

eul_wid: ixo-ai

Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος · Archimedes of Syracuse

On Spiral Lines

Περὶ Ἑλίκων Γραμμῶν

Period: Ἑλληνιστική Hellenistic
Dialect: Δωρική Doric
Domain: Μαθηματικά Mathematics
Format: Πραγματεία Treatise

2.8. (1t) Ἀρχιμήδης Δοσιθέω χαίρειν Τῶν ποτὶ Κόνωνα ἀποσταλέντων θεωρημάτων, ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδείξιας ἐπιστέλλεις μοι γράψαι, τῶν μὲν πλείστων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κομισθέντεσσιν ἔχεις γεγραμμένας, τινὰς δὲ αὐτῶν καὶ ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἐπιστέλλω τοι. Μὴ θαυμάσης δὲ εἰ πλείονα χρόνον ποιήσαντες ἐκδίδομες τὰς ἀποδείξιας αὐτῶν· συμβαίνει γὰρ τοῦτο γεγενῆσθαι διὰ τὸ βούλεσθαί με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις καὶ μαστεύειν αὐτὰ προαιρουμένοις. Πόσα γὰρ τῶν ἐν γεωμετρίας θεωρημάτων οὐκ εὐμέθοδα ἐν ἀρχῇ φανέντα χρόνῳ τὰν ἐξεργασίαν λαμβάνοντι; Κόνων μὲν οὖν οὐχ ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μάστευσιν αὐτῶν χρόνον μετάλλαξεν τὸν βίον· ἢ δῆλα ἐποίησέν κα ταῦτα πάντα εὐρῶν καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξευρῶν καὶ ἐπὶ τὸ πλεῖον προάγαγεν γεωμετρίαν· ἐπιστάμεθα γὰρ ὑπάρξασαν αὐτῷ σύνεσιν οὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσιν. Μετὰ δὲ τὰν Κόνωνος τελευτὰν πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγεννημένων οὐδ' ὑφ' ἐνὸς οὐδὲν τῶν προβλημάτων αἰσθανόμεθα κεκινημένον. Βούλομαι δὲ καθ' ἑν ἕκαστον αὐτῶν προενέγκασθαι· καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ τῶν ἐμαυτῷ μήπω πεπερασμένων διὰ τέλους ποτιτεθῆμεν, ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα εὐρίσκουσιν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφέροντες ἐλέγχονται ποθωμολογηκότες εὐρίσκουσιν τὰ ἀδύνατα.

2.9 Ταῦτα δὴ ποῖα τῶν προβλημάτων ἐντί, καὶ τίνων τὰς ἀποδείξιας ἔχεις ἀπεσταλμένας, καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κομίζομες, δοκιμάζομες ἐμφανίζαι τοι. Πρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων ἦν· σφαῖρας δοθείσας ἐπίπεδον χωρίον εὐρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαῖρας. Ὁ δὴ καὶ πρῶτον ἐγένετο φανερόν ἐκδοθέντος τοῦ περὶ τὰν σφαῖραν βιβλίου· δειχθέντος γὰρ ὅτι πάσας σφαῖρας ἂ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ δῆλον ὡς δυνατόν ἐστι χωρίον ἐπίπεδον εὐρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαῖρας. Δεύτερον δὲ· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαῖραν εὐρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. Τρίτον δὲ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτῆς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. Τέταρτον δὲ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. Πέμπτον δὲ· τὸ δοθὲν τμᾶμα σφαῖρας τῷ δοθέντι τμήματι σφαῖρας ὁμοιωσαί. Ἑκτον δὲ· δύο δοθέντων τμαμάτων σφαῖρας εἴτε τὰς αὐτὰς εἴτε ἄλλας εὐρεῖν τι τμᾶμα σφαῖρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὁμοῖον τῷ ἐτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἔξει τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐτέρου τμήματος. Ἐβδομον· ἀπὸ τῆς δοθείσας σφαῖρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον

τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μείζονα τοῦ ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ δύο. Τούτων μὲν οὖν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδείξεις Ἡρακλείδας ἐκόμιξεν· τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον ψευδὸς ἦν.

2.10 Ὅτι δὲ εἴ καὶ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μείζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἔξει ἢ ἂ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Ὅτι δὲ τοῦτο ψευδὸς ἐστὶ, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φανερόν ἐστι· κεχώριται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε· εἴ καὶ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὰς μὲν ἐπιφανείας τὸ μείζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν τὸ τμᾶμα τὸ μείζον τὰς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον, τὸ δὲ μείζον τμᾶμα τὰς σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἂ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. Ἦν δὲ καὶ τὸ ἔσχατον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψευδὸς, ὅτι, εἴ καὶ σφαίρας τινὸς ἂ διάμετρος τμαθῇ, ὥστε τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμάματος τετράγωνον τριπλάσιον εἶμεν τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, καὶ διὰ τοῦ σαμείου ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ' ὀρθὰς τῇ διαμέτρῳ τέμνῃ τὰν σφαῖραν, τὸ τοιοῦτον τῷ εἶδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μείζον τὰς σφαίρας τμᾶμα, μέγιστόν ἐστι τῶν ἄλλων τμαμάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. Ὅτι δὲ τοῦτο ψευδὸς ἐστὶ δηλὸν διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων· δέδεικται γὰρ ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τοῦ κώνου προβεβλημένα ἐστὶ τάδε· εἴ καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τὰς διαμέτρου περιενεχθῇ ὥστε εἶμεν ἄξονα τὰν διάμετρον, τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τὰς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κωνοειδὲς καλεῖσθω, καὶ εἴ καὶ τοῦ κωνοειδὸς σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδὸς, τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος βάσις μὲν καλεῖσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον, κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδὸς.

2.11 Εἰ δὴ καὶ τὸ εἰρημένον σχῆμα ἐπιπέδῳ τμαθῇ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἂ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται δηλὸν, ὅτι δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. Καὶ εἴ καὶ τοῦ κωνοειδὸς δύο τμάματα ἀποτμαθέντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, ὅτι μὲν οὖν αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ δηλὸν, εἴ καὶ τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωντι ποτὶ τὸν ἄξονα, ὅτι δὲ τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τοῦτον ἐξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ἀπὸ τῶν κορυφῶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τὸν ἄξονα μέχρι ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα τὰ τέμνοντα, δεῖξαι δεῖ· τούτων δ' αἱ ἀποδείξεις οὕτω τοι ἀποστέλλονται. Μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τὰς ἑλικὸς ἦν προβεβλημένα ταῦτα· ἐντὶ δ' ὥσπερ ἄλλο τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπικοινωνέοντα τοῖς προειρημένοις ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς ἀποδείξεις γεγραφήκαμές τοι. Ὅτι δὲ τάδε· εἴ καὶ εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τῇ γραμμᾷ περιφερομένη φέρηται τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ κατὰ τὰς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἑλικά γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. Φαμὶ δὴ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τὰς ἑλικὸς καὶ τὰς εὐθείας τὰς ἀποκατασταθείσας ὅθεν ὥρμασεν τρίτον μέρος εἶμεν τοῦ κύκλου τοῦ γραφέντος κέντρῳ μὲν τῷ μένοντι σαμείῳ, διαστήματι δὲ τῇ εὐθείᾳ τῇ διανυσθείσῃ ὑπὸ τοῦ σαμείου ἐν τῇ μιᾷ περιφορᾷ τὰς εὐθείας.

2.12 Καὶ εἴ καὶ τὰς ἑλικὸς ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τὰς ἑλικὸς τὸ ἔσχατον γενόμενον, ἄλλα δὲ τις εὐθεῖα τῇ περιαχθείσῃ καὶ ἀποκατασταθείσῃ γραμμᾷ ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος αὐτῆς ὥστε ἐμπεσεῖν τῇ ἐπιψαυούσῃ, φαμὶ τὰν ποταχθείσαν εὐθεῖαν ἴσαν εἶμεν τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ. Καὶ εἴ καὶ ἂ περιαγομένη γραμμὰ καὶ τὸ σαμεῖον τὸ φερόμενον κατ' αὐτὰς πλείονας περιφορὰς περιενεχθῶντι καὶ ἀποκατασταθῶντι πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, φαμὶ τοῦ

χωρίου τοῦ ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος ὑπὸ τῆς ἑλικος τὸ μὲν ἐν τῇ τρίτῃ ποτιλαφθὲν διπλάσιον ἐσσεῖσθαι, τὸ δὲ ἐν τῇ τετάρτῃ τριπλάσιον, τὸ δὲ ἐν τῇ πέμπτῃ τετραπλάσιον, καὶ αἰεὶ τὰ ἐν ταῖς ὕστερον περιφοραῖς ποτιλαμβανόμενα χωρία κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσια ἐσσεῖσθαι τοῦ ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος, τὸ δὲ ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ περιλαφθὲν χωρίον ἔκτον μέρος εἶμεν τοῦ ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος χωρίου. Καὶ εἴ κα ἐπὶ τῆς ἑλικος τῆς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέντι, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπιζευχθέντι εὐθείᾳ ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τῆς περιενεχθείσας γραμμᾶς, καὶ κύκλοι δύο γραφέντων κέντρῳ μὲν τῷ μεμενακὸτι σαμείῳ, διαστημάτεσσι δὲ ταῖς ἐπιζευχθείσαις ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τῆς εὐθείας, καὶ ἁ ἐλάσσων τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπεκβληθῇ, φαμὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τῆς τοῦ μείζονος κύκλου περιφερείας τῆς ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ ἑλικὶ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν ἐούσας καὶ τῆς ἑλικος καὶ τῆς εὐθείας τῆς ἐκβληθείσας ποτὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τῆς τοῦ ἐλάσσονος κύκλου περιφερείας καὶ τῆς αὐτᾶς ἑλικος καὶ τῆς εὐθείας τῆς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτῶν τοῦτον ἔξῃν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο τριταμορίων τῆς ὑπεροχᾶς, ἧ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἑνὸς τριταμορίου τῆς εἰρημένης ὑπεροχᾶς.

2.13 Τούτων δὴ μοι καὶ ἄλλων περὶ τῆς ἑλικος αἱ ἀποδείξεις ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφονται, πρόκεινται δέ, ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρούμενων, τὰ χρεῖαν ἔχοντα εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. Λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις τῶν ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις λήμμα τόδε· τῶν ἀνισῶν γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ἧ ὑπερέχει τὸ μείζον τοῦ ἐλάσσονος, αὐτὰν ἑαυτᾷ συντιθεμένην δυνατόν εἶμεν παντὸς ὑπερίσχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ' ἄλλαλα λεγομένων. α'. Εἴ κα κατὰ τίνος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέντι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαῖ, αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας ὅνπερ οἱ χρόνοι, ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπορεύθη. Ἐνηνέχθω γάρ τι σαμεῖον κατὰ τῆς AB γραμμᾶς ἰσοταχέως, καὶ λελάφθωσαν ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαῖ αἱ ΓΔ, ΔΕ, ἔστω δὲ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμῶν τὸ σαμεῖον διεπορεύθη, ὁ ΖΗ, ἐν ᾧ δὲ τὰν ΔΕ, ὁ ΗΘ.

2.14 Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΓΔ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΔΕ γραμμάν, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ποτὶ τὸν ΗΘ. Συγκείσθωσαν γὰρ ἐκ τῶν ΓΔ, ΔΕ γραμμῶν αἱ ΑΔ, ΔΒ γραμμαῖ καθ' ἀντινοῦν σύνθεσιν οὕτως, ὥστε ὑπερέχειν τὰν ΑΔ τῆς ΔΒ, καὶ ὁσάκις μὲν σύγκειται ἁ ΓΔ γραμμὰ ἐν τῇ ΑΔ, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ἐν τῷ χρόνῳ τῷ ΛΗ, ὁσάκις δὲ σύγκειται ἁ ΔΕ γραμμὰ ἐν τῇ ΔΒ, τοσαυτάκις συγκείσθω ὁ ΘΗ χρόνος ἐν τῷ ΚΗ χρόνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως ἐνηνέχθαι κατὰ τῆς AB γραμμᾶς, δῆλον ὡς, ἐν ὅσῳ χρόνῳ τὰν ΓΔ ἐνήνεται, ἐν τοσούτῳ καὶ ἐκάσταν ἐνήνεται τῶν ἰσῶν τῇ ΓΔ· φανερόν οὖν ὅτι καὶ συγκειμέναν τὰν ΑΔ γραμμάν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ ἐνήνεται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΛΗ χρόνος, ἐπειδὴ τοσαυτάκις σύγκειται ἅ τε ΓΔ γραμμὰ ἐν τῇ ΑΔ γραμμᾷ καὶ ὁ ΖΗ χρόνος ἐν τῷ ΛΗ χρόνῳ. Διὰ ταῦτα δὴ καὶ τὰν ΒΔ γραμμάν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ τὸ σαμεῖον ἐνήνεται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΚΗ χρόνος. Ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἁ ΑΔ γραμμὰ τῆς ΒΔ, δῆλον ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὰν ΔΑ διαπορεύεται γραμμάν ἢ τὰν ΒΔ· ὥστε ὁ χρόνος ὁ ΛΗ μείζων ἐστὶ τοῦ ΚΗ χρόνου. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴ κα ἐκ τῶν χρόνων τῶν ΖΗ, ΗΘ συντεθέντι χρόνοι καθ' ἀντινοῦν σύνθεσιν, ὥστε ὑπερέχειν τὸν ἕτερον τοῦ ἑτέρου, ὅτι καὶ τῶν ἐκ τῶν γραμμῶν τῶν ΓΔ, ΔΕ κατὰ τὰν αὐτὰν σύνθεσιν συντεθεισῶν ὑπερέξει ἁ ὁμολογος τῷ ὑπερέχοντι χρόνῳ· δῆλον οὖν ὅτι τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ποτὶ τὸν χρόνον τὸν ΗΘ.

