

eul_wid: liq-ab

Αὐτόλυκος ὁ Πιταναῖος · Autolycus of Pitane

On the Moving Sphere

Περὶ τῆς κινούμενης σφαίρας

Period: Ἑλληνιστική Hellenistic

Dialect: Ἀττική Attic

Domain: Ἐπιστήμη Science

Format: Πραγματεία Treatise

ΑΥΤΟΛΥΚΟΥ ΠΕΡΙ ΚΙΝΟΥΜΕΝΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ Ὅμαλῶς λέγεται φέρεσθαι σημεῖα ὅταν ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἴσα τε ἢ καὶ ὅμοια μεγέθη διεξέρχεται· ἐὰν δὲ ἐπὶ τινος γραμμῆς φερόμενόν τι σημεῖον ὁμαλῶς δύο γραμμὰς διεξέλθῃ, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ὃ τε χρόνος πρὸς τὸν χρόνον ἐν ᾧ τὸ σημεῖον ἐκατέραν τῶν γραμμῶν διεξῆλθεν καὶ ἡ γραμμὴ πρὸς τὴν γραμμὴν.

P [Ἄξων σφαίρας ἐστὶν ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας περὶ ἣν μένουσαν ἡ σφαῖρα στρέφεται· πόλοι δὲ τῆς σφαίρας εἰσὶ τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος]. Ἐὰν σφαῖρα στρέφηται ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα, πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα ὅσα μὴ ἔστιν ἐπὶ τοῦ ἄξονος κύκλους γράψει παραλλήλους τοὺς αὐτοὺς πόλους ἔχοντας τῇ σφαίρᾳ, καὶ ἔτι ὀρθοὺς πρὸς τὸν ἄξονα. ^[5]

¹ Ἔστω σφαῖρα ἥς ἄξων ἔστω ἡ αβ' εὐθεῖα, πόλοι δὲ αὐτῆς τὰ α' β' σημεῖα, καὶ στρεφέσθω ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα τὸν αβ'· λέγω ὅτι πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα ὅσα μὴ ἔστιν ἐπὶ τοῦ ἄξονος κύκλους γράψει παραλλήλους τοὺς αὐτοὺς πόλους ἔχοντας τῇ σφαίρᾳ, καὶ ἔτι ὀρθοὺς πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, τὸ γ'· καὶ ἦχθω ἀπὸ τοῦ γ' ἐπὶ τὴν αβ' εὐθεῖαν κάθετος ἡ γδ', καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῶν πόλων τῶν α' β' καὶ τῆς γδ' ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὴν κύκλον. Ἔστω αὐτοῦ ἡμικύκλιον τὸ αγκβ'· ἐὰν δὴ μενούσης τῆς αβ' εὐθείας περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, συμπεριενεχθήσεται αὐτῷ καὶ ἡ γδ' εὐθεῖα κατὰ πᾶσαν μετακίνησιν τοῦ αγκβ' ἡμικυκλίου διαμένουσα τῇ αβ' εὐθείᾳ πρὸς ὀρθάς, καὶ γράψει κύκλον ἐν τῇ σφαίρᾳ οὗ κέντρον ἔσται τὸ δ' σημεῖον, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ γδ' πρὸς ὀρθὰς οὔσα τῷ αβ' ἄξονι. Καὶ φανερόν ὅτι τὰ α' β' σημεῖα πόλοι ἔσσονται τοῦ γραφέντος κύκλου, ἐπειδὴ περ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας κάθετος ἦκται καὶ ἐκβεβλήται ἡ αβ' ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. Ὅμοίως δὲ δεῖξομεν ὅτι καὶ πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα, ὅσα μὴ ἔστιν ἐπὶ τοῦ ἄξονος, κύκλους γράψει πρὸς ὀρθὰς τῷ αβ' ἄξονι τοὺς αὐτοὺς πόλους ἔχοντας τῇ σφαίρᾳ· οἱ δὲ περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους ὄντες ἐν σφαίρᾳ κύκλοι παράλληλοί εἰσι· πάντα ἄρα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα, ὅσα μὴ ἔστιν ἐπὶ τοῦ ἄξονος, κύκλους γράψει παραλλήλους τοὺς αὐτοὺς πόλους ἔχοντας τῇ σφαίρᾳ καὶ ἔτι ὀρθοὺς πρὸς τὸν ἄξονα. Ἐὰν σφαῖρα στρέφηται ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα. ^[35]

πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα ἐν τῷ ἴσῳ χρόνῳ τὰς ὁμοίας περιφερείας διεξέρχεται τῶν παραλλήλων κύκλων καθ' ὧν φέρεται. Σφαῖρα γὰρ στρεφέσθω ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα τὸν αβ', πόλοι δὲ τῆς σφαίρας ἔστωσαν τὰ α' β' σημεῖα, καὶ εἰλήφθω τινὰ σημεῖα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας τὰ γ' δ'. λέγω ὅτι τὰ γ' δ' σημεῖα ἐν τῷ ἴσῳ χρόνῳ τὰς ὁμοίας περιφερείας διεξέρχεται τῶν παραλλήλων κύκλων καθ' ὧν φέρεται. Ἐστωσαν γὰρ παράλληλοι κύκλοι καθ' ὧν φέρεται τὰ γ' δ' σημεῖα οἱ γε' δζ', καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῆς αβ' καὶ τοῦ γ' ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλον. Ἐστὼ δὲ αὐτοῦ ἡμικύκλιον τὸ αγβ'. ἥτοι δὴ ἐλεύσεται καὶ διὰ τοῦ δ' ἡ οὐ. Ἐρχέσθω πρότερον καὶ ἔστω τὸ αγδβ', καὶ ἐν τῇ περιφορᾷ τῆς σφαίρας μετακεκινήσθω τὸ αγδβ' ἡμικύκλιον καὶ ἐχέτω θέσιν ὡς τὴν αεζβ'. ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι εἰσὶν οἱ γε' δζ' καὶ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν μέγιστοι κύκλοι γεγραμμένοι εἰσὶν οἱ αγδβ' αεζβ', ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ γε' περιφέρεια τῇ δζ' περιφερείᾳ· λέγω οὖν ὅτι ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὸ γ' σημεῖον ἐπὶ τὸ ε' παραγίνεται καὶ τὸ δ' ἐπὶ τὸ ζ'. Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὸ μὲν γ' σημεῖον ἐπὶ τὸ ε' σημεῖον παραγιγνέσθω, τὸ δὲ δ' ἐπὶ τὸ η'. στρεφομένης ἄρα τῆς σφαίρας, ὅταν τὸ γ' ἐπὶ τὸ ε' παραγένηται καὶ τὸ δ' ἐπὶ τὸ η', καὶ τὸ αγδβ' ἡμικύκλιον θέσιν ἔξει ὡς τὴν αεηβ'. καὶ ἐπεὶ μέγιστός ἐστιν ἑκάτερος τῶν αεζβ' αεηβ' κύκλων, ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ α' ἐπὶ τὸ ε' ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διάμετρος ἐστὶ τῆς σφαίρας· ἀλλὰ καὶ ἡ αβ', ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὸ γ' σημεῖον ἐπὶ τὸ ε' παραγίνεται καὶ τὸ δ' ἐπὶ τὸ η'. Ὅμοίως δὲ δεῖξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπ' ἄλλο τι πλὴν ἐπὶ τὸ ζ' σημεῖον. Μὴ ἐρχέσθω δὴ τὸ ἡμικύκλιον τὸ διὰ τῶν α' γ' β' διὰ τοῦ δ', ἀλλὰ διὰ τοῦ θ', ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ ἔστω παράλληλος κύκλος καθ' οὗ φέρεται τὸ δ' σημεῖον ὁ δθζ', καὶ κείσθω τῇ γε' ὁμοία ἡ δη'. ἀλλ' ἡ γε' περιφέρεια τῇ θζ' περιφερείᾳ ἐστὶν ὁμοία· καὶ ἡ δη' ἄρα τῇ θζ' ἐστὶν ὁμοία· καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ δη' περιφέρεια τῇ θζ' περιφερείᾳ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ δ' ἐπὶ τὸ η' παραγίνεται καὶ τὸ θ' ἐπὶ τὸ ζ'. ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ θ' ἐπὶ τὸ ζ' παραγίνεται καὶ τὸ γ' ἐπὶ τὸ ε'. ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ γ' ἐπὶ τὸ ε' παραγίνεται καὶ τὸ δ' ἐπὶ τὸ η'. ^[45]

- 2 (50) [Ἄλλως. Σφαῖρα γὰρ στρεφέσθω ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα τὸν αβ', πόλοι δὲ τῆς σφαίρας ἔστωσαν τὰ α' β' σημεῖα, καὶ εἰλήφθω τινὰ σημεῖα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας τὰ γ' δ', καὶ ἔστωσαν παράλληλοι κύκλοι καθ' ὧν φέρεται τὰ γ' δ' σημεῖα οἱ γεζ' δηθ', καὶ κείσθω ἴση τῇ δη' περιφερείᾳ ἡ γε' περιφέρεια· λέγω ὅτι τὰ γ' δ' σημεῖα ἐν τῷ ἴσῳ χρόνῳ τὰς γε' δη' περιφερείας διεξέρχεται. Διὰ γὰρ τῶν α' γ' σημείων μέγιστος κύκλος γεγράφθω· ἐλεύσεται δὴ διὰ τοῦ β'. ἥτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ δ' ἡ οὐ. Ἐρχέσθω πρότερον καὶ ἔστω τὸ αγδβ'. ὁ δὲ κύκλος διὰ τῶν α' ε' γεγραμμένος καὶ διὰ τοῦ η' ἐλεύσεται· καὶ ἔστω τὸ αεηβ'. λέγω οὖν ὅτι ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὸ γ' σημεῖον ἐπὶ τὸ ε' παραγίνεται καὶ τὸ δ' ἐπὶ τὸ η'. Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὸ μὲν γ' σημεῖον ἐπὶ τὸ ε' σημεῖον παραγιγνέσθω, τὸ δὲ δ' σημεῖον ἐπὶ τὸ κ' σημεῖον. Στρεφομένης ἄρα τῆς σφαίρας μετακεκινήσθω τὸ αγδβ' ἡμικύκλιον καὶ ἐχέτω θέσιν ὡς τὴν αεκβ'. δύο ἄρα κύκλοι <αεηβ' αεκβ'> τεμοῦσιν ἀλλήλους κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο, ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ γ' σημεῖον ἐπὶ τὸ ε' παραγίνεται καὶ τὸ δ' ἐπὶ τὸ η'. Μὴ ἐρχέσθω δὴ τὸ ἡμικύκλιον τὸ διὰ τῶν α' γ' διὰ τοῦ δ', ἀλλὰ διὰ τοῦ κ', ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς ὁ ἄρα κύκλος διὰ τῶν α' ε' διὰ τοῦ λ' ἐλεύσεται· καὶ ἔστωσαν αγκβ' αελβ'. ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ γε' περιφέρεια τῇ κλ' περιφερείᾳ· ἀλλ' ἡ γε' περιφέρεια τῇ δη' περιφερείᾳ ἐστὶν ὁμοία· καὶ ἡ κλ' ἄρα περιφέρεια τῇ δη' ἐστὶν ὁμοία· καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ δη' περιφέρεια τῇ κλ' περιφερείᾳ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ δ' ἐπὶ τὸ η' παραγίνεται καὶ τὸ κ' ἐπὶ τὸ λ'. ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ κ' ἐπὶ τὸ λ' παραγίνεται καὶ τὸ γ' ἐπὶ τὸ ε'. ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ γ' ἐπὶ τὸ ε' παραγίνεται καὶ τὸ δ' ἐπὶ τὸ η']. Ἐὰν σφαῖρα στρέφηται ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα, ἃς ἐν ἴσῳ χρόνῳ περιφερείας διεξέρχεται σημεῖα τινὰ τῶν παραλλήλων κύκλων καθ' ὧν φέρεται, αὗται ὁμοιαὶ εἰσιν. ^[95]

