

eul_wid: hzi-aa

Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος · Aristarchus of Samos

On the Sizes and Distances of the Sun and Moon

Περὶ Μεγεθῶν καὶ Ἀποστάσεων Ἡλίου καὶ Σελήνης

Period: Ἑλληνιστική Hellenistic

Dialect: Ἰωνική Ionic

Domain: Ἐπιστήμη Science

Format: Πραγματεία Treatise

ΑΡΙΣΤΑΡΧΟΥ ΠΕΡΙ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΣΤΗΜΑΤΩΝ ΗΛΙΟΥ ΚΑΙ ΣΕΛΗΝΗΣ <ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ>

α'.

hypotheses Τὴν σελήνην παρὰ τοῦ ἡλίου τὸ φῶς λαμβάνει ν . β ' . Τὴν γῆν σημείου τε καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς τὴν τῆς σελήνης σφαῖρα ν . γ ' . Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται , νεύειν εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν τὸν διορίζοντα τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν τῆς σελήνης μέγιστον κύκλον ν . δ ' . Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται , τότε αὐτὴν ἀπέχειν τοῦ ἡλίου ἔλασσον τεταρτημορίου τῷ τοῦ τεταρτημορίου τριακοστῷ . ε ' . Τὸ τῆς σκιάς πλάτος σεληνῶν εἶναι δύο . ζ ' . Τὴν σελήνην ὑποτείνειν ὑπὸ πεντεκαίδεκατον μέρος ζωδίου . Ἐπιλογίζεται οὖν τὸ τοῦ ἡλίου ἀπόστημα ἀπὸ τῆς γῆς τοῦ τῆς σελήνης ἀποστήματος μείζον μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον , ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον , διὰ τῆς περὶ τὴν διχοτομίαν ὑποθέσεως· τὸν αὐτὸν δὲ λόγον ἔχειν τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς σελήνης διάμετρον· τὴν δὲ τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχειν ἢ ὅν τὰ ιθ πρὸς γ , ἐλάσσονα δὲ ἢ ὅν μγ πρὸς ζ , διὰ τοῦ εὐρεθέντος περὶ τὰ ἀποστήματα λόγου , τῆς <τε> περὶ τὴν σκιάν ὑποθέσεως , καὶ τοῦ τὴν σελήνην ὑπὸ πεντεκαίδεκατον μέρος ζωδίου ὑποτείνειν . Δύο σφαῖρας ἴσας μὲν ὁ αὐτὸς κύλινδρος περιλαμβάνει , ἀνίσους δὲ ὁ αὐτὸς κῶνος τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· καὶ ἡ διὰ τῶν κέντρων αὐτῶν ἀγομένη εὐθεῖα ὀρθή ἐστιν πρὸς ἐκάτερον τῶν κύκλων , καὶ ὅ ὥν ἐφάπτεται ἡ τοῦ κυλίνδρου ἢ ἡ τοῦ κώνου ἐπιφάνεια τῶν σφαιρῶν . ^[5]

- ¹ Ἐστῶσαν ἴσαι σφαῖραι, ὧν κέντρα ἔστω τὰ Α, Β σημεία, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΒ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους. ποιεῖτω οὖν τοὺς ΓΔΕ, ΖΗΘ κύκλους, καὶ ἦχθωσαν ἀπὸ τῶν Α, Β τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς αἱ ΓΑΕ, ΖΒΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΓΑ, ΖΒ ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσιν, καὶ αἱ ΓΖ, ΑΒ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσιν. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν τὸ ΓΖΑΒ, καὶ αἱ πρὸς τοῖς Γ, Ζ γωνίαι ὀρθαὶ ἔσονται· ὥστε ἡ ΓΖ τῶν ΓΔΕ, ΖΗΘ κύκλων ἐφάπτεται. ἐὰν δὲ μενούσης τῆς ΑΒ τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον καὶ τὰ ΚΓΔ, ΗΖΛ ἡμικύκλια περιενεχθέντα εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὰ μὲν ΚΓΔ, ΗΖΛ ἡμικύκλια ἐνεχθήσεται κατὰ τῶν σφαιρῶν, τὸ δὲ ΑΖ παραλληλόγραμμον γεννήσει κύλινδρον, οὗ βάσεις ἔσονται οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΓΕ, ΖΘ κύκλοι, ὀρθοὶ ὄντες πρὸς τὴν ΑΒ, διὰ τὸ ἐν πάσῃ μετακινήσει διαμένειν τὰς ΓΕ, ΘΖ ὀρθὰς τῇ ΑΒ. καὶ φανερόν ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐφάπτεται τῶν σφαιρῶν, ἐπεὶ δὲ ἡ ΓΖ κατὰ πᾶσαν μετακίνησιν ἐφάπτεται τῶν ΚΓΔ, ΗΖΛ ἡμικυκλίων. Ἐστῶσαν δὲ αἱ σφαῖραι

πάλιν, ὧν κέντρα ἔστω τὰ Α, Β, ἄνισοι, καὶ μείζων ἥς κέντρον τὸ Α· λέγω ὅτι τὰς σφαίρας ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ. Ἐπεξεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν ταῖς σφαίραις κύκλους. ποιεῖτω τοὺς ΓΔΕ, ΖΗΘ· μείζων ἄρα ὁ ΓΔΕ κύκλος τοῦ ΗΖΘ κύκλου· ὥστε καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΓΔΕ κύκλου μείζων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΖΗΘ κύκλου. δυνατόν δὲ ἐστὶ λαβεῖν τι σημεῖον, ὡς τὸ Κ, ἴν' ἧ, ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΓΔΕ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΖΗΘ κύκλου, οὕτως ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΒ. ἔστω οὖν εἰλημμένον τὸ Κ σημεῖον, καὶ ἦχθω ἡ ΚΖ ἐφαπτομένη τοῦ ΖΗΘ κύκλου, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΖΒ, καὶ διὰ τοῦ Α τῇ ΒΖ παράλληλος ἦχθω ἡ ΑΓ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓΖ. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΒ, ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΒΝ, ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΑΓ, ἡ δὲ ΒΝ τῇ ΒΖ, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΒ, ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΒΖ. καὶ ἔστιν παράλληλος ἡ ΑΓ τῇ ΒΖ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΖΚ. καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΖΒ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΓΑ. ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΚΓ τοῦ ΓΔΕ κύκλου. ἦχθωσαν δὲ αἱ ΓΛ, ΖΜ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετοι. ἐὰν δὲ μενούσης τῆς ΚΞ τὰ τε ΞΓΔ, ΗΖΝ ἡμικύκλια καὶ τὰ ΚΓΛ, ΚΖΜ τρίγωνα περιενεχθέντα εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἦρξατο φέρεσθαι, τὰ μὲν ΞΓΔ, ΗΖΝ ἡμικύκλια ἐνεχθήσεται κατὰ τῶν σφαιρῶν, τὸ δὲ ΚΓΛ τρίγωνον καὶ τὸ ΚΖΜ γεννήσει κῶνους, ὧν βάσεις εἰσὶν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΓΕ, ΖΘ κύκλοι, ὀρθοὶ ὄντες πρὸς τὸν ΚΛ ἄξονα· κέντρα δὲ αὐτῶν τὰ Λ, Μ· καὶ ὁ κῶνος τῶν σφαιρῶν ἐφάπτεται κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν, ἐπειδὴ καὶ ἡ ΚΖΓ ἐφάπτεται τῶν ΞΓΔ, ΗΖΝ ἡμικυκλίων κατὰ πᾶσαν μετακίνησιν. ^[45]

