

eul_wid: iaw-af

Εὐκλείδης ὁ Ἀλεξανδρεύς · Euclid of Alexandria

Section of the Canon

Κανόνος Τομή

Period: Ἑλληνιστική **Hellenistic**
Dialect: Κοινή τεχνική **Technical Koine**
Domain: Μαθηματικά **Mathematics**
Format: Πραγματεία **Treatise**

Pr Εἰ ἡσυχία εἴη καὶ ἀκίνησία, σιωπὴ ἂν εἴη· σιωπῆς δὲ οὐσης καὶ μηδενὸς κινουμένου οὐδὲν ἂν ἀκούοιτο· εἰ ἄρα μέλλει τι ἀκουσθήσεσθαι, πληγὴν καὶ κίνησιν πρότερον δεῖ γενέσθαι. ὥστε, ἐπειδὴ πάντες οἱ φθόγγοι γίνονται πληγῆς τινος γινομένης, πληγὴν δὲ ἀμήχανον γενέσθαι μὴ οὐχὶ κινήσεως πρότερον γενομένης, —τῶν δὲ κινήσεων αἱ μὲν πυκνότεραί εἰσιν, αἱ δὲ ἀραιότεραι, καὶ αἱ μὲν πυκνότεραι ὀξυτέρους ποιοῦσι τοὺς φθόγγους, αἱ δὲ ἀραιότεραι βαρυτέρους, —ἀναγκαῖον τοὺς μὲν ὀξυτέρους εἶναι, ἐπεὶ περ ἐκ πυκνοτέρων καὶ πλειόνων σύγκεινται κινήσεων, τοὺς δὲ βαρυτέρους, ἐπεὶ περ ἐξ ἀραιωτέρων καὶ ἐλασσόνων σύγκεινται κινήσεων. ὥστε τοὺς μὲν ὀξυτέρους τοῦ δέοντος ἀνιεμένους ἀφαιρέσει κινήσεως τυγχάνειν τοῦ δέοντος, τοὺς δὲ βαρυτέρους ἐπιτεινομένους προσθήσει κινήσεως τυγχάνειν τοῦ δέοντος. διόπερ ἐκ μορίων τοὺς φθόγγους συγκεῖσθαι φατέον, ἐπειδὴ προσθήσει καὶ ἀφαιρέσει τυγχάνουσι τοῦ δέοντος. πάντα δὲ τὰ ἐκ μορίων συγκεῖμενα ἀριθμοῦ λόγῳ λέγεται πρὸς ἀλλήλα, ὥστε καὶ τοὺς φθόγγους ἀναγκαῖον ἐν ἀριθμοῦ λόγῳ λέγεσθαι πρὸς ἀλλήλους· τῶν δὲ ἀριθμῶν οἱ μὲν ἐν πολλαπλασίῳ λόγῳ λέγονται, οἱ δὲ ἐν ἐπιμορίῳ, οἱ δὲ ἐν ἐπιμερεῖ, ὥστε καὶ τοὺς φθόγγους ἀναγκαῖον ἐν τοῖς τοιοῦτοις λόγοις λέγεσθαι πρὸς ἀλλήλους. τούτων δὲ οἱ μὲν πολλαπλάσιοι καὶ ἐπιμόριοι ἐνὶ ὀνόματι λέγονται πρὸς ἀλλήλους. Γινώσκομεν δὲ καὶ τῶν φθόγγων τοὺς μὲν συμφώνους ὄντας, τοὺς δὲ διαφώνους, καὶ τοὺς μὲν συμφώνους μίαν κρᾶσιν τὴν ἐξ ἀμφοῖν ποιοῦντας, τοὺς δὲ διαφώνους οὐ. τούτων οὕτως ἐχόντων εἰκὸς τοὺς συμφώνους φθόγγους, ἐπειδὴ μίαν τὴν ἐξ ἀμφοῖν ποιοῦνται κρᾶσιν τῆς φωνῆς, εἶναι τῶν ἐν ἐνὶ ὀνόματι πρὸς ἀλλήλους λεγομένων ἀριθμῶν, ἥτοι πολλαπλασίους ὄντας ἢ ἐπιμορίους. Ἐὰν διάστημα πολλαπλάσιον δις συντεθὲν ποιῇ τι διάστημα, καὶ αὐτὸ πολλαπλάσιον ἔσται. ^[30]