- ³ Ἐστω σφαῖρα ἥς ἄξων ὁ αβ', πόλοι δὲ τὰ α' β' σημεία, καὶ εἰλήφθω τινὰ σημεῖα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας τὰ γ' δ', καὶ ἔστωσαν παράλληλοι κύκλοι καθ' ὧν φέρεται τὰ γ' δ' σημεῖα οἱ γε' δζ', καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὸ γ' σημεῖον τὴν γε' περιφέρειαν διαπορευέσθω καὶ τὸ δ' σημεῖον τὴν δζ' περιφέρειαν· λέγω ὅτι ὁμοία ἐστὶν ἡ γε' περιφέρεια τῇ δζ' περιφερείᾳ. Εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ὁμοία ἡ γε' περιφέρεια τῇ δζ', ἔστω ὁμοία ἡ γε' τῇ δη' ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ γ' σημεῖον τὴν γε' περιφέρειαν διαπορεύεται καὶ τὸ δ' τὴν δη'· ἀλλὰ καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ τὸ γ' τὴν γε' διαπορεύεται καὶ τὸ δ' τὴν δζ'· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ δ' τὴν δζ' διαπορεύεται καὶ τὸ δ' τὴν δη'· καὶ εἰσὶν τοῦ αὐτοῦ κύκλου· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ δη' τῇ δζ', ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ὁμοία ἐστὶν ἡ γε' τῇ δη'. Ὁμοίως δὲ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλη τινὶ πλὴν τῇ δζ' ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ γε' περιφέρεια τῇ δζ' περιφερείᾳ. Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μένων μέγιστος κύκλος πρὸς ὀρθὰς ὦν τῷ ἄξονι ὀρίζῃ τό τε ἀφανὲς καὶ τὸ φανερόν ἡμισφαίριον τῆς σφαίρας, στρεφομένης τῆς σφαίρας περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα οὐδὲν τῶν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημείων οὔτε δύσεται οὔτε ἀνατελεῖ, ἀλλὰ τὰ μὲν ἐν τῷ φανερῷ ἡμισφαίριῳ αἰεὶ ἐστὶ φανερά, τὰ δὲ ἐν τῷ ἀφανεῖ αἰεὶ ἐστὶν ἀφανῆ. ^[5]
- ⁴ Ἐν γὰρ σφαίρᾳ μένων μέγιστος κύκλος ὁ αβ' πρὸς ὀρθὰς ὦν τῷ ἄξονι ὀριζέτω τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανές· λέγω ὅτι στρεφομένης τῆς σφαίρας περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα οὐδὲν τῶν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημείων οὔτε δύσεται οὔτε ἀνατελεῖ. Εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας τὸ γ', καὶ ἔστω παράλληλος κύκλος καθ' οὗ φέρεται τὸ γ' σημεῖον ὁ γδ'· ὁ γδ' ἄρα κύκλος πρὸς ὀρθὰς ἐστὶν τῷ ἄξονι· ἀλλὰ καὶ ὁ αβ' παράλληλος ἄρα ἐστὶν ὁ γδ' κύκλος τῷ αβ' κύκλῳ. Εἰ ἄρα τὸ γ' σημεῖον δύσεται ἢ ἀνατελεῖ, συμβαλεῖ ὁ γδ' κύκλος τῷ αβ' ὀρίζοντι, ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ἔστιν γὰρ αὐτῷ παράλληλος· οὐκ ἄρα τὸ γ' σημεῖον δύσεται ἢ ἀνατελεῖ. Ὁμοίως δὲ δείξομεν ὅτι καὶ πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα οὔτε δύσεται οὔτε ἀνατελεῖ, ἀλλὰ τὰ μὲν ἐν τῷ φανερῷ διὰ παντός ἐστὶν ἐν τῷ φανερῷ, τὰ δὲ ἐν τῷ ἀφανεῖ διὰ παντός ἐστὶν ἐν τῷ ἀφανεῖ. Ἐὰν διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας κύκλος μένων ὀρίζῃ τό τε φανερόν καὶ τὸ ἀφανές, πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα στρεφομένης αὐτῆς καὶ δύσεται καὶ ἀνατελεῖ, καὶ τὸν ἴσον χρόνον ὑπὲρ τε τὸν ὀρίζοντα ἐνεχθήσεται καὶ ὑπὸ τὸν ὀρίζοντα. ^[5]
- ⁵ Διὰ γὰρ τῶν πόλων τῆς σφαίρας κύκλος μένων ὁ αβγ' ὀριζέτω τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανές· λέγω ὅτι στρεφομένης τῆς σφαίρας ἐν τῇ περιφορᾷ πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα καὶ δύνει καὶ ἀνατέλλει. Ἐστω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας τὸ δ' καὶ ἔστω παράλληλος κύκλος καθ' οὗ φέρεται τὸ δ' σημεῖον ὁ βδγε'· ἐν τῇ ἄρα περιφορᾷ τῆς σφαίρας τὸ δ' σημεῖον, ὅταν μὲν κατὰ τὸ γ' γένηται ἀνατέλλει, ὅταν δὲ κατὰ τὸ β' δύνει. Καὶ ἐπεὶ ὁ αβγ' κύκλος τὸν βδγε' κύκλον διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ· ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶν ἐκάτερον τῶν βεγ' βδγ'· τὸ δ' ἄρα σημεῖον αἰεὶ κατὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα τοῦ αβγ' κύκλου καὶ δύσεται καὶ ἀνατελεῖ, καὶ τὸν ἴσον χρόνον ὑπὲρ τὸν ὀρίζοντα ἐνεχθήσεται καὶ ὑπὸ τὸν ὀρίζοντα. Ὁμοίως δὲ δείξομεν ὅτι καὶ πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα καὶ δύσεται καὶ ἀνατελεῖ, καὶ τὸν ἴσον χρόνον ὑπὲρ τε τὸν ὀρίζοντα ἐνεχθήσεται καὶ ὑπὸ τὸν ὀρίζοντα. Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος μένων ὀρίζῃ τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανὲς λοξὸς ὦν πρὸς τὸν ἄξονα, ἐφάπεται δύο κύκλων ἴσων τε καὶ παραλλήλων ἀλλήλοις, καὶ τούτων ὁ μὲν πρὸς τῷ φανερῷ πόλῳ αἰεὶ ἔσται φανερός, ὁ δὲ πρὸς τῷ ἀφανεῖ αἰεὶ ἀφανής. ^[5]
- ⁶ Ἐν γὰρ σφαίρᾳ μένων μέγιστος κύκλος ὁ αβγ' λοξὸς ὦν πρὸς τὸν ἄξονα ὀριζέτω τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανές· λέγω ὅτι ὁ αβγ' κύκλος ἐφάπεται δύο κύκλων ἴσων τε καὶ παραλλήλων ἀλλήλοις, καὶ τούτων ὁ μὲν πρὸς τῷ φανερῷ πόλῳ αἰεὶ ἔσται φανερός, ὁ δὲ πρὸς τῷ ἀφανεῖ αἰεὶ ἔσται ἀφανής. Ἐστω γὰρ ὁ πόλος τῆς σφαίρας ὁ φανερός ὁ δ', καὶ διὰ τοῦ δ' καὶ

