γάρ, ὃ δεῖ ἰδεῖν, τὸ Α, ὄμμα δὲ τὸ Β, καὶ ὁμοίως ἀναγεγράφθω πολὺγωνον ἰσόπλευρόν τε
 καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ, καὶ πρὸς τοῖς Γ, Δ, Ε σημείοις ἔστω ἔνοπτρα ἐπίπεδα, ἀφ' ὧν ὁρᾶται τὸ
 Α, καθάπερ δέδεικται, καὶ προσκείσθω τούτοις κοῖλα ἢ κυρτὰ ἔνοπτρα κατὰ τὰς ἀφὰς τῶν
 ὀψεων. οὐκοῦν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν Ζ τῇ Θ, ἡ δὲ Κ τῇ Λ· ὅλη ἄρα ἡ ΚΖ ἴση ἐστὶ τῇ ΘΛ.
 ἀνακλασθήσεται ἄρα ἡ ὅψις ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ ἐνόπτρου τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Ε καὶ
 ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὸ Α. φανερόν οὖν, ὅτι καὶ κυρτῶν ἢ κοίλων ὄντων ἀπάντων καὶ ἀναμειγμένων
 ἔστιν ἰδεῖν τὸ αὐτό. Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις ἕκαστον τῶν ὀρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ
 ὀρωμένου κάθετον ὁρᾶται. ^[10]

16 ἔστω ἔνοπτρον ἐπίπεδον τὸ ΓΔ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὀρώμενον δὲ τὸ Α, καὶ ἔστω κάθετος ἡ ἀπὸ τοῦ
 ὀρωμένου ἐπὶ τὸ ἔνοπτρον ἡ ΑΓ. οὐκοῦν ἐπεὶ ὑπέκειτο ἐν τοῖς φαινομένοις, ὅτι καταληφθέντος
 τοῦ τόπου τοῦ Γ οὐχ ὁρᾶται τὸ Α, τὸ Α ἄρα ὀφθήσεται ἐπ' εὐθείας τῇ ΑΓ. ἀλλὰ δὴ καὶ ἐπ' εὐθείας
 τῇ ΒΔ ὀψεῖ· κατὰ τὸ Ε ἄρα· ὑπέκειτο γὰρ ἡμῖν τὸ εὐθύ, οὗ τὸ μέσον τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ· ὥστε
 εὐθεῖα ἔσται ἡ ΑΕ καὶ ἡ ΒΕ. Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις ἕκαστον τῶν ὀρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ
 τοῦ ὀρωμένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀγομένην εὐθεῖαν ὁρᾶται. ^[10]

17 ἔστω κυρτὸν ἔνοπτρον τὸ ΓΔ, ὄμμα δὲ τὸ Β, ὅψις δὲ ἡ ΒΔ ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ Α, καὶ ὁράσθω τὸ
 Α, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΔ ὅψις ἐπὶ τὸ Ε.
 οὐκοῦν ἐπεὶ ὑπέκειτο ἐν τοῖς φαινομένοις, ὅτι καταληφθέντος τοῦ Γ τὸ Α οὐχ ὁρᾶται,
 ὀφθήσεται ἄρα ἐπ' εὐθείας τῇ ΑΓ κατὰ τὴν σύμβασιν τῆς ΒΔ ὀψεως καὶ [ἀπὸ] τῆς ΑΓ ἐπὶ τοῦ Ε,
 καθάπερ ἐπὶ τοῖς ἐπιπέδοις. Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἕκαστον τῶν ὀρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ
 τοῦ ὀρωμένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀγομένην εὐθεῖαν ὁρᾶται. ^[10]

18 ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΓΔ, ὅψις δὲ ἀνακλωμένη ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Α ὀρώμενον, τῆς δὲ σφαίρας
 κέντρον ἔστω τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθω εὐθεῖα καὶ ἐκβεβλήσθω. οὐκοῦν ἐπεὶ
 ὑπέκειτο ἐν τοῖς φαινομένοις, ὅτι καταληφθέντος τοῦ τόπου τοῦ Δ τὸ Α οὐχ ὁρᾶται, ὥστε