¹ ἔστω διάστημα τὸ ΒΓ, καὶ ἔστω πολλαπλάσιος ὁ Β τοῦ Γ, καὶ γεγενήσθω, ὥς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Δ· φημὶ δὴ τὸν Δ τοῦ Γ πολλαπλάσιον εἶναι. ἐπεὶ γὰρ ὁ Β τοῦ Γ πολλαπλάσιός ἐστι, μετρεῖ ἄρα ὁ Γ τὸν Β. ἦν δὲ καὶ ὥς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὥστε μετρεῖ ὁ Γ καὶ τὸν Δ. πολλαπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ Δ τοῦ Γ. Ἐὰν διάστημα δις συντεθὲν τὸ ὅλον ποιῇ πολλαπλάσιον, καὶ αὐτὸ ἔσται πολλαπλάσιον. ^[5]

² ἔστω διάστημα τὸ ΒΓ, καὶ γεγενήσθω, ὥς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ, καὶ ἔστω ὁ Δ τοῦ Γ πολλαπλάσιος· φημὶ καὶ τὸν Β τοῦ Γ εἶναι πολλαπλάσιον. ἐπεὶ γὰρ ὁ Δ τοῦ Γ πολλαπλάσιός ἐστι, μετρεῖ ἄρα ὁ Γ τὸν Δ. ἐμάθομεν δέ, ὅτι, ἐὰν ὥσιν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὅποσοιοῦν, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρήῃ, καὶ τοὺς μεταξὺ μετρήσει. μετρεῖ ἄρα ὁ Γ τὸν Β· πολλαπλάσιος ἄρα

ὁ Β τοῦ Γ. Ἐπιμορίου διαστήματος οὐδείς μέσος, οὔτε εἷς οὔτε πλείους, ἀνάλογον ἐμπεσεῖται ἀριθμός. ^[5]