τῶν τοῦ αβγ' κύκλου πόλων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ αδε', καὶ κείσθω τῇ αδ' περιφερείᾳ ἴση ἢ γε' καὶ πόλῳ τῷ δ' διαστήματι δὲ τῷ αδ' κύκλος γεγράφθω ὁ αζη', πόλῳ δὲ τῷ ε' διαστήματι δὲ τῷ εγ' κύκλος γεγράφθω ὁ γθκ'. φανερόν δὲ ὅτι ὁ αζη' κύκλος τῷ γθκ' κύκλῳ ἴσος τε καὶ παράλληλός ἐστιν καὶ ἔτι ὁ αβγ' κύκλος τῶν αζη' γθκ' κύκλων ἐφάπτεται· λέγω δὲ ὅτι καὶ ὁ μὲν αζη' κύκλος αἰεὶ ἐστὶ φανερός, ὁ δὲ γθκ' αἰεὶ ἐστὶν ἀφανής. Εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ὁ αζη' κύκλος αἰεὶ φανερός, ἐν τῇ περιφορᾷ τῆς σφαίρας ὁ αζη' κύκλος συμβαλεῖ τῷ αβγ' ὀρίζοντι. Συμβαλλέτω κατὰ τὸ λ' σημεῖον καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αδ' δλ' αγ'. Ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ αδγ' κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν αβγ' διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ αγ' τοῦ αβγ' κύκλου καὶ ὁ αδγ' κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν αβγ' κύκλον· κύκλου δὲ τινος τοῦ αβγ' ἐπὶ διαμέτρου τῆς αγ' τμήμα κύκλου ὀρθὸν ἐφέστηκεν τὸ αδγ', καὶ ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος περιφέρεια εἰς ἄνισα τέμνεται κατὰ τὸ δ', καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἢ αδ', τοῦτο γὰρ φανερόν· ἡ ἄρα αδ' εὐθεῖα ἐλαχίστη ἐστὶ πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ δ' πρὸς τὸν αβγ' κύκλον προσπιπτουσῶν εὐθειῶν· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ἢ αδ' εὐθεῖα τῆς δλ' εὐθείας· ἀλλὰ καὶ ἴση, πόλος γάρ ἐστιν τὸ δ' σημεῖον τοῦ αζη' κύκλου, ὅπερ ἄτοπον· ἐν ἄρα τῇ περιφορᾷ τῆς σφαίρας ὁ αζη' κύκλος οὐ δύσεται. Ὁμοίως δὲ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ὁ γθκ' ἀνατελεῖ· ὁ μὲν αζη' ἄρα κύκλος αἰεὶ ἐστὶν φανερός, ὁ δὲ γθκ' αἰεὶ ἐστὶν ἀφανής. Ἐὰν ὁ ὀρίζων ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλος τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανὲς λοξὸς ἢ πρὸς τὸν ἄξονα, οἱ τῷ ἄξονι πρὸς ὀρθὰς ὄντες κύκλοι καὶ τέμνοντες τὸν ὀρίζοντα κατὰ τὰ αὐτὰ σημεία αἰεὶ τοῦ ὀρίζοντος τὰς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιοῦνται, ἔτι δὲ καὶ ὁμοίως ἔσσονται κεκλιμένοι πρὸς τὸν ὀρίζοντα. ^[5]