φαίνεται ἐπ' εὐθείας τῇ ΑΕ, ὀφθῆσεται ἄρα κατὰ τὴν συμβολὴν τῆς ΑΔ εὐθείας καὶ τῆς ΒΓ ὄψεως κατὰ τὸ Ζ. Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις τὰ δεξιὰ ἀριστερὰ φαίνεται καὶ τὰ ἀριστερὰ δεξιὰ καὶ τὸ εἶδωλον ἴσον τῷ ὀρωμένῳ, καὶ τὸ ἀπόστημα τὸ ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου ἴσον ἐστίν. ^[10]

19 ἔστω ἐπίπεδον ἔνοπτρον τὸ ΑΓ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὅψεις δὲ αἱ ΒΑ, ΒΓ ἀνακλῶμεναι ἐπὶ τὰ Ε, Δ, ὀρώμενον δὲ ἔστω τὸ ΕΔ, καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Δ ἐπὶ τὸ ἔνοπτρον κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΕΖ, ΔΘ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, ἐκβεβλήσθωσαν δὲ καὶ αἱ ΒΓ, ΒΑ ὅψεις καὶ συμπιπτέτωσαν ταῖς καθέτοις κατὰ τὰ Κ, Λ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΚ. οὐκοῦν φαίνεται τὸ μὲν Ε ἐπὶ τοῦ Κ, τὸ δὲ Δ ἐπὶ τοῦ Λ· τοῦτο γὰρ προεδείχθη. τὰ ἄρα ἀριστερὰ δεξιὰ φαίνεται καὶ τὰ δεξιὰ ἀριστερά. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΚΓΖ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν ΖΓΕ, καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τῷ Ζ, ἴση ἂν εἴη καὶ ἡ ΖΚ τῇ ΖΕ. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ἡ ΔΘ τῇ ΘΛ. ἴσον ἄρα τὸ ἀπόστημα, ὃ ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου τὸ ΕΔ, τῷ, ὃ ἀπέχει τὸ εἶδωλον τὸ ΚΛ. καὶ ἴσον τὸ ὀρώμενον τὸ ΕΔ τῷ εἰδῶλῳ τῷ ΚΛ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΕΖ τῇ ΖΚ, τὴν δὲ ΔΘ τῇ ΘΛ, κοινὴν δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς τὴν ΘΖ. Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις τὰ ἀριστερὰ δεξιὰ φαίνεται καὶ τὰ δεξιὰ ἀριστερά, καὶ τὸ ἀπόστημα ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου τὸ εἶδωλον ἔλασσον ἔχει. ^[20]

20 ἔστω ἔνοπτρον κυρτὸν τὸ ΑΓ, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ Θ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὅψεις δὲ αἱ ΒΑ, ΒΓ ἀνακλῶμεναι ἐπὶ τὰ Δ, Ε, ὀρώμενον δὲ τὸ ΔΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κέντρου ἤχθωσαν ἐπὶ τὰ Δ, Ε αἱ ΘΔ, ΘΕ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ὅψεις ἐπὶ τὰ Ζ, Η, καὶ ἐπεζεύχθω τὸ ΖΗ εἶδωλον. οὐκοῦν τὸ μὲν Δ φαίνεται ἐπὶ τοῦ Η, τὸ δὲ Ε ἐπὶ τοῦ Ζ. τὰ ἄρα δεξιὰ ἀριστερὰ φαίνεται καὶ τὰ ἀριστερὰ δεξιὰ. λέγω, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΕΛ τῆς ΑΖ. ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Α ἐφαπτομένη τῆς περιφερείας ἡ ΡΑΚ. ἐπεὶ οὖν αἱ ΒΑ, ΑΕ πρὸς τὴν περιφέρειαν ἴσας ποιοῦσι γωνίας διὰ τὴν ἀνάκλασιν, ἐφάπτεται δὲ ἡ ΚΑΡ, δίχα ἂν εἴη τετμημένη ἡ ὑπὸ τῶν ΕΑΖ γωνία. καὶ ἀμβλεῖα ἐστὶν ἡ Κ γωνία· μείζων ἄρα ἡ ΕΚ τῆς ΚΖ· πολλῷ μᾶλλον ἡ ΕΛ τῆς ΑΖ. ἔλασσον ἄρα ἀπέχει τὸ εἶδωλον τὸ ΖΗ ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου, μείζον δὲ τὸ ὀρώμενον τὸ ΕΔ. Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις τὸ εἶδωλον ἔλασσόν ἐστι τῶν ὀρωμένων. ^[15]