- 3 ἔστω γὰρ ἐπιμόριον διάστημα τὸ ΒΓ· ἐλάχιστοι δὲ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τοῖς Β, Γ ἔστωσαν οἱ ΔΖ, Θ. οὗτοι οὖν ὑπὸ μονάδος μόνης μετροῦνται κοινοῦ μέτρου. ἄφελε ἴσον τῷ Θ τὸν ΗΖ καὶ ἐπεὶ ἐπιμορίου ἐστὶν ὁ ΔΖ τοῦ Θ, ἡ ὑπεροχὴ ὁ ΔΗ κοινὸν μέτρον τοῦ τε ΔΖ καὶ τοῦ Θ ἐστὶ μονὰς ἄρα ὁ ΔΗ· οὐκ ἄρα ἐμπεσεῖται εἰς τοὺς ΔΖ, Θ μέσος οὐδεὶς. ἔσται γὰρ ὁ ἐμπίπτων τοῦ ΔΖ ἐλάττων, τοῦ δὲ Θ μείζων, ὥστε τὴν μονάδα διαιρεῖσθαι, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐμπεσεῖται εἰς τοὺς ΔΖ, Θ τις. ὅσοι δὲ εἰς τοὺς ἐλάχιστους μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσι, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται. οὐδεὶς δὲ εἰς τοὺς ΔΖ, Θ ἐμπεσεῖται, οὐδὲ εἰς τοὺς Β, Γ ἐμπεσεῖται. Ἐὰν διάστημα μὴ πολλαπλάσιον δις συντεθῇ, τὸ ὅλον οὔτε πολλαπλάσιον ἔσται οὔτε ἐπιμόριον. ^[20]
- 4 ἔστω γὰρ διάστημα μὴ πολλαπλάσιον τὸ ΒΓ, καὶ γεγενήσθω, ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Δ· λέγω, ὅτι ὁ Δ τοῦ Γ οὔτε πολλαπλάσιος οὔτε ἐπιμορίου ἐστὶν. ἔστω γὰρ πρῶτον ὁ Δ τοῦ Γ πολλαπλάσιος. οὐκοῦν ἐμάθομεν, ὅτι, ἐὰν διάστημα δις συντεθῇ τὸ ὅλον ποιῇ πολλαπλάσιον, καὶ αὐτὸ πολλαπλάσιον ἐστὶν. ἔσται ἄρα ὁ Β τοῦ Γ πολλαπλάσιος. οὐκ ἦν δέ. ἀδύνατον ἄρα τὸν Δ τοῦ Γ εἶναι πολλαπλάσιον. ἀλλὰ μὴν οὐδ' ἐπιμόριον. ἐπιμορίου γὰρ διαστήματος μέσος οὐδεὶς ἀνάλογον ἐμπίπτει. εἰς δὲ τοὺς Δ, Γ ἐμπίπτει ὁ Β. ἀδύνατον ἄρα τὸν Δ τοῦ Γ ἢ πολλαπλάσιον ἢ ἐπιμόριον εἶναι. Ἐὰν διάστημα δις συντεθῇ τὸ ὅλον μὴ ποιῇ πολλαπλάσιον, οὐδ' αὐτὸ ἔσται πολλαπλάσιον. ^[10]
- 5 ἔστω γὰρ διάστημα τὸ ΒΓ, καὶ γεγενήσθω ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Δ, καὶ μὴ ἔστω ὁ Δ τοῦ Γ πολλαπλάσιος· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Β τοῦ Γ ἔσται πολλαπλάσιος. εἰ γὰρ ἐστὶν ὁ Β τοῦ Γ πολλαπλάσιος, ἔσται ἄρα ὁ Δ τοῦ Γ πολλαπλάσιος. οὐκ ἔστι δέ. οὐκ ἄρα ὁ Β τοῦ Γ ἔσται πολλαπλάσιος. Τὸ διπλάσιον διάστημα ἐκ δύο τῶν μεγίστων ἐπιμορίων συνέστηκεν, ἕκ τε τοῦ ἡμιολίου καὶ ἐκ τοῦ ἐπιτρίτου. ^[5]
