

eul_wid: rqm-ad

Διόφαντος ὁ Ἀλεξανδρεύς · Diophantus of Alexandria II

Astronomical Calculation Methods

Ἀπόσπασμα

Period: *Ῥωμαϊκή* **Roman**
Dialect: *Κοινή τεχνική* **Technical Koine**
Domain: *Ἱστορία* **History**
Format: *Πεζός* **Prose**

- [5] Μέθοδοι εὐχρηστοὶ πρὸς τοὺς ἀπὸ μορίων πολλαπλασιασμοὺς κατὰ τὸν τῆς ἀστρονομίας κανόνα πλέον τῶν ἄλλων μεθόδων σώζουσαι τὴν ἀκριβείαν πᾶσαν. Ἐπειδὴ τὰς ἐφόδους ὡς ἔνι μάλιστα τοῦ ἀκριβοῦς ἔνεκεν δεῖ εἶναι, εὐρίσκομεν δὲ πλέον τῶν ἄλλων τοὺς ἀστρονόμους περιεργότερον καταγινομένους πρὸς τοῦτο, ἀγαπητὸν ἡγούμενοι καὶ πρὸς τὰ χωρὶς ἀστρονομίας πάντα, ὅσα τε πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς ἔπεται, εὐθετοῦν, ἀπεγραψάμεθα τοῦτο τὸ μεθόδιον. [5]
- 2 4 Τοῦ ζωδιακοῦ γὰρ κύκλου εἰς τξ διαιρουμένου, ἕκαστον τῶν τμημάτων μοῖραν ὠνόμασαν οἱ παλαιοί· ἐξῆν δὲ τὴν μοῖραν ἡμᾶς παραδέχεσθαι ἢ ὡς μοναδικὸν χωρίον ἢ ποδιαῖον πρὸς τὰς ἀπαντώσας χρείας, διὰ οὗν τὰ ποστημόρια, ταύτη, τουτέστι τῷ τξ ὡ μέρει τοῦ κύκλου, ποτὲ μὲν ὡς ποδί, ποτὲ δὲ ὡς μονάδι δυναμένη παραλαμβάνεσθαι, πρώτην διαίρεσιν ἐπινοήσαντες, τὴν εἰς τὰ ξξ α, διὰ τὸ πλείονων μερῶν γίνεσθαι ἀπαρτιζόντων τὸν ξ ταύτην, ἐκάλεσαν ἕκαστον τῶν τμημάτων οἱ μὲν πρῶτον λεπτὸ ν, οἱ δὲ ἐξηκοστὸν πρῶτον· εἶτα διὰ τὸ χρῆζειν λεπτομερεστεράς ἀκριβείας πρὸς τὸ εὐρίσκειν, ἐφ' ὅσον ἦν δυνατόν μετ' ἀκριβείας, τὰ κέντρα τῶν ἀστέρων ποίας ἐποχὰς ἐπέχουσιν ἐν τοῖς κατ' οὐρανὸν διαστήμασι, διεῖλον καθ' ἑαυτοὺς ἕκαστον τῶν πρώτων λεπτῶν εἰς ἕτερα ξξ α τινὰ καὶ ἐκάλεσαν ταῦτα δευτέρα ἐξηκοστὰ ἦτοι λεπτὰ α. ἦν οὖν αὐτοῖς οὕτως ἡ μοῖρα διὰ μὲν τῶν πρώτων ξξ ὡν διαιρουμένη εἰς λεπτὰ μὲν πρῶτα ξ, δευτέρα δὲ κατ' ἐπιδιαιρέσιν, γχ· εἶτα μείζονος ἀκριβείας δεηθέντες διὰ τὸ ἐν τοῖς κατ' οὐρανὸν παράλλαξιν ὁποιοῦν βραχυτάτην ἡμῖν ἐπινοουμένην οὐ μικρὰν ἐργάζεσθαι διαφοράν, ἕκαστον τῶν δευτέρων λεπτῶν διελόντες εἰς ἕτερα ξξ α, ἐκάλεσαν τὰ γενόμενα λεπτὰ τρίτα ὄντα κατὰ τὴν τρίτην διαίρεσιν. [25]
- 2 5 οὕτως διαιροῦνται τὴν μοῖραν ἦτοι μονάδα ἦτοι πόδα εἰς <μυριάδας> κα <,ς>, ὥστε τὸ τρίτον λεπτὸν ἐν γίνεσθαι εἰκοστόμονον μυριάδων ἑξακισχιλιοστὸν τῆς μονάδος· ἔτι φιλαλήθεις ὄντες, ἕκαστον τῶν τρίτων λεπτῶν τούτων διεῖλον εἰς ξ καὶ τὰ γενόμενα ἐκάλουν λεπτὰ ἦτοι ἐξηκοστὰ τέταρτα α, καὶ εἶχον ἔτι πολλῶ ἐλάσσονα μόρια λαμβανόμενα τῆς μονάδος ταῦτα τὰ ἐξηκοστὰ· διήρουν γὰρ οὕτως τὴν μονάδα εἰς μυριάδας, ας. ἐπιστῆσαι οὖν ἐστὶν ἐκ τούτων ὁ πᾶς κύκλος εἰς πόσα διήρητο διὰ τούτων· οὕτω δὲ οὖν κατὰ τὸ ἐξῆς προῆλθον μέχρι ἑκτῶν ἐξηκοστῶν, ποιήσαντες τὴν ὑποδιαίρεσιν ἀνάλογον ἔχουσαν· ἔστι γὰρ ὡς μονὰς πρὸς ἐξηκοστὰ πρῶτα, οὕτω πρῶτα ἐξηκοστὰ πρὸς δευτέρα καὶ δευτέρα πρὸς τρίτα καὶ τρίτα πρὸς τέταρτα καὶ ἐξῆς· ἔστι γὰρ ὡς ἐν πρὸς ἑν, οὕτω πάντα πρὸς πάντα· ὡς γὰρ μονὰς πρὸς ξ ὡ α