21 ἔστω γὰρ κυρτὸν ἔνοπτρον τὸ ΑΟΓ, ὅμμα δὲ τὸ Β, ὅψεις δὲ ἀνακλῶμεναι αἱ ΒΑ, ΒΓ ἐπὶ τὰ Δ, Ε. οὐκοῦν ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ ἐνόπτρου θεωρεῖται τὸ ΕΔ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. παρακείσθω δὴ ἔνοπτρον ἐπίπεδον τὸ ΑΓ ἀπτόμενον τῶν ὀψεων κατὰ τὰ Α, Γ. οὐκοῦν ἡ ὅψις ἡ μέλλουσα ἰδεῖν τὸ Ε ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἐνόπτρου οὐκ ἔστιν ἡ ΒΑΕ· οὐ γὰρ ποιεῖ γωνίας ἴσας πρὸς τῷ ἐπιπέδῳ ἐνόπτρῳ. οὐδὲ μὴν κλασθήσεται μεταξὺ τῶν Α, Γ. κεκλάσθω γάρ, εἰ δυνατόν, καὶ ἔστω ἡ ΒΖΕ ὅψις. ἴση ἄρα ἡ Η γωνία τῇ Θ διὰ τὴν ἀνάκλασιν. ἡ δὲ Θ μείζων τῆς ΝΙ, ἡ δὲ Μ τῆς Η· ὥστε καὶ ἡ Μ τῆς ΝΙ μείζων ἐστίν· ὅπερ ἀδύνατον. αὐτὴ γὰρ ἡ Ι μείζων τῆς Μ ἐστίν· ἴση γὰρ ἐστὶν ὅλη τῇ πρὸς τῇ περιφερείᾳ. ἐκτὸς ἄρα ἀνακλασθήσεται τοῦ Α. κεκλάσθω καὶ ἔστω ἡ ΒΚΕ. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ΒΛΔ πεσεῖται ἐκτός. τὸ ἄρα ΕΔ ὑπὸ μείζονος γωνίας θεωρεῖται ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἐνόπτρου τῆς περιεχομένης ὑπὸ ΚΒΛ ἥπερ ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ. ἴσον δὲ ἐδείχθη φαινόμενον ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐνόπτρῳ. φανερόν οὖν, ὅτι ἀπὸ τοῦ κυρτοῦ ἐνόπτρου τὸ εἶδωλον ἔλασσον φαίνεται τοῦ ὀρωμένου. Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις ἀπὸ τῶν ἐλασσόνων ἐνόπτρων ἐλάσσονα φαίνεται τὰ εἶδωλα. ^[20]

22 ἔστω σφαῖρα μείζων μὲν ἡ ΑΓ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΕΛ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τὸ Θ, ὅμμα δὲ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΑΘ, καὶ ἀπὸ τῆς σφαίρας ἀνακεκλάσθω ὅψις ἡ ΒΓΔ. λέγω, ὅτι ἡ ἀνακλασθησομένη ὅψις ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος σφαίρας ἐπὶ τὸ Δ οὔτε διὰ τοῦ Γ πεσεῖται οὔτε ἐκτὸς τοῦ Γ. πιπτέτω γὰρ πρότερον, εἰ δυνατόν, διὰ τοῦ Γ, καὶ ἀνακεκλάσθω ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος σφαίρας ἐπὶ τὸ Δ καὶ ἔστω ἡ ΒΕΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Γ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Κ. δίχα δὴ τεμεῖ ἡ ΘΓΚ τὴν ὑπὸ τῶν ΒΓΔ γωνίαν διὰ τὸ τὴν ΒΓΔ ἴσας ποιεῖν γωνίας πρὸς τῇ περιφερείᾳ διὰ τὴν ἀνάκλασιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Ε ἐπιζευγνυμένη καὶ ἐκβληθεῖσα δίχα τεμεῖ τὴν ὑπὸ ΒΕΔ. τεμνέτω καὶ ἔστω ἡ ΘΕΖ. ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ περιεχομένη