- 6 ἔστω γὰρ ὁ μὲν ΒΓ τοῦ ΔΖ ἡμιόλιος, ὁ δὲ ΔΖ τοῦ Θ ἐπίτριτος· φημὶ τὸν ΒΓ τοῦ Θ διπλάσιον εἶναι. ἀφεῖλον γὰρ ἴσον τῷ Θ τὸν ΖΚ καὶ τῷ ΔΖ τὸν ΓΛ. οὐκοῦν ἐπεὶ ὁ ΒΓ τοῦ ΔΖ ἡμιόλιος, ὁ ΒΛ ἄρα τοῦ ΒΓ τρίτον μέρος ἐστίν, τοῦ δὲ ΔΖ ἡμισυ. πάλιν ἐπεὶ ὁ ΔΖ τοῦ Θ ἐπίτριτος ἐστὶν, ὁ ΔΚ τοῦ μὲν ΔΖ τεταρτημόριον, τοῦ δὲ Θ τριτημόριον. οὐκοῦν ἐπεὶ ὁ ΔΚ τοῦ ΔΖ ἐστὶ τεταρτημόριον, ὁ δὲ ΒΛ τοῦ ΔΖ ἡμισυ, τοῦ ἄρα ΒΛ ἡμισυ ἔσται ὁ ΔΚ. ἦν δὲ ὁ ΒΛ τοῦ ΒΓ τρίτον μέρος· ὁ ἄρα ΔΚ τοῦ ΒΓ ἕκτον μέρος ἐστίν. ἦν δὲ ὁ ΔΚ τοῦ Θ τρίτον μέρος· ὁ ἄρα ΒΓ τοῦ Θ διπλάσιός ἐστιν. Ἄλλως δ' . Ἔστω γὰρ ὁ μὲν Α τοῦ Β ἡμιόλιος, ὁ δὲ Β τοῦ Γ ἐπίτριτος· λέγω, ὅτι ὁ Α τοῦ Γ ἐστὶ διπλάσιος. Ἐπεὶ γὰρ ἡμιόλιός ἐστιν ὁ Α τοῦ Β, ὁ Α ἄρα ἔχει τὸν Β καὶ τὸ ἡμισυ αὐτοῦ. δύο ἄρα οἱ Α ἴσοι εἰσὶ τρισὶ τοῖς Β. πάλιν ἐπεὶ ὁ Β τοῦ Γ ἐστὶν ἐπίτριτος, ὁ Β ἄρα ἔχει τὸν Γ καὶ τὸ τρίτον αὐτοῦ. τρεῖς ἄρα οἱ Β ἴσοι εἰσὶ τέτταρσι τοῖς Γ. τρεῖς δὲ οἱ Β ἴσοι εἰσὶ δυσὶ τοῖς Α. δύο ἄρα οἱ Α ἴσοι εἰσὶ τέτταρσι τοῖς Γ. ὁ ἄρα Α ἴσος ἐστὶ δυσὶ τοῖς Γ· διπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ. Ἐκ τοῦ διπλασίου διαστήματος καὶ ἡμιολίου τριπλάσιον διάστημα γίνεται. ^[25]
- 7 ἔστω γὰρ ὁ μὲν Α τοῦ Β διπλάσιος, ὁ δὲ Β τοῦ Γ ἡμιόλιος· λέγω, ὅτι ὁ Α τοῦ Γ ἐστὶ τριπλάσιος. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τοῦ Β ἐστὶ διπλάσιος, ὁ Α ἄρα ἴσος ἐστὶ δυσὶ τοῖς Β. πάλιν ἐπεὶ ὁ Β τοῦ Γ ἐστὶν ἡμιόλιος, ὁ Β ἄρα ἔχει τὸν Γ καὶ τὸ ἡμισυ αὐτοῦ. δύο ἄρα οἱ Β ἴσοι εἰσὶ τρισὶ τοῖς Γ. δύο δὲ οἱ Β ἴσοι εἰσὶ τῷ Α. καὶ ὁ Α ἄρα ἴσος ἐστὶ τρισὶ τοῖς Γ. τριπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ. Ἐὰν ἀπὸ ἡμιολίου διαστήματος ἐπίτριτον διάστημα ἀφαιρεθῇ, τὸ λοιπὸν καταλείπεται ἐπόγδοον. ^[10]
- 8 ἔστω γὰρ ὁ μὲν Α τοῦ Β ἡμιόλιος, ὁ δὲ Γ τοῦ Β ἐπίτριτος· λέγω, ὅτι ὁ Α τοῦ Γ ἐστὶν ἐπόγδοος. ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τοῦ Β ἐστὶν ἡμιόλιος, ὁ Α ἄρα ἔχει τὸν Β καὶ τὸ ἡμισυ αὐτοῦ. ὀκτὼ ἄρα οἱ Α ἴσοι εἰσὶ δώδεκα τοῖς Β. πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τοῦ Β ἐστὶν ἐπίτριτος, ὁ Γ ἄρα ἔχει τὸν Β καὶ τὸ τρίτον αὐτοῦ.