2.15 β'. Εἴ κα δύο σαμείων ἐκατέρου κατὰ τίνος γραμμᾶς ἐνεχθέντος μὴ τῆς αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτοῦ ἑαυτῷ φερομένου λαφθέντι ἐν ἐκατέρᾳ τῶν γραμμῶν δύο γραμμαῖ, ἃν αἱ τε πρῶται ἐν ἴσοις χρόνοις ὑπὸ τῶν σαμείων διανυέσθω καὶ αἱ δεύτεραι, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας

αί λαφθεῖσαι γραμμαί. Ἐστω κατὰ τὰς AB γραμμᾶς ἐνηνεγμένον τι σαρμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ καὶ ἄλλο κατὰ τὰς ΚΛ, λελάφθωσαν δὲ ἐν τῇ AB δύο αἱ ΓΔ, ΔΕ γραμμαί, καὶ ἐν τῇ ΚΛ αἱ ΖΗ, ΗΘ, ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ κατὰ τὰς AB γραμμᾶς ἐνηνεγμένον σαρμεῖον τὰν ΓΔ γραμμὰν διαπορευέσθω, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον κατὰ τὰς ΚΛ ἐνηνεγμένον τὰν ΖΗ, ὁμοίως δὲ καὶ τὰν ΔΕ γραμμὰν ἐν ἴσῳ διαπορευέσθω τὸ σαρμεῖον, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον τὰν ΗΘ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ἡ ΖΗ ποτὶ τὰν ΗΘ. Ἐστω δὴ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν ΓΔ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαρμεῖον, ὁ ΜΝ· ἐν τούτῳ δὴ τῷ χρόνῳ καὶ τὸ ἕτερον σαρμεῖον διαπορεύεται τὰν ΖΗ. Πάλιν δὴ καὶ ἐν ᾧ τὰν ΔΕ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαρμεῖον, ἔστω ὁ ΝΞ χρόνος· ἐν τούτῳ δὴ καὶ τὸ ἕτερον σαρμεῖον διαπορεύεται τὰν ΗΘ· τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἔξοῦντι ἅ τε ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ γραμμὰν, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΜΝ ποτὶ ΝΞ, καὶ ἡ ΖΗ ποτὶ τὰν ΗΘ, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΜΝ ποτὶ τὸν ΝΞ.

2.16 Δῆλον οὖν ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἡ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ἡ ΖΗ ποτὶ τὰν ΗΘ. γ'. Κύκλων δοθέντων ὅποσωνοῦν τῷ πλήθει δυνατόν ἐστιν εὐθείαν λαβεῖν μείζονα ἑοῦσαν τῶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν. Περιγραφέντος γὰρ περὶ ἕκαστον τῶν κύκλων πολυγώνου δῆλον ὡς ἡ ἐκ πασῶν συγκειμένα τῶν περιμέτρων εὐθεῖα μείζων ἐσσεῖται πασῶν τῶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν. δ'. Δύο γραμμᾶν δοθεισῶν ἀνισῶν, εὐθείας τε καὶ κύκλου περιφερείας, δυνατόν ἐστὶ λαβεῖν εὐθείαν τῆς μὲν μείζονος τῶν δοθεισῶν γραμμᾶν ἐλάσσονα, τῆς δὲ ἐλάσσονος μείζονα. Ὅσακις γὰρ ἡ ὑπεροχά, ἣ ὑπερέχει ἡ μείζων γραμμὰ τῆς ἐλάσσονος, αὐτὰ ἑαυτᾶ συντιθεμένα ὑπερέξει τῆς εὐθείας, εἰς τοσαῦτα ἴσα διαιρεθείσας τῆς εὐθείας τὸ ἐν τμήμα ἑλάσσον ἐσσεῖται τῆς ὑπεροχᾶς. Εἰ μὲν οὖν καὶ ἡ ἡ περιφέρεια μείζων τῆς εὐθείας, ἐνὸς τμήματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν εὐθείαν τῆς μὲν ἐλάσσονος τῶν δοθεισῶν δῆλον ὡς μείζων ἐσσεῖται, τῆς δὲ μείζονος ἐλάσσων· εἰ δὲ καὶ ἐλάσσων, ἐνὸς τμήματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν περιφέρειαν ὁμοίως τῆς μὲν ἐλάσσονος μείζων ἐσσεῖται, τῆς δὲ μείζονος ἐλάσσων· καὶ γὰρ ἡ ποτικειμένα ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπεροχᾶς.

2.17 ε'. Κύκλου δοθέντος καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθείαν ἐπὶ τὰν ἐπιψαυούσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τῆς ἐπιψαυούσας καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθείαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἢ μεταξὺ τῆς ἀφᾶς καὶ τῆς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθείσαν ὅποιανοῦν κύκλου περιφέρειαν. Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἡ ΔΖ κατὰ τὸ Β, δεδόσθω δὲ καὶ κύκλου περιφέρεια ὅποιανοῦν· δυνατόν δὲ ἐστὶ τῆς δοθείσας περιφερείας λαβεῖν τινὰ εὐθείαν μείζονα, καὶ ἔστω ἡ Ε εὐθεῖα μείζων τῆς δοθείσας περιφερείας ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ Κ κέντρου παρὰ τὰν ΔΖ ἡ ΑΗ, καὶ κείσθω ἡ ΗΘ ἴσα τῇ Ε νεύουσα ἐπὶ τὸ Β. Ἀπὸ δὴ τοῦ Κ κέντρου ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω· τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἔχει ἡ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΚ, ὃν ἡ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ.

2.18 Ἄ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἡ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθείσαν περιφέρειαν, διότι ἡ μὲν ΒΘ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ΒΘ περιφερείας, ἡ δὲ ΘΗ μείζων τῆς δοθείσας περιφερείας ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει καὶ ἡ ΖΘ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἢ ἡ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθείσαν περιφέρειαν. ς'. Κύκλου δοθέντος καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τῆς διαμέτρου δυνατόν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν αὐτοῦ ποτιβαλεῖν εὐθείαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένην γραμμάν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν εὐθείαν μεταξὺ τῆς περιφερείας καὶ τῆς εὐθείας τῆς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένης ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς ποτιπεσούσας τοῦ ἐπὶ τῆς περιφερείας ποτὶ τὸ ἕτερον πέρας τῆς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένης εὐθείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἢ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τῆς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένης ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμένην. Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ ἐν αὐτῷ δεδόσθω εὐθεῖα ἐλάσσων τῆς διαμέτρου ἡ ΓΑ, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἡ Ζ ποτὶ Η, ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΓΘ ποτὶ τὰν ΚΘ,

καθέτου εούσας τὰς ΚΘ· ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν ΑΓ ἢ ΚΝ καὶ τῇ ΚΓ πρὸς ὀρθὰς ἢ ΓΛ· ὁμοῖα δὴ ἐστὶ τὰ ΓΘΚ, ΓΚΛ τρίγωνα.

- 2.19 Ὅτι οὖν ὡς ἢ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ οὕτως ἢ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἢ Ζ ποτὶ τὰν Η ἢ ἢ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ὅν δὴ λόγον ἔχει ἢ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἢ ΚΓ ποτὶ μείζονα τὰς ΓΛ. Ἐχέτω ποτὶ τὰν ΒΝ, κείσθω δὲ ἢ ΒΝ μεταξὺ τὰς περιφερείας καὶ τὰς εὐθείας διὰ τοῦ Γ· δυνατόν δέ ἐστιν οὕτως τέμνειν· καὶ πεσεῖται ἐκτός, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν τὰς ΓΛ. Ἐπεὶ οὖν ἢ ΚΒ ποτὶ ΒΝ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἢ Ζ ποτὶ Η, καὶ ἢ ΕΒ ποτὶ ΒΓ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἢ Ζ ποτὶ Η. ζ'. Τῶν αὐτῶν δεδομένων καὶ τὰς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν μεταξὺ τὰς περιφερείας καὶ τὰς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τὰς ἐναπολαφθείσας ποτὶ τὸ πέρας τὰς ἐκβεβλημένας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἢ τοῦ ὃν ἔχει ἢ ἡμίσεια τὰς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν. Δεδόσθω τὰ αὐτά, καὶ ἔστω ἢ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐκβεβλημένα, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ἔστω, ὃν ἔχει ἢ Ζ ποτὶ τὰν Η, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἢ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ· μείζων οὖν ἐσσεῖται καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἢ ΚΓ ποτὶ ΓΛ.
- 2.20 Ὅν δὴ λόγον ἔχει ἢ Ζ ποτὶ Η, τοῦτον ἔχει ἢ ΚΓ ποτὶ ἐλάσσονα τὰς ΓΛ. Ἐχέτω ποτὶ ΙΝ νεύουσας ἐπὶ τὸ Γ· δυνατόν δέ ἐστιν οὕτως τέμνειν· καὶ πεσεῖται ἐντὸς τὰς ΓΛ, ἐπειδὴ ἐλάσσων ἐστὶ τὰς ΓΛ. Ἐπεὶ οὖν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἢ ΚΓ ποτὶ ΙΝ ὃν ἢ Ζ ποτὶ Η, καὶ ἢ ΕΙ ποτὶ ΙΓ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἢ Ζ ποτὶ τὰν Η. η'. Κύκλου δοθέντος καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τὰς διαμέτρου καὶ ἄλλας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου κατὰ τὸ πέρας τὰς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας δυνατόν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν τινὰ εὐθεῖαν ποτὶ τὰν εὐθεῖαν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ τὰς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τὰς ἐπιψαυούσας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἢ τοῦ ὃν ἔχει ἢ ἡμίσεια τὰς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν. Ἐστω κύκλος δεδομένος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα δεδóσθω ἐλάσσων τὰς διαμέτρου ἢ ΓΑ, καὶ ἢ ΕΛ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Γ, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἢ Ζ ποτὶ Η, ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἢ ΓΘ ποτὶ ΘΚ· ἐσσεῖται δὴ ἐλάσσων καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἢ ΓΚ ποτὶ ΓΛ, εἴ καὶ παράλληλος ἀχθῇ ἢ ΚΛ τῇ ΘΓ· ἐχέτω δὴ ἢ ΚΓ ποτὶ ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον ὃν ἢ Ζ ποτὶ Η· μείζων δὴ ἐστὶν ἢ ΕΓ τὰς ΓΛ.
- 2.21 Γεγράφθω κύκλου περιφέρεια περὶ τὰ Κ, Λ, Ξ. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶ μείζων ἢ ΕΓ τὰς ΓΛ, καὶ ποτ' ὀρθὰς ἐντὶ ἀλλάλαις αἱ ΚΓ, ΞΛ, δυνατόν ἐστὶ τῇ ΜΓ ἴσαν ἄλλαν θέμεν τὰν ΙΝ νεύουσας ἐπὶ τὸ Κ. Τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΙΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΕ, ΙΛ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἢ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙΝ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΛ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἢ ΙΝ ποτὶ ΓΛ· ὥστε καὶ ἢ ΙΝ ποτὶ ΓΛ ἐστὶν ὡς ἢ ΞΙ ποτὶ ΚΕ· ὥστε καὶ ἢ ΓΜ ποτὶ ΓΛ καὶ ἢ ΕΓ ποτὶ ΚΓ καὶ ποτὶ ΚΒ ἐστὶν ὡς ἢ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, καὶ λοιπὰ ἢ ΙΓ ποτὶ ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἢ ΕΓ ποτὶ τὰν ΓΚ καὶ ὃν ἢ Η ποτὶ Ζ. Πέπτωκεν οὖν ἢ ΚΝ ποτὶ τὰν ἐπιψαυούσας, καὶ ἔχει ἢ μεταξὺ τὰς περιφερείας καὶ τὰς εὐθείας ἢ ΒΕ ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τὰς ἐπιψαυούσας τὸν αὐτὸν λόγον ὃν ἢ Ζ ποτὶ τὰν Η.
- 2.22 θ'. Τῶν αὐτῶν δεδομένων καὶ τὰς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς ἐκβεβλημένας δυνατόν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τὰς περιφερείας καὶ τὰς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τὰς ἐπιψαυούσας ποτὶ τὰν ἀφὰν τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ καὶ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἢ τοῦ ὃν ἔχει ἢ ἡμίσεια τὰς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν. Δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἐλάσσων τὰς διαμέτρου ἢ ΓΑ διάχθω, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἢ ΕΓ κατὰ τὸ Γ, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἢ Ζ ποτὶ τὰν Η, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἢ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ· ἐσσεῖται δὴ μείζων καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἢ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. Ἐχέτω οὖν ἢ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον ὃν ἢ

Ζ ποτὶ τὰν Η· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν αὐτὰ τὰς ΓΛ. Πάλιν δὴ γεγράφθω κύκλος διὰ τῶν Ξ, Κ, Λ
σαμείων.