- ² Ἐὰν σφαῖρα ὑπὸ μείζονος ἑαυτῆς σφαίρας φωτίζηται 1, μείζων ἡμισφαιρίου φωτισθήσεται 1. Σφαῖρα γάρ, ἥς κέντρον τὸ Β, ὑπὸ μείζονος ἑαυτῆς σφαίρας φωτιζέσθω, ἥς κέντρον τὸ Α· λέγω ὅτι τὸ φωτιζόμενον μέρος τῆς σφαίρας, ἥς κέντρον τὸ Β, μείζον ἐστὶν ἡμισφαιρίου. Ἐπεὶ γὰρ δύο ἀνίσους σφαίρας ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ἔστω ὁ περιλαμβάνων τὰς σφαίρας κῶνος, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους, ἐν δὲ τῷ κῶνῳ τρίγωνον. ποιεῖτω οὖν ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους τοὺς ΓΔΕ, ΖΗΘ, ἐν δὲ τῷ κῶνῳ τρίγωνον τὸ ΓΕΚ. φανερόν δὲ ὅτι τὸ κατὰ τὴν ΖΗΘ περιφέρειαν τμήμα τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλος, φωτιζόμενον μέρος ἐστὶν ὑπὸ τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΓΔΕ περιφέρειαν, οὗ βάσις ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΕ κύκλος, ὀρθὸς ὧν πρὸς τὴν ΑΒ εὐθείαν· καὶ γὰρ ἡ ΖΗΘ περιφέρεια φωτίζεται ὑπὸ τῆς ΓΔΕ περιφερείας· ἔσχαται γὰρ ἀκτῖνές εἰσιν αἱ ΓΖ, ΕΘ· καὶ ἔστιν ἐν τῷ ΖΗΘ τμήματι τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Β· ὥστε τὸ φωτιζόμενον μέρος τῆς σφαίρας μείζον ἐστὶν ἡμισφαιρίου. Ἐν τῇ σελήνῃ ἐλάχιστος κύκλος διορίζει τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχη πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὅψει 1. ^[15]

- ³ Ἐστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ Α, ἡλίου δὲ κέντρον τὸ Β, σελήνης δὲ κέντρον, ὅταν μὲν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχη πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει, τὸ Γ, ὅταν δὲ μή, τὸ Δ· φανερόν δὲ ὅτι τὰ Α, Γ, Β ἐπ' εὐθείας ἐστίν. ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ καὶ τοῦ Δ σημείου ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς, ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους, ἐν δὲ τοῖς κῶνοις εὐθείας. ποιεῖτω δὲ καὶ ἐν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ἥς φέρεται τὸ κέντρον τῆς σελήνης, κύκλον τὸν ΓΔ· τὸ Α ἄρα κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ· τοῦτο γὰρ ὑπόκειται· ἐν δὲ τῷ ἡλίῳ τὸν ΕΖΡ κύκλον, ἐν δὲ τῇ σελήνῃ, ὅταν μὲν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχη πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει, κύκλον τὸν ΚΘΛ, ὅταν δὲ μή, τὸν ΜΝΞ, ἐν δὲ τοῖς κῶνοις εὐθείας τὰς ΕΑ, ΑΗ, ΠΟ, ΟΡ, ἄξονας δὲ τοὺς ΑΒ, ΒΟ. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΘΚΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΜΝΞ· ἀλλ' ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΘΚΛ κύκλου, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ὡς δὲ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ

ΜΝΕ κύκλου, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΟ πρὸς τὴν ΟΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΟ πρὸς τὴν ΟΔ. καὶ διελόντι, ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΟ, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΔΟ. καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἡ ΒΓ τῆς ΒΔ· κέντρον γάρ ἐστι τὸ Α τοῦ ΓΔ κύκλου· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ΑΓ τῆς ΔΟ. καὶ ἔστιν ἴσος ὁ ΘΚΛ κύκλος τῷ ΜΝΕ κύκλῳ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΘΛ τῆς ΜΞ [διὰ τὸ λῆμμα]· ὥστε καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΛ κύκλος γραφόμενος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΒ, ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΜΞ κύκλου γραφομένου, ὀρθοῦ πρὸς τὴν ΒΟ. ἀλλ' ὁ μὲν περὶ διάμετρον τὴν ΘΛ κύκλος γραφόμενος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΒ, ὁ διορίζων ἐστὶν ἐν τῇ σελήνῃ τὸ τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει· ὁ δὲ περὶ διάμετρον τὴν ΜΞ κύκλος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΒΟ, ὁ διορίζων ἐστὶν ἐν τῇ σελήνῃ τὸ τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην μὴ ἔχῃ τὴν κορυφὴν πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει· ὥστε ἐλάσσων κύκλος διορίζει ἐν τῇ σελήνῃ τὸ τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει. Ὁ διορίζων κύκλος ἐν τῇ σελήνῃ τὸ τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν ἀδιάφορός ἐστι τῷ ἐν τῇ σελήνῃ μεγίστῳ κύκλῳ πρὸς αἴσθησι ν . [40]