έννεά ἄρα οἱ Γ ἴσοι εἰσὶ δώδεκα τοῖς Β, δώδεκα δὲ οἱ Β ἴσοι εἰσὶν ὀκτὼ τοῖς Α· ὀκτὼ ἄρα οἱ Α ἴσοι εἰσὶν έννεά τοῖς Γ. ὁ Α ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ Γ καὶ τῷ ὀγδόῳ αὐτοῦ· ὁ Α ἄρα τοῦ Γ ἐστὶν ἐπὶ ὀγδοῦς. Τὰ ἐξ ἐπὶ ὀγδοῦς διαστήματα μείζονά ἐστι διαστήματος ένδὸς διπλασίου. ^[10]

⁹ ἔστω γὰρ εἷς ἀριθμὸς ὁ Α. καὶ τοῦ μὲν Α ἐπὶ ὀγδοῦς ἔστω ὁ Β, τοῦ δὲ Β ἐπὶ ὀγδοῦς ὁ Γ, τοῦ δὲ Γ ἐπὶ ὀγδοῦς ὁ Δ, τοῦ δὲ Δ ἐπὶ ὀγδοῦς ὁ Ε, τοῦ Ε ἐπὶ ὀγδοῦς ὁ Ζ, τοῦ Ζ ἐπὶ ὀγδοῦς ὁ Η· λέγω, ὅτι ὁ Η τοῦ Α μείζων ἐστὶν ἢ διπλάσιος. ἐπεὶ ἐμάθομεν εὐρεῖν ἑπτὰ ἀριθμοὺς ἐπὶ ὀγδοῦς ἀλλήλων, εὐρήσθωσαν οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, καὶ γίνεται ὁ μὲν Α κς μύρια , βρμ δ, ὁ δὲ Β κθ μύρια , δζι β, ὁ δὲ Γ λγ μύρια , αψο ς, ὁ δὲ Δ λζ μύρια , γσμ η, ὁ δὲ Ε μα μύρια , θλ δ, ὁ δὲ Ζ μζ μύρια , βτζ β, ὁ δὲ Η νγ μύρια , αυμ α, καὶ ἐστὶν ὁ Η τοῦ Α μείζων ἢ διπλάσιος. Τὸ διὰ πασῶν διάστημά ἐστι πολλαπλάσιον. ^[15]

¹⁰ ἔστω γὰρ νήτη μὲν ὑπερβολαίων ὁ Α, μέση δὲ ὁ Β, προσλαμβανόμενος δὲ ὁ Γ. τὸ ἄρα ΑΓ διάστημα δις διὰ πασῶν ὃν ἐστὶ σύμφωνον. ἥτοι οὗν ἐπιμόριόν ἐστὶν ἢ πολλαπλάσιον. ἐπιμόριον μὲν οὐκ ἔστιν· ἐπιμορίου γὰρ διαστήματος μέσος οὐδεὶς ἀνάλογον ἐμπίπτει· πολλαπλάσιον ἄρα ἐστίν. ἐπεὶ οὗν δύο <ἴσα> διαστήματα τὰ ΑΒ, ΒΓ συντεθέντα ποιεῖ πολλαπλάσιον τὸ ὅλον, καὶ τὸ ΑΒ ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον. Τὸ διὰ τεσσάρων διάστημα καὶ τὸ διὰ πέντε ἐκάτερον ἐπιμόριόν ἐστίν. ^[5]

¹¹ ἔστω γὰρ νήτη μὲν συνημμένων ὁ Α, μέση δὲ ὁ Β, ὑπάτη δὲ μέσων ὁ Γ. τὸ ἄρα ΑΓ διάστημα δις διὰ τεσσάρων ὃν ἐστὶ διάφωνον· οὐκ ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον. ἐπεὶ οὗν δύο διαστήματα ἴσα τὰ ΑΒ, ΒΓ συντεθέντα τὸ ὅλον μὴ ποιεῖ πολλαπλάσιον, οὐδὲ ἄρα τὸ ΑΒ ἐστὶ πολλαπλάσιον. καὶ ἐστὶ σύμφωνον· ἐπιμόριον ἄρα. ἡ αὐτὴ δὲ ἀπόδειξις καὶ ἐπὶ τοῦ διὰ πέντε. Τὸ διὰ πασῶν διάστημά ἐστὶ διπλάσιον. ^[5]