πρῶτον, οὕτως λεπτόν α πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ δεύτερον πρὸς τρίτον καὶ ἐξῆς· ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἰσάριθμα· ε γὰρ μοῖραι πρὸς ε λεπτὰ πρῶτα < τὸν > αὐτὸν λόγον ἔχουσιν ὃν ε πρῶτα πρὸς < ε > δεύτερα καὶ ε δεύτερα πρὸς ε τρίτα καὶ ἐξῆς ὁμοίως. τῷ μὲν οὖν Πτολεμαίῳ μέχρις ἑκτῶν ἐξηκοστῶν ἐν τῇ Συντάξει πρόεισιν ἡ διαίρεσις γενναίως καὶ ἀκριβῶς ποιουμένῳ τὰς παραδόσεις· ἡμῖν δὲ ἀρκεῖτω παραδείγματος ἀστείου καὶ εἰσαγωγῆς ἕνεκεν ἕως δευτέρων λεπτῶν τουτέστιν ἕως , γχ διαιρεῖσθαι τὴν μονάδα ἥτοι τὸν πόδα· τοῦτο γὰρ καὶ πρὸς τὰς τοῦ Προχείρου Κανόνος Ψηφοφορίας ἐξαρκεῖν δοκεῖ τοῖς παλαιοῖς. ^[25]

^{2 6} Περὶ πολλαπλασιασμοῦ. Πολλαπλασιασμοῦ ὁρισμός. Πολλαπλασιασμός ἐστι σύνθεσις ἀριθμοῦ τινος δοθέντος καθ' ἕτερον ἀριθμὸν δοθέντα· οἰοῖται ὅταν ὁ ἕτερος τοσαυτάκις συντιθέμενος ἢ ὅπόσος ἐστὶν ὁ ἕτερος ἐν τῷ πλήθει τῶν μονάδων καὶ ποιῇ τινὰ κατὰ τὸ πλήθος τῆς συνθέσεως, ὁ γενόμενος λέγεται πολλαπλασιασμός τοῦ ἐτέρου κατὰ τὸν ἕτερον. Λέγεται μὲν καὶ ἄλλη σύνθεσις, ἀλλ' οὐ πολλαπλασιασμός· καὶ γὰρ ὁ ἐκ τῶν δοθέντων εἴτε ἴσων εἴτε ἀνίσων ἀριθμῶν καὶ εἴτε δύο ἢ τριῶν ἢ καὶ πλειόνων συντεθείς, ἀπλῶς λέγεται συγκεῖσθαι, οὐ μέντοι πολλαπλασίῳ. πολλαπλασιάζομεν δὲ ἢ μοῖραν ἐπὶ μοῖραν ἢ μοῖρας ἐπὶ μοῖρας, καὶ πάλιν ἢ λεπτόν ἐπὶ λεπτόν ἢ λεπτὰ ἐπὶ λεπτά, καὶ ἀνάμιξ μοῖραν ἐπὶ λεπτόν καὶ λεπτά· ἀλλ' ἢ μὲν μοῖρα ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῇ, τὸ αὐτὸ εἶδος ποιεῖ· ἐπὶ γὰρ πρῶτα λεπτὰ πολυπλασιαζομένη ἢ μοῖρα ἢ μοῖραι πρῶτα λεπτὰ ποιοῦσιν· καὶ ἀνάπαλιν λεπτὰ πρῶτα ἐπὶ μοῖραν ἢ μοῖρας ποιεῖ πρῶτα λεπτά, καὶ ἐξῆς ὁμοίως· μοῖρα ἐπὶ δεύτερα, δεύτερα ποιεῖ καὶ ἐπὶ τρίτα, τρίτα καὶ ἐξῆς· πρῶτα δὲ ἐπὶ πρῶτα ποιεῖ δεύτερα, ἅπερ ἐστὶν ἐλάσσονα τῶν πρώτων (τῶν μὲν γὰρ πρώτων τὸ ἐν λεπτόν ξ ὃν ἐστὶ τῆς μοῖρας· τῶν δὲ δευτέρων, , γχ ὃν)· ὅπερ ἐναντίον ἐστὶ τῷ πολλαπλασιασμῷ τῶν λοιπῶν ἀριθμῶν· ἐπαυξήσει γὰρ πολλαπλασιάζοντα ὥς ἐὰν πεντάκις τὸν ζ πλάττοντες συνθῶμεν καὶ ποιήσωμεν τὸν λ· πρῶτα δὲ < ε > λεπτὰ ἐπὶ πρῶτα ζ πολλαπλασιάζοντες, λ δεύτερα ποιοῦμεν, ὅπερ ἡμισὺ ἐστὶν ἐνὸς πρώτου λεπτοῦ· τοῦτο δὲ γίνεται διὰ τὴν τῶν μορίων πρὸς τὴν μονάδα ἀντιπεπόνθησιν. ^[5]