2.23 Ἐπεὶ οὖν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΞΓ τὰς ΓΛ, καὶ ποτ' ὀρθὰς ἐντὶ ἀλλάλαις αἱ ΚΜ, ΞΓ, δυνατὸν τῇ ΓΜ
ἴσαν θέμεν τὰν ΙΝ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Κ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΞΙΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΛΙ, ΚΕ ἐστὶν ὡς
ἡ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τῶν ΞΙΛ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΙΝ, τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΛΙ, ΚΕ ἴσον ἐστὶ
τὸ ὑπὸ τῶν ΚΙ, ΓΛ διὰ τὸ εἶμεν ὡς τὰν ΚΕ ποτὶ ΙΚ οὕτως τὰν ΛΓ ποτὶ ΛΙ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΞΙ ποτὶ ΚΕ,
οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΚΙΝ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΚΙ, ΓΛ, τουτέστιν ὡς ἡ ΝΙ ποτὶ ΓΛ, τουτέστιν ἡ ΓΜ ποτὶ
ΓΛ. Ἔστιν δὲ καὶ, ὡς ἡ ΓΜ ποτὶ ΓΛ, ἡ ΞΓ ποτὶ ΚΓ, τουτέστι ποτὶ ΚΒ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, ἡ
ΞΓ ποτὶ ΚΒ, καὶ λοιπὰ ἡ ΙΓ ποτὶ λοιπὰν τὰν ΒΕ ἐστὶν ὡς ἡ ΞΓ ποτὶ ΓΚ. Ὅν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΞΓ
ποτὶ ΓΚ, τοῦτον ἔχει ἡ Η ποτὶ Ζ· ποτιπέπτωκεν δὴ ἡ ΚΕ ποτὶ τὰν ἐκβεβλημένην, καὶ ἡ μεταξὺ
τὰς ἐκβεβλημένας καὶ τὰς περιφερειᾶς ἡ ΒΕ ποτὶ τὰν ΓΙ τὰν ἀπὸ τὰς ἐπιψαυούσας
ἀπολαφθεῖσαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὅν ἡ Ζ ποτὶ τὰν Η. ι'. Εἴ καὶ γραμμαὶ ἐξῆς τεθέωντι
ὅποσαι οὖν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσιν, ἥ δὲ ἡ ὑπεροχὰ ἴσα τῇ ἐλαχίστῃ, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ
τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἐκάστα τῇ μεγίστῃ, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ
τῶν ἰσᾶν τῇ μεγίστῃ ποτιλαμβάνοντα τό τε ἀπὸ τὰς μεγίστας τετράγωνον καὶ τὸ περιεχόμενον
ὑπὸ τε τὰς ἐλαχίστας καὶ τὰς ἴσας πάσαις ταῖς τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχούσαις τριπλάσια
ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσῶν. Ἔστων
γραμμαὶ ὅποσαι οὖν ἐφεξῆς κείμεναι τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσιν αἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, ἡ δὲ
Θ ἴσα ἔστω τῇ ὑπεροχῇ, ποτικείσθω δὲ ποτὶ τὰν Β ἴσα τῇ Θ ἡ Ι, ποτὶ δὲ τὰν Γ ἡ Κ ἴσα τῇ Η, ποτὶ
δὲ τὰν Δ ἡ Λ ἴσα τῇ Ζ, ποτὶ δὲ τὰν Ε ἡ Μ ἴσα τῇ Ε, ποτὶ δὲ τὰν Ζ ἡ Ν ἴσα τῇ Δ, ποτὶ δὲ τὰν Η ἡ Ξ
ἴσα τῇ Γ, ποτὶ δὲ τὰν Θ ἡ Ο ἴσα τῇ Β· ἐσσοῦνται δὴ αἱ γενόμεναι ἴσαι ἀλλάλαις καὶ τῇ μεγίστῃ.

2.24 Δεικτέον οὖν ὅτι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασῶν τὰς τε Α καὶ τῶν γενομενῶν ποτιλαβόντα τό τε
ἀπὸ τὰς Α τετράγωνον καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τὰς Θ καὶ τὰς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ,
Η, Θ τριπλάσιᾳ ἐντὶ τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. Ἔστιν δὴ τὸ μὲν
ἀπὸ τὰς ΒΙ τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν Ι, Β τετραγώνοις καὶ δύο τοῖς ὑπὸ τῶν Β, Ι
περιεχομένοις, τὸ δὲ ἀπὸ τὰς ΚΓ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν Κ, Γ τετραγώνοις καὶ δύο τοῖς ὑπὸ τῶν Κ, Γ
περιεχομένοις· ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀλλᾶν τῶν ἰσᾶν τῇ Α τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
τμαμάτων τετραγώνοις καὶ δυοὶ τοῖς ὑπὸ τῶν τμαμάτων περιεχομένοις. Τὰ μὲν οὖν ἀπὸ τῶν Α,
Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ποτιλαβόντα τὸ ἀπὸ τὰς Α τετράγωνον
διπλάσιᾳ ἐντὶ τῶν ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετραγώνων· λοιπὸν δὲ ἐπιδειξοῦμεν ὅτι τὰ
διπλάσια τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν τμαμάτων τῶν ἐν ἐκάστῃ γραμμῇ τῶν ἰσᾶν τῇ Α
ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τὰς Θ καὶ τὰς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ ἴσα ἐντὶ
τοῖς ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.

2.25 Καὶ ἐπεὶ δύο μὲν τὰ ὑπὸ Β, Ι περιεχόμενα ἴσα δυοὶ τοῖς ὑπὸ τῶν Β, Θ περιεχομένοις, δύο δὲ τὰ
ὑπὸ τῶν Κ, Γ ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τὰς Θ καὶ τὰς τετραπλασίας τὰς Γ διὰ τὸ τὰν Κ
διπλασίονα εἶμεν τὰς Θ, δύο δὲ τὰ ὑπὸ τῶν Δ, Λ ἴσα τῷ ὑπὸ τὰς Θ καὶ τὰς ἑξαπλασίας τὰς Δ διὰ
τὸ τὰν Λ τριπλασίαν εἶμεν τὰς Θ, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἄλλα τὰ διπλάσια τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν
τμαμάτων ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τὰς Θ καὶ τὰς πολλαπλασίας αἰεὶ κατὰ τοὺς ἐξῆς
ἀριθμοὺς ἀρτίους τὰς ἐπομένας γραμμᾶς, τὰ οὖν σύμπαντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
τε τὰς Θ καὶ τὰς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ ἐσσοῦνται ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τὰς
Θ καὶ τὰς ἴσας πάσαις τῇ Α καὶ τῇ τριπλασίᾳ τὰς Β καὶ τῇ πενταπλασίᾳ τὰς Γ καὶ αἰεὶ τῇ
[περισσῇ] κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμοὺς περισσοὺς πολλαπλασίᾳ τὰς ἐπομένας γραμμᾶς. Ἐντὶ δὲ καὶ
τὰ ἀπὸ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετράγωνα ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν αὐτῶν γραμμῶν. Ἔστι
γὰρ τὸ ἀπὸ τὰς Α τετράγωνον ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τὰς Θ καὶ τὰς ἴσας [πάσαις] τῇ Α
καὶ τῇ ἴσῃ ταῖς λοιπαῖς, ἅν ἐκάστα ἴσα τῇ Α· ἰσάκις γὰρ μετρεῖ ἅ τε Θ τὰν Α καὶ ἡ Α τὰς ἴσας αὐτᾶς

πάσας σὺν τῇ Α· ὥστε ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ Α τετράγωνον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς Θ καὶ τῆς ἴσας τῇ Α καὶ τῇ διπλασίᾳ τῶν Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· αἱ γὰρ ἴσαι τῇ Α πᾶσαι χωρὶς τῆς Α διπλάσιαί ἐντι τῶν Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.

2.26 Ὅμοίως δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Β τετράγωνον ἴσον ἐντι τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς Θ καὶ τῆς ἴσας τῇ Β καὶ τῇ διπλασίᾳ τῶν Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τῆς Γ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τε τῆς Θ καὶ τῆς ἴσας τῇ Γ καὶ τῇ διπλασίᾳ τῶν Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἄλλων τετράγωνα ἴσα ἐντι τοῖς περιεχομένοις ὑπὸ τε τῆς Θ καὶ τῆς ἴσας αὐτῇ τε καὶ τῇ διπλασίᾳ τῶν λοιπῶν. Δῆλον οὖν ὅτι τὰ ἀπὸ πασῶν τετράγωνα ἴσα ἐντι τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς Θ καὶ τῆς ἴσας πάσαις τῇ τε Α καὶ τῇ τριπλασίᾳ τῆς Β καὶ τῇ πενταπλασίᾳ τῆς Γ καὶ τῇ κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμοὺς περισσοὺς πολλαπλασίᾳ τῆς ἐπομένης. ΠΟΡΙΣΜΑ Ἐκ τούτου οὖν φανερόν ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τῶν ἰσῶν τῇ μεγίστῃ τῶν μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερεχουσῶν ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια, ἐπειδὴ ποτιλαβόντα τινὰ τριπλάσιάν ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστας τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια, ἐπειδὴ τὰ ποτιλαφθέντα ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστας τετραγώνου. Καὶ τοίνυν, εἴ κα ὁμοῖα εἶδεα ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασῶν, ἀπὸ τῆς τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερεχουσῶν καὶ ἀπὸ τῶν ἰσῶν τῇ μεγίστῃ, τὰ εἶδεα τὰ ἀπὸ τῶν ἰσῶν τῇ μεγίστῃ τῶν μὲν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερεχουσῶν εἰδέων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστας εἶδος μείζονα ἢ τριπλάσια· τὸν γὰρ αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον τὰ ὁμοῖα εἶδεα τοῖς τετραγώνοις.

2.27 ια'. Εἴ κα γραμμαὶ ἐξῆς τεθέωντι ὅποσαι οὖν τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερέχουσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες τῶν τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερεχουσῶν, τῷ δὲ μεγέθει ἐκάστα ἴσα τῇ μεγίστῃ, τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τῶν ἰσῶν τῇ μεγίστῃ ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερεχουσῶν χωρὶς τῆς ἐλαχίστας ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς μεγίστας καὶ τῆς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχᾶς τετραγώνου, ᾧ ὑπερέχει ἢ τὰ μεγίστα τῆς ἐλαχίστας, ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερχουσῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστας τετραγώνου μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου. Ἐστῶσαν γὰρ γραμμαὶ ὅποσαι οὖν τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερέχουσαι ἐξῆς κείμεναι, ἢ μὲν ΑΒ τῆς ΓΔ, ἢ δὲ ΓΔ τῆς ΕΖ, ἢ δὲ ΕΖ τῆς ΗΘ, ἢ δὲ ΗΘ τῆς ΙΚ, ἢ δὲ ΙΚ τῆς ΛΜ, ἢ δὲ ΛΜ τῆς ΝΞ, ποτικείσθω δὲ ποτὶ μὲν τὴν ΓΔ ἴσα μιᾷ ὑπεροχᾷ ἢ ΓΟ, ποτὶ δὲ τὴν ΕΖ ἴσα δυσὶν ὑπεροχαῖς ἢ ΕΠ, ποτὶ δὲ τὴν ΗΘ ἴσα τρισὶν ὑπεροχαῖς ἢ ΗΡ, καὶ ποτὶ τὰς ἄλλας τὸν αὐτὸν τρόπον· ἐσσοῦνται δὲ αἱ γενόμεναι ἀλλάλαις ἴσαι καὶ ἐκάστα τῇ μεγίστῃ.