- 4 Ὡς τὸ γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὀψις πρὸς τῷ Α, σελήνης δὲ κέντρον τὸ Β, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ μέγιστον κύκλον. ποιεῖτω τὸν ΕΓΔΖ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ· ὁ ἄρα περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ, πρὸς ὀρθὰς ὢν τῇ ΑΒ, ὁ διορίζων ἐστὶν ἐν τῇ σελήνῃ τὸ τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν. λέγω δὴ ὅτι ἀδιάφορός ἐστι τῷ μεγίστῳ πρὸς τὴν αἴσθησιν. Ἦχθω γὰρ διὰ τοῦ Β τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΕΖ, καὶ κείσθω τῆς ΔΖ ἡμίσεια ἑκατέρα τῶν ΗΚ, ΗΘ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΒΘ, ΚΑ, ΑΘ, ΒΔ. καὶ ἐπεὶ ὑπόκειται ἡ σελήνη ὑπὸ ιε' μέρος ζωδίου ὑποτείνουσα, ἡ ἄρα ὑπὸ ΓΑΔ γωνία βέβηκεν ἐπὶ ιε' μέρος ζωδίου. τὸ δὲ ιε' τοῦ ζωδίου τοῦ τῶν ζωδίων ὅλου κύκλου ἐστὶν ρπ', ὥστε ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑΔ γωνία βέβηκεν ἐπὶ ρπ' ὅλου τοῦ κύκλου· τεσσάρων ἄρα ὀρθῶν ἐστὶν ἡ <ὑπὸ> ΓΑΔ ρπ'. διὰ δὲ τοῦτο ἡ ὑπὸ ΓΑΔ γωνία ἐστὶν με' ὀρθῆς· καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΔ ἡμισείας ὀρθῆς ἐστὶ <με'> μέρος. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ, ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΔ γωνία πρὸς ἡμισυ ὀρθῆς μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, ὥστε ἡ ΒΔ τῆς ΔΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με' μέρος, ὥστε καὶ ἡ ΒΗ τῆς ΒΑ πολλῶ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με' μέρος. διελόντι ἡ ΒΗ τῆς ΗΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ' μέρος, ὥστε καὶ ἡ ΒΘ τῆς ΑΘ πολλῶ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ' μέρος. καὶ ἔχει ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΘΑ μείζονα λόγον ἢ περὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΘ πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν ΑΒΘ· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΘ τῆς ὑπὸ τῶν ΑΒΘ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ' μέρος. καὶ ἔστιν τῆς μὲν ὑπὸ τῶν ΒΑΘ διπλῇ ἢ ὑπὸ τῶν ΚΑΘ, τῆς δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒΘ διπλῇ ἢ ὑπὸ τῶν ΚΒΘ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΑΘ τῆς ὑπὸ τῶν ΚΒΘ ἢ τεσσαρακοστοτέταρτον μέρος. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΒΘ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ τῶν ΔΒΖ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ τῶν ΓΔΒ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ τῶν ΒΑΔ· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΑΘ τῆς ὑπὸ τῶν ΒΑΔ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ' μέρος. ἡ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΑΔ <ἡμισείας> ὀρθῆς ἐστὶν <με'> μέρος, ὥστε ἡ ὑπὸ τῶν ΚΑΘ ὀρθῆς ἐστὶν ἐλάσσων ἢ γλξ'. τὸ δὲ ὑπὸ τηλικαύτης γωνίας ὁρώμενον μέγεθος ἀνεπαίσθητόν ἐστιν τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει· καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΚΘ περιφέρεια τῇ ΔΖ περιφερείᾳ· ἔτι ἄρα μᾶλλον ἡ ΔΖ περιφέρεια ἀνεπαίσθητός ἐστι τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει. ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ ΑΖ, ἡ ὑπὸ τῶν ΖΑΔ γωνία ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ τῶν ΚΑΘ. τὸ Δ ἄρα τῷ Ζ τὸ αὐτὸ δόξει εἶναι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Γ τῷ Ε δόξει τὸ αὐτὸ εἶναι· ὥστε καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΕΖ ἀνεπαίσθητός ἐστιν. καὶ ὁ διορίζων ἄρα ἐν τῇ σελήνῃ τὸ τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν ἀνεπαίσθητός ἐστι τῷ μεγίστῳ. Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται ι , τότε ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα ἐν τῇ σελήνῃ τὸ τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν νεύει εἰς τὴν ἡμετέραν ὀψιν ν , τουτέστι ν , ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα μέγιστος κύκλος καὶ ἡ ἡμετέρα ὀψις ἐν ἐνὶ εἰσιν ἐπιπέδῳ . [5]

Ἐπεὶ γὰρ διχοτόμου οὕσης τῆς σελήνης φαίνεται ὁ διορίζων τό τε λαμπρὸν καὶ τὸ σκιερὸν τῆς σελήνης κύκλος νεύων εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν, καὶ αὐτῷ ἀδιάφορος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα μέγιστος κύκλος, ὅταν ἄρα ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνεται, τότε ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα νεύει εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν. Ἡ σελήνη κατώτερον φέρεται τοῦ ἡλίου ν , καὶ διχότομος οὕσα ἔλασσον τεταρτημορίου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἡλίου ν . ^[10]

⁶ Ἐστω γὰρ ἡ ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ A , ἡλίου δὲ κέντρον τὸ B , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ AB ἐκβεβλήσθω, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς AB καὶ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης διχοτόμου οὕσης ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ἣς φέρεται τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, κύκλον μέγιστον. ποιείτω οὖν τὸν $\Gamma B \Delta$ κύκλον, καὶ ἀπὸ τοῦ A τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἦχθω ἡ $\Gamma A \Delta$ · τεταρτημορίου ἄρα ἐστὶν ἡ $B \Delta$ περιφέρεια. λέγω ὅτι ἡ σελήνη κατώτερον φέρεται τοῦ ἡλίου, καὶ διχότομος οὕσα ἔλασσον τεταρτημορίου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἡλίου, τουτέστιν, ὅτι τὸ κέντρον ἐστὶν αὐτῆς μεταξὺ τῶν BA , AD εὐθειῶν καὶ τῆς $\Delta E B$ περιφερείας. Εἰ γὰρ μή, ἔστω τὸ κέντρον αὐτῆς τὸ Z μεταξὺ τῶν ΔA , $A \Lambda$ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ BZ . ἡ BZ ἄρα ἄξων ἐστὶν τοῦ περιλαμβάνοντος κώνου τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην, καὶ γίνεται ἡ BZ ὀρθὴ πρὸς τὸν διορίζοντα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν μέγιστον κύκλον. ἔστω οὖν ὁ μέγιστος κύκλος ἐν τῇ σελήνῃ ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν ὁ $H \Theta K$. καὶ ἐπεὶ διχοτόμου οὕσης τῆς σελήνης ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν καὶ ἡ ἡμετέρα ὄψις ἐν ἐνὶ εἰσιν ἐπιπέδῳ, ἐπεζεύχθω ἡ AZ · ἡ AZ ἄρα ἐν τῷ τοῦ $K H \Theta$ κύκλου ἐστὶν ἐπιπέδῳ. καὶ ἔστιν ἡ BZ τῷ $K \Theta H$ κύκλῳ πρὸς ὀρθὰς, ὥστε καὶ τῇ AZ ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ BZA γωνία. ἀλλὰ καὶ ἀμβλεία ἡ ὑπὸ τῶν BAZ · ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Z σημεῖον ἐν τῷ ὑπὸ τὴν $\Delta A \Lambda$ γωνίαν τόπῳ ἐστίν. λέγω ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῆς $A \Delta$. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ M , καὶ πάλιν ἐπεζεύχθω ἡ BM , καὶ ἔστω μέγιστος κύκλος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα, οὗ κέντρον τὸ M . κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται ἡ ὑπὸ BMA γωνία ὀρθὴ πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον· ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν BAM · ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς $A \Delta$ τὸ κέντρον ἐστὶ τῆς σελήνης διχοτόμου οὕσης· μεταξὺ ἄρα τῶν AB , $A \Delta$ ἐστίν. λέγω δὲ ὅτι καὶ ἐντὸς τῆς $B \Delta$ περιφερείας. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἐκτὸς κατὰ τὸ N , καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. δειχθήσεται δὴ ἡ ὑπὸ τῶν BNA γωνία ὀρθή· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ BA τῆς AN . ἴση δὲ ἡ BA τῇ AE · μείζων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ AE τῆς AN · ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τῆς σελήνης διχοτόμου οὕσης ἐκτὸς ἔσται τῆς $BE \Delta$ περιφερείας. ὁμοίως δειχθήσεται ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐτῆς τῆς $BE \Delta$ περιφερείας· ἐντὸς ἄρα. ἡ ἄρα σελήνη κατώτερον φέρεται τοῦ ἡλίου, καὶ διχότομος οὕσα ἔλασσον τεταρτημορίου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἡλίου. τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς τοῦ ἀποστήματος οὗ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς μείζων μὲν ἐστὶν ἢ ὀκτωκαίδεκαπλάσιο ν , ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιο ν . ^[40]