ὑπὸ τῶν ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΕΔ, καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς ἡμισείας μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΓΚ τῆς ὑπὸ ΒΕΖ. ἔστι δὲ καὶ ἐλάσσων ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἦξει διὰ τοῦ Γ ἡ ἀνακλωμένη ὄψις ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. ὑποκείσθω δὲ πάλιν τὰ αὐτά, καὶ ἡ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος σφαίρας ἀνακλωμένη ὄψις ἡ ΒΕΔ ἐκτὸς πιπτέτω τοῦ Γ, καὶ τεμνέτω ἡ ΒΕ τὴν μείζονα σφαῖραν κατὰ τὸ Ζ. ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Ζ ἀνακλωμένη ὄψις ἡ ΒΖΚ οὐ συμπεσεῖται τῇ ΓΔ· τοῦτο γὰρ δέδεικται. τῇ ἄρα ΕΔ συμπιπτέτω κατὰ τὸ Κ. ἡ ἄρα ΒΖΚ ὄψις ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ μείζονος ἐνόπτρου ὁρᾷ τὸ Κ, καὶ ἡ αὐτὴ ἡ ΒΕΚ ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος ἐνόπτρου ὁρᾷ τὸ αὐτὸ Κ· τοῦτο δὲ ἐπάνω ἐδείχθη ἀδύνατον. μεταξὺ ἄρα πεσεῖται τῶν Γ, Α ἡ ἀνακλωμένη ὄψις ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος ἐνόπτρου ἐπὶ τὸ Δ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ἐτέρου μέρους τὸ αὐτὸ ποιοῦσα. ὑπὸ ἐλάσσονος ἄρα γωνίας θεωρεῖται τῆς πρὸς τῷ Β γιγνομένης ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος ἐνόπτρου ἥπερ ἀπὸ τοῦ μείζονος. ἔλασσον ἄρα φαίνεται τὸ εἶδωλον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος ἐνόπτρου. Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις τὰ εἶδωλα κυρτὰ φαίνεται. ^[45]