^{2 7} αἰεὶ γὰρ τὰ μόρια πολλαπλασιαζόμενα ἐναντίως ταῖς μοῖραις ἐπ' ἑλάττω χωρεῖ· ἐφ' ἑαυτὸ γὰρ τὸ ἡμισυ πολλαπλασιαζόμενον τέταρτον γίνεται· β δὲ μονάδες ἐπὶ β , δ ποιοῦσιν. ὁμοίως καὶ τρίτον ἐπὶ τρίτον, ἕννατον γίνεται· γ δὲ ἐπὶ γ , θ , ὅπερ δοκεῖ λῆρον. τοῦτο δὲ συμβαίνει τοῖς μορίοις ὅτι οὐ συντίθενται κατὰ μονάδα, ἀλλὰ τούναντίον μερίζονται κατὰ τὰ ὁμώνυμα μέρη ταῖς μονάσιν· τὸ γὰρ ἡμισυ ἐπὶ τὸ ἡμισυ νῦν οὐ συνετέθη καθ' ὅλον ἑαυτό, ὥσπερ τὰ β ἐπὶ τὰ β , ἀλλὰ κατὰ τὸ ἡμισυ ἑαυτοῦ, ὥς ἔστιν ἰδεῖν καὶ ἐπὶ διαγράμματος οὕτως. Ἐστω γὰρ μοναδιαῖον χωρίον τὸ ΑΒ ἐκ πλευρᾶς τῆς ΑΖ τετράγωνον δίχα διηρημένης κατὰ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τῆς ΑΓ ἀναγεγράφθω χωρίον τετράγωνον τὸ ΑΔΕΓ· τοῦτο δὲ τέταρτον μέρος ἐστὶ τοῦ ΑΒ μοναδιαίου χωρίου, καὶ ἔστιν ἡμισυ ἐπὶ ἡμισυ· ἡ ΑΓ γὰρ ἐπὶ τὴν ΑΔ γέγονεν. ὁμοίως οὖν δείξεις ὅτι καὶ γ' ἐπὶ γ', θ' γίνεται, καὶ δ' ἐπὶ δ', ιζ'· οὕτως οὖν δεῖ νοεῖν καὶ ἐπὶ τῶν λεπτῶν μορίων ὄντων. Ὅμοίως δὲ καὶ πρῶτα ἐπὶ δεύτερα, τρίτα ποιεῖ, καὶ πρῶτα ἐπὶ τρίτα, τέταρτα καὶ ἐξῆς καὶ ἀνάπαλιν δὲ δεύτερα ἐπὶ πρῶτα, τρίτα, καὶ τρίτα ἐπὶ πρῶτα, τέταρτα καὶ ἐξῆς. ^[25]