⁷ Ἐστω γὰρ ἡλίου μὲν κέντρον τὸ A , γῆς δὲ τὸ B , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ AB ἐκβεβλήσθω, σελήνης δὲ κέντρον διχοτόμου οὕσης τὸ Γ , καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς AB καὶ τοῦ Γ ἐπίπεδον, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ἣς φέρεται τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, μέγιστον κύκλον τὸν $A \Delta E$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $A \Gamma$, ΓB , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $B \Gamma$ ἐπὶ τὸ Δ . ἔσται δὴ, διὰ τὸ τὸ Γ σημεῖον κέντρον εἶναι τῆς σελήνης διχοτόμου οὕσης, ὀρθὴ ἡ ὑπὸ τῶν $A \Gamma B$. ἦχθω δὲ ἀπὸ τοῦ B τῇ BA πρὸς ὀρθὰς ἡ BE . ἔσται δὴ ἡ $E \Delta$ περιφέρεια τῆς $E \Delta A$ περιφερείας λ' · ὑπόκειται γάρ, ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνεται, ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἔλασσον τεταρτημορίου τῷ τοῦ τεταρτημορίου λ' · ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ τῶν $E B \Gamma$ γωνία ὀρθῆς ἐστὶ λ' . συμπεπληρώσθω δὴ τὸ $A E$ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ BZ . ἔσται δὴ ἡ ὑπὸ τῶν $Z B E$ γωνία ἡμίσεια ὀρθῆς. τετμήσθω ἡ ὑπὸ τῶν $Z B E$ γωνία δίχα τῇ $B H$ εὐθείᾳ· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν $H B E$ γωνία τέταρτον μέρος ἐστὶν ὀρθῆς. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν $\Delta B E$ γωνία λ' ἐστὶ μέρος ὀρθῆς· λόγος ἄρα τῆς ὑπὸ τῶν $H B E$ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν $\Delta B E$ γωνίαν $\langle$ ἐστίν $\rangle$ ὡς $\langle$ ἔχει $\rangle$ τὰ $\iota \epsilon$ πρὸς τὰ δύο· οἷων γάρ ἐστὶν ὀρθὴ γωνία, τοιούτων ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ τῶν $H B E$ $\iota \epsilon$, ἡ δὲ ὑπὸ τῶν $\Delta B E$ δύο. καὶ ἐπεὶ ἡ $H E$ πρὸς τὴν $E \Theta$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ

ἡ ὑπὸ τῶν HBE γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν ΔBE γωνίαν, ἡ ἄρα HE πρὸς τὴν ΕΘ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὰ ιε πρὸς τὰ β. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ BE τῇ EZ, καὶ ἔστιν ὀρθή ἡ πρὸς τῷ Ε, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ZB τοῦ ἀπὸ BE διπλάσιόν ἐστιν· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ZB πρὸς τὸ ἀπὸ BE, οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ἀπὸ HE· τὸ ἄρα ἀπὸ ZH τοῦ ἀπὸ HE διπλάσιόν ἐστι. τὰ δὲ μθ τῶν κε ἐλάσσονά ἐστιν ἢ διπλάσια, ὥστε τὸ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ἀπὸ HE μείζονα λόγον ἔχει ἢ <ὄν τὰ> μθ πρὸς κε· καὶ ἡ ZH ἄρα πρὸς τὴν HE μείζονα λόγον ἔχει ἢ <ὄν> τὰ ζ πρὸς τὰ ε· καὶ συνθέντι ἡ ZE ἄρα πρὸς τὴν EH μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ ιβ πρὸς τὰ ε, τουτέστιν, ἢ ὄν <τὰ> λς πρὸς τὰ ιε. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ HE πρὸς τὴν ΕΘ μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ ὄν τὰ ιε πρὸς τὰ δύο δι' ἴσου ἄρα ἡ ZE πρὸς τὴν ΕΘ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ λς πρὸς τὰ δύο, τουτέστιν, ἢ ὄν τὰ ιη πρὸς α· ἡ ἄρα ZE τῆς ΕΘ μείζων ἐστὶν ἢ ιη. ἡ δὲ ZE ἴση ἐστὶν τῇ BE· καὶ ἡ BE ἄρα τῆς ΕΘ μείζων ἐστὶν ἢ ιη· πολλῶ ἄρα ἡ ΒΘ τῆς ΘΕ μείζων ἐστὶν ἢ ιη. ἀλλ' ὡς ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΘΕ, οὕτως ἐστὶν ἡ AB πρὸς τὴν ΒΓ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· καὶ ἡ AB ἄρα τῆς ΒΓ μείζων ἐστὶν ἢ ιη. καὶ ἔστιν ἡ μὲν AB τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς, ἡ δὲ ΓΒ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς· τὸ ἄρα ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς τοῦ ἀποστήματος, οὗ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς, μείζον ἐστὶν ἢ ιη. Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἔλασσον ἢ κ. ἦχθω γὰρ διὰ τοῦ Δ τῇ EB παράλληλος ἡ ΔΚ, καὶ περὶ τὸ ΔΚΒ τρίγωνον κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΒ· ἔσται δὴ αὐτοῦ διάμετρος ἡ ΔΒ, διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ Κ γωνίαν. καὶ ἐνηρμόσθω ἡ ΒΛ ἐξαγώνου. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΔΒΕ γωνία λ' ἐστὶν ὀρθῆς, καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΔΚ ἄρα λ' ἐστὶν ὀρθῆς· ἡ ἄρα ΒΚ περιφέρεια ξ' ἐστὶν τοῦ ὅλου κύκλου. ^[45]

7 (50) ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΒΛ ἕκτον μέρος τοῦ ὅλου κύκλου· ἡ ἄρα ΒΛ περιφέρεια τῆς ΒΚ περιφέρειας ι ἐστίν. καὶ ἔχει ἡ ΒΛ περιφέρεια πρὸς τὴν ΒΚ περιφέρειαν μείζονα λόγον ἢ περ ἡ ΒΛ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΒΚ εὐθεῖαν· ἡ ἄρα ΒΛ εὐθεῖα τῆς ΒΚ εὐθείας ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι. καὶ ἔστιν αὐτῆς διπλὴ ἡ ΒΔ· ἡ ἄρα ΒΔ τῆς ΒΚ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ κ. ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΒΚ, ἡ AB πρὸς <τὴν> ΒΓ, ὥστε καὶ ἡ AB τῆς ΒΓ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ κ. καὶ ἔστιν ἡ μὲν AB τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς, ἡ δὲ ΒΓ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς· τὸ ἄρα ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς τοῦ ἀποστήματος, οὗ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς, ἔλασσον ἐστὶν ἢ κ. ἐδείχθη δὲ καὶ μείζων ἢ ιη. Ὅταν ὁ ἥλιος ἐκλείπῃ ὅλο ς, τότε ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην ν, τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει ι. ^[60]

8 Ἐπεὶ γάρ, ἐὰν ἐκλείπῃ ὁ ἥλιος, δι' ἐπιπρόσθεσιν τῆς σελήνης ἐκλείπει, ἐμπίπτει ἂν ὁ ἥλιος εἰς τὸν κῶνον τὸν περιλαμβάνοντα τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχοντα πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει. ἐμπίπτων δὲ ἦτοι ἐναρμόσει εἰς αὐτόν, ἢ ὑπεραίροι, ἢ ἐλλείποι· εἰ μὲν οὖν ὑπεραίροι, οὐκ <ἂν> ἐκλείποι ὅλος, ἀλλὰ παραλλάττοι αὐτοῦ τὸ ὑπεραῖρον. εἰ δὲ ἐλλείποι, διαμένει ἂν ἐκλειοπῶς ἐν ὅσῳ διεξέρχεται τὸ ἐλλείπον. ὅλος δὲ ἐκλείπει καὶ οὐ διαμένει ἐκλειοπῶς· τοῦτο γὰρ ἐκ τῆς τηρήσεως φανερόν. ὥστε οὕτ' ἂν ὑπεραίροι, οὐτε ἐλλείποι. ἐναρμόσει ἄρα εἰς τὸν κῶνον, καὶ περιληφθήσεται ὑπὸ τοῦ κῶνου τοῦ περιλαμβάνοντος τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχοντος πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει. Ἡ τοῦ ἡλίου διάμετρος τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης μείζων μὲν ἐστὶν ἢ ιη, ἐλάσσων δὲ ἢ κ. ^[10]