- 23 ἔστω κυρτὸν ἔνοπτρον τὸ ΑΓ, ὄμμα δὲ τὸ Ε, ὀψεις δὲ ἀνακλώμεναι αἱ ΕΑ, ΕΓ ἐπὶ τὰ Δ, Β, ἡ δὲ ΖΕ ἀνακλωμένη δι' ἑαυτῆς ἐπὶ τὸ Ε. οὐκοῦν τῶν ὀψεων μέγισται μὲν εἰσι τῷ μήκει αἱ πορρωτάτω, ἐλάχισται δὲ αἱ κατὰ μέσον, ὥσπερ ἡ ΕΖ. φαίνεται ἄρα τοῦ ἐνόπτρου ἔγγιον μᾶλλον τὸ Ε, πορρωτάτω δὲ τὸ Β καὶ τὸ Δ. ὥστε ὅλον κυρτὸν φαίνεται. Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ἐπὶ τοῦ κέντρου τὸ ὄμμα τεθῇ, αὐτὸ μόνον φαίνεται τὸ ὄμμα. ^[5]
- 24 ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΓΔ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, ὀψεις δὲ αἱ ΒΑ, ΒΓ, ΒΔ. οὐκοῦν ἴση ἡ Ε γωνία τῇ Ζ. ἦξει ἄρα ἀνακλωμένη ἡ ΒΓ ὄψις ἐπὶ τὸ Β. ὁμοίως δὲ καὶ αἱ λοιπαί. αὐτὸ μόνον ἄρα ὁρᾶται τὸ Β. Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ἐπὶ τῆς περιφερείας θῇς τὸ ὄμμα ἢ ἕξω τῆς περιφερείας, οὐ φαίνεται τὸ ὄμμα. ^[5]
- 25 ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΓΒ, καὶ τὸ ὄμμα κείσθω ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ τὸ Β, ὀψεις δὲ προσπιπτέτωσαν αἱ ΒΑ, ΒΓ καὶ ἀνακεκλᾶσθωσαν. οὐκοῦν μείζων ἐστὶν ἡ μὲν ΜΘ γωνία τῆς Κ, ἡ δὲ ΕΛ τῆς Ζ. ὥστε οὐκ ἀνακλασθήσονται αἱ ΒΑ, ΒΓ ὀψεις ἐπὶ τὸ Β ὄμμα. εἰς τὸ ὄμμα δὲ εἰ ἀνεκλῶντο, ἴσαι ἂν αἱ γωνίαι πρὸς τοῖς Α, Γ ἐγίγνοντο. δειχθήσεται δέ, κὰν ἐκτὸς τῆς περιφερείας γένηται τὸ ὄμμα, τὰ αὐτὰ συμβαίνοντα, τουτέστι τὸ μὴ ὁρᾶσθαι τὸ ὄμμα διὰ τὸ τὰς ἀνακλάσεις μὴ γενέσθαι ἐπ' αὐτό. Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ἐκβαλὼν διάμετρον τῆς σφαίρας ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἀναγάγῃς καὶ εἰς τὸ ἕτερον μέρος θῇς τὸ ὄμμα, οὐδὲν τῶν ἐν τῷ αὐτῷ μέρει, ἐν ᾧ τὸ ὄμμα ἐστίν, ὀφθήσεται, τουτέστιν οὔτε τῶν ἐπὶ τῆς διαμέτρου οὔτε τῶν ἐκτὸς τῆς διαμέτρου. ^[5]
- 26 ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΓΔ, διάμετρος δὲ ἔστω τῆς σφαίρας ἡ ΑΔ, καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἀνεστάτω ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Ζ ἡ ΖΓ, ὄμμα δὲ ἔστω τὸ Β, ὀψεις δὲ ἡ ΒΕ. οὐκοῦν ἡ ΒΕ ἀνακλωμένη οὐχ ἦξει οὔτε ἐπὶ τὸ Β οὔτε ἐπὶ τὸ Ζ· ἐν γὰρ ἴσαις γωνίαις ἀνακλᾶται. ἦξει ἄρα ὡς ἡ ΕΘ. ὁμοίως δὲ καὶ ἐὰν ἐντὸς ἐμπέσῃ τὸ ὄμμα, ὅπου τὸ Θ, ἢ ἐπὶ τῆς διαμέτρου, ὅπου τὸ Μ, ἀνακλώμεναι αἱ ὀψεις αἱ ΘΚ, ΜΝ ἥξουσιν ὡς αἱ ΚΛ, ΝΞ. οὐκ ἄρα ὁρᾶται οὐδὲν τῶν ἐν τῷ αὐτῷ μέρει, ὅπου ἐστὶ τὸ ὄμμα, οὔτε τῶν ἐπὶ τῆς διαμέτρου οὔτε τῶν ἐκτὸς τῆς διαμέτρου. Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ἐπὶ τῆς διαμέτρου τεθῇ τὰ ὄμματα ἴσον ἀπέχοντα τοῦ κέντρου, οὐδέτερον τῶν ὀμμάτων ὀφθήσεται. ^[15]
- 27 ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΑΔ, κέντρον δὲ τὸ Ζ, πρὸς ὀρθὰς δὲ ἡ ΖΓ, ὄμματα δὲ τὰ Β, Ε ἴσον ἀπέχοντα τοῦ κέντρου, ὀψεις δὲ ἡ ΒΓ. οὐκοῦν ἀνακλωμένη ἦξει ἐπὶ τὸ Ε· ἐν ἴσαις γὰρ γωνίαις ἀνακλᾶται. ἄλλη δὲ οὐδεμία ἦξει ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Ε. εἰ γὰρ ἦξει ὡς ἡ ΒΘ, ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΕ, ΘΖ· δίχα ἄρα τμηθήσεται ἡ ὑπὸ ΒΘΕ ὑπὸ τῆς ΖΘ, καὶ ἀνάλογον ἔσται ὡς ἡ ΒΘ πρὸς ΘΕ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΕ· ὅπερ ἀδύνατον· ἡ μὲν γὰρ ΒΘ μείζων ἐστὶ τῆς ΘΕ, ἡ δὲ ΒΖ ἴση τῇ ΖΕ. οὐδεμία ἄρα ἦξει ἀνακλωμένη ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὸ Ε. μία ἄρα ὀψις μόνον ἀνακλασθήσεται ἐφ'

ἐκατέρου τῶν Β, Ε ὁμμάτων, καὶ οὐκ ὀφθῆσεται τὸ Ε· οὐ γὰρ συμπεσεῖται ἡ ΒΓ ἐκβαλλομένη τῇ ΒΔ ἐπὶ τὰ Γ, Δ μέρη, ἐφαίνετο δὲ ἕκαστον κατὰ τὴν συμβολὴν μόνον τῶν ὀρωμένων· οὐδὲ ἡ ΕΓ οὐ μὴ συμπέσῃ τῇ ΕΑ ἐπὶ τὰ Γ, Α μέρη· ἐν γὰρ τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἕκαστον τῶν ὀρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὀρωμένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀγομένην εὐθεῖαν ὁράται. Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου δίχα τεμῶν καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγῶν θῇς τὰ ὅμματα ἴσον ἀπέχοντα τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, θῇς δὲ ἡ ἀνὰ μέσον τῆς διαμέτρου καὶ τῆς πρὸς ὀρθὰς ἡ ἐπ' αὐτῆς τῆς πρὸς ὀρθὰς, οὐδέτερον τῶν ὁμμάτων φαίνεται. ^[5]