⁷ Ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὀρίζων τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανὲς ὁ αβδγ' λοξὸς ὢν πρὸς τὸν ἄξονα, οἱ δὲ τῷ ἄξονι πρὸς ὀρθὰς ὄντες κύκλοι καὶ τέμνοντες τὸν ὀρίζοντα ἔστωσαν οἱ αβ' γδ'· λέγω ὅτι οἱ αβ' γδ' κύκλοι κατὰ τὰ αὐτὰ σημεία αἰεὶ τοῦ ὀρίζοντος τὰς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιοῦνται, καὶ διὰ μὲν τῶν δ' β' σημείων τὰς ἀνατολὰς ποιοῦνται, διὰ δὲ τῶν α' γ' τὰς δύσεις. Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ποιείσθω ὁ αβ' κύκλος δι' ἄλλου τινὸς σημείου τὴν ἀνατολὴν τοῦ ε', διὰ δὲ τοῦ α' τὴν δύσιν, καὶ ἔστω ὁ πόλος τῶν παραλλήλων κύκλων τὸ ζ' σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ ζ' καὶ τῶν τοῦ αβγδ' κύκλου πόλων μέγιστος κύκλος γεγράφθω ὁ ηζθ', καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ηθ' ηζ' ζε' ζβ'. Ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ηζθ' κύκλον τινὰ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸν αβγδ' διὰ τῶν πόλων τέμνει, δίχα τε αὐτὸν τεμεῖ καὶ πρὸς ὀρθάς· διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ ηθ' τοῦ αβγδ' κύκλου καὶ ὁ ηζθ' κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν αβγδ' κύκλον· κύκλου δὲ τινος τοῦ αβγδ' ἐπὶ διαμέτρου τῆς ηθ' τμήμα κύκλου ὀρθὸν ἐφέστηκεν τὸ ηζθ', καὶ ἡ τοῦ ἐφεστῶτος τμήματος τοῦ ηζθ' περιφέρεια εἰς ἄνισα τέμνεται κατὰ τὸ ζ' σημεῖον, καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἢ ζη' περιφέρεια ἢ ἡμίσεια· ἡ ζη' ἄρα εὐθεῖα ἐλαχίστη ἐστὶν πασῶν τῶν ἀπὸ τοῦ ζ' σημείου πρὸς τὸν αβγδ' κύκλον προσπιπτουσῶν εὐθειῶν· καὶ ἡ ἔγγιον ἄρα τῆς ζη' τῆς ἀπώτερον ἐλάσσων ἐστίν· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ζε' τῆς ζβ'· ἀλλὰ καὶ ἴση, ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· οὐκ ἄρα ὁ αβ' κύκλος δι' ἄλλου τινὸς σημείου ἢ διὰ τοῦ β' τὴν ἀνατολὴν ποιήσεται, διὰ δὲ τοῦ α' τὴν δύσιν. Ὁμοίως δὲ δείξομεν ὅτι καὶ ὁ γδ' κύκλος διὰ μὲν τοῦ δ' τὴν ἀνατολὴν ποιήσεται, διὰ δὲ τοῦ γ' τὴν δύσιν. Ὡστε οἱ αβ' γδ' κύκλοι αἰεὶ κατὰ τὰ αὐτὰ σημεία τοῦ ὀρίζοντος τὰς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιοῦνται. Λέγω δὲ ὅτι καὶ ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι οἱ αβ' γδ' κύκλοι πρὸς τὸν αβγδ' ὀρίζοντα. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ αβ' γδ' κμ' λν'· ἐπεὶ ὁ ηζθ' κύκλος τοὺς αβ' γδ' αβδγ' κύκλους διὰ τῶν πόλων τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτοὺς τεμεῖ· ὁ ηζθ' ἄρα κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς ἕκαστον τῶν αβ' γδ' αβδγ' κύκλων· ὥστε καὶ ἑκάτερος τῶν αβ' αβδγ' κύκλων ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ηζθ'· καὶ ἡ κοινὴ ἄρα τομὴ ἢ τῶν αβ' γδβα' ἢ αβ' ὀρθή ἐστι πρὸς τὸν ηζθ' κύκλον· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἀπτομένας αὐτῆς ἐν τῷ ηζκθ' ἐπιπέδῳ ὀρθή ἐστὶν ἢ αβ' ἄπτεται δὲ τῆς αβ' ἑκατέρα τῶν ηθ' κμ' οὔσα ἐν τῷ τοῦ ηζθ' κύκλου ἐπιπέδῳ· ἢ αβ' ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ηθ'

κμ' ὀρθή ἐστιν· ὥστε ἡ ὑπὸ τῶν κμθ' γωνία ἢ κλίσις ἐστὶν ἐν ἧ' κέκλινται ὁ αβ' κύκλος πρὸς τὸν αβγδ' κύκλον. ^[55]

7 (50) Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν λνθ' γωνία ἐστὶν ἢ κλίσις ἐν ἧ' κέκλινται ὁ γδ' κύκλος πρὸς τὸν αβγδ' κύκλον. Καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ αβ' γδ' ὑπὸ τινος ἐπιπέδου τοῦ ηζθ' τέμνεται, αἱ κοιναὶ ἄρα αὐτῶν τομαὶ αἱ κμ' λν' εὐθεῖαι παράλληλοί εἰσιν· ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν κμν' γωνία τῇ ὑπὸ τῶν λνθ' γωνίᾳ· καὶ ἔστιν ἡ μὲν ὑπὸ τῶν κμθ' γωνία ἢ κλίσις ἣν κέκλινται ὁ αβ' κύκλος πρὸς τὸν αβγδ' κύκλον, ἡ δὲ ὑπὸ τῶν λνθ' γωνία ἢ κλίσις ἣν κέκλινται ὁ γδ' κύκλος πρὸς τὸν αβγδ' κύκλον· οἱ αβ' γδ' ἄρα κύκλοι ὁμοίως εἰσὶ κεκλιμένοι πρὸς τὸν αβγδ' κύκλον. Οἱ τῶν αὐτῶν ἐφαπτόμενοι μέγιστοι κύκλοι ὦν καὶ ὁ ὀρίζων ἄπτεται, στρεφομένης τῆς σφαίρας ἐφαρμόσουσιν ἐπὶ τὸν ὀρίζοντα. ^[65]