9 Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὀψις πρὸς τῷ Α, ἡλίου δὲ κέντρον τὸ Β, σελήνης δὲ κέντρον τὸ Γ, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει, τουτέστιν, ὅταν τὰ Α, Γ, Β σημεία ἐπ' εὐθείας ᾗ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΓΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομάς, ἐν μὲν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας. ποιεῖτω οὖν ἐν μὲν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους τοὺς ΖΗ, ΚΛΘ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς ΑΖΘ, ΑΗΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΗ, ΒΚ. ἔσται δὴ, ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, ἡ ΒΚ πρὸς ΓΗ. ἡ δὲ ΒΑ τῆς ΑΓ ἐδείχθη μείζων μὲν ἢ ιη, ἐλάσσων δὲ ἢ κ. καὶ ἡ ΒΚ ἄρα τῆς ΓΗ μείζων μὲν ἐστὶν ἢ ιη, ἐλάσσων δὲ ἢ κ. Ὁ ἥλιος πρὸς τὴν σελήνην μείζονα μὲν λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ, εὐλοβ πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν τὰ, ἢ πρὸς α. ^[10]

¹⁰ Ἐστω ἡ μὲν τοῦ ἡλίου διάμετρος ἡ Α, ἡ δὲ τῆς σελήνης ἡ Β. ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ ιη πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν τὰ κ πρὸς α. καὶ ἐπειδὴ ὁ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον γ λόγον ἔχει ἥπερ ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἔχει δὲ καὶ ἡ περὶ διάμετρον τὴν Α σφαῖρα πρὸς τὴν περὶ διάμετρον τὴν Β σφαῖραν γ λόγον ἥπερ ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ περὶ διάμετρον τὴν Α σφαῖρα πρὸς τὴν περὶ διάμετρον τὴν Β σφαῖραν, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον. ὁ δὲ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ , εωλβ πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν τὰ , η πρὸς α, ἐπειδὴ ἡ Α πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ ιη πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν τὰ κ πρὸς ἔν. ὥστε ὁ ἥλιος πρὸς τὴν σελήνην μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὰ , εωλβ πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν τὰ , η πρὸς α. Ἡ τῆς σελήνης διάμετρος τοῦ ἀποστήματος ς , οὗ ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἡμετέρας ὀψεως ς , ἐλάσσων μὲν ἐστὶν ἢ δύο με' , μείζων δὲ ἢ λ' . ^[15]

¹¹ Ἐστω γάρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ Α, σελήνης δὲ κέντρον τὸ Β, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχη πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει. λέγω ὅτι γίνεταί τὰ διὰ τῆς προτάσεως. Ἐπεζεύχθω γάρ ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὴν ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας. ποιεῖτω οὖν ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν ΓΕΔ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς ΑΔ, ΑΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε. φανερόν δὴ ἐκ τοῦ προδεδειγμένου ὅτι ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία ἡμισείας ὀρθῆς ἐστὶ με'· καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ ἡ ΒΓ τῆς ΓΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με'. πολλῶ ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με' μέρος. καὶ ἔστι τῆς ΒΓ διπλῇ ἢ ΓΕ· ἡ ΓΕ ἄρα τῆς ΑΒ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ δύο με'. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΓΕ ἡ τῆς σελήνης διάμετρος, ἡ δὲ ΒΑ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἡμετέρας ὀψεως· ἡ ἄρα διάμετρος τῆς σελήνης τοῦ ἀποστήματος, οὗ ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἡμετέρας ὀψεως, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ δύο με'. Λέγω δὴ ὅτι καὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΓΕ τῆς ΒΑ ἢ λ' μέρος. ἐπεζεύχθω γάρ ἡ ΔΕ καὶ ἡ ΔΓ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΓ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΔΖ, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς τὸν ΓΔΖ κύκλον τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΔΖ. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ τῶν ΕΔΓ ὀρθὴ τῇ ὑπὸ τῶν ΒΓΑ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ τῇ ὑπὸ τῶν ΘΓΒ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΔΕΓ λοιπὴ τῇ ὑπὸ τῶν ΘΒΓ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΓΔΕ τρίγωνον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς ΓΔ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΔ, τουτέστιν, ἡ ΔΖ πρὸς ΓΔ. ἀλλ' ἐπεὶ πάλιν ἡ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ γωνία με' μέρος ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ ΓΔ ἄρα περιφέρεια ρπ' μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου· ἡ δὲ ΔΖ περιφέρεια ἔκτον μέρος ἐστὶν τοῦ ὅλου κύκλου· ὥστε ἡ ΓΔ περιφέρεια τῆς ΔΖ περιφέρειας λ' μέρος ἐστὶν. καὶ ἔχει ἡ ΓΔ περιφέρεια, ἐλάσσων οὔσα τῆς ΔΖ περιφέρειας, πρὸς αὐτὴν τὴν ΔΖ περιφέρειαν ἐλάσσονα λόγον ἥπερ ἡ ΓΔ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΖΔ εὐθεῖαν· ἡ ἄρα ΓΔ εὐθεῖα τῆς ΔΖ μείζων ἐστὶν ἢ λ'. ἴση δὲ ἡ ΖΔ τῇ ΑΓ· ἡ ἄρα ΔΓ τῆς ΓΑ μείζων ἐστὶν ἢ λ', ὥστε καὶ ἡ ΓΕ τῆς ΒΑ μείζων ἐστὶν ἢ λ'. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάσσων οὔσα ἢ δύο με'. Ἡ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων μὲν ἐστὶ , μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὄν τὰ πθ πρὸς ρ . ^[35]

¹² Ἐστω γάρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ Α, σελήνης δὲ κέντρον τὸ Β, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχη πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας. ποιεῖτω <ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν ΔΕΓ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας> τὰς ΑΔ, ΑΓ, ΓΔ. ἡ ΓΔ ἄρα διάμετρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. λέγω δὴ ὅτι ἡ ΓΔ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων μὲν ἐστὶ, μείζονα δὲ λόγον ἔχει <πρὸς αὐτὴν> ἢ ὄν τὰ πθ πρὸς ρ. Ὅτι μὲν οὖν ἡ ΓΔ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης, φανερόν. λέγω δὴ ὅτι καὶ μείζονα λόγον ἔχει <πρὸς αὐτὴν> ἢ ὄν τὰ πθ πρὸς ρ. Ἦχθω γάρ διὰ τοῦ Β τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. ἔσται δὴ πάλιν κατὰ τὰ αὐτὰ ἡ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ

γωνία ὀρθῆς με' μέρος, ἡ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ ὀρθῆς ρ' μέρος. καὶ ἔστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ τῶν ΓΒΖ· καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΓΒΖ ἄρα γωνία ὀρθῆς ἐστὶν ρ', τουτέστιν, τῆς ὑπὸ τῶν ΖΒΕ γωνίας ρ', ὥστε καὶ ἡ ΓΖ περιφέρεια τῆς ΖΓΕ περιφερείας ἐστὶν ρ'. ἡ ΓΕ ἄρα περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΓΖ περιφέρειαν λόγον ἔχει ὃν τὰ πθ πρὸς ρ. καὶ ἔστι τῆς ΓΕ β ἡ ΔΕΓ, τῆς δὲ ΕΓΖ β ἡ ΗΕΖ· ἡ ἄρα ΔΕΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΗΕΖ περιφέρειαν λόγον ἔχει ὃν τὰ πθ πρὸς ρ. καὶ ἔχει ἡ ΔΓ εὐθεῖα πρὸς <τὴν> ΗΖ εὐθεῖαν μείζονα λόγον ἢ περ ἡ ΔΕΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΗΕΖ περιφέρειαν· καὶ ἡ ΔΓ ἄρα εὐθεῖα πρὸς τὴν ΗΖ εὐθεῖαν μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς ρ. Ἡ ὑποτείνουσα εὐθεῖα ὑπὸ τὴν ἀπολαμβανομένην ἐν τῷ σκιάσματι τῆς γῆς περιφέρειαν τοῦ κύκλου υ, κα θ' οὗ φέρεται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, τῆς μὲν διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων ἐστὶν ἡ διπλ ἢ, μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὃν τὰ πη πρὸς με, τῆς δὲ τοῦ ἡλίου διαμέτρου ἐλάσσων μὲν ἐστὶν ἡ ἔνατον μέρο ς, μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὃν κβ πρὸς σκ ε, πρὸς δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ἡγμένην πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι, συμβάλλουσιν δὲ ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖ ς, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ λιοθ πρὸς Μ α ρκ ε. ^[10]

13 Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν κέντρον πρὸς τῷ Α, γῆς δὲ κέντρον τὸ Β, σελήνης δὲ τὸ Γ, τελείας οὔσης τῆς ἐκλείψεως καὶ πρώτως ὅλης ἐμπεπτωκυίας εἰς τὸ τῆς γῆς σκίασμα, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῶν Α, Β, Γ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τῷ περιλαμβάνοντι τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν γῆν. ποιείτω ἐν μὲν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους τοὺς ΔΕΖ, ΗΘΚ, ΑΜΝ, ἐν δὲ τῷ σκιάσματι τῆς γῆς κύκλον, καθ' οὗ φέρεται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, τὸν ΞΑΝ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς ΔΗΞ, ΖΚΝ· ἄξων δὲ ἔστω ὁ ΑΒΛ. φανερόν δὴ ὅτι ὁ ΑΒΛ ἄξων ἐφάπτεται τοῦ ΑΜΝ κύκλου, διὰ τὸ τὸ σκίασμα τῆς γῆς σεληνῶν εἶναι δύο, καὶ δίχα διαιρεῖσθαι τὴν ΝΛΞ περιφέρειαν ὑπὸ τοῦ ΑΒΛ ἄξωνος, καὶ ἔτι τὴν σελήνην πρώτως ἐμπεπτωκεῖν εἰς τὸ τῆς γῆς σκίασμα. ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ ΕΝ, ΝΛ, ΒΝ, ΛΞ. ἡ ΑΝ ἄρα ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, καὶ ἡ ΒΝ ἐφάπτεται τοῦ ΑΝΟΜ κύκλου, διὰ τὸ εἶναι τὸ Β πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει, καὶ τὴν ΑΝ διάμετρον τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν. καὶ ἐπεὶ αἱ ΕΛ, ΑΝ ἴσαι εἰσίν, διπλασίονες ἄρα εἰσὶ τῆς ΑΝ, ὥστε ἡ ΕΝ τῆς ΑΝ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ διπλῇ. ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ ΑΓ, ΓΝ, καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Ο· πολλῶ ἄρα ἡ ΕΝ τῆς ΑΟ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ β. καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΛ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΒΛ, παράλληλος ἄρα ἐστὶν τῇ ΕΝ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΛΕΝ τῇ ὑπὸ τῶν ΓΑΝ γωνία. καὶ ἔστιν ἴση μὲν ἡ ΝΛ τῇ ΛΞ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΓΝ· ὁμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΕΝΛ τρίγωνον τῷ ΑΝΓ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΕΝ πρὸς τὴν ΝΛ, οὕτως ἡ ΝΛ πρὸς τὴν ΑΓ. ^[45]

13 (50) ἀλλ' ἡ ΝΛ πρὸς τὴν ΑΓ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς τὰ με, τουτέστι, τὸ ἀπὸ ΝΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὰ, ζῳκα πρὸς τὰ, βκε· καὶ τὸ ἀπὸ ΕΝ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΛ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὰ, ζῳκα πρὸς τὰ, βκε, καὶ ἡ ΕΝ πρὸς τὴν ΑΟ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὰ, ζῳκα πρὸς, δν. ἔχει δὲ καὶ τὰ, ζῳκα πρὸς, δν μείζονα λόγον ἢ περ τὰ πη πρὸς με· ἡ ΝΞ ἄρα πρὸς ΑΟ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πη πρὸς τὰ με. ἡ ἄρα ὑποτείνουσα ὑπὸ τὴν ἀπολαμβανομένην ἐν τῷ σκιάσματι τῆς γῆς περιφέρειαν τοῦ κύκλου, καθ' οὗ φέρεται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων μὲν ἐστὶν ἡ β, μείζονα δὲ λόγον ἔχει <πρὸς αὐτὴν> ἢ ὃν τὰ πη πρὸς με. Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ἦχθω ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΠΑΡ· λέγω ὅτι ἡ ΕΝ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων μὲν ἐστὶν ἡ θ' μέρος, μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὃν τὰ κβ πρὸς τὰ σκε, πρὸς δὲ τὴν ΠΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ λιοθ πρὸς Μ α ρκε. ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ἡ ΕΝ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων οὔσα ἢ β, ἡ δὲ διάμετρος τῆς σελήνης τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ιη' μέρος, ἡ ἄρα ΕΝ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων ἐστὶν ἡ θ'

μέρος. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΞN πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πη πρὸς τὰ με, ἡ δὲ διάμετρος τῆς σελήνης πρὸς τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ με πρὸς λ . ἐπεὶ γὰρ ἡ τῆς σελήνης διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ἡλίου μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν α πρὸς κ , καὶ πάντα τεσσαρακοντάκις καὶ πεντάκις ἔξει ἄρα ἡ ΞN πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου μείζονα λόγον ἢ ὃν τὰ πη πρὸς τὰ λ , τουτέστιν, ἢ ὃν τὰ $\kappa\beta$ πρὸς τὰ σκε. ἤχθωσαν δὲ ἀπὸ τοῦ B τοῦ ΔE κύκλου ἐφαπτόμεναι αἱ $\text{BY}\Sigma$, $\text{B}\Phi\text{T}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\text{Y}\Phi$ καὶ ἡ YA . ἔσται δὴ, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης, οὕτως ἡ $\text{Y}\Phi$ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου, διὰ τὸ τὸν αὐτὸν κῶνον περιλαμβάνειν τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχοντα πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὀψει. ἡ δὲ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ $\pi\theta$ πρὸς τὰ φ . καὶ ἡ $\text{Y}\Phi$ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ $\pi\theta$ πρὸς φ . καὶ ἡ XY ἄρα πρὸς τὴν YA μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ $\pi\theta$ πρὸς φ . ὡς δὲ ἡ XY πρὸς τὴν YA , οὕτως ἡ YA πρὸς τὴν $\text{A}\Sigma$, διὰ τὸ παραλλήλους εἶναι τὰς ΣA , YX . καὶ ἡ YA ἄρα πρὸς τὴν $\text{A}\Sigma$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ $\pi\theta$ πρὸς τὰ φ . πολλῶ ἄρα ἡ YA πρὸς τὴν AP μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ $\pi\theta$ πρὸς τὰ φ . ^[95]