28 ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΑΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ, καὶ ἡ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΚΓ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ Π, πρὸς ὀρθὰς δὲ αὐτῇ ἔστω ἡ ΕΠΖ, καὶ ὅμματα τὰ Β, Θ μεταξὺ κείμενα τῆς τε διαμέτρου τῆς ΑΔ καὶ τῆς ΕΖ ἐν παραλλήλοις ταῖς ΕΖ, ΒΘ ἴσον ἀπέχοντα τῆς ΚΓ, ὅψις δὲ ἔστω ἡ ΒΓ ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ Θ· ἴσας γὰρ ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ περιφερείᾳ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΖΕ τῇ ΒΘ καὶ ἴσην τὴν ΒΝ τῇ ΝΘ. καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΚΒ, ΚΘ ἐκβεβλήσθωσαν, ἐκβεβλήσθω δὲ καὶ ἡ ΓΒ ἐπὶ τὸ Φ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς ΒΚ, μείζων ἐστὶν ἡ Ρ γωνία τῆς Ι. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΘ μείζων τῆς ὑπὸ ΘΒΚ, τουτέστι τῆς ὑπὸ ΒΘΚ. οὐκ ἄρα συμπεσεῖται ἡ ΒΓ τῇ ΚΘ. οὐκ ἄρα ὀφθῆσεται τὸ Θ· κατὰ γὰρ τὴν συμβολὴν φαίνεται τῶν ΒΓ, ΚΘ. ἔστω πάλιν τὰ αὐτὰ τῇ ἐπάνω, τὰ δὲ Β, Θ ὅμματα ἔστωσαν ἐπὶ τῆς δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τεμνοῦσης τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τῆς ΑΔ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΒΖ, ἡ δὲ ΓΘ τῇ ΖΘ, παράλληλος ἂν εἴη ἡ ΒΓ τῇ ΖΘ. οὐκ ἄρα συμπεσεῖται ἡ ΒΓ ὅψις τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ ὀρώμενον, τουτέστι τῇ ΖΘ, ἐπὶ τὰ Θ, Γ μέρη. ὥστε οὐ φαίνεται τὸ Θ ὅμμα· κατὰ γὰρ τὴν συμβολὴν ἐφαίνετο τῶν ΒΓ, ΖΘ. ἔστω πάλιν τὰ αὐτά, τῆς δὲ διχοτομίας ἀνωτέρω κείσθω τὰ ὅμματα τὰ Β, Γ ἴσον ἀπέχοντα τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ΖΑ. φημὶ δὴ φαίνεσθαι τὰ Β, Γ καὶ τὰ δεξιὰ ἀριστερὰ καὶ τὰ ἀριστερὰ δεξιὰ καὶ τὸ εἶδωλον μείζων τοῦ προσώπου καὶ τὸ ἀπόστημα ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου ἔχον μείζων τὸ εἶδωλον. ἔστω γὰρ ἡ ΒΑ ὅψις ἀνακλωμένη, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τοῦ Ζ κέντρου ἐπὶ τὰ Β, Γ αἱ ΖΒ, ΖΓ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΑ. ἐπεὶ οὖν διχοτομία ἐστὶ τὸ Ν, μείζων ἐστὶν ἡ ΒΖ τῆς ΒΑ καὶ ἡ Κ γωνία τῆς Ε. ἴση δὲ ἡ Κ τῇ Δ· μείζων ἄρα καὶ ἡ Δ τῆς Ε. συμπεσοῦνται ἄρα αἱ ΖΒ, ΓΑ ἐκβληθεῖσαι. συμπιπτεύωσαν κατὰ τὸ Π. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ ΒΑ, ΖΓ συμπεσοῦνται κατὰ τὸ Θ. ὀφθῆσεται ἄρα τὸ μὲν Γ ἐπὶ τοῦ Θ, τὸ δὲ Β ἐπὶ τοῦ Π, καὶ φαίνεται τὰ μὲν δεξιὰ ἀριστερά, τὰ δὲ ἀριστερὰ δεξιὰ. ἀλλὰ μὴν καὶ μείζων ἡ ΘΠ τῆς ΒΓ· παράλληλοι γὰρ εἰσιν. τὸ ἄρα εἶδωλον φαίνεται μείζων καὶ μείζων ἀπέχον τοῦ ἐνόπτρου· μείζων γὰρ ἡ ΜΑ τῆς ΑΛ. ἐὰν δὲ ἔξω τῆς διαμέτρου τεθῇ τὰ ὅμματα, τὰ δεξιὰ φαίνεται δεξιὰ καὶ τὰ ἀριστερὰ ἀριστερὰ καὶ τὸ εἶδωλον ἔλασσον τοῦ προσώπου καὶ ἐν τῷ ἀνὰ μέσον τοῦ προσώπου καὶ τοῦ ἐνόπτρου. ^[45]

