

eul_wid: ixo-al

Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος · Archimedes of Syracuse

Sand Reckoner

Ψαμμίτης

Period: Ἑλληνιστική Hellenistic
Dialect: Δωρική Doric
Domain: Μαθηματικά Mathematics
Format: Πραγματεία Treatise

2 134 (2) Οἴονται τινες, βασιλεῦ Γέλων, τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει· λέγω δὲ οὐ μόνον τοῦ περὶ Συρακούσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπάρχοντος, ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τὰν τε οἰκημέναν καὶ τὰν ἀοίκητον. Ἐντί τινες δέ, οἱ αὐτὸν ἄπειρον μὲν εἶμεν οὐχ ὑπολαμβάνοντι, μηδένα μὲντοι ταλικοῦτον κατωναμασμένον ὑπάρχειν ἀριθμὸν, ὅστις ὑπερβάλλει τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Οἱ δὲ οὕτως δοξάζοντες δῆλον ὡς, εἰ νοήσαιεν ἐκ τοῦ ψάμμου ταλικοῦτον ὄγκον συγκεῖμενον τὸ μέγεθος, ἀλίκος ὁ τὰς γὰς ὄγκος ἀναπεπληρωμένων ἐν αὐτῷ τῶν τε πελάγεων πάντων καὶ τῶν κοιλωμάτων τὰς γὰς εἰς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀρέων, πολλαπλασίως μὴ γινώσκονται μηδένα καὶ ῥηθῆμεν ἀριθμὸν ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτοῦ. Ἐγὼ δὲ πειρασοῦμαι τοι δεικνύνειν δι' ἀποδείξιων γεωμετρικᾶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν ὑφ' ἀμῶν κατωναμασμένων ἀριθμῶν καὶ ἐκδεδομένων ἐν τοῖς ποτὶ Ζεῦξιππον γεγραμμένοις ὑπερβάλλοντί τινες οὐ μόνον τὸν ἀριθμὸν τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ γὰς πεπληρωμένῳ, καθάπερ εἶπαμες, ἀλλὰ καὶ τὸν τοῦ μέγεθος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ. ^[15]

2 135 Κατέχεις δὲ διότι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν πλείστων ἀστρολόγων ἅ σφαῖρα, ἃς ἐστὶ κέντρον μὲν τὸ τὰς γὰς κέντρον, ἃ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσα τῷ εὐθείᾳ τῷ μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἀλίου καὶ τοῦ κέντρου τὰς γὰς· ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων δείξεις διακούςας. Ἀρίσταρχος δὲ ὁ Σάμιος ὑποθέσιων τινων ἐξέδωκεν γραφάς, ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν εἰρημένου. Ὑποτίθεται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανέα τῶν ἄστρον καὶ τὸν ἄλιον μένειν ἀκίνητον, τὰν δὲ γὰν περιφέρεισθαι περὶ τὸν ἄλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος, τὰν δὲ τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖραν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἀλίῳ κειμένην τῷ μεγέθει τηλικαύταν εἶμεν, ὥστε τὸν κύκλον, καθ' ὃν τὰν γὰν ὑποτίθεται περιφέρεισθαι, τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἀποστασίαν, οἷαν ἔχει τὸ κέντρον τὰς σφαίρας ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν. Τοῦτό γ' εὐδελον ὡς ἀδύνατόν ἐστιν· ἐπεὶ γὰρ τὸ τὰς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τὰς σφαίρας ὑπολαπτέον αὐτό. Ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τόδε· ἐπειδὴ τὰν γὰν ὑπολαμβάνομεν ὥσπερ εἶμεν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἅ γὰ ποτὶ τὸν ὑφ' ἀμῶν εἰρημένον κόσμον, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾗ ἐστὶν ὁ κύκλος, καθ' ὃν τὰν γὰν ὑποτίθεται περιφέρεισθαι, ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖραν· τὰς γὰρ ἀποδείξιας τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένῳ

ἐναρμόζει, καὶ μάλιστα φαίνεται τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας, ἐν ᾗ ποιεῖται τὰν γὰν κινουμένων, ἴσον ὑποτίθεσθαι τῷ ὕφ' ἀμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. ^[25]