2.28 Δεικτέον οὖν ὅτι τὰ ἀπὸ πασῶν τῶν γενομενῶν τετράγωνα ποτὶ μὲν πάντα τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασῶν τῶν τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερεχουσῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΞ τετραγώνου ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΝΞ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΝΥ τετραγώνου, ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν αὐτῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνου μείζονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου. Ἀπολελάφθω ἄφ' ἐκάστας τῶν τῷ ἴσῳ ἄλλαλῶν ὑπερεχουσῶν ἴσα τῇ ὑπεροχᾷ· ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ ποτὶ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΦΒ περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΦ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τό τε ἀπὸ τῆς ΟΔ τετράγωνον ποτὶ τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΟΔ, ΔΧ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΧΟ τετραγώνου καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΠΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΠΖ, ΨΖ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΨΠ τετραγώνου καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἄλλων τετράγωνα ποτὶ τὰ ὁμοίως λαμβανόμενα χωρία· καὶ τὰ πάντα δὲ τὰ ἀπὸ πασῶν τῶν ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ ποτὶ τε πάντα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τε τῆς ΝΞ καὶ τῆς ἴσας πάσαις ταῖς εἰρημέναις γραμμαῖς καὶ τὰ τριταμόρια τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣΞ, Τρ,

ΥΝ τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τὸ τε ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΒΒ περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΦΑ τετραγώνου.

2.29 Εἰ οὖν κα δειχθῇ τὸ τε περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ καὶ τὰ τρίτα μέρη τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣΖ, Τρ, ΥΝ τῶν μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ ἐλάττονα, τῶν δὲ τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ μείζονα, δεδειγμένον ἐσσεῖται τὸ προτεθέν. Ἐντὶ δὴ τὸ μὲν περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ καὶ τὰ τρίτα μέρη τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣΖ, Τρ, ΥΝ ἴσα τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ΖΚ, ρΜ, ΝΞ καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣΖ, Τρ, ΥΝ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣΖ, Τρ, ΥΝ, τὰ δὲ ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τᾶν ΒΦ, ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ΖΚ, ρΜ τετραγώνοις καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙΖ, Λρ καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς ΒΦ καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙΖ, Λρ. Κοινὰ μὲν οὖν ἐντὶ ἐκατέρων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾶ ΝΞ, τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΩΡ, ΖΣ, ρΤ, ΥΝ ἔλασσόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τε τᾶς ΒΦ καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙΖ, Λρ διὰ τὸ τὰς νῦν εἰρημένας γραμμὰς ταῖς μὲν ΓΟ, ΕΠ, ΡΗ, ΙΣ, ΑΤ, ΥΝ ἴσας εἶμεν, τᾶν δὲ λοιπᾶν μείζονας, καὶ τὰ τετράγωνα δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙΖ, Λρ μείζονά ἐντι τοῦ τρίτου μέρους τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣΖ, Τρ, ΥΝ· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς ἐπάνω· ἐλάττονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ.

2.30 Λοιπὸν δὲ δεῖξομεν ὅτι μείζονά ἐντι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ. Πάλιν δὴ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ ἴσα ἐντὶ τοῖς τε ἀπὸ τᾶν ΧΓ, ΕΨ, ΗΩ, ΙΖ, Λρ καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ΖΚ, ρΜ, ΝΞ καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙΖ, Λρ. Καί ἐστι κοινὰ μὲν τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ΖΚ, Μρ, ΝΞ, μείζον δὲ τὸ ὑπὸ τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣΖ, Τρ, ΥΝ τοῦ ὑπὸ τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙΖ, Λρ, ἐντὶ δὲ καὶ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΟ, ΨΠ, ΩΡ, ΖΣ, ρΤ, ΥΝ τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙΖ, Λρ μείζονα ἢ τριπλάσια· δέδεικται γὰρ καὶ τοῦτο· μείζονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ. ΠΟΡΙΣΜΑ Καὶ τοίνυν εἴ κα ὁμοῖα ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν, ἀπὸ τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾶ μεγίστα, εἶδεα, πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾶ μεγίστα ποτὶ τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας εἶδεος ἐλάσσονα λόγον ἐξοῦντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾧ ὑπερέχει ἅ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, ποτὶ δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν εἶδεα χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου· τὸν αὐτὸν γὰρ ἐξοῦντι λόγον τὰ ὁμοῖα εἶδεα τοῖς τετραγώνοις.

2.31 ΟΡΟΙ Α'. Εἴ κα εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ καὶ μένοντος τοῦ ἐτέρου πέρατος αὐτᾶς ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ὁσακισοῦν ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾶ γραμμᾷ περιανομένη φέρηταί τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἐαυτῷ κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἔλικά γραψεί ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. β'. Καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τᾶς εὐθείας τὸ μένον περιανομένης αὐτᾶς ἀρχὰ τᾶς ἔλικος. γ'. Α δὲ θέσις τᾶς γραμμᾶς, ἀφ' ἧς ἄρξατο ἡ εὐθεῖα περιφέρεισθαι, ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς. δ'. Εὐθεῖα, ἢ μὲν ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ διαπορευθῇ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω, ἢ δ' ἐν τᾷ δευτέρῃ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρα, καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν. ε'.

2.32 Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τε τᾶς ἔλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γραφείσας καὶ τᾶς εὐθείας, ἧ ἐστὶν πρώτα, πρῶτον καλείσθω, τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπὸ τε τᾶς ἔλικος τᾶς ἐν τᾷ

δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσας καὶ τὰς εὐθείας τὰς δευτέρας δεύτερον καλείσθω, καὶ τὰ ἄλλα ἐξῆς οὕτω καλείσθω. ζ. Καὶ εἴ κα ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὃ ἐστὶν ἀρχὰ τὰς ἑλικος, ἀχθῇ τις εὐθεῖα γραμμὰ, τὰς εὐθείας ταύτας τὰ ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἃ κα ἡ περιφορὰ γένηται, προαγουμένα καλείσθω, τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐπόμενα. ζ'. Ὅ τε γραφεῖς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σαμείῳ, ὃ ἐστὶν ἀρχὰ τὰς ἑλικος, διαστήματι δὲ τῇ εὐθείᾳ, ἃ ἐστὶν πρώτη, πρῶτος καλείσθω, ὃ δὲ γραφεῖς κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ τῇ διπλάσιᾳ εὐθείᾳ δεύτερος καλείσθω, καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἐξῆς τούτοις τὸν αὐτὸν τρόπον. ιβ'. Εἴ κα ποτὶ τὰν ἑλικά τὰν ἐν μιᾷ περιφορᾷ ὁποιοῦν γεγραμμέναν ἀπὸ τὰς ἀρχῶν τὰς ἑλικος εὐθεῖαι ἐμπεσῶντι ὁποιοῦν ἴσας ποιοῦσαι γωνίας ποτ' ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν. Ἐστω ἑλιξ, ἐφ' ἣς αἱ AB, AG, AD, AE, AZ ἴσας γωνίας ποιοῦσαι ποτ' ἀλλάλας.

2.33 Δεικτέον ὅτι τῷ ἴσῳ ὑπερέχει ἡ AG τὰς AB καὶ ἡ AD τὰς AG καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως. Ἐν ᾧ γὰρ χρόνῳ ἡ περιαγομὲνα γραμμὰ ἀπὸ τὰς AB ἐπὶ τὰν AG ἀφικνεῖται, ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον τὰν ὑπεροχὰν διαπορεύεται, ἥ ὑπερέχει ἡ ΓA τὰς AB, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἀπὸ τὰς AG ἐπὶ τὰν AD, ἐν τούτῳ διαπορεύεται τὰν ὑπεροχὰν, ἥ ὑπερέχει ἡ AD τὰς AG. Ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἡ περιαγομὲνα γραμμὰ ἀπὸ τε τὰς AB ἐπὶ τὰν AG ἀφικνεῖται καὶ ἀπὸ τὰς AG ἐπὶ τὰν AD, ἐπειδὴ αἱ γωνίαι ἴσαι ἐντὶ ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον σαμεῖον διαπορεύεται τὰν ὑπεροχὰν, ἥ ὑπερέχει ἡ ΓA τὰς AB, καὶ τὰν ὑπεροχὰν, ἥ ὑπερέχει ἡ AD τὰς AG. Τῷ ἴσῳ ἄρα ὑπερέχει ἡ τε AG τὰς AB καὶ ἡ AD τὰς AG, καὶ αἱ λοιπαί. ιγ'. Εἴ κα εὐθεῖα γραμμὰ τὰς ἑλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἣν μόνον ἐπιψαύσει σαμεῖον. Ἐστω ἑλιξ, ἐφ' ἣς τὰ A, B, Γ, Δ, ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τὰς ἑλικος τὸ A σαμεῖον, ἀρχὰ δὲ τὰς περιφορᾶς ἡ AD εὐθεῖα, καὶ ἐπιψαυέτω τὰς ἑλικος εὐθεῖα τις ἡ ZE.

2.34 Φαμὶ δὴ καθ' ἣν μόνον σαμεῖον ἐπιψαύειν αὐτάς. Ἐπιψαυέτω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ δύο σαμεῖα τὰ Γ, Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ AG, AH, καὶ ἡ γωνία δίχα τετμάσθω ἡ περιεχόμενα ὑπὸ τὰν AH, AG, καθ' ὃ δὲ σαμεῖον ἡ δίχα τέμνουσα τὰν γωνίαν τῇ ἑλικὶ ποτιπίπτει, ἔστω τὸ Θ. Τῷ δὲ ἴσῳ ὑπερέχει ἡ τε AH τὰς AΘ καὶ ἡ AΘ τὰς AG, ἐπειδὴ ἴσας γωνίας περιέχοντι ποτ' ἀλλάλας ὥστε διπλάσιαι ἐντὶ αἱ AH, AG τὰς AΘ. Ἀλλὰ τὰς ἐν τῷ τριγώνῳ [τὰς AΘ] δίχα τεμνούσας τὰν γωνίαν μείζονες ἐντὶ ἢ διπλάσιαι· δῆλον οὖν ὅτι, καθ' ὃ συμπίπτει σαμεῖον τῇ ΓΗ εὐθείᾳ ἡ AΘ, μεταξὺ τῶν Θ, A ἐντὶ σαμείων· τέμνει ἄρα ἡ EZ τὰν ἑλικά, ἐπειδὴ τι τῶν ἐν τῇ ΓΘΗ σαμείων ἐντός ἐστι τὰς ἑλικος. Ὑπέκειτο δὲ ἐπιψαύουσα· καθ' ἣν ἄρα μόνον ἄπτεται ἡ EZ τὰς ἑλικος. ιδ'. Εἴ κα ποτὶ τὰν ἑλικά τὰν ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπεσέωντι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὃ ἐστὶν ἀρχὰ τὰς ἑλικος, καὶ ἐκβληθέντι ποτὶ τὰν τοῦ πρώτου κύκλου περιφέρειαν, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον αἱ ποτὶ τὰν ἑλικά ποτιπίπτουσαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ περιφέρειαι τοῦ κύκλου αἱ μεταξὺ τοῦ πέρατος τὰς ἑλικος καὶ τῶν περάτων τὰν ἐκβληθεισῶν εὐθειῶν τῶν ἐπὶ τὰς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγουμένα λαμβανομενῶν τὰν περιφερειῶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τὰς ἑλικος. Ἐστω ἑλιξ ἡ ABΓΔΕΘ ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἀρχὰ δὲ τὰς μὲν ἑλικος ἔστω τὸ A σαμεῖον, ἡ δὲ ΘA εὐθεῖα ἀρχὰ τὰς περιφορᾶς ἔστω, καὶ κύκλος ὁ ΘKH ἔστω ὁ πρῶτος, ποτιπιπτόντων δὲ ἀπὸ τοῦ A σαμείου ποτὶ τὰν ἑλικά αἱ AE, AD καὶ ἐκπιπτόντων ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἐπὶ τὰ Z, H.

2.35 Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἡ AE ποτὶ τὰν AD, ὃν ἡ ΘKZ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘKH περιφέρειαν. Περιαγομένης γὰρ τὰς AΘ γραμμᾶς δῆλον ὡς τὸ μὲν Θ σαμεῖον κατὰ τὰς τοῦ ΘKH κύκλου περιφερείας ἐνηνεγμένον ἐστὶν ἰσοταχέως, τὸ δὲ A κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον τὰν AΘ γραμμὰν πορεύεται, καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας φερόμενον τὰν ΘKZ περιφέρειαν, τὸ δὲ A τὰν AE εὐθεῖαν, καὶ πάλιν τό τε A σαμεῖον τὰν AD γραμμὰν καὶ τὸ Θ τὰν ΘKH περιφέρειαν, ἐκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον· δῆλον οὖν ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἡ AE ποτὶ τὰν AD, ὃν ἡ ΘKZ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘKH περιφέρειαν [δέδεικται γὰρ τοῦτο

ἔξω ἐν τοῖς πρώτοις]. Ὅμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴ κα ἄ ἐτέρα τῶν ποτιπιπτουσῶν ἐπὶ τὸ πέρας τᾶς ἔλικος ποτιπίπτῃ, ὅτι τὸ αὐτὸ συμβαίνει. ιε'.