13 (100) καὶ τὰ β . ἡ ἄρα διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν IP μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ $\pi\theta$ πρὸς τὰ φ . ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΞN πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ ὃν τὰ $\kappa\beta$ πρὸς τὰ σκε. δι' ἴσου πολλῶ ἄρα ἡ ΞN πρὸς τὴν IP μείζονα λόγον ἔχει ἢ $\langle\delta\nu\rangle$ ὁ συνηγμένος ἔκ τε τῶν $\kappa\beta$ καὶ $\pi\theta$ πρὸς τὸν ἐκ τῶν φ καὶ σκε, τουτέστιν, τὰ $\alpha\lambda\eta$ πρὸς τὰ $\text{M}\beta$ σν. καὶ τὰ ἡμίση, τουτέστιν, τὰ $\lambda\theta$ πρὸς τὰ $\text{M}\alpha$ ρκε. Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἐπιζυγνυμένη εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν ν , ἣν ἀπολαμβάνει ἀπὸ τοῦ ἄξονος πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σελήνης ἡ ὑπὸ τὴν ἐν τῷ σκιάσματι τῆς γῆς ὑποτείνουσα εὐθεῖα α , μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ $\chi\theta\epsilon$ πρὸς α . ^[5]

14 Ἔστω τὸ αὐτὸ σχῆμα τῷ πρότερον, καὶ ἡ σελήνη οὕτως ἔστω ὥστε τὸ κέντρον αὐτῆς εἶναι ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ κῶνου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸν τε ἥλιον καὶ τὴν γῆν, καὶ ἔστω τὸ Γ , μέγιστος δὲ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΠOM ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὧν αὐτοῖς, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ MO . ἡ MO ἄρα διάμετρος ἐστὶ τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν. ἐπεζεύχθωσαν δὲ αἱ MB , BO , $\Lambda\Xi$, ΞB , $\text{M}\Gamma$. ἐφάπτονται ἄρα τοῦ MOΠ κύκλου αἱ MB , BO , διὰ τὸ τὴν OM διάμετρον εἶναι τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $\Xi\Lambda$ τῇ MO . ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν διάμετρος ἐστὶ τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν. ἴση ἄρα καὶ ἡ $\Xi\text{M}\Lambda$ περιφέρεια τῇ $\text{M}\Lambda\text{O}$ περιφερείᾳ, καὶ ἡ ΞM ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ΛO . ἀλλ' ἡ ΛO τῇ ΛM ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ΞM ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ΛM . ἔστι δὲ καὶ ἡ ΞB ἴση τῇ $\text{B}\Lambda$, διὰ τὸ τὸ B σημεῖον κέντρον εἶναι τῆς γῆς, καὶ $\langle\tauὴν\ γῆν\rangle$ σημείου καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς τὴν τῆς σελήνης σφαῖραν, καὶ τὸν MOΠ κύκλον ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ εἶναι. ἡ ἄρα BM κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν $\Xi\Lambda$. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΓM κάθετος ἐπὶ τὴν BM . παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓM τῇ $\Xi\Lambda$. ἔστι δὲ καὶ ἡ $\Sigma\Xi$ τῇ MP παράλληλος. ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $\Lambda\Xi\Sigma$ τρίγωνον τῷ $\text{MP}\Gamma$ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ $\Sigma\Xi$ πρὸς τὴν MP , οὕτως ἡ $\Sigma\Lambda$ πρὸς τὴν $\text{P}\Gamma$. ἀλλ' ἡ $\Sigma\Xi$ τῆς MP ἐστὶν ἐλάσσων ἢ β , ἐπεὶ καὶ ἡ ΞN τῆς MO ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β . καὶ ἡ $\Sigma\Lambda$ ἄρα τῆς $\text{P}\Gamma$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β . ὥστε ἡ ΣP τῆς $\text{P}\Gamma$ πολλῶ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β . ἡ $\Sigma\Gamma$ ἄρα τῆς $\text{P}\Gamma$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίων. ἡ $\text{P}\Gamma$ ἄρα πρὸς τὴν $\Gamma\Sigma$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν α πρὸς γ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ $\text{B}\Gamma$ πρὸς ΓM , οὕτως ἡ ΓM πρὸς τὴν $\text{P}\Gamma$, ἡ δὲ $\text{B}\Gamma$ πρὸς τὴν ΓM μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν $\mu\epsilon$ πρὸς α , καὶ ἡ ΓM ἄρα πρὸς $\text{P}\Gamma$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν $\mu\epsilon$ πρὸς α . ἔχει δὲ καὶ ἡ $\text{P}\Gamma$ πρὸς τὴν $\Gamma\Sigma$ μείζονα λόγον ἢ ὃν α πρὸς γ . δι' ἴσου ἄρα ἡ ΓM πρὸς τὴν $\Gamma\Sigma$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν $\mu\epsilon$ πρὸς γ , τουτέστιν, $\langle\eta\rangle$ ὃν $\iota\epsilon$ πρὸς α . ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $\text{B}\Gamma$ πρὸς τὴν ΓM μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ ὃν $\mu\epsilon$ πρὸς α . δι' ἴσου ἄρα ἡ $\text{B}\Gamma$ πρὸς τὴν $\Gamma\Sigma$ μείζονα λόγον ἔχει

ἢ ὄν τὰ χοε πρὸς α. Ἡ τοῦ ἡλίου διάμετρος πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ ιθ πρὸς γ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν τὰ μγ πρὸς τὰ ς. ^[35]