28 (50) ἔστω γὰρ ὅμματα τὰ Β, Γ, κέντρον δὲ τὸ Ζ τοῦ ἐνόπτρου, καὶ τῇ διαμέτρῳ πρὸς ὀρθὰς ἔστω ἡ ΑΖΔ, καὶ ταύτῃ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΓ, καὶ ἴση τῇ ΒΑ ἔστω ἡ ΑΓ, καὶ ὅψις ἡ ΒΔ ἀνακλωμένη ἐπὶ τὸ Γ καὶ διὰ τοῦ κέντρου αἱ ΒΖΚ, ΓΖΕ, καὶ ἀπὸ τῶν Ε, Κ ἡ ΚΕ ἐπεζεύχθω. οὐκοῦν τὸ μὲν Β ἐπὶ τοῦ Κ φαίνεται, τὸ δὲ Γ ἐπὶ τοῦ Ε. τὰ ἄρα δεξιὰ δεξιὰ καὶ τὰ ἀριστερὰ ἀριστερὰ φαίνεται καὶ τὸ ΕΚ εἶδωλον ἔλασσον τοῦ ΒΓ προσώπου· παράλληλος γὰρ ἐστὶν ἡ ΕΚ τῇ ΒΓ· καὶ ἀνὰ μέσον τοῦ ἐνόπτρου καὶ τοῦ προσώπου φαίνεται τὸ εἶδωλον. ἀναγομένου δὲ τοῦ προσώπου ἔτι ἔλασσον φαίνεται τὸ εἶδωλον. ἔστω γὰρ τὸ ΜΝ πρόσωπον τὸ αὐτὸ τῷ ΒΓ ἀφεστηκὸς ἀπὸ τοῦ ΒΓ κείμενον ὁμοίως, οὐκοῦν ἡ ἀπὸ τοῦ Μ ἐπὶ τὸ Ζ κέντρον ἐπιζευχθεῖσα καὶ ἐκβληθεῖσα ἀνώτερον πεσεῖται τοῦ Κ ὡς τὸ Λ, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ Ν ἐπὶ τὸ Ζ ἀνώτερον τοῦ Ε ὡς τὸ Θ. φαίνεται ἄρα τὸ ΜΝ ὡς τὸ ΘΛ. καὶ ἐστὶν ἔλασσον τὸ ΘΛ τοῦ ΕΚ καὶ ἕγγιον τοῦ ἐνόπτρου. Δυνατόν ἐστιν ἔνοπτρον κατασκευασθῆναι ὥστε ἐν τῷ αὐτῷ φαίνεσθαι πλείω πρόσωπα, τὰ μὲν μείζονα, τὰ δὲ ἐλάσσονα, καὶ τὰ μὲν ἕγγιον, τὰ δὲ πορρώτερον, καὶ τῶν μὲν τὰ δεξιὰ δεξιὰ, τὰ δὲ ἀριστερὰ ἀριστερά, τῶν δὲ τὰ ἀριστερὰ δεξιὰ, τὰ δὲ δεξιὰ ἀριστερά. ^[5]