2.36 Εἰ δέ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἔλικά ποτιπίπτωντι εὐθεΐαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἔλικος, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον αἱ εὐθεΐαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας λαμβανομένας. Ἐστω ἔλιξ, ἐφ' ᾗ ἄ ΑΒΓΔΘ, ἃ μὲν ΑΒΓΔΘ ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἃ δὲ ΘΛΕΜ ἐν τᾷ δευτέρᾳ, καὶ ποτιπιπτόντων εὐθεΐαι αἱ ΑΕ, ΑΛ. Δεικτέον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἃ ΑΛ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἃ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ ΘΚΗ μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας. Ἐν ἴσῳ γὰρ χρόνῳ τὸ Α σαμεῖον κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν ΑΛ γραμμὰν διαπορεύεται, καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας φερόμενον ὅλαν τε τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν καὶ ἔτι τὰν ΘΚΖ περιφέρειαν διαπορεύεται, καὶ πάλιν τὸ Α σαμεῖον τὰν ΑΕ εὐθεΐαν καὶ τὸ Θ ὅλαν τε τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν καὶ ἔτι τὰν ΘΚΗ, ἐκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον· δῆλον οὖν ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἃ ΑΛ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΑΕ, ὃν ἃ ΘΚΖ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν ΘΚΗ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας.

2.37 Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθήσεται, καὶ εἴ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτῃ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἔλικά ποτιπεσέωντι εὐθεΐαι, ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἐξοῦντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας δις λαμβανομένας· ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἔλικας ποτιπίπτουσαι δείκνυνται ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τοσαυτάκις λαμβανομένας, ὅσος ἐστὶν ὁ ἐνὶ ἐλάσσων ἀριθμὸς τῶν περιφορῶν, καὶ εἴ κα ἃ ποτιπίπτουσα ἃ ἐτέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἔλικος πίπτῃ. ις'. Εἴ κα τᾶς ἔλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεΐα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀφᾶς εὐθεΐα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σαμεῖον, ὃ ἐστὶν ἀρχὰ τᾶς ἔλικος, ἃς ποιεῖ γωνίας ἃ ἐφαπτομένα ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν, ἀνίστοι ἐσσοῦνται καὶ ἃ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖα, ἃ δὲ ἐν τοῖς ἐπομένοις ὀξεῖα. Ἐστω ἔλιξ, ἐφ' ᾗ ἃ Α, Β, Γ, Δ, Θ, ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἔστω τὸ μὲν Α σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἔλικος, ἃ δὲ ΑΘ εὐθεΐα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ὃ τε πρῶτος κύκλος ὁ ΘΚΗ, ἐπιψανέτω δὲ τις εὐθεΐα γραμμὰ τᾶς ἔλικος ἃ ΕΔΖ κατὰ τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθω ἃ ΔΑ. Δεικτέον ὅτι ἃ ΔΖ ποτὶ τὰν ΑΔ ἀμβλεῖαν ποιεῖ γωνίαν. Γεγράφθω κύκλος ὁ ΔΤΝ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τᾷ ΑΔ· ἀναγκαῖον δὴ τούτου τοῦ κύκλου τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις περιφέρειαν ἐντὸς πίπτειν τᾶς ἔλικος, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἐπομένοις ἐκτὸς διὰ τὸ τὰν ἀπὸ τοῦ Α ποτὶ τὰν ἔλικά ποτιπιπτουσῶν εὐθειᾶν τὰς μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις μείζονας εἶμεν τᾶς ΑΔ, τὰς δὲ ἐν τοῖς ἐπομένοις ἐλάσσονας.

2.38 Ὅτι μὲν οὖν ἃ γωνία ἃ περιεχομένα ὑπὸ τῶν ΑΔΖ οὐκ ἔστιν ὀξεῖα δῆλον, ἐπειδὴ μείζων ἐστὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου, ὅτι δὲ ὀρθὰ οὐκ ἔστι δεικτέον οὕτως· ἔστω γὰρ, εἰ δυνατόν, ὀρθὰ· ἃ ἄρα ΕΔΖ ἐπιψαύει τοῦ ΔΤΝ κύκλου. Δυνατὸν δὲ ἔστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν εὐθεΐαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεΐαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ ὃν ἔχει ἃ μεταξὺ τᾶς ἀφᾶς καὶ τᾶς ποτιπιπτούσας περιφέρειαι ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν. Ποτιπιπτέτω δὲ ἃ ΑΙ· τεμεῖ δὴ αὐτὰ τὰν μὲν ἔλικά κατὰ τὸ Λ, τὰν δὲ τοῦ ΔΝΤ κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ Ρ· καὶ ἐχέτω ἃ ΡΙ εὐθεΐα ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον τοῦ ὃν ἔχει ἃ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΔΝΤ περιφέρειαν· καὶ ὅλα ἄρα ἃ ΙΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἃ ΡΑΝΤ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΔΝΤ περιφέρειαν, τουτέστιν ὃν ἔχει ἃ ΣΗΚΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν.

2.39 Ὅν δὲ ἃ ΣΗΚΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἃ ΑΛ εὐθεΐα ποτὶ τὰν ΑΔ· δέδεικται γὰρ τοῦτο· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἃ ΑΙ ποτὶ τὰν ΑΡ ἢ περ ἃ ΛΑ ποτὶ τὰν ΑΔ· ὅπερ ἀδύνατον· ἴσα γὰρ ἃ ΡΑ τᾷ ΑΔ. Οὐκ ἄρα ἐστὶν ὀρθὰ ἃ περιεχομένα ὑπὸ τῶν ΑΔΖ. Δέδεικται δὲ ὅτι

οὐδὲ ὀξεῖα ἀμβλεῖα ἄρα ἐστίν. Ὡστε ἂν λοιπὰ ὀξεῖα ἐστίν. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴ κα ἂ ἐπιψαύουσα τὰς ἑλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ, ὅτι τὸ αὐτὸ συμβήσεται. ἰζ'. Καὶ τοίνυν, εἴ κα τὰς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἑλικος ἐπιψαύῃ ἂν εὐθεῖα, τὸ αὐτὸ συμβήσεται. Ἐπιψαυέτω γὰρ ἂν ΕΖ εὐθεῖα τὰς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἑλικος κατὰ τὸ Δ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω.

2.40 Ὁμοίως δὴ τὰς τοῦ ΡΝΔ κύκλου περιφερείας τὰ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις τὰς ἑλικος ἐντὸς πεσοῦνται, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἐπομένοις ἐκτός· ἂν οὖν γωνία ἂν ὑπὸ τῶν ΑΔΖ οὐκ ἔστιν ὀρθά, ἀλλὰ ἀμβλεῖα. Ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ὀρθά· ἐπιψαύσει δὴ ἂν ΕΖ τοῦ ΡΝΔ κύκλου κατὰ τὸ Δ. Ἀχθῶ δὴ πάλιν ποτὶ τὴν ἐπιψαύουσαν ἂν ΑΙ καὶ τεμνέτω τὴν μὲν ἑλικά κατὰ τὸ Χ, τὴν δὲ τοῦ ΡΝΔ κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ Ρ, ἐχέτω δὲ ἂν ΡΙ ποτὶ ΡΑ ἐλάσσονα λόγον τοῦ ὄν ἔχει ἂν ΔΡ περιφέρεια ποτὶ ὅλαν τὴν τοῦ ΔΡΝ κύκλου περιφέρειαν καὶ [ποτὶ] τὴν ΔΝΤ· δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατόν ἐόν· καὶ ὅλα ἄρα ἂν ΙΑ ποτὶ τὴν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἂν ΡΔΝΤ περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὴν ΔΝΤ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας. Ἀλλ' ὄν ἔχει λόγον ἂν ΡΔΝΤ περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ ΔΝΤΡ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὴν ΔΝΤ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τὰς τοῦ ΔΝΤΡ κύκλου περιφερείας, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἂν ΣΗΚΘ περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας τὰς ΘΣΗΚ ποτὶ τὴν ΗΚΘ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τὰς τοῦ ΘΣΗΚ κύκλου περιφερείας, ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ ὕστερον εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἂν ΧΑ εὐθεῖα ποτὶ τὴν ΑΔ εὐθεῖαν· δέδεικται γὰρ τοῦτο· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἂν ΙΑ ποτὶ τὴν ΑΡ ἢ ἂν ΑΧ ποτὶ τὴν ΑΔ· ὅπερ ἀδύνατον [ἴση μὲν γὰρ ἢ ΡΑ τῇ ΑΔ, μείζων δὲ ἢ ΙΑ τῇ ΑΧ]. Δῆλον οὖν ὅτι ἀμβλεῖα ἐστίν ἂν περιεχομένα ὑπὸ τῶν ΑΔΖ· ὥστε ἂν λοιπὰ ὀξεῖα ἐστίν. Τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, καὶ εἴ κα ἂν ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τὰς ἑλικος ἐπιψαύῃ.

2.41 Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ εἴ κα τὰς ἐν ὁποιοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἑλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ εἴ κα κατὰ τὸ πέρας αὐτῆς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ τὴν ἀπὸ τὰς ἀφᾶς ἐπιζευχθεῖσαν ἐπὶ τὴν ἀρχὴν τὰς ἑλικος καὶ τὴν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖαν, τὴν δὲ ἐν τοῖς ἐπομένοις ὀξεῖαν. ιη'. Εἴ κα τὰς ἑλικος τὰς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ κατὰ τὸ πέρας τὰς ἑλικος, ἀπὸ δὲ τοῦ σαμείου, ὃ ἐστίν ἀρχὰ τὰς ἑλικος, ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ τις τῇ ἀρχῇ τὰς περιφορᾶς, ἂν ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τῇ ἐπιψαυούσῃ, καὶ ἂν μεταξὺ εὐθεῖα τὰς ἐπιψαυούσας καὶ τὰς ἀρχᾶς τὰς ἑλικος ἴσα ἐσσεῖται τῇ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ. Ἔστω ἑλιξ ἂν ΑΒΓΔΘ, ἔστω δὲ τὸ Α σαμεῖον ἀρχὰ τὰς ἑλικος, ἂν δὲ ΘΑ γραμμὰ ἀρχὰ τὰς περιφορᾶς, ὃ δὲ ΘΗΚ κύκλος ὁ πρῶτος, ἐπιψαυέτω δὲ τις τὰς ἑλικος κατὰ τὸ Θ ἂν ΘΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἄχθῳ ποτ' ὀρθὰς τῇ ΘΑ ἂν ΑΖ· συμπεσεῖται δὴ αὐτὰ ποτὶ τὴν ΘΖ, ἐπεὶ αἱ ΖΘ, ΘΑ ὀξεῖαν γωνίαν περιέχοντι.

2.42 Συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι ἂν ΖΑ ἴσα ἐστὶ τῇ τοῦ ΘΚΗ κύκλου περιφερείᾳ. Εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. Ἐλαβον δὴ τινὰ εὐθεῖαν τὴν ΛΑ τὰς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσονα, τὰς δὲ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζονα. Ἔστιν δὴ κύκλος τις ὁ ΘΗΚ καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τὰς διαμέτρου ἂν ΘΗ καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἂν ΘΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὄν ἔχει ἂν ἡμίσεια τὰς ΗΘ ποτὶ τὴν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὸν ἀγμέναν, διότι καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἂν ΘΑ ποτὶ ΑΖ· δυνατόν οὖν ἐστὶν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν ποτὶ τὴν ἐκβεβλημέναν τὴν ΑΝ, ὥστε τὴν μεταξὺ τὰς περιφερείας καὶ τὰς ἐκβεβλημένας τὴν ΝΡ ποτὶ ΘΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἂν ΘΑ ποτὶ τὴν ΑΛ· ἔξει οὖν ἂν ΝΡ ποτὶ τὴν ΡΑ λόγον, ὃν ἂν ΘΡ εὐθεῖα ποτὶ τὴν ΑΛ. Ἀ δὲ ΘΡ ποτὶ τὴν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἂν ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὴν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· ἂν μὲν γὰρ ΘΡ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τὰς ΘΡ περιφερείας, ἂν δὲ ΑΛ εὐθεῖα τὰς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζων· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔξει καὶ ἂν ΝΡ ποτὶ ΡΑ ἢ ἂν ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὴν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· καὶ ὅλα οὖν ἂν ΝΑ ποτὶ τὴν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ περ ἂν ΘΡ περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὴν τοῦ ΘΗΚ

κύκλου περιφέρειαν. Ὅν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΘΡ περιφέρεια μεθ' ὅλας τὰς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἡ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ· δέδεικται γὰρ τοῦτο· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἢ περὶ ἡ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ· ὅπερ ἀδύνατον· ἢ μὲν γὰρ ΝΑ μείζων ἐστὶ τὰς ΑΧ, ἢ δὲ ΑΡ ἴσα ἐστὶ τῇ ΘΑ. Οὐκ ἄρα μείζων ἡ ΖΑ τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ ΘΗΚ. Ἔστω δὴ πάλιν, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων ἡ ΖΑ τὰς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας.