¹² ἐδείξαμεν γὰρ αὐτὸ πολλαπλάσιον. οὐκοῦν ἥτοι διπλάσιόν ἐστίν—ἢ μείζον ἢ διπλάσιον. ἀλλ' ἐπεὶ ἐδείξαμεν τὸ διπλάσιον διάστημα ἐκ δύο τῶν μεγίστων ἐπιμορίων συγκείμενον, ὥστε, εἰ ἔσται τὸ διὰ πασῶν μείζον διπλασίον, οὐ συγκείσεται ἐκ δύο μόνων ἐπιμορίων, ἀλλ' ἐκ πλείονων, —σύγκειται δὲ ἐκ δύο συμφώνων διαστημάτων, ἔκ τε τοῦ διὰ πέντε καὶ τοῦ διὰ τεσσάρων, οὐκ ἄρα ἔσται τὸ διὰ πασῶν μείζον διπλασίον. διπλάσιον ἄρα. ἀλλ' ἐπειδὴ τὸ διὰ πασῶν ἐστὶ διπλάσιον, τὸ δὲ διπλάσιον ἐκ τῶν μεγίστων ἐπιμορίων δύο συνέστηκε, καὶ τὸ διὰ πασῶν ἄρα ἐξ ἡμιολίου καὶ ἐπιτρίτου συνέστηκε· ταῦτα γὰρ μέγιστα. συνέστηκε δὲ ἐκ τοῦ διὰ πέντε καὶ ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων, ὄντων ἐπιμορίων· τὸ μὲν ἄρα διὰ πέντε, ἐπειδὴ μείζον ἐστίν, ἡμιόλιον ἂν εἴη, τὸ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτον. φανερόν δὴ, ὅτι καὶ τὸ διὰ πέντε καὶ διὰ πασῶν τριπλάσιόν ἐστίν. ἐδείξαμεν γάρ, ὅτι ἐκ διπλασίου διαστήματος καὶ ἡμιολίου τριπλάσιον διάστημα γίνεται, ὥστε καὶ τὸ διὰ πασῶν καὶ τὸ διὰ πέντε τριπλάσιον. τὸ δὲ δις διὰ πασῶν τετραπλάσιόν ἐστίν. ἀποδέδεικται ἄρα τῶν συμφώνων ἕκαστον, ἐν τίσιν λόγοις ἔχει τοὺς περιέχοντας φθόγγους πρὸς ἀλλήλους. Λοιπὸν δὴ περὶ τοῦ τονιαίου διαστήματος διελθεῖν, ὅτι ἐστὶν ἐπὶ ὀγδοῦς. ^[20]

¹³ ἐμάθομεν γὰρ, ὅτι, ἐὰν ἀπὸ ἡμιολίου διαστήματος ἐπίτριτον διάστημα ἀφαιρεθῇ, τὸ λοιπὸν καταλείπεται ἐπὶ ὀγδοῦς. ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ διὰ πέντε τὸ διὰ τεσσάρων ἀφαιρεθῇ, τὸ λοιπὸν τονιαῖόν ἐστὶ διάστημα· τὸ ἄρα τονιαῖον διάστημά ἐστίν ἐπὶ ὀγδοῦς. Τὸ διὰ πασῶν ἔλαττον ἢ ἐξ τόνων. ^[5]

¹⁴ δέδεικται γὰρ τὸ μὲν διὰ πασῶν διπλάσιον, ὁ δὲ τόνος ἐπὶ ὀγδοῦς· τὰ δὲ ἐξ ἐπὶ ὀγδοῦς διαστήματα μείζονα διαστήματός [ἐστὶ] διπλασίου. τὸ ἄρα διὰ πασῶν ἔλαττόν ἐστίν ἐξ τόνων. Τὸ διὰ τεσσάρων ἔλαττον δύο τόνων καὶ ἡμιτονίου, καὶ τὸ διὰ πέντε ἔλαττον τριῶν τόνων καὶ ἡμιτονίου. ^[5]

¹⁵

ἔστω γὰρ νήτη μὲν διεζευγμένων ὁ Β, παραμέση δὲ ὁ Γ, μέση δὲ ὁ Δ, ὑπάτη δὲ μέσων ὁ Ζ.
οὐκοῦν τὸ μὲν ΓΔ διάστημα τόνος ἐστί, τὸ δὲ ΒΖ, διὰ πασῶν ὄν, ἔλαττον ἐξ τόνων. τὰ λοιπὰ
ἄρα, τό τε ΒΓ καὶ τὸ ΔΖ ἴσα ὄντα ἐλάττονά ἐστι πέντε τόνων. ὥστε τὸ ἐν τῷ ΒΓ ἔλαττον δύο
τόνων καὶ ἡμιτονίου, ὃ ἐστι διὰ τεσσάρων, τὸ δὲ ΒΔ ἔλαττον τριῶν τόνων καὶ ἡμιτονίου, ὃ ἐστι
διὰ πέντε. Ὁ τόνος οὐ διαιρεθήσεται εἰς δύο ἴσα οὔτε εἰς πλείω. ^[10]