ἔστω γὰρ ἐπίπεδον τὸ ΑΜ. οὐκοῦν ἐν τούτῳ γένοιτ' ἂν κυρτὰ μὲν ἔνοπτρα οἷα τὰ ΑΟΓ, ΘΡΚ, κοῖλα δὲ οἷα τὰ ΓΔΕ, ΖΗΘ, ἐπίπεδα δὲ οἷα τὰ ΕΖ, ΑΜ. τεθέντος οὖν τοῦ προσώπου, ὅπου τὸ Ν, φαίνεται ἀπὸ μὲν τῶν ἐπιπέδων ἴσα τὰ εἶδωλα καὶ ἴσον ἀπέχοντα, ἀπὸ δὲ τῶν κυρτῶν ἐλάσσονα καὶ ἔλασσον ἀπέχοντα, ἀπὸ δὲ τῶν κοίλων παντοδαπῶς, καθάπερ δέδεικται. Ἐκ τῶν κοίλων ἐνόπτρων πρὸς τὸν ἥλιον τεθέντων πῦρ ἐξάπτεται. ^[10]

30 ἔστω κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΒΓ, ἥλιος δὲ ὁ ΕΖ, κέντρον δὲ τοῦ κατόπτρου τὸ Θ, καὶ ἀπὸ τινος σημείου τοῦ Δ ἐπιζευχθεῖσα μὲν ἐπὶ τὸ Θ κέντρον ἢ ΔΘ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Β, προσπεπτωκέτω δὲ ἢ ΔΓ ἀκτὶς καὶ ἀνακεκλᾶσθω ἐπὶ τὸ Κ. ἀνακλασθήσεται δὲ ἐπάνω τοῦ Θ κέντρου ἢ γὰρ γωνία ἢ πρὸς τῇ περιφερείᾳ ἢ Π ἐλάσσων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ λοιπῆς τῆς ὑπὸ ΒΓΔ. καὶ ἔστω ἢ ΑΒ περιφέρεια ἴση τῇ ΒΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἄλλη τις ἀκτὶς προσπιπτέτω ἢ ΔΑ. φανερόν οὖν, ὅτι ἀνακλωμένη ἢ ΑΔ ἀκτὶς πεσεῖται ἐπὶ τὸ Κ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ περιφέρειαν τῇ ΒΓ. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι πᾶσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Δ προσπίπτουσαι πρὸς τὸ ἔνοπτρον καὶ ἴσας ἀπολαμβάνουσαι εἰς τὸ αὐτὸ συμπεσοῦνται τῇ ΒΘ ἀνώτερον τοῦ Θ. ἔστω πάλιν κοῖλον ἔνοπτρον τὸ ΑΒΓ, ἥλιος δὲ ὁ ΔΕΖ, καὶ ἀπὸ τινος σημείου τοῦ Ε διὰ τοῦ Θ κέντρου ἔστω ἢ ΕΘΒ, καὶ ἀπ' ἄλλων [διὰ] τῶν Δ, Ζ αἱ ΔΘΓ, ΖΘΑ. οὐκοῦν προδεδείχαμεν, ὅτι αἱ ἀπὸ τοῦ Ε ἀκτῖνες συμπεσοῦνται εἰς ἑαυτὰς διὰ τὰς Π, Ρ γωνίας ἴσας οὔσας· διάμετροι γάρ εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ τοῦ Ζ διὰ τὰς Κ, Λ γωνίας, αἱ δὲ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΔΓ διὰ τὰς Ν, Ξ γωνίας ἴσας οὔσας. ὅτι δὲ πᾶσαι αὐταὶ εἰς ἑαυτὰς ἀνακλῶνται, δηλον· ἐκ τοῦ γὰρ κέντρου οὔσαι ἡμικύκλια ποιοῦσιν, αἱ δὲ τῶν ἡμικυκλίων γωνίαι ἴσαι εἰσὶν· δι' ἴσων ἄρα γωνιῶν αἱ ἀνακλάσεις γίνονται· εἰς ἑαυτὰς οὖν ἀνακλῶνται. πᾶσαι ἄρα συμπεσοῦνται ἀπὸ πάντων τῶν σημείων ἐπὶ τὰς διὰ τοῦ κέντρου καὶ ἐν τῷ κέντρῳ [ἀκτῖνας]. τούτων οὖν τῶν ἀκτίνων ἐκθερμαινομένων περὶ τὸ κέντρον πῦρ ἀθροίζεται. ὥστε ἐνταῦθα στύππιον τεθὲν ἐξαφθήσεται. ^[30]