2.43 Ἦλαβον δὴ τινα εὐθείαν πάλιν τὰν ΑΛ τὰς μὲν ΑΖ μείζονα, τὰς δὲ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ἐλάσσονα, καὶ ἄγω ἀπὸ τοῦ Θ τὰν ΘΜ παράλληλον τῇ ΑΖ. Πάλιν οὖν κύκλος ἐστὶν ὁ ΘΗΚ καὶ ἐν αὐτῷ ἐλάσσων γραμμὰ τὰς διαμέτρου ἡ ΘΗ καὶ ἄλλα ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Θ καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἡ ΑΘ ποτὶ τὰν ΑΛ, ἐλάσσων τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τὰς ΗΘ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν, ἐπειδὴ καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘΑ ποτὶ ΑΖ ἐλάσσων ἐστὶ· δυνατόν οὖν ἐστὶν ἀπὸ τοῦ Α ἀγαγεῖν τὰν ΑΠ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν ΡΝ τὰν μεταξὺ τὰς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας καὶ τὰς περιφερείας ποτὶ τὰν ΘΠ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τὰς ἐπιψαυούσας τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ· τεμεῖ δὴ ἡ ΑΠ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἔλικα κατὰ τὸ Χ· καὶ ἔξει καὶ ἐναλλάξ τὸν αὐτὸν λόγον ἡ ΝΡ ποτὶ ΡΑ, ὃν ἡ ΘΠ ποτὶ ΑΛ. Ἄ δὲ ΘΠ ποτὶ τὰν ΑΛ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· ἢ μὲν γὰρ ΘΠ εὐθεῖα μείζων ἐστὶν τὰς ΘΡ περιφερείας, ἢ δὲ ΑΛ ἐλάσσων τὰς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΠΡ ποτὶ τὰν ΑΡ ἢ ἡ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν· ὥστε καὶ ἡ ΡΑ ποτὶ τὰν ΑΝ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΡ περιφέρειαν.

2.44 Ὅν δὲ λόγον ἔχει ἡ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘΚΡ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἡ ΑΘ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΧ· δέδεικται γὰρ τοῦτο· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΡΑ ποτὶ τὰν ΑΝ ἢ ἡ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΧ· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ΖΑ τὰς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ἴσα ἄρα. 10'. Εἰ δὲ καὶ τὰς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἔλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τὰς ἀρχῶς τὰς ἔλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τῇ ἀρχῇ τὰς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἡ εὐθεῖα ἡ μεταξὺ τὰς ἐπιψαυούσας καὶ τὰς ἀρχῶς τὰς ἔλικος διπλασία τὰς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας. Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ΑΒΓΘ ἔλιξ ἐν τῇ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἡ δὲ ΘΕΤ ἐν τῇ δευτέρᾳ, καὶ ὁ μὲν ΘΚΗ κύκλος ὁ πρῶτος, ὁ δὲ ΤΜΝ ὁ δεύτερος, ἔστω δὲ τις γραμμὰ ἐπιψαύουσα τὰς ἔλικος κατὰ τὸ Θ ἢ ΤΖ, ἢ δὲ ΖΑ ποτ' ὀρθὰς ἀχθῶ τῇ ΤΑ· συμπεσεῖται δὲ αὐτὰ τῇ ΤΖ διὰ τὸ δεδειχθαι τὰν γωνίαν ὀξεῖαν εἶναι τὰν ὑπὸ τῶν ΑΤΖ.

2.45 Δεικτέον ὅτι ἡ ΖΑ εὐθεῖα διπλασία ἐντὶ τὰς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν διπλασία, ἢτοι μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία ἢ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία. Ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ διπλασία, καὶ λελάφθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΛ τὰς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τὰς δὲ τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας μείζων ἢ διπλασία. Ἔστιν δὴ τις κύκλος ὁ ΤΜΝ καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ δεδομένα ἐλάσσων τὰς διαμέτρου ἡ ΤΝ, καὶ ὃν ἔχει ἡ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τὰς ΤΝ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν· δυνατόν οὖν ἐστὶν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΣ ποτὶ τὰν ΤΝ ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν μεταξὺ τὰς περιφερείας καὶ τὰς ἐκβεβλημένας τὰν ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἡ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ· τεμεῖ δὴ ἡ ΑΣ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ ἔλικα κατὰ τὸ Χ· καὶ ἐναλλάξ τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ἡ ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΑ, ὃν ἡ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἄ δὲ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἡ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν· ἔστιν γὰρ ἡ μὲν ΤΡ εὐθεῖα ἐλάσσων τὰς ΤΡ περιφερείας, ἢ δὲ ΑΛ εὐθεῖα μείζων ἢ διπλασία τὰς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ ΡΣ ποτὶ τὰν ΑΡ ἢ ἡ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τὰς τοῦ ΤΜΝ κύκλου

περιφερείας ὅλα οὖν ἂ ΣΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἂ ΤΡ περιφέρεια μετὰ τὰς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας δις εἰρημένas ποτὶ τὰν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν δις εἰρημέναν.

2.46 Ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἂ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΤ· δέδεικται γὰρ τοῦτο· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἂ ΑΣ ποτὶ τὰν ΑΡ ἢ ἂ ΧΑ ποτὶ τὰν ΤΑ· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία ἂ ΖΑ εὐθεῖα τὰς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. Ὅμοίως δὲ δειχθήσεται ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἢ διπλασία. Δῆλον οὖν ὅτι διπλασία ἐστίν. Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ εἴ κα τὰς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἔλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τὰς ἔλικος, καὶ ἀπὸ τὰς ἀρχᾶς τὰς ἔλικος ποτ' ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τὰς περιφορᾶς συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὅτι πολλαπλασία ἐστὶν τὰς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τὰς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ. κ'. Εἴ κα τὰς ἔλικος τὰς ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τὰς ἔλικος, ἀπὸ δὲ τὰς ἀφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχάν τὰς ἔλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τὰς ἔλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσῃ κύκλος γραφῇ, ἀπὸ δὲ τὰς ἀρχᾶς τὰς ἔλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀπὸ τὰς ἀφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχάν τὰς ἔλικος ἐπιζευχθείσῃ, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἂ μεταξὺ εὐθεῖα τὰς τε συμπτώσιος καὶ τὰς ἀρχᾶς τὰς ἔλικος ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τὰς ἀφᾶς καὶ τὰς τομᾶς, καθ' ἃν τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχάν τὰς περιφορᾶς, ἐπὶ τὰ προαγόμενα λαμβανομένας τὰς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τὰς περιφορᾶς. Ἐστω ἔλιξ, ἐφ' ἧς ἂ ΑΒΓΔ, ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐπιψαυέτω τις αὐτὰς εὐθεῖα ἂ ΕΖ κατὰ τὸ Δ, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ ποτὶ τὰν ἀρχάν τὰς ἔλικος ἐπεζεύχθω ἂ ΑΔ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΜΝ, τεμνέτω δ' οὗτος τὰν ἀρχάν τὰς περιφορᾶς κατὰ τὸ Κ, ἄχθω δὲ ἂ ΖΑ ποτὶ τὰν ΑΔ ὀρθά.

2.47 Ὅτι μὲν οὖν αὐτὰ συμπίπτει δῆλον· ὅτι δὲ καὶ ἴσα ἐστὶν ἂ ΖΑ εὐθεῖα τᾷ ΚΜΝΔ περιφερείᾳ δεικτέον. Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. Ἐστω, εἰ δυνατόν, πρότερον μείζων, λελάφθω δέ τις ἂ ΛΑ τὰς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τὰς δὲ ΚΜΝΔ περιφερείας μείζων. Πάλιν δὴ κύκλος ἐστὶν ὁ ΚΜΝ καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τὰς διαμέτρου ἂ ΔΝ καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἂ ΔΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ ὃν ἔχει ἂ ἡμίσεια τὰς ΔΝ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν· δυνατόν οὖν ἐστὶν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΕ ποτὶ τὰν ΝΔ ἐκβεβλημένην, ὥστε τὰν ΕΡ ποτὶ τὰν ΔΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἂ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΛ· δέδεικται γὰρ τοῦτο δυνατόν ἐόν· ἔξει οὖν καὶ ἂ ΕΡ ποτὶ τὰν ΑΡ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ. Ἄ δὲ ΔΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἂ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν, ἐπεὶ ἂ μὲν ΔΡ ἐλάσσων ἐστὶ τὰς ΔΡ περιφερείας, ἂ δὲ ΑΛ μείζων τὰς ΚΜΔ περιφερείας· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ἂ ΕΡ εὐθεῖα ποτὶ ΡΑ ἢ ἂ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν· ὥστε καὶ ἂ ΑΕ ποτὶ ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἂ ΚΜΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν.

2.48 Ὃν δὲ λόγον ἔχει ἂ ΚΜΡ ποτὶ τὰν ΚΜΔ περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἂ ΧΑ ποτὶ ΑΔ· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἂ ΕΑ ποτὶ ΑΡ ἢ ἂ ΑΧ ποτὶ ΔΑ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα μείζων ἂ ΖΑ τὰς ΚΜΔ περιφερείας. Ὅμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἐστίν· ἴσα ἄρα. Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται, καὶ εἴ κα τὰς ἐν τᾷ δευτέρῃ περιφορᾷ γεγραμμένας ἔλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τὰς ἔλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι, ὅτι ἂ μεταξὺ εὐθεῖα τὰς ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν συμπτώσιος καὶ τὰς ἀρχᾶς τὰς ἔλικος ἴσα ἐστὶν ὅλα τᾷ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων, ὡσαύτως τὰς περιφερείας λαμβανομένας· καὶ εἴ κα τὰς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας περιφορᾷ ἔλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τὰς ἔλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι, ὅτι ἂ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τίς ἐστὶ τὰς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας κατὰ τὸν ἐνὶ ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένην. κα'.

- 2.49 Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ἑλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχῇ τᾶς περιφορᾶς δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου. Ἐστω ἑλιξ, ἐφ' ἧς ἄ ABΓΔ, ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἔστω δὲ ἀρχὴ μὲν τᾶς ἑλικος τὸ Θ σαμεῖον, ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἡ ΘΑ, ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ὁ ΖΗΙΑ, αἱ δὲ ΑΗ, ΖΙ διάμετροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. Αἰ δὴ τᾶς ὀρθᾶς γωνίας δίχα τεμνομένας καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ τομέως ἑλασσον τοῦ προτεθέντος καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ ΑΘΚ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. Διαιρήσθωσαν δὴ αἱ γωνίαι αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ περιεχομένῃ ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΚ, καὶ αἱ ποιοῦσαι τὰς γωνίας εὐθεῖαι ἔστε ποτὶ τὰν ἑλικά ἄχθωσαν.
- 2.50 Καθ' ὃ δὴ τέμνει σαμεῖον ἡ ΘΚ τὰν ἑλικά, ἔστω τὸ Λ, καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΛ κύκλος γεγράφθω· πεσεῖται δὲ αὐτοῦ ἡ μὲν εἰς τὰ προαγούμενα περιφέρεια ἐντὸς τᾶς ἑλικος, ἡ δὲ εἰς τὰ ἐπόμενα ἐκτός. Γεγράφθω δὴ ἡ περιφέρεια, ἔστε καὶ συμπέση τᾷ ΘΑ [κατὰ τὸ Ο ἡ ΟΜ] καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΚ εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἑλικά ποτιπιπτούσῃ. Πάλιν δὴ καὶ καθ' ὃ τέμνει τὰν ἑλικά σαμεῖον ἡ ΘΜ, ἔστω τὸ Ν, καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΝ κύκλος γεγράφθω, ἔστε καὶ συμπέση ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου τᾷ ΘΚ καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΜ ποτιπιπτούσῃ ποτὶ τὰν ἑλικά, ὁμοίως δὲ καὶ διὰ τῶν ἄλλων πάντων, καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἑλικά αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι, κύκλοι γεγράφθωσαν κέντρῳ τῷ Θ, ἔστ' ἂν συμπέση ἐκάστα ἡ περιφέρεια τᾷ τε προαγουμένῃ εὐθεῖᾳ καὶ τᾷ ἐπομένῃ· ἐσσεῖται δὴ τι περὶ τὸ λαφθὲν χωρίον περιγεγραμμένον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. Ὅτι δὲ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστιν ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος χωρίου δειχθήσεται. Ἐστὶν γὰρ ὁ μὲν ΘΛΟ τομεὺς ἴσος τῷ ΘΜΛ, ὁ δὲ ΘΝΠ τῷ ΘΝΡ, ὁ δὲ ΘΧΣ τῷ ΘΧΤ, ἔστιν δὲ καὶ τῶν ἄλλων τομέων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος τῷ κοινὰν ἔχοντι πλευρὰν τομεῖ τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τομέων. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ πάντες οἱ τομέες πάντεσσιν ἴσοι ἐσσοῦνται· ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ χωρίον σχήματι χωρὶς τοῦ ΘΑΚ τομέως· μόνος γὰρ οὗτος οὐ λέλαπται τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι.
- 2.51 Δῆλον οὖν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστι τῷ ΑΚΘ τομεῖ, ὃς ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ προτεθέντος. ΠΟΡΙΣΜΑ Ἐκ τούτου δὲ φανερόν ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα, οἷον εἴρηται, γράφειν, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου. κβ'. Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἑλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας, ἃ ἐστὶ δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχῇ τᾶς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφέν τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου. Ἐστω ἑλιξ, ἐφ' ἧς ἄ ABΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἔστω τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὴ τᾶς ἑλικος, ἡ δὲ ΑΘ ἀρχὴ τᾶς περιφορᾶς, ἡ δὲ ΕΑ ἡ δευτέρα εὐθεῖα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχῇ τᾶς περιφορᾶς, ὁ δὲ ΑΖΗ κύκλος ἔστω δεύτερος καὶ αἱ ΑΓΗ, ΖΙ διάμετροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις.
- 2.52 Πάλιν οὖν δίχα τεμνομένας τὰς ὀρθᾶς γωνίας καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἑλασσον τοῦ προτεθέντος καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ ΘΚΑ τομεὺς ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. Διαιρεθῆσῃ δὴ τὰν ὀρθὰν γωνίαν εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ ὑπὸ τᾶν ΚΘΑ καὶ τῶν ἄλλων κατεσκευασθέντων κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον ἐσσεῖται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος μεῖζον ἐλάσσονι ἢ ὁ τομεὺς