15 Ἦστω γὰρ ἡλίου μὲν κέντρον τὸ Α, γῆς δὲ κέντρον τὸ Β, σελήνης δὲ κέντρον τὸ Γ, τελείας οὔσης τῆς ἐκλείψεως, τουτέστιν, ἵνα τὰ Α, Β, Γ ἐπ' εὐθείας ᾗ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον, καὶ ποιείτω τομὰς ἐν μὲν τῷ ἡλίῳ τὸν ΔΕΖ κύκλον, ἐν δὲ τῇ γῇ τὸν ΗΘΚ, ἐν δὲ τῷ σκιάσματι τὴν ΝΞ περιφέρειαν, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς ΔΜ, ΖΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΞ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΜ πρὸς ὀρθὰς ἦχθω ἡ ΟΑΠ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΝΞ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ θ' μέρος, ἡ ΟΠ ἄρα πρὸς τὴν ΝΞ πολλῶ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ θ πρὸς α· καὶ ἡ ΑΜ ἄρα πρὸς τὴν ΜΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ θ πρὸς α. καὶ ἀναστρέψαντι ἡ ΜΑ πρὸς ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ θ πρὸς η. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μείζων ἐστὶν ἢ ιη, πολλῶ ἄρα τῆς ΒΡ μείζων ἐστὶν ἢ ιη· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ ιη πρὸς α. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΒΡ πρὸς τὴν ΒΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὄν α πρὸς ιη. καὶ συνθέντι ἡ ΡΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ ιθ πρὸς τὰ ιη. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχουσα ἢ ὄν τὰ θ πρὸς τὰ η· ἔξει ἄρα δι' ἴσου ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἢ ὄν τὰ ροα πρὸς ρμδ, καὶ ὄν τὰ ιθ πρὸς ις· τὰ γὰρ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ ΑΜ πρὸς ΒΜ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ ιθ πρὸς τὰ γ. ὥς δὲ ἡ ΑΜ πρὸς ΜΒ, οὕτως ἡ διάμετρος τοῦ ΔΕΖ κύκλου. πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ΗΘΚ κύκλου· ἡ ἄρα τοῦ ἡλίου διάμετρος πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ ιθ πρὸς γ. Λέγω δὴ ὅτι ἐλάσσονα λόγον ἔχει <πρὸς αὐτὴν> ἢ ὄν τὰ μγ πρὸς ς. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ χοε πρὸς α, ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ χοε πρὸς τὰ χοδ. ἔχει δὲ καὶ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἢ ὄν τὰ κ πρὸς α· ἔξει ἄρα δι' ἴσου ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΡ ἐλάσσονα λόγον ἢ ὄν τὰ Μ α, γφ πρὸς τὰ χοδ, τουτέστιν, ἢ ὄν τὰ , ςψν πρὸς τὰ τλζ· ἀνάπαλιν ἄρα καὶ συνθέντι ἡ ΡΑ πρὸς τὴν ΑΒ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ , ζπζ πρὸς , ςψν. ^[45]

15 (50) καὶ ἐπεὶ ἡ ΝΞ πρὸς τὴν ΟΠ μείζονα λόγον ἔχει ἢ <ὄν τὰ> λιοθ πρὸς Μ α ρκε, ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΟΠ πρὸς ΝΞ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ <ὄν τὰ> Μ α ρκε πρὸς λιοθ· ὥς δὲ ἡ ΟΠ πρὸς ΝΞ, οὕτως ἡ ΑΜ πρὸς ΜΡ· καὶ ἡ ΑΜ ἄρα πρὸς ΜΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ <ὄν τὰ> Μ α ρκε πρὸς λιοθ· ἀναστρέψαντι ἡ ΜΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ Μ α ρκε πρὸς τὰ , θρμς. ἔχει δὲ καὶ ἡ ΡΑ πρὸς ΑΒ μείζονα λόγον ἢ ὄν τὰ , ζπζ πρὸς τὰ , ςψν· δι' ἴσου ἄρα ἔξει ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΒ μείζονα λόγον ἢ ὄν ὁ περιεχόμενος ἀριθμὸς ὑπὸ τῶν Μ α ρκε καὶ τῶν , ζπζ πρὸς τὸν περιεχόμενον ἀριθμὸν ὑπὸ τε τῶν , θρμς καὶ τῶν , ςψν, τουτέστιν, ὁ Μ ζροε, εωοε πρὸς Μ, ςρογ, εφ. ἔχει δὲ καὶ ὁ Μ, ζροε, εωοε πρὸς Μ, ςρογ, εφ μείζονα λόγον ἢ ὄν τὰ μγ πρὸς λζ· καὶ ἡ ΜΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν μγ πρὸς λζ· ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ ΑΜ πρὸς τὴν ΜΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ μγ πρὸς ς. ὥς δὲ ἡ ΑΜ πρὸς τὴν ΒΜ, οὕτως ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς· ἡ ἄρα διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὄν μγ πρὸς ς. ἐδείχθη δὲ καὶ μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ ὄν τὰ ιθ πρὸς τὰ γ. Ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν , ςωνθ πρὸς κ ζ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν Μζ, θφζ πρὸς σι ς. ^[65]

16 Ἦστω γὰρ ἡλίου μὲν διάμετρος ἡ Α, γῆς δὲ ἡ Β. ἀποδείκνυται δὲ ὅτι ἐστίν, ὥς ἡ τοῦ ἡλίου σφαῖρα πρὸς τὴν τῆς γῆς σφαῖραν, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς γῆς κύβον, ὥσπερ καὶ ἐπὶ τῆς σελήνης, ὥστε ἐπεὶ ἐστίν, ὥς ὁ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον, οὕτως ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν, ὁ δὲ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β <κύβον> μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ , ςωνθ πρὸς κζ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν Μζ, θφζ πρὸς σις· καὶ γὰρ ἡ Α πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν ιθ πρὸς γ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν μγ πρὸς ς· ὥστε ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν , ςωνθ πρὸς κζ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν Μζ, θφζ

πρὸς σιζ. Ἡ διάμετρος τῆς γῆς πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης ἐν μείζονι μὲν λόγῳ ἐστὶν ἢ ὄν
〈ἔχει〉 ρη πρὸς μ γ , ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὄν ξ πρὸς ι θ . ^[10]

¹⁷ Ἐστω γὰρ ἡλίου μὲν διάμετρος ἡ Α, σελήνης δὲ ἡ Β, γῆς δὲ ἡ Γ. καὶ ἐπεὶ ἡ Α πρὸς τὴν Γ
ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ μγ πρὸς ζ, ἀνάπαλιν ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Α μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν ζ
πρὸς μγ. ἔχει δὲ καὶ ἡ Α πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἢ ὄν τὰ ιη πρὸς α· δι' ἴσου ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Β
μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ ρη πρὸς τὰ μγ. πάλιν ἐπεὶ ἡ Α πρὸς τὴν Γ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ
ιθ πρὸς τὰ γ, ἀνάπαλιν ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Α ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὄν τὰ γ πρὸς τὰ ιθ. ἔχει δὲ ἡ Α
πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἢ ὄν τὰ κ πρὸς α· δι' ἴσου ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ
ὄν ξ πρὸς ιθ. Ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι μὲν λόγῳ ἐστὶν ἢ ὄν 〈ἔχει〉 Μ ρκε , θψιβ
πρὸς Μ ζ , θφ ζ , ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὄν Μ κα , ζ πρὸς , ζων θ . ^[10]

¹⁸ Ἐστω γὰρ γῆς μὲν διάμετρος ἡ Α, σελήνης δὲ ἡ Β· ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν
τὰ ρη πρὸς τὰ μγ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν τὰ ξ πρὸς ιθ· καὶ ὁ ἀπὸ τῆς Α ἄρα κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β
κύβον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὄν Μ ρκε , θψιβ πρὸς Μ ζ , θφζ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὄν Μ κα , ζπρὸς ,
ζωνθ. ὥς δὲ ὁ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον, οὕτως ἐστὶν ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην·
ἡ γῆ ἄρα πρὸς τὴν σελήνην μείζονα μὲν λόγον ἔχει ἢ ὄν Μ ρκε , θψιβ πρὸς Μ ζ , θφζ, ἐλάσσονα
δὲ ἢ ὄν Μ κα , ζ πρὸς , ζωνθ. ^[10]