^{2 8} πάλιν ὁμοίως δεύτερα μὲν ἐπὶ δεύτερα, τέταρτα· ἐπὶ δὲ τρίτα, πέμπτα· καὶ τέταρτα ἐπὶ δεύτερα, ἕκτα καὶ ἐξῆς καὶ τὸ ἀνάπαλιν. καθόλου δὲ εἰπεῖν, δύο τῶν πολλαπλασιαζομένων συντιθέντων [ἥτοι συντιθεμένων], εἶναι συμβαίνει τὸν πολλαπλασιασμὸν παρώνυμον ἀπὸ τῶν συντιθεμένων. Ὅριστέον οὖν τὸν τῶν λεπτῶν πολλαπλασιασμὸν οὕτως· πολλαπλασιασμός ἐστὶν ὁ παρώνυμος ἀριθμὸς ἐκ τῶν μελλόντων πολλαπλασιάζεσθαι τῆς συνθέσεως λαμβανόμενος. οἷον β ὃν ἐπὶ γ ὃν , ε ὃν γίνεται, καὶ ἔστι κατὰ σύνθεσιν τὴν τῶν β καὶ γ , ὁ ε [ὁμοίως β' ἐπὶ β', δ'] ὁ παρώνυμος τῶν εἰρημένων ἐκ τῆς συνθέσεως τούτῳ οὖν τῷ κανόνι δεῖ προσέχειν αἰεὶ ἐπὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν. Σαφηνείας δ' οὖν ἕνεκα μερίζονος, δεικτέον καὶ ἐπὶ πλατυτέρας καταγραφῆς ἀληθῆ τὰ λεγόμενα. ἔστω γὰρ χωρίον τετράγωνον τὸ ΑΒ ἀπὸ πλευρᾶς

τῆς ΑΓ διηρημένης εἰς ξξ α · ὑποκείσθω δὴ τοῦτο ἥτοι ποδιαῖον ἢ μοναδιαῖον ἢ μοιριαῖον, καὶ διὰ τῶν τομῶν παραλλήλων ἀχθεισῶν τῶν ΕΟ, ΖΘ, ἔσται ἡ πρώτη διαίρεσις τῶν ξξ ὧν τῶν πρώτων. ἔαν οὖν πολλαπλασιάζωμεν [εἰς] τὴν ΑΔ οὔσαν μοῖραν α , ἐπὶ τὸ ἐν ξ ὦν , λέγω δὴ τὴν ΑΞ, ἔσται τὸ πρῶτον χωρίον τὸ ΑΟ ξ ου ἑνός· εἰ δὲ ἐπὶ τὰ β λεπτὰ τὰ ΑΞ, ΕΖ, ἔσται λεπτὰ ἥτοι ξξ α β καὶ τὰ ἐξῆς· ὁμοίως οὖν καὶ μοῖρα ἐπὶ ἐν πρῶτον λεπτὸν ἢ δύο, ποιοῦσι πρῶτα, τῆς ΑΔ ὑποτεθείσης μοίρας, <ἐν ἡ> δύο καὶ ἐξῆς. ^[5]

2 9 Φανερόν ὅτι μοῖρα ἥτοι μοῖραι ἐπὶ λεπτὸν ἢ καὶ λεπτὰ πρῶτα, πρῶτα λεπτὰ ποιεῖ· ἀλλὰ δὴ πάλιν τὸ πρῶτον ξ ὦν , τὸ ΑΞ, διηρήσθω εἰς ξ καὶ ὁμοίως αἱ παράλληλοι ἐπινοείσθωσαν διὰ τῶν Π, Η· ἔσται ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΔΑΠ ὑπὸ τε μοίρας καὶ λεπτοῦ δευτέρου ἑνός, καὶ γίνεται διὰ τὰ αὐτὰ μοῖρα ἐπὶ δεύτερον λεπτὸν ἐν, δεύτερον λεπτὸν ἐν· καὶ ὁμοίως ἐπὶ δύο δεύτερα, δεύτερα δύο. διαιρεθέντος δὲ τοῦ πρώτου ξ ου τῶν δευτέρων ξξ ὧν τοῦ ΑΠ εἰς ξ , τὰ αὐτὰ φήσομεν καὶ τοῦτο ἀεὶ ὥστε μοῖρα ἢ καὶ μοῖραι ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῶσι ποιήσουσι τὸ αὐτὸ ἐξ ἀνάγκης εἶδος. Πάλιν δὴ ἔστω ἡ ΑΔ διηρημένη εἰς ξ , ὧν δύο ἔστω τὰ ΑΣ, ΣΥ ξξ α πρῶτα· ἔαν δὴ πολλαπλασιάσω τὸ πρῶτον ξ ὦν τὸ ΑΞ ἐπὶ τὸ πρῶτον τὸ ΑΣ, ἔσται τὸ γενόμενον τὸ ΑΧ δεύτερον γενόμενον· γίνεται γὰρ τοῦ ΑΒ , γχ ὦν μέρος. ὁμοίως κἂν δύο πρῶτα λεπτὰ τὰ ΥΑ ἐπὶ δύο ὁμοίως πρῶτα τὰ ΑΖ πολλαπλασιάzoις, ἔξεις χωρίον γινόμενον τὸ ΑΦ, τοιούτων γὰρ ὄν τεσσάρων οἶων τὸ ΑΒ , γχ , ὥστε τὰ γινόμενα ἔσται δεύτερα καὶ τοῦτο ἐξῆς· ὥστε πρῶτα ἐπὶ πρῶτα ποιεῖ δεύτερα. Πάλιν δὴ ἔστω τοῦ ΑΣ διαιρεθέντος πρώτου ξ ου εἰς δεύτερα ξξ α , ὧν δύο τὰ ΑΡ, ΡΨ, ἔαν μὲν πρῶτα ἐπὶ δεύτερα, οἶον τὸ ΕΑ ἐπὶ τὴν ΨΑ τουτέστι πρῶτον λεπτὸν ἐν ἐπὶ δεύτερα δύο, γίνονται τρίτα λεπτὰ δύο· τὰ δὲ τρίτα λεπτὰ δύο γίνεται δευτέρου ἐξηκοστὰ δύο, ὅπερ δὴ καὶ ὁράται· ἔστι γὰρ τοῦ ΑΧ ὄντος δευτέρου ξ ου [, γχ ου] δύο ἐξηκοστὰ. ^[5]