ὁ ΘΚΑ· μείζον γὰρ ἐσσεῖται τᾷ ὑπεροχᾷ, ᾧ ὑπερέχει ὁ ΘΚΑ τομεὺς τοῦ ΘΕΡ. ΠΟΡΙΣΜΑ Δῆλον οὖν ὅτι δυνατόν ἐστιν καὶ τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μείζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν τὸ λαφθέν χωρίον μείζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου. Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου φανερόν διότι δυνατόν λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ἑλικος τᾶς ἐν ὁποιοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας περιγράψαι σχῆμα, οἷον εἴρηται, ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα μείζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ λαφθέν χωρίον μείζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

- 2.53 κγ'. Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ἑλικος, ἃ ἐστὶν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἑλικος, καὶ τὰν εὐθειᾶν τὰν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἑλικος ἀγομενᾶν δυνατόν ἐστὶ περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μείζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου. Ἐστω ἑλιξ, ἐφ' ἧς ἂ ABΓΔΕ, πέρατα δὲ αὐτᾶς τὰ Α, Ε, ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἑλικος τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ.
- 2.54 Γεγράφθω δὴ κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ, καὶ συμπίπττω τᾷ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. Ἀεὶ δὲ τᾶς γωνίας τᾶς ποτὶ τῷ Θ καὶ τοῦ τομέως τοῦ ΘΑΖ δίχα τεμνομένων ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ προτεθέντος ἔλασσον. Ἐστω ἐλάσσων ὁ τομεὺς ὁ ΘΑΚ τοῦ προτεθέντος. Ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον γεγράφθωσαν κύκλοι διὰ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἑλικά αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιοῦσαι ποτὶ τῷ Θ, ὥστε τὰν περιφερειᾶν ἐκάσταν συμπίπτειν τᾷ τε προαγουμένῃ καὶ τᾷ ἐπομένῃ· ἐσσεῖται δὴ τι περὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἑλικος καὶ τὰν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν περιγεγραμμένον σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος χωρίου· ἐλάσσων γάρ ἐστιν ὁ ΘΑΚ τομεὺς. ΠΟΡΙΣΜΑ Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν ὅτι δυνατόν ἐστιν περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον, οἷον εἴρηται, περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα μείζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μείζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου. κδ'. Τὸ περιλαφθέν χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ἑλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας τὰν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.
- 2.55 Ἐστω ἑλιξ, ἐφ' ἧς ἂ ABΓΔΕΘ, ἐν τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἑλικος, ἃ δὲ ΘΑ εὐθεῖα πρώτα τὰν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ὁ δὲ ΑΚΖΗ κύκλος πρῶτος, οὗ τρίτον μέρος ἔστω ὁ ἐν ῥ ο κύκλος. Δεικτέον ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ προειρημένον χωρίον τῷ ρ κύκλῳ. Εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζον ἐστὶν ἢ ἔλασσον. Ἐστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. Δυνατὸν δὴ ἐστὶν περὶ τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ΑΒΓΔΕΘ ἑλικος καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα μείζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾧ ὑπερέχει ὁ ρ κύκλος τοῦ εἰρημένου χωρίου. Περιγεγράφθω δὴ, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ εἰρημένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΕΟ· δῆλον οὖν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ ρ κύκλου.
- 2.56 Ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ εὐθεῖαι αἱ ποτὶ τῷ Θ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πέσωντι· ἐντὶ δὴ τινες γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἑλικά ποτιπίπτουσαι τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι, ἃν ἐστὶ μέγιστα μὲν ἂ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἂ ΘΕ, καὶ ἂ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν

ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἐκάστα ἴσα τᾷ μεγίστῃ, καὶ ἀναγεγράφαι ἀπὸ πασῶν ὁμοῖοι τομέες, ἀπὸ τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσῳ ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσῳ τᾷ μεγίστῃ ἐλάσσονές ἐντι ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν· δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐντὶ δὲ οἱ μὲν τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσῳ ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ ἴσοι τῷ AZHI κύκλῳ, οἱ δὲ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν ἴσοι τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι· ἐλάσσων ἄρα ὁ AZHI κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἢ τριπλασίων. Τοῦ δὲ ρ κύκλου τριπλασίων· ἐλάσσων ἄρα ὁ ρ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων· οὐκ ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ABΓΔΕΘ ἔλικος καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας τοῦ ρ χωρίου. Οὐδὲ τοίνυν μείζων. Ἐστω γάρ, εἰ δυνατόν, μείζων. Ἐστὶ δὴ πάλιν δυνατόν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ABΓΔΕΘ ἔλικος καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος μείζων εἴμεν ἐλάσσονι ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ρ κύκλου.

- 2.57 Ἐγγεγράφθω δὴ, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΡΞ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΟΘΕ· δῆλον οὖν ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐστὶν τοῦ ρ κύκλου. Ἐκβεβλήστωσαν δὴ αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ Θ, ἔστε κα ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πέσωντι. Πάλιν οὖν ἐντὶ τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἔλικα ποτιπίπτουσαι, ἃν ἐστὶ μεγίστα μὲν ἡ ΘΑ, ἐλάχιστα δὲ ἡ ΘΕ, καὶ ἐστὶν ἡ ἐλάχιστα ἴσα τῇ ὑπεροχᾷ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ AZHI κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἐκάστα ἴσα τῇ μεγίστῃ, καὶ ἀναγεγράφαι ἀπὸ πασῶν ὁμοῖοι τομέες ἀπὸ τε τᾶν ἴσῳ ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσῳ τᾷ μεγίστῃ μείζονές ἐντι ἢ τριπλάσιοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας· δέδεικται γὰρ τοῦτο.
- 2.58 Ἐντὶ δὲ οἱ μὲν τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἴσῳ τᾷ μεγίστῃ ἴσοι τῷ AZHI κύκλῳ, οἱ δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ἴσοι τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι· μείζων ἄρα ὁ AZHI κύκλος ἢ τριπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Τοῦ δὲ ρ κύκλου τριπλασίων· μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ρ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἔστιν δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων· οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ μείζων τὸ χωρίον τὸ ὑπὸ τε τᾶς ABΓΔΕΘ ἔλικος καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας τοῦ ρ κύκλου. Ἴσον ἄρα ἐστὶν [τῷ περιλαφθέντι ὑπὸ τᾶς ἔλικος καὶ τᾶς ΑΘ εὐθείας]. κε'. Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ἔλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ζ ποτὶ τὰ ιβ, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ πρώτου κύκλου καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾧ ὑπερέχει ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ πρώτου κύκλου ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου. Ἐστω ἔλιξ, ἐφ' ἧς ἡ ABΓΔΕ, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἔστω δὲ τὸ μὲν Θ σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἔλικος, ἡ δὲ ΘΕ εὐθεῖα ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἡ πρώτη, ἡ δὲ ΑΕ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἡ δεύτερα, ὁ δὲ κύκλος ὁ AZHI ὁ δεύτερος ἔστω, καὶ αἱ ΑΗ, ΙΖ διάμετροι ποτ' ὁρθὰς ἀλλάλαις.
- 2.59 Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ABΓΔΕ ἔλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας ποτὶ τὸν AZHI κύκλον λόγον ἔχει, ὃν τὰ ζ ποτὶ ιβ. Ἐστω δὴ τις κύκλος ὁ ρ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ρ κύκλου δυνάμει ἴσα τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ περιεχομένῳ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου· ἔξει δὴ ὁ ρ κύκλος ποτὶ τὸν ΑΗΖΙ ὡς ζ ποτὶ ιβ, διότι καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ AZHI κύκλου τοῦτον ἔχει δυνάμει τὸν λόγον. Δειχθήσεται οὖν

ἴσος ὁ ρ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἑλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας. Εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάττων. Ἐστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. Δυνατὸν δὴ ἐστὶ περὶ τὸ χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα μείζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ ρ κύκλος τοῦ χωρίου.

2.60 Περιγεγράφθω, καὶ ἔστω, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ τομεύς, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΟΔ· δηλὸν οὖν ὅτι τὸ περιγραφέν σχῆμα ἑλασσόν ἐστὶν τοῦ κύκλου. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι ποτὶ τῷ Θ ἴσας γωνίας, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ δευτέρου κύκλου περιφέρειαν πέσωντι. Ἐντὶ δὴ τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἑλικά ποτιπίπτουσαι, ἃν ἐστὶ μέγιστα μὲν ἂ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἂ ΘΕ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΑΖΗΙ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τε ἴσαι καὶ τᾷ μεγίστῃ, καὶ ἀναγεγράφатаι ὁμοῖοι τομέες ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστῃ καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν, ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας οὐκ ἀναγράφεται· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστῃ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΑ τετραγώνου· δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἐντὶ δὲ τοῖς μὲν τομέεσσι τοῖς ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις καὶ τᾷ μεγίστῃ ἴσος ὁ ΑΖΗΙ κύκλος, τοῖς δὲ τομέεσσι τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας ἴσον τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα· ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου.

2.61 Ὃν δὲ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸν ρ κύκλον· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν ρ κύκλον· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ρ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων· οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ ρ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἑλικος καὶ τᾶς ΑΖ εὐθείας. Οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. Ἐστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. Πάλιν οὖν δυνατόν ἐστὶν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τᾶς ἑλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἑλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας μείζον εἶμεν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ ρ κύκλου.

2.62 Ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΚΡ τομεύς, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΕΟ· δηλὸν οὖν ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐστὶ τοῦ ρ κύκλου. Ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ποιοῦσαι ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ Θ, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πέσωντι. Πάλιν οὖν ἐντὶ τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἑλικά ποτιπίπτουσαι, ἃν μέγιστα μὲν ἂ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἂ ΘΕ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσους ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ, καὶ ἀναγεγράφатаι ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν ὁμοῖοι τομέες καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστῃ· οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστῃ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΑ τετραγώνου. Ἐστὶν δὲ τοῖς μὲν τομέεσιν τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ἴσον τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ, τοῖς δὲ ἐτέροις ὁ κύκλος μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ

καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ τετραγώνου, τουτέστιν ὁ ΑΖΗ κύκλος ποτὶ τὸν ρ κύκλον. Μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ρ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον· ἦν γὰρ ἐλάσσων.