- 16 ἐδείχθη γὰρ ὡν ἐπιμόριος ἐπιμορίου δὲ διαστήματος μέσοι οὔτε πλείους οὔτε εἰς ἀνάλογον
ἐμπίπτουσιν. οὐκ ἄρα διαιρεθήσεται ὁ τόνος εἰς ἴσα. Αἱ παρανήται καὶ αἱ λιχανοὶ ληφθήσονται
διὰ συμφωνίας οὕτως.
- 17 ἔστω γὰρ μέση ὁ Β. ἐπιτετάσθω διὰ τεσσάρων ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἀνείσθω διὰ πέντε ἐπὶ τὸ
Δ. τόνος ἄρα ὁ ΒΔ. πάλιν δὲ ἀπὸ τοῦ Δ διὰ τεσσάρων ἐπιτετάσθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε
ἀνείσθω ἐπὶ τὸ Ζ διὰ πέντε. τόνος ἄρα τὸ ΖΔ. δίτονος ἄρα τὸ ΖΒ. λιχανὸς ἄρα τὸ Ζ. ὁμοίως ἂν
καὶ αἱ παρανήται ληφθήσονται. Αἱ παρυπάται καὶ αἱ τρίται οὐ διαιροῦσι τὸ πυκνὸν εἰς ἴσα. ^[10]
- 18 ἔστω γὰρ μέση μὲν ὁ Β, λιχανὸς δὲ ὁ Γ, ὑπάτη δὲ ὁ Δ. ἀνείσθω ἀπὸ τοῦ Β διὰ πέντε ἐπὶ τὸ Ζ.
τόνος ἄρα ὁ ΖΔ. καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ διὰ τεσσάρων ἐπιτετάσθω ἐπὶ τὸ Ε. τόνος ἐστὶν ἄρα τὸ ΖΔ
διάστημα καὶ τὸ ΒΕ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΓ. τὸ ἄρα ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΒ. διὰ τεσσάρων δὲ τὸ
ΖΕ· οὐκ ἄρα μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει τις τῶν ΖΕ· ἐπιμόριον γὰρ τὸ διάστημα. καὶ ἐστὶν ἴσος ὁ
ΔΒ τῷ ΖΕ· οὐκ ἄρα τοῦ ΔΓ μέσος ἐμπεσεῖται, ὃ ἐστὶν ἀπὸ ὑπάτης ἐπὶ λιχανόν. οὐκ ἄρα ἡ
παρυπάτη διελεῖ τὸ πυκνὸν εἰς ἴσα. ὁμοίως οὐδὲ ἡ τρίτη. Τὸν κανόνα καταγράψαι κατὰ τὸ
καλούμενον ἀμετάβολον σύστημα. ^[10]
- 19 ἔστω τοῦ κανόνος μήκος, ὃ καὶ τῆς χορδῆς, τὸ ΑΒ, καὶ διηρήσθω εἰς τέσσαρα ἴσα κατὰ τὰ Γ, Δ, Ε.
ἔσται ἄρα ὁ ΒΑ βαρύτατος ὡν φθόγγος βόμβυξ. οὗτος δὲ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΒ ἐπίτριτος ἐστὶν, ὥστε ὁ ΓΒ
τῷ ΑΒ συμφωνήσει διὰ τεσσάρων ἐπὶ τὴν ὀξύτητα. καὶ ἐστὶν ὁ ΑΒ προσλαμβανόμενος ὁ ἄρα ΓΒ