2 10 ἀλλὰ δὴ κἂν δύο πρῶτα ἐπὶ δύο δεύτερα πολλαπλασιάzoις ἐξῆς, γίνεται τρίτα διὰ τὰ εἰρημένα· εἰ δὲ δεύτερα ἐπὶ δεύτερα, τέταρτα· ἔαν γὰρ τὰ ΑΡ, ΡΨ δεύτερα δύο ἐπὶ τὰ ΑΠ, ΠΗ ὁμοίως δύο δεύτερα ποιῶν πολλαπλασιάσης, ἔξεις τὸ ΑΤ χωρίον γινόμενον λεπτῶν δ τετάρτων· γίνεται γὰρ ὁμοίως τοιούτων τὸ ΑΤ τεσσάρων οἶων τὸ ΑΧ , γχ. Σαφηνισθέντων δὴ τῶν πολλαπλασιασμῶν, δεικτέον ἐξῆς πῶς τε δεῖ πολλαπλασιάζειν καὶ ἔτι πῶς μερίζειν, πρῶτον ὁρισμένους τί ἐστι μερισμός· μερισμός γάρ ἐστιν ἀριθμοῦ τινος κατὰ ἕτερον ἀριθμὸν διαίρεσις εἰς ἴσα τε καὶ ἰσοπλήθη ταῖς τοῦ ἀριθμοῦ μονάσι διαιρουμένου, εἴτε μονάδας ἐπὶ μονάδας μερίζειν δέοι, εἴτε λεπτὰ ἐπὶ λεπτά, εἴτε λεπτὰ καὶ μονάδας ἐπὶ λεπτὰ καὶ μονάδας. Λέγεται δὲ καὶ ἄλλως μερίζεσθαι ἀριθμός, ὁπότεν διαιρῆται εἰς ἄνισα ὅποσαοῦν, ἀπλῶς γὰρ παρὰ τὸ διαμερίζεσθαι τὴν τοῦ ἀριθμοῦ σύνθεσιν· ἀλλ' ἐπιστῆσαί ἐστιν ὅτι ἄλλο τι ποιεῖ ὁ μερισμός οὗτος· διὸ καὶ οἱ πολλοὶ μᾶλλον τὸ τοιοῦτο διαίρεσιν ἀριθμοῦ καλοῦσιν, οὐκ ἐτι δὲ μερισμόν· ὁ γὰρ κυρίως μερισμός τεταγμένος ἐστὶ· κατὰ γὰρ τὴν αὐτὴν τάξιν τῷ πολλαπλασιασμῷ τέτακται, κἂν δοκῇ ἐναντιῶς αὐτῷ ἔχειν, ὅτι ὁ μὲν σύνθεσις, οὗτος δὲ διαίρεσις ἐστὶ· τάξιν δὲ ὁμοίαν ἔχουσιν ὅτι, ὥσπερ ἐκεῖνος ἰσάκις συνετέθη, οὕτως καὶ οὗτος ἰσάκις μερίζεται. ^[25]