2 136 Φαμὲς δὴ, καὶ εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖραν εἶμεν, καὶ οὕτως τινὰς δειχθήσιν τῶν ἐν ἀρχᾷ ἀριθμῶν τῶν κατονομαζίαν ἔχόντων ὑπερβάλλοντας τῷ πλήθει τὸν ἀριθμὸν τὸν τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημένῳ σφαίρᾳ, ὑποκειμένων τῶνδε· πρῶτον μὲν τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν ὡς τ μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω, καίπερ τινῶν πεπειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς καὶ τὸ παρακολουθεῖς, ἐοῦσαν αὐτὰν ὡς λ μυριάδων σταδίων. Ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος καὶ θεὸς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς ὡς δεκαπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων δεδοξασμένου τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτίθεμαι εἶμεν ὡς τ μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζω· μετὰ δὲ τοῦτο τὰν διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἀλίου μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, ὁμοίως τὰ αὐτὰ λαμβάνων τοῖς πλείστοις τῶν προτέρων ἀστρολόγων· μετὰ δὲ ταῦτα τὰν διάμετρον τοῦ ἀλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας ὡς τριακονταπλάσιαν εἶμεν καὶ μὴ μείζονα, καίπερ τῶν προτέρων ἀστρολόγων Εὐδόξου μὲν ὡς ἐννεαπλάσιον ἀποφαινομένου, Φειδία δὲ τοῦ ἀμοῦ πατρὸς ὡς δὴ δωδεκαπλάσιαν, Ἀριστάρχου δὲ πεπειραμένου δεικνύειν ὅτι ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ ἀλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας μείζων μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον, ἐλάττων δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ προκείμενον ἀναμφιλόγως ἢ δεδειγμένον, ὑποτίθεμαι τὰν διάμετρον τοῦ ἀλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας ὡς τριακονταπλάσιαν εἶμεν καὶ μὴ μείζονα· ποτὶ δὲ τούτοις τὰν διάμετρον τοῦ ἀλίου μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. ^[10]

2 137 Τοῦτο δὲ ὑποτίθεμαι Ἀριστάρχου μὲν εὐρηκότος τοῦ κύκλου τῶν ζωδίων τὸν ἄλιον φαινόμενον ὡς τὸ εἰκοστὸν καὶ ἐπτακοσιοστόν, αὐτὸς δὲ ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθηεν ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν, εἰς ἣν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. Τὸ μὲν οὖν ἀκριβὲς λαβεῖν οὐκ εὐχερές ἐστι διὰ τὸ μήτε τὰν ὄψιν μήτε τὰς χεῖρας μήτε τὰ ὄργανα, δι' ὧν δεῖ λαβεῖν, ἀξιόπιστα εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀποφαίνεσθαι· περὶ δὲ τούτων ἐπὶ τοῦ παρόντος οὐκ εὐκαιρὸν μακύνειν ἄλλως τε καὶ πλεονάκεις τοιούτων ἐμπεφανισμένων· ἀποχρῆ δέ μοι ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένου γωνίαν λαβεῖν, ἣτις ἐστὶ μὴ μείζων τᾶς γωνίας, εἰς ἣν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν, ἣτις ἐστὶν οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, εἰς ἣν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. ^[20]

2 138 Τεθέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπὶ πόδα ὀρθὸν ἐν τόπῳ κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν ἀνατέλλων ὁ ἄλιος ὀρᾶσθαι, καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνευθέντος καὶ τεθέντος ἐπὶ τὸν κανόνα ὀρθοῦ εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τοῦ ἀλίου, ἔπειτ' ἐόντος αὐτοῦ ποτὶ τῷ ὀρίζοντι καὶ δυναμένου ἀντιβλέπεσθαι ἐπεστράφη ὁ κανὼν εἰς τὸν ἄλιον, καὶ ἡ ὄψις κατεστάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος ἐν μέσῳ κείμενος τοῦ τε ἀλίου καὶ τᾶς ὄψιος ἐπεσκότει τῷ ἀλίῳ. Ἀποχωριζόμενος οὖν [τοῦ κυλίνδρου] ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾧ ἄρξατο παραφαίνεσθαι τοῦ ἀλίου μικρὸν ἐφ' ἐκάτερα τοῦ κυλίνδρου, κατεστάθη ὁ κύλινδρος. Εἰ μὲν οὖν συνέβαινεν τὰν ὄψιν ἀφ' ἐνὸς σαμείου βλέπειν, εὐθειᾶν ἀχθειςᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἡ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου ἡ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθειςᾶν ἐλάσσων καὶ ἥς τᾶς γωνίας, εἰς ἣν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, διὰ τὸ παραβλέπεσθαι τι τοῦ ἀλίου ἐφ' ἐκάτερα τοῦ κυλίνδρου· ἐπεὶ δ' αἱ ὄψεις οὐκ ἀφ' ἐνὸς σαμείου βλέποντι, ἀλλὰ ἀπὸ τινος μεγέθους, ἐλάφθη τι μέγεθος στρογγύλον οὐκ ἔλαττον ὄψιος, καὶ τεθέντος τοῦ μεγέθους ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἡ ὄψις κατεστάθη, ἀχθειςᾶν εὐθειᾶν ἐπιψαυουσᾶν τοῦ τε μεγέθους καὶ τοῦ κυλίνδρου ἡ οὖν περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν

ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἥς τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὴν κορυφὴν ἔχουσιν ποτὶ τῇ ὀψει.
[5]

2 139 Τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον τᾶς ὀψιος τόνδε τὸν τρόπον εὐρίσκεται· δύο κυλίνδρια λαμβάνεται λεπτὰ ἰσοπαχέα ἀλλάλοις, τὸ μὲν λευκόν, τὸ δὲ οὖ, καὶ προτίθενται πρὸ τᾶς ὀψιος, τὸ μὲν λευκὸν ἀφιστακὸς ἀπ' αὐτᾶς, τὸ δὲ οὐ λευκὸν ὡς ἔστιν ἐγγυτάτω τᾶς ὀψιος, ὥστε καὶ θιγγάνειν τοῦ προσώπου. Εἰ μὲν οὖν καὶ τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτότερα ἔωντι τᾶς ὀψιος, περιλαμβάνεται ὑπὸ τᾶς ὀψιος τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον καὶ ὀρήται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λευκόν, εἰ μὲν καὶ παρὰ πολὺ λεπτότερα ἔωντι, πᾶν, εἰ δὲ καὶ μὴ παρὰ πολὺ, μέρεά τινα τοῦ λευκοῦ ὀρῶνται ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐγγὺς τᾶς ὀψιος, λαφθέντων δὲ τῶνδε τῶν κυλινδρίων ἐπιταδεῖν πως τῷ πάχει ἐπισκοτεῖ τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἐτέρῳ καὶ οὐ πλείονι τόπῳ· τὸ δὲ ταλικοῦτον μέγεθος, ἀλίκον ἐστὶ τὸ πάχος τῶν κυλινδρίων τῶν τοῦτο ποιούντων, μάλιστα πῶς ἔστιν οὐκ ἔλαττον τᾶς ὀψιος. Ἄ δὲ γωνία ἢ οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὴν κορυφὴν ἔχουσιν ποτὶ τῇ ὀψει, οὕτως ἐλάφθη ἀποσταθέντος ἐπὶ τοῦ κανονίου τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὀψιος οὕτως, ὡς ἐπισκοτεῖν τὸν κύλινδρον ὅλῳ τῷ ἀλίῳ, καὶ ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἢ ὀψις κατεστάθη, ἐπιψαυούσῃ τοῦ κυλίνδρου ἢ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν οὐκ ἐλάττων γίνεται τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὴν κορυφὴν ἔχουσιν ποτὶ τῇ ὀψει. [5]

2 140 Ταῖς δὲ γωνίαις ταῖς οὕτως λαφθείσαις καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας ἐγένετο ἢ ἐν στίγῳ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ ἐλάττων ἢ ἐν μέρος τούτων, ἢ δὲ ἐλάττων διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ζ μεζῶν ἢ ἐν μέρος τούτων· δηλὸν οὖν ὅτι καὶ ἢ γωνία, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὴν κορυφὴν ἔχουσιν ποτὶ τῇ ὀψει, ἐλάττων μὲν ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ τούτων ἐν μέρος, μεζῶν δὲ ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ζ τούτων ἐν μέρος. Πεπιστευμένων δὲ τούτων δείκνυται ἢ διάμετρος τοῦ ἀλίου μεζῶν εἶναι τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. Νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διὰ τε τοῦ κέντρου τοῦ ἀλίου καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς καὶ διὰ τᾶς ὀψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὀρίζοντα ἐόντος τοῦ ἀλίου, τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβληθὲν ἐπίπεδον τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν ΑΒΓ κύκλον, τὴν δὲ γᾶν κατὰ τὸν ΔΕΖ, τὸν δὲ ἄλιον κατὰ τὸν ΣΗ κύκλον, κέντρον δὲ ἔστω τᾶς μὲν γᾶς τὸ Θ, τοῦ δὲ ἀλίου τὸ Κ, ὀψις δὲ ἔστω τὸ Δ, καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ ΣΗ κύκλου ἀπὸ μὲν