8 Ἔστω ἐν σφαίρᾳ ὀρίζων ὁ αβγ', μέγιστος δὲ τῶν μὲν αὐτῶν ἀεὶ ἀφανῶν ἔστω ὁ λε', τῶν δὲ αἰεὶ φανερῶν ἔστω ὁ αδ', ὦν ἐφάπτεται ὁ αβγ' ὀρίζων, καὶ γεγράφθω τις μέγιστος κύκλος ἐφαπτόμενος τῶν αδ' λε' ὁ δβεγ'. λέγω ὅτι στρεφομένης τῆς σφαίρας ὁ δβεγ' κύκλος ἐφαρμόσει ἐπὶ τὸν αβγ' ὀρίζοντα. Γεγράφθω γάρ τις τῶ αδ' παράλληλος κύκλος ὁ ηζθ'. ἀσύμπτωτον δὴ ἐστὶν τὸ ἀπὸ τοῦ δ' ἡμικύκλιον ὡς ἐπὶ τὰ δ' ζ' γ' ε' μέρος τῶ ἀπὸ τοῦ α' ἡμικυκλίῳ ὡς ἐπὶ τὰ α' η' β' λ' μέρη. Ἐπεὶ οὖν παράλληλοί εἰσιν κύκλοι οἱ αδ' ζηθ', καὶ γεγραμμένοι εἰσὶν κύκλοι μέγιστοι οἱ αβγ' δβεγ' ἐνὸς μὲν αὐτῶν ἐφαπτόμενοι τοῦ αδ', τὸν δὲ ηζθ' τέμνοντες, καὶ εἰσὶν μεταξὺ τῶν ἀσυμπτῶτων ἡμικυκλίων αἱ δκα' ζη' λε' περιφέρειαι, ὁμοία ἄρα ἐστὶν ἡ δκα' περιφέρεια τῇ ζη' καὶ τῇ λε' περιφερείᾳ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ δ' τὴν δκα' περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ α' παραγίγνεται, καὶ τὸ ζ' τὴν ζη' διελθὼν ἐπὶ τὸ η' παραγίγνεται, καὶ ἔτι τὸ ε' τὴν λε' περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ λ' παραγίγνεται· ὥστε ἐν τῇ περιφορᾷ τῆς σφαίρας, ὅταν τὸ δ' ἐπὶ τὸ α' παραγένηται, τότε καὶ τὸ ζ' ἐπὶ τὸ η' παρέσται καὶ τὸ ε' ἐπὶ τὸ λ', καὶ ἐφαρμόσει ἡ δζε' περιφέρεια ἐπὶ τὴν αηλ'. ὥστε καὶ ὅλος ὁ δβεγ' κύκλος ἐφ' ὅλον τὸν αβγ' κύκλον ἐφαρμόσει· εἰ γὰρ οὐκ ἐφαρμόσει, δύο κύκλοι τεμοῦσιν ἀλλήλους κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο, ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· στρεφομένης ἄρα τῆς σφαίρας ἐφαρμόσει ὁ δβε' κύκλος ἐπὶ τὸν αβγ' κύκλον. Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος λοξὸς ὦν πρὸς τὸν ἄξονα ὀρίζη τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανές, τῶν ἅμα ἀνατελλόντων σημείων τὰ πρὸς τῷ φανερῷ πόλῳ ὕστερον δύνει, τῶν δὲ ἅμα δυνόντων τὰ πρὸς τῷ φανερῷ πόλῳ πρότερον ἀνατέλλει. ^[5]

9 Ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ αβγ' λοξὸς ὦν πρὸς τὸν ἄξονα ὀριζέτω τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανές, καὶ εἰλήφθω δύο σημεῖα τὰ γ' ε' ὁμόσε ἀνατέλλοντα, καὶ ἔστω ἔγγιον τοῦ φανεροῦ πόλου τὸ γ' ἢ περ τὸ ε'. λέγω ὅτι τὰ γ' ε' σημεῖα οὐχ ὁμόσε δύσεται, ἀλλ' ὕστερον δύσεται τὸ γ' τοῦ ε'. Ἔστωσαν γὰρ παράλληλοι κύκλοι καθ' ὧν φέρεται τὰ γ' ε' σημεῖα οἱ γζθ' ηηκ'. Ἐπεὶ ὁ αβγ' ὀρίζων λοξός ἐστιν πρὸς τὸν ἄξονα, καὶ πρὸς τοὺς παραλλήλους λοξός ἐστιν· ἡ γζ' ἄρα περιφέρεια τῆς ηη' περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία. Ἔστω τῇ ηη' ὁμοία ἡ γλ' ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ γ' ἐπὶ τὸ λ' παραγίγνεται καὶ τὸ ε' ἐπὶ τὸ η'. ἀλλ' ὅταν μὲν τὸ ε' ἐπὶ τὸ η' παραγένηται, δύνει τὸ ε', ὅταν δὲ τὸ γ' ἐπὶ τὸ λ' παραγένηται, οὐδέπω δύνει τὸ γ', ἀλλ' ἔτι ὑπὲρ γῆν ἐστὶν· πρότερον ἄρα δύνει τὸ ε' τοῦ γ' ὥστε ὕστερον δύνει τὸ γ' τοῦ ε'. Πάλιν δὲ δυνέτω τὰ ζ' η' ἄστρα ὁμόσε· λέγω ὅτι οὐχ ἅμα ἀνατέλλει, ἀλλὰ πρότερον τὸ ζ' τοῦ η'. Ἐπεὶ γὰρ ἡ γζ' περιφέρεια τῆς ηη' περιφερείας μείζων ἐστὶν ἢ ὁμοία, λοιπὴ ἄρα ἡ ζθγ' λοιπῆς τῆς ηκε' ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ὁμοία. Ἔστω ἡ ζθγ' ὁμοία τῇ ηκ'· ἐπεὶ ὁμοία ἐστὶν ἡ ζθγ' περιφέρεια τῇ ηκ' περιφερείᾳ, στρεφομένης ἄρα τῆς σφαίρας ἅμα τὸ ζ' ἐπὶ τὸ γ' παραγίγνεται καὶ τὸ η' ἐπὶ τὸ κ'. πρότερον δὲ τὸ η' ἐπὶ τὸ κ' παραγίγνεται ἢ περ ἐπὶ τὸ ε'. πρότερον ἄρα καὶ τὸ ζ' ἐπὶ τὸ γ' παραγίγνεται ἢ περ τὸ η' ἐπὶ τὸ ε'. ἀλλ' ὅταν μὲν τὸ ζ' ἐπὶ τὸ γ' παραγένηται, ἀνατέλλει τὸ ζ', ὅταν δὲ τὸ η' ἐπὶ τὸ ε' παραγένηται, ἀνατέλλει τὸ η'. πρότερον ἄρα ἀνατέλλει τὸ ζ' τοῦ η'. Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος λοξὸς ὦν πρὸς τὸν ἄξονα ὀρίζη τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ

ἀφανές, ὁ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας κύκλος ἐν μιᾷ περιφορᾷ τῆς σφαίρας δις ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν ὀρίζοντα. ^[5]

10 Ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ αβγ' ὀριζέτω τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανὲς λοξὸς ὦν πρὸς τὸν ἄξονα, καὶ ἔστω μέγιστος τῶν αἰεὶ φανερῶν ὁ αζε' κύκλος, ὁ δὲ φανερός πόλος τῆς σφαίρας ἔστω ὁ δ', ὁ δὲ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας κύκλος ἔστω ὁ βδγ'. λέγω ὅτι ἐν μιᾷ περιφορᾷ τῆς σφαίρας ὁ βδγ' κύκλος δις ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν αβγ' ὀρίζοντα. Γεγράφθω γὰρ διὰ τῶν α' δ' σημείων μέγιστος κύκλος ὁ αδθ'. ἥξει δὴ καὶ διὰ τῶν τοῦ αβγ' πόλων καὶ ἔσται ὀρθὸς πρὸς αὐτόν· καὶ ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν ζδη' αδε' τὸν αζη' κύκλον διὰ τῶν πόλων τέμνει, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ζα' περιφέρεια τῇ εη' περιφερείᾳ· ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ ζ' σημεῖον τὴν ζα' περιφέρειαν διελεύσεται καὶ τὸ η' τὴν ηε'· στρεφομένης ἄρα τῆς σφαίρας ὅταν τὸ ζ' τὴν ζα' περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ α' παραγένηται καὶ τὸ η' τὴν ηε' διελθὼν ἐπὶ τὸ ε' παραγένηται, ἡ ζδη' περιφέρεια ἐφαρμόσει ἐπὶ τὴν αδε' περιφέρειαν· ὥστε καὶ ὅλος ὁ βδγ' κύκλος ἐφ' ὅλον τὸν αδθ' κύκλον ἐφαρμόσει· ἀλλ' ὁ αδθ' κύκλος ὀρθὸς ἐστὶν πρὸς τὸν αβγ' κύκλον· καὶ ὁ βδγ' ἄρα κύκλος ὀρθὸς ἐστὶν πρὸς τὸν αβγ' κύκλον. Πάλιν δὴ στρεφομένης τῆς σφαίρας ὅταν τὸ η' σημεῖον ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ ε' σημείου τὴν εζα' περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ α' παραγένηται, τότε καὶ τὸ ζ' σημεῖον ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ α' σημείου τὴν αηε' περιφέρειαν διελθὼν ἐπὶ τὸ ε' παρέσται, καὶ ἐφαρμόσει ἡ ζδη' περιφέρεια ἐπὶ τὴν αδε' περιφέρειαν· ὥστε καὶ ὅλος ὁ βδγ' κύκλος ἐφ' ὅλον τὸν αδθ' κύκλον ἐφαρμόσει· ὁ δὲ αδθ' κύκλος ὀρθὸς ἐστὶν πρὸς τὸν αβγ' κύκλον· καὶ ὁ βδγ' ἄρα κύκλος ὀρθὸς ἐστὶν πρὸς τὸν αβγ' κύκλον. [Πάλιν δὴ ὅταν τὸ η' ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ α' τὴν αη' διελθὼν ἐπὶ τὸ η' παραγένηται, καὶ τὸ ζ' ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ ε' ἐπὶ τὸ ζ' παρέσται, καὶ ὁ βδγ' κύκλος θέσιν ἔξει ἣν εἶχεν ἐξ ἀρχῆς· ὥστε οὐκ ὀρθὸς πρὸς τὸν ὀρίζοντα πλέον ἢ δις ἔσται]. Ἐν μιᾷ ἄρα περιφορᾷ τῆς σφαίρας ὁ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας κύκλος δις ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν ὀρίζοντα. Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος λοξὸς ὦν πρὸς τὸν ἄξονα ὀρίζη τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανὲς ἄλλος δὲ τις λοξὸς μέγιστος κύκλος μειζόνων ἅπτηται ἢ ὦν ὁ ὀρίζων ἅπτεται, κατὰ πᾶσαν τὴν τοῦ ὀρίζοντος περιφέρειαν τὴν μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων ὦν ἐφάπτεται τὰς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιεῖται. ^[5]