2.63 Οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ ρ κύκλος τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπὸ τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἔλικος καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας· ὥστε ἴσος. ΠΟΡΙΣΜΑ Διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθήσεται καὶ διότι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τῆς ἔλικος τῆς ἐν ὁποιοῦν περιφορᾷ γεγραμμένης καὶ τῆς εὐθείας τῆς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένης ποτὶ τὸν κύκλον τὸν κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγόμενον ταῖς περιφοραῖς λόγον ἔχει, ὃν συναμφοτέρων τὸ τε ὑπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν ἐνὶ ἐλάσσονα τῶν περιφορᾶν λεγομένου καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχᾶς, ᾧ ὑπερέχει ἂ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων. κς'. Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τῆς ἔλικος, ἃ ἐστὶν ἐλάσσων τῆς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένης, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τῆς ἔλικος, καὶ τὰν εὐθειᾶν τὰν ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἔλικος ἀγμενᾶν ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν τᾷ μείζονι τὰν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἔλικος ἀγμενᾶν, τὰν δὲ περιφέρειαν, ἃ ἐστὶ μεταξὺ τῶν εἰρημενᾶν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἔλικι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρα τὸ τε περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἔλικος ἀγμενᾶν καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχᾶς, ᾧ ὑπερέχει ἂ μείζων τῶν εἰρημενᾶν εὐθειᾶν τῆς ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος τῶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τῆς ἔλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

2.64 Ἐστω ἔλιξ, ἐφ' ἧς ἂ ΑΒΓΔΕ, ἐλάσσων τῆς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένης, πέρατα δὲ αὐτᾶς ἔστω τὰ Α, Ε, ἔστω δὲ ἀρχὰ τῆς ἔλικος τὸ Θ σαρμεῖον, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ κύκλος γεγράφθω, καὶ συμπιπτέτω τᾷ περιφερείᾳ αὐτοῦ ἂ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. Δεικτέον ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἔλικος καὶ τῶν εὐθειᾶν τῶν ΑΘ, ΘΕ ποτὶ τὸν τομέα τὸν ΑΘΖ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρα τὸ τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ. Ἐστω δὲ κύκλος, ἐν ᾧ ρΧ, τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσαν δυνάμει τῷ τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ, ποτὶ δὲ τῷ κέντρῳ αὐτοῦ γωνία ἴσα τᾷ ποτὶ τῷ Θ· ὁ δὲ τομεὺς ὁ ρΧ ποτὶ τὸν τομέα τὸν ΘΑΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΑ τετράγωνον· αἱ γὰρ ἐκ τῶν κέντρων τοῦτον ἔχοντι τὸν λόγον δυνάμει ποτ' ἀλλάλας.

2.65 Δειχθήσεται δὴ ὁ Χρ τομεὺς ἴσος ἐὼν τῷ χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς ΑΒΓΔΕ ἔλικος καὶ τῶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν. Εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἢ ἐλάττων ἐστίν. Ἐστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. Δυνατὸν οὖν ἐστὶν περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα μείζον εἶμεν τοῦ εἰρημένου χωρίου ἐλάσσονι ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ ρΧ τομεὺς τοῦ εἰρημένου χωρίου. Περιγεγράφθω δὴ, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΟΔ· δῆλον οὖν ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσον ἐστὶ τοῦ Χρ τομέως. Διάχθωσαν δὴ αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ Θ, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ ΘΑΖ τομέως πέσωντι. Ἐντὶ δὴ τινες εὐθεῖαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσιν, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἔλικα ποτιπίπτουσιν, ἃν ἐστὶ μεγίστα μὲν ἂ ΘΑ, ἐλάχιστα δὲ ἂ ΘΕ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι τῷ μὲν πληθεῖ μιᾷ ἐλάσσονες ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΑΘΖ τομέως περιφέρειαν ποτιπίπτουσιν χωρὶς τῆς ΘΖ, καὶ ἀναγεγράφονται ὁμοῖοι τομέες ἀπὸ πασῶν, ἀπὸ τε τῶν ἰσῶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ καὶ ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν, ἀπὸ δὲ τῆς ΘΕ οὐκ ἀναγέγραπται τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τῶν ἰσῶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς

ἐλαχίστας τομέως ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετραγώνου.

2.66 Ἦσιν δὲ τοῖς μὲν τομέεσσιν τοῖς ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ ἴσος ὁ ΘΑΖ τομεὺς, τοῖς δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν τὸ περιγεγραμμένον· ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΖΕ. Ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ εἰρημένα, τοῦτον τὸν λόγον ἔχει ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸν Χρ τομέα· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ Χρ τομεὺς τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. Οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων· οὐκ ἄρα ἐσσεῖται ὁ Χρ τομεὺς μείζων τοῦ περιεχομένου Χωρίου ὑπὸ τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἑλικος καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν. Οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. Ἔστω γὰρ ἐλάσσων, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. Πάλιν δὴ δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκεῖμενον, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μείζον εἴμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ Χρ τομέως. Ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν σύγκειται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΒΓ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΟΘΕ· δῆλον οὖν ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐστὶ τοῦ Χρ τομέως.

2.67 Πάλιν οὖν ἐντὶ τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερέχουσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἑλικά ποτιπίπτουσαι, ἃν ἐστὶ μεγίστα μὲν ἡ ΘΑ, ἐλάχιστα δὲ ἡ ΘΕ, ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΘΑΖ τομέως περιφέρειαν ποτιπίπτουσαι χωρὶς τᾶς ΘΑ τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσονες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ ἴσαι, καὶ ἀναγεγράφαι ἀπὸ ἐκάστας ὁμοῖοι τομέες, ἀπὸ δὲ τᾶς μεγίστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν οὐκ ἀναγέγραπται· οἱ τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλαλᾶν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα λόγον ἔχοντι ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΖ· ὥστε καὶ ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ποτὶ τὸν Χρ τομέα· ὥστε μείζων ὁ Χρ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

2.68 Οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων· οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Χρ τομεὺς τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπὸ τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἑλικος καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν· ἴσος ἄρα. κζ'. Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τε τᾶν ἐλίκων καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ τὸ μὲν τρίτον τοῦ δευτέρου διπλάσιον ἐστὶ, τὸ δὲ τέταρτον τριπλάσιον, τὸ δὲ πέμπτον τετραπλάσιον, καὶ αἰεὶ τὸ ἐπόμενον κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου χωρίου, τὸ δὲ πρῶτον χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου. Ἔστω ἡ προκειμένη ἑλιξ ἐν τε τᾷ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένα καὶ ἐν τᾷ δευτέρῃ καὶ ἐν ταῖς ἐπομέναις ὁποσαιοῦν, ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἑλικος τὸ Θ σαμεῖον, ἡ δὲ ΘΕ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, τῶν δὲ χωρίων ἔστω τὸ μὲν Κ τὸ πρῶτον, τὸ δὲ Λ τὸ δεύτερον, τὸ δὲ Μ τὸ τρίτον, τὸ δὲ Ν τὸ τέταρτον, τὸ δὲ Ξ τὸ πέμπτον.

2.69 Δεικτέον ὅτι τὸ μὲν Κ χωρίον ζ' μέρος ἐστὶ τοῦ ἐπομένου, τὸ δὲ Μ διπλάσιον τοῦ Λ, τὸ δὲ Ν τριπλάσιον τοῦ Λ, καὶ τῶν ἐξῆς αἰεὶ τὸ ἐπόμενον πολλαπλάσιον τοῦ Λ κατὰ τοὺς ἐξῆς ἀριθμούς. Ὅτι μὲν οὖν τὸ Κ ζ' μέρος ἐστὶ τοῦ Λ, ὧδε δεικνύται. Ἐπεὶ τὸ ΚΛ χωρίον ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον δέδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ζ ποτὶ τὰ ιβ, ὁ δὲ δεύτερος κύκλος ποτὶ τὸν πρῶτον κύκλον ὡς ιβ ποτὶ τὰ γ· δῆλον γάρ ἐστιν· ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ποτὶ τὸ Κ χωρίον ἔχει ὡς γ ποτὶ α, ζ' ἄρα ἐστὶ τὸ Κ χωρίον τοῦ Λ. Πάλιν δὲ καὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον ποτὶ τὸν τρίτον κύκλον δέδεικται ὅτι τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ ΓΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ ΓΘ τετράγωνον. Ὁ δὲ τρίτος κύκλος ἔχει ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΒ, ὁ δὲ δεύτερος κύκλος ἔχει ποτὶ τὸ ΚΛ χωρίον ὃν τὸ ἀπὸ ΒΘ τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου· καὶ τὸ ΚΛΜ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν

ΓΘ, ΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου. Ταῦτα δὲ ἔχει ποτὶ ἄλλαλα λόγον, ὃν ιθ ποτὶ τὰζ· ὥστε καὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον ποτὶ τὸ ΑΚ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ιθ ποτὶ τὰζ· αὐτὸ οὖν τὸ Μ ποτὶ τὸ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ιβ ποτὶ τὰ ζ. Τὸ δὲ ΚΛ ποτὶ τὸ Λ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ζ ποτὶ τὰς· δηλον οὖν ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ Μ τοῦ Λ. Ὅτι δὲ τὰ ἐπόμενα τὸν τῶν ἐξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχει, δειχθήσεται.

2.70 Τὸ γὰρ ΚΛΜΝΞ ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου ἃ ΘΕ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρων τὸ τε ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΔ περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΕ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΕ τετράγωνον. Ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου ἃ ΘΕ, ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου ἃ ΘΔ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΕ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΔ τετράγωνον, ὃ δὲ κύκλος, οὗ ἐστὶν ἐκ τοῦ κέντρου ἃ ΔΘ, ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΔ τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τὸ τε ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ τετραγώνου· καὶ τὸ ΚΛΜΝΞ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΕ, ΘΔ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ· διελόντι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν ἃ ὑπεροχὰ τοῦ τε ὑπὸ ΕΘ, ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ καὶ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ μετὰ τοῦ τρίτου μέρους τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ ποτὶ τε τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ· ὑπερέχει δὲ τὰ συναμφοτέρα τῶν συναμφοτέρων ζῷ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΘΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ, ὑπερέχει δὲ τῷ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΓΕ· τὸ Ξ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου. Διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δειχθήσεται καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον λόγον ἔχον τοῦτον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τὸ τε ὑπὸ ΓΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΓΒ τετραγώνου· τὸ Ν ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ καὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ [καὶ ἀνάπαλιν]· ταῦτα δὲ ἴσα ἐντὶ τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου.

2.71 Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τὸ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου, τὸ δὲ ΚΛΜΝ ποτὶ τὸ Ν ὃν τὰ συναμφοτέρα τὸ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ τετραγώνου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ, ἔχει ἄρα καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ. Τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἃ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ, ἐπεὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΓΕ, ΒΔ· δηλον οὖν ὅτι καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἃ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ. Ὁμοίως δὲ καὶ δειχθήσεται καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ Μ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἃ ΘΓ ποτὶ τὰν ΘΒ, καὶ τὸ Μ ποτὶ τὸ Λ, ὃν ἃ ΒΘ ποτὶ τὰν ΑΘ· αἱ δὲ [ΕΘ] ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, ΑΘ εὐθεῖαι τὸν τῶν ἐξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχοντι. κη'. Εἴ κα ἐπὶ τᾶς ἑλικος τᾶς ἐν ὁποιοῦν περιφορᾷ γεγραμμένης δύο σαμεῖα λαφθέντι μὴ τὰ πέρατα, ἀπὸ δὲ τῶν λαφθέντων σαμείων ἐπιζευχθέντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἑλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἑλικος, διαστημάτεσσι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἑλικος, κύκλοι γραφέντι, τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν τᾶν μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς ἑλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτῶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας τοῦτον ἔξει τὸν λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπὸ τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας καὶ τᾶς αὐτᾶς ἑλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτῶν, ὃν ἃ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο τριταμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾧ ὑπερέχει ἃ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἐνὸς τριταμορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

2.72 Ἦστω ἑλιξ, ἐφ' ἧς ἃ ΑΒΓΔ, ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ λελάφθω ἐπ' αὐτᾶς δύο σαμεῖα τὰ Α, Γ, ὥστε τὸ Θ σαμεῖον ἀρχὰν εἶμεν τᾶς ἑλικος, καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ Θ, καὶ

κέντρῳ τῷ Θ, διαστημάτεσσι δὲ τοῖς ΘΑ, ΘΓ, κύκλοι γεγράφθωσαν. Δεικτέον ὅτι τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Π τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρος ἅ τε ΑΘ καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφοτέρον τάν τε ΑΘ καὶ ἓν τριταμόριον τᾶς ΗΑ.

2.73 Τὸ γὰρ χωρίον τὸ ΝΠ ποτὶ τὸν ΗΓΘ τομέα δέδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘ, ΑΘ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΗ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΗΘ τετράγωνον· αὐτὸ ἄρα τὸ Ξ ποτὶ τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ μετὰ δύο τριταμορίων τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ. Καὶ ἐπεὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸν ΝΠΞ τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρον τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ τετράγωνον, ὃ δὲ ΝΠΞ τομεὺς ποτὶ τὸν Ν τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ, ἔξει καὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸν Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρον τό τε ὑπὸ ΘΑ, ΘΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ τὸ ἀπὸ ΘΑ· τὸ ἄρα ΝΠ ποτὶ τὸ Π λόγον ἔχει, ὃν συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφοτέρον τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΑ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου. Ἐπεὶ οὖν τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρον τό τε ὑπὸ ΘΑΗ καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου ποτὶ τὰ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ, τὸ δὲ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸ Π τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὰ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου ποτὶ συναμφοτέρον τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΑΘ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου, ἔξει καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Π τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφοτέρον τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ.

2.74 Τὰ δὲ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφοτέρα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρα ἅ τε ΘΑ καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφοτέρον τάν τε ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ· δηλον οὖν ὅτι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Π χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφοτέρα ἅ τε ΘΑ καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφοτέρον τάν τε ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ. ω