ἔσται ὑπάτων διάτονος. πάλιν ἐπεὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΒΔ ἐστὶ διπλοῦς, συμφωνήσει τῇ διὰ πασῶν καὶ
ἔσται ὁ ΒΔ μέση. πάλιν ἐπεὶ τετραπλάσιός ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΕΒ, ἔσται ὁ ΕΒ νήτη ὑπερβολαίων.
ἔτεμον τὸν ΓΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ. καὶ ἔσται διπλάσιος ὁ ΓΒ τοῦ ΖΒ, ὥστε συμφωνεῖν τὸν ΓΒ πρὸς
τὸν ΖΒ διὰ πασῶν· ὥστε εἶναι τὸν ΖΒ νήτην συνημμένων. ἀπέλαβον τοῦ ΔΒ τρίτον μέρος τὸ ΔΗ.
καὶ ἔσται ἡμιόλιος ὁ ΔΒ τοῦ ΗΒ, ὥστε συμφωνήσει ὁ ΔΒ πρὸς τὸν ΗΒ ἐν τῷ διὰ πέντε· ὁ ἄρα ΗΒ
νήτη ἔσται διεζευγμένων. ἔθηκα τῷ ΗΒ ἴσον τὸν ΗΘ, ὥστε ὁ ΘΒ πρὸς τὸν ΗΒ συμφωνήσει διὰ
πασῶν, ὡς εἶναι τὸν ΘΒ ὑπάτην μέσων. ἔλαβον τοῦ ΘΒ τρίτον μέρος τὸ ΘΚ. καὶ ἔσται ἡμιόλιος ὁ
ΘΒ τοῦ ΚΒ, ὥστε εἶναι τὸν ΚΒ παράμεσον. ἀπέλαβον τῷ ΚΒ ἴσον τὸν ΛΚ καὶ γενήσεται ὁ ΑΒ
ὑπάτη βαρεῖα. ἔσσονται ἄρα εἰλημμένοι ἐν τῷ κανόνι πάντες οἱ <ἐστῶτες> φθόγγοι τοῦ
ἀμεταβόλου συστήματος. Λοιπὸν δὴ τοὺς φερομένους λαβεῖν. ^[20]
- 20 ἔτεμον τὸν ΕΒ εἰς ὀκτὼ καὶ ἐνὶ αὐτῶν ἴσον ἔθηκα τὸν ΕΜ, ὥστε τὸν ΜΒ τοῦ ΕΒ γενέσθαι
ἐπόγδοον. καὶ πάλιν διελὼν τὸν ΜΒ εἰς ὀκτὼ ἐνὶ αὐτῶν ἴσον ἔθηκα τὸν ΝΜ· τόνω ἄρα
βαρύτερος ἔσται ὁ ΝΒ τοῦ ΜΒ, ὁ δὲ ΜΒ τοῦ ΒΕ, ὥστε ἔσται μὲν ὁ ΝΒ τρίτη ὑπερβολαίων, ὁ δὲ
ΜΒ ὑπερβολαίων διάτονος. ἔλαβον τοῦ ΝΒ τρίτον μέρος καὶ ἔθηκα τὸν ΝΞ, ὥστε τὸν ΞΒ τοῦ ΝΒ
εἶναι ἐπίτριτον καὶ διὰ τεσσάρων συμφωνεῖν ἐπὶ τὴν βαρύτητα καὶ γενέσθαι τὸν ΞΒ τρίτην
διεζευγμένων. πάλιν τοῦ ΞΒ λαβὼν ἡμισυ μέρος ἔθηκα τὸν ΞΟ, ὥστε διὰ πέντε συμφωνεῖν τὸν
ΟΒ πρὸς τὸν ΞΒ· ὁ ἄρα ΟΒ ἔσται παρυπάτη μέσων. καὶ τῷ ΞΟ ἴσον ἔθηκα τὸν ΟΠ, ὥστε γενέσθαι
τὸν ΠΒ παρυπάτην ὑπάτων. ἔλαβον δὲ τοῦ ΒΓ τέταρτον μέρος τὸν ΓΡ, ὥστε γενέσθαι τὸν ΡΒ
μέσων διάτονον. ^[15]