11 Ἐν γὰρ σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ αβγ' λοξὸς ὦν πρὸς τὸν ἄξονα ὀριζέτω τό τε φανερόν τῆς σφαίρας καὶ τὸ ἀφανές, καὶ ἐφαπτέσθω τινὸς κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ τοῦ αδ', ἄλλος δὲ τις λοξὸς μέγιστος κύκλος ὁ γζ' μειζόνων ἀπτεσθω τῶν ζβ' γη' ἢ ὦν ὁ αβγ' κύκλος ἐφάπτεται, καὶ ἔστω ἀνατολικά μὲν μέρη τὰ ζη' δυτικά δὲ τὰ βγ'. λέγω ὅτι ὁ ζγ' κύκλος αἰεὶ διὰ μὲν τῆς ζη' περιφερείας ἀνατέλλει, διὰ δὲ τῆς βγ' δύσεται. Εἰλήφθω γάρ τινα σημεῖα ἐπὶ τῆς ζγ' περιφερείας τυχόντα τὰ θ' κ', καὶ ἔστωσαν παράλληλοι κύκλοι καθ' ὧν φέρεται τὰ θ' κ' σημεῖα οἱ λθμ' νκξ'. Ἐπεὶ τὸ ζ' σημεῖον αἰεὶ διὰ μὲν τοῦ ζ' ἀνατέλλει διὰ δὲ τοῦ β' δύνει, τὸ δὲ θ' αἰεὶ διὰ μὲν τοῦ μ' ἀνατέλλει διὰ δὲ τοῦ λ' δύνει, ἡ ζθ' ἄρα περιφέρεια αἰεὶ διὰ μὲν τῆς ζμ' ἀνατέλλει διὰ δὲ τῆς βλ' δύνει. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ θκ' περιφέρεια διὰ μὲν τῆς μξ' ἀνατέλλει διὰ δὲ τῆς λν' δύνει, ἡ δὲ κγ' διὰ μὲν τῆς ξη' ἀνατέλλει διὰ δὲ τῆς νγ' δύνει· ὅλον ἄρα τὸ ζγ' ἡμικύκλιον αἰεὶ διὰ μὲν τῆς ζη' περιφερείας ἀνατέλλει διὰ δὲ τῆς βγ' δύνει. Ὁμοίως δὴ δεῖξομεν ὅτι καὶ τὸ ἕτερον ἡμικύκλιον· ὥστε ὅλος ὁ ζγ' κύκλος αἰεὶ κατὰ πᾶσαν τὴν τοῦ ὀρίζοντος περιφέρειαν τὴν μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων τὰς τε ἀνατολὰς καὶ τὰς δύσεις ποιεῖται. Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μένων κύκλος φερόμενόν τινα κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ αἰεὶ δίχα τέμνη μηδέτερος δὲ αὐτῶν μήτε πρὸς ὀρθὰς ἢ τῷ ἄξονι μήτε διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας, ἐκάτερος αὐτῶν μέγιστος ἔσται.

[30]

12 Ἦστω ἐν σφαίρᾳ μένων κύκλος ὁ αβγ', φερόμενον δὲ τινα τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων τὸν γδβ' αἰεὶ δίχα τεμνέτω, μηδέτερος δὲ αὐτῶν μήτε πρὸς ὀρθὰς ἔστω τῷ ἄξονι μήτε διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας λέγω ὅτι ἐκάτερος τῶν αβγ' γδβ' κύκλων μέγιστός ἐστιν. Ἦστω γὰρ αὐτῶν κοινὴ

τομή ή βγ' ή βγ' ἄρα διάμετρος ἐστὶ τοῦ γδβ' κύκλου. Τετμήσθω ή βγ' δίχα κατὰ τὸ ε' σημεῖον· τὸ ε' ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ γδβ' κύκλου· καὶ φανερόν ὅτι τὸ ε' σημεῖον αἰεὶ ἐστὶν ἐν τῷ τοῦ αβγ' κύκλου ἐπιπέδῳ καὶ κατὰ πᾶσαν περιφορὰν τῆς σφαίρας· λέγω δὴ ὅτι τὸ ε' σημεῖον ἐπὶ τοῦ ἄξονός ἐστιν. Εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ἐπὶ τοῦ ἄξονος, στρεφομένης ἄρα τῆς σφαίρας τὸ ε' σημεῖον γράψει κύκλον πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι. Γραφέτω τὸν εζη'· ἐπεὶ τὸ ε' σημεῖον αἰεὶ ἐν τῷ τοῦ αβγ' κύκλου ἐπιπέδῳ ἐστὶν καὶ φέρεται κατὰ κύκλου τοῦ εζη', ὁ εζη' ἄρα κύκλος αἰεὶ ἐστὶν ἐν τῷ τοῦ αβγ' κύκλου ἐπιπέδῳ· καὶ ἔστιν ὁ εζη' κύκλος ὀρθὸς πρὸς τὸν ἄξονα· καὶ ὁ αβγ' ἄρα κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ἄξονα, ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· οὐκ ἄρα τὸ ε' σημεῖον οὐκ ἔστιν ἐπὶ τοῦ ἄξονος· ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἄρα ἐστίν. Λέγω δὴ ὅτι κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας τὸ ε' σημεῖον. Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ θ' σημεῖον καὶ ἐπεζεύχθω ή θε' ἄξων ἄρα ἐστὶ τῆς σφαίρας ή θε' εὐθεῖα, ἐκάτερον γὰρ τῶν θ' ε' σημείων ἐπὶ τοῦ ἄξονός ἐστιν. Καὶ ἐπεὶ ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐστὶν ὁ γδβ', ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας τοῦ θ' ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ γδβ' κύκλου ἐπέζευκται εὐθεῖα ή θε', ή θε' ἄρα ὀρθή ἐστὶ πρὸς τὸν γδβ' κύκλον· ὥστε καὶ ὁ γδβ' κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὴν θε'· καὶ ἔστιν ή θε' ἄξων· ὁ γδβ' ἄρα κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸν ἄξονα, ὅπερ οὐχ ὑπόκειται· οὐκ ἄρα τὸ θ' σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας. Ὅμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι πλὴν τοῦ ε'· τὸ ε' ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῆς σφαίρας· καὶ ἔστιν ἐν ἐκατέρῳ τῶν αβγ' γδβ' κύκλων· μέγιστος ἄρα ἐστὶν ἐκάτερος τῶν αβγ' γδβ' κύκλων. ^[40]