2 11 ὁ γὰρ μερίζων κατὰ ἕτερον ἀριθμὸν μερίζει δοθέντα· τοῦτο γὰρ τέλος τοῦ μερισμοῦ, τὸ εὐρεῖν ἀριθμόν τινα ὃς πολλαπλασιαζόμενος ἥτοι συντιθέμενος ἐπὶ τὸν παρ' ὃν γίνεται ὁ μερισμός, ποιήσει τὸ τοῦ μεριζομένου πλήθος. Καλεῖται δὲ παρὰ τοῖς γεωμέτραις παραβολὴ χωρίου· τὸ γὰρ δοθὲν χωρίον παραβάλλεται, οἶον, εἰ τύχοι, τὸ τῶν ρ μ ο παρὰ τινα, ὑπόθου τὸν ε ἀριθμόν, καὶ ποιεῖ τὸν κ ἀριθμὸν πλάτος γινόμενον τοῦ χωρίου· ἦν δὲ ὁ κ ὁ ἐπιζητούμενος ὃς καὶ εὔρηται ἤδη· διὰ γὰρ τούτου ὁ μερισμός παντελῶς ἀνεφάνθη· τοῦτο δὲ ἦν τὸ λεγόμενον ὅτι οὐδὲν ἕτερόν ἐστι τὸ μερίσαι ἢ τὸ εὐρεῖν τινα ἀριθμὸν ὃς συντεθεὶς ἐπὶ τὸν παρ' ὃν γίνεται ὁ μερισμός, οἶον ὁ κ ὃς εὔρηται, ἐπὶ τὸν ε ποιῆσαι ὀφείλει τὸ τοῦ μεριζομένου πλήθος· ὃ καὶ ἔστιν· ὁ γὰρ εἰρημένος κ παρὰ τὸν ε ποιεῖ τὸν ρ . ὥστε δεῖ ἐπιστῆσαι ὅτι ὁ μέλλων μερίζειν τι, πρότερον ἀποβλέπει εἰς τὸ βάθος τῆς γενέσεως τοῦ μέλλοντος μερίζεσθαι· ἦν γὰρ ὁ

πολλαπλασιάσας τὸν μέλλοντα μερίζεσθαι ἢ γένεσις αὐτοῦ· ἰδοὺ γὰρ ὅτι καὶ ὁ μερισμὸς γέγονεν ἡμῖν <ἐκ> τῆς θεωρίας τοῦ πολλαπλασιάζοντος τὸν μερίζοντα. Σαφῶς τούτων εἰρημένων, εἴπωμεν τί τε παρὰ τι μεριζόμενον ποιεῖ τί, δήλου ὄντος τοῦ ὅτι μοῖραι παρὰ μοίρας μεριζόμεναι μοίρας ποιοῦσιν, ζητουμένου δὲ τοῦ περὶ τῶν ξξ ων λόγου, περὶ τούτου ῥητέον· ἰστέον τοίνυν, ὁποιοῦν εἶδος λεπτῶν ἐπὶ τὸ πρὸ αὐτοῦ προσεχὲς μεριζόμενον, ἔν ὁποιοῦν τῶν πρὸ αὐτοῦ εἶδος ποιεῖ, χωρὶς τῶν πρώτων λεπτῶν μόνων· ἵ γὰρ τυχὸν λεπτὰ πρῶτα παρὰ β μοίρας μεριζόμενα, πρῶτα λεπτὰ ποιεῖ· καὶ φανερόν ὅτι τὰ πρῶτα λεπτὰ παρὰ τὸ πρὸ αὐτῶν εἶδος μερισθέντα, τουτέστι παρὰ μοίρας, τὸ ἐξ ἀρχῆς ἴδιον εἶδος πεποίηκε, πρῶτα γὰρ μεμένηκεν. ^[10]

2 12 Ἐπὶ δὲ τῶν μετὰ ταῦτα οὐχ οὕτως ἔχει λοιπῶν εἰδῶν· δεύτερα γὰρ παρὰ τὰ προσεχῆ αὐτοῖς πρῶτα μεριζόμενα, πρῶτα ποιεῖ, καὶ οὐκέτι τὰ αὐτὰ δεύτερα· τοῦτο δὲ ῥᾶον ἐπιστῆσαι ἐκ τῶν ἐπάνω εἰρημένων. ἐλέγετο δὲ ὅτι δεῖ ζητῆσαι ἀριθμὸν ὃς συντιθέμενος ἐπὶ τὸν παρ' ὃν γίνεται ὁ μερισμὸς, καὶ τὰ ἐξῆς. κἀνταῦθα οὖν τὸ αὐτὸ ἐστὶ· δεῖ γὰρ ζητῆσαι ἀριθμὸν ὃς συντιθέμενος ἐπὶ τὸν μερίζοντα πάντως ποιῆσαι ὀφείλει τὸ μεριζόμενον εἶδος [ἔστι δὲ ὁ εὐρισκόμενος ὁε·] εἴρηται δὲ ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς καὶ τοῦτο ὅτι μοῖρα ἦτοι μοῖραι, ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῶσιν, τὸ αὐτὸ εἶδος φυλάξουσιν. εἰ δὲ ταῦτα οὕτως, καὶ ἀνάπαλιν πᾶν εἶδος παρὰ μοῖραν ἢ μοίρας μεριζόμενον, ἦτοι παραβαλλόμενον, τὸ αὐτὸ εἶδος φυλάξει. πρῶτα δὲ λεπτὰ παρὰ πρῶτα μεριζόμενα μοίρας ποιεῖ, ὥσπερ καὶ μοῖραι ἐπὶ λεπτὰ πρῶτα πολλαπλασιαζόμενα ἐποιοῦν λεπτὰ πρῶτα· ὁμοίως καὶ δεύτερα παρὰ δεύτερα μοίρας, καὶ τρίτα παρὰ τρίτα μεριζόμενα μοίρας ποιήσει, ἐπεὶ καὶ μοῖραι ἐπὶ τρίτα λεπτὰ πολλαπλασιαζόμενα τρίτα λεπτὰ ποιοῦσιν· καὶ ἀπλῶς πᾶν εἶδος παρ' αὐτὸ μεριζόμενον μοῖραν ποιεῖ. ^[25]

2 13 Οὐ δεῖ οὖν ἀπατᾶσθαι, εἴ που καθ' ὑπόθεσιν τρίτα ἐξηκοστὰ ξ μεριζόμενα παρ' αὐτά, εἰ τύχοι, παρὰ β λεπτὰ τρίτα, ποιήσει μοίρας λ, ἐνθυμούμενος ὅτι τὰ ξ τρίτα μεριζόμενα ὀφείλει ποιεῖν ἐλάσσονα αὐτῶν ἀριθμὸν καὶ οὐχὶ μοίρας λ, αἵτινες πολλαπλάσιαι τυγχάνουσι τῶν ξ λεπτῶν· οὐδὲν γὰρ ἄτοπον ἀπαντᾶ, κἂν γεγόνασιν αἱ λ μοῖραι ἐκ τοῦ μερισμοῦ τῶν τρίτων λεπτῶν παρ' αὐτά, παραβολῆς γινομένης τῶν ξ τρίτων λεπτῶν παρὰ μικρότερόν τινα, οἷον τὰ β τρίτα λεπτά, διότι ἐξ ἀνάγκης μακροτέραν πλευρὰν ἐκ τοῦ μερισμοῦ τῶν λεπτῶν ἔδει γενέσθαι ἐναντίως ταῖς μονάσι· μόρια γάρ εἰσι τὰ λεπτά. ἐπὶ δὲ τῶν μορίων αἰ τοῦτο οὕτως εὐρίσκεται μεριζομένων παρὰ μόρια, ὥσπερ τὸ ιβ' καθ' ὑπόθεσιν παρὰ τὸ δ' μεριζόμενον ἐξ ἀνάγκης ποιεῖ τὸ γ'. φανερόν δὲ ἔσται πάλιν τὸ λεγόμενον δι' ἀναγραφῆς χωρίου τῷ βουλομένῳ· σεσημειώσθω δὲ τὸ εἰρημένον ὡς ἀναγκαῖον καὶ τοῖς πολλοῖς οὐκ εὐδελον. Δεύτερα μέντοι λεπτὰ παρὰ πρῶτα ποιεῖ πρῶτα, ἐπειδὴ καὶ πρῶτα ἐπὶ πρῶτα πολλαπλασιαζόμενα ἐποίει δεύτερα, καὶ εἴρηται ὅτι ὁ μερισμὸς οὐδὲν ἐστὶν ἕτερον ἢ κατὰ βάθος πολλαπλασιασμοῦ τινος θεωρία τοῦ γεννήσαντος τὸν μεριζόμενον, καὶ ὅτι μερίζειν ἐστὶ τὸ εὐρίσκειν ἀριθμὸν τινα ὃς πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ τὸν παρ' ὃν γίνεται ὁ μερισμὸς, ποιήσει τὸ τῶν μεριζομένων εἶδος τε καὶ πλῆθος τῶν μορίων. διὰ δὲ τὰ αὐτὰ καὶ τρίτα παρὰ δεύτερα μεριζόμενα πρῶτα ποιεῖ, ἐπεὶ καὶ δεύτερα ἐπὶ πρῶτα πολλαπλασιαζόμενα τρίτα ποιεῖ· καὶ τρίτα παρὰ πρῶτα μεριζόμενα ποιεῖ δεύτερα, καὶ πέμπτα παρὰ δεύτερα, τρίτα καὶ ἐξῆς. ^[25]

2 14 κοινωνία οὖν τις καὶ ἐναντιότης, ὡς εἴρηται, θεωρεῖται ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς· πρῶτα γὰρ ἐπὶ πρῶτα πολλαπλασιαζόμενα δεύτερα ποιεῖ, δεύτερα δὲ παρὰ πρῶτα μεριζόμενα πρῶτα ποιεῖ· καὶ πάλιν πρῶτα ἐπὶ δεύτερα, τρίτα ποιεῖ, καὶ μεριζόμενα ταῦτα παρὰ πρῶτα ποιεῖ δεύτερα. πάλιν πρῶτα ἐπὶ τρίτα, τέταρτα ποιεῖ, καὶ μεριζόμενα <ταῦτα> παρὰ τρίτα ποιεῖ πρῶτα, καὶ ἐξῆς ὁμοίως. καὶ δεύτερα ἐπὶ δεύτερα ποιεῖ τέταρτα καὶ μεριζόμενα παρὰ τὰ δεύτερα τὰ εἰρημένα τέταρτα ποιεῖ δεύτερα· δῆλον οὖν ὅτι ὁ μὲν πολλαπλασιασμός

παρωνύμως γίνεται ἐκ τοῦ κατὰ σύνθεσιν, ὡς εἴρηται· δεύτερα γάρ, εἰ τύχοι, ἐπὶ τρίτα, πέμπτα ποιεῖ, ἐπεὶ καὶ β καὶ γ συντιθέμενα γίνεταί· ὁ δὲ μερισμὸς κατὰ τὸ ἐναντίον τούτῳ, ἐκ τοῦ κατὰ διαίρεσιν γάρ· πέμπτα γὰρ παρὰ τρίτα μεριζόμενα γίνεται δεύτερα, καὶ ἀπὸ τῶν ε ἀφαιρουμένων γ καταλείπονται β· καὶ φανερόν ὅτι ἐκ τοῦ κατὰ διαίρεσιν παρωνύμου γίνεται ὁ μερισμός. Οὕτως οὖν τὰ προσεχῇ γίνεται καὶ τοῦτο χρή εἰδέναι ὅτι πᾶν εἶδος παρὰ τὸν ξ ἀπλῶς μεριζόμενον ποιεῖ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ εἶδος, ἐπινοουμένων τῶν ξ πρώτων λεπτῶν· εἰ γὰρ καθ' ὑπόθεσιν τὰ σμ πρώτα λεπτά παρὰ τὸν ξ μερίσω, τουτέστι παρὰ πρώτα λεπτά ξ, ἕξω μοίρας δ, ἐπεὶ καὶ δ μοῖραι ἐπὶ πρώτα ἐξηκοστὰ ξ ποιοῦσι πρώτα λεπτά σμ· μοῖρα γὰρ καὶ μοῖραι ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῶσι, τὸ αὐτὸ εἶδος ποιοῦσιν· εἰσὶν οὖν τὰ ξ λεπτά πρώτα, παρ' ἃ γίνεται ὁ μερισμός, μοῖρα α, παρ' ἣν ἂν μερίσωμεν τὰ σμ πρώτα λεπτά, τὸ αὐτὸ ἔσται· σμ γὰρ λεπτά πρώτα μοῖραί εἰσι δ, αἵτινες μεριζόμεναι παρὰ τὴν μίαν μοῖραν γίνονται δ· τετράκις γὰρ μία, δ· ἐπειδὴ καὶ μοῖραι ἐπὶ μοῖραν μοίρας ποιεῖ. ^[5]

2 15 Καὶ δεύτερα δὲ λεπτά εἰ τύχοι τ παρὰ τὸν ξ μεριζόμενα ποιεῖ πρώτα ε, δηλονότι ἐπινοουμένων, ὡς εἴρηται, τῶν ξ πρώτων ξ, διὸ καὶ πρώτα ἐπὶ πρώτα πολλαπλασιαζόμενα δεύτερα ποιεῖ τὰ γὰρ ξ πρώτα ἐπὶ τὰ ε πρώτα, τ δεύτερα ποιεῖ. εἰ δὲ τρίτα ὑποθώμεθα τὰ τ ταῦτα καὶ μερίσωμεν αὐτὰ παρὰ τὸν ξ, ἔσονται τὰ πρὸ αὐτῶν τουτέστι ε δεύτερα, ἐπεὶ καὶ πρώτα ἐπὶ δεύτερα, τρίτα ποιεῖ· ὡς οὖν εἴρηται, τὰ ἀπλῶς λαμβανόμενα ξ παρ' ἃ δεῖ γίνεσθαι τοὺς μερισμούς, πάντῃ δεῖ ἐπινοεῖσθαι πρώτα λεπτά ὄντα· οὕτω δὲ καὶ πέμπτα λεπτά παρὰ τὸν ξ τέταρτα ποιεῖ, καὶ ἕκτα, πέμπτα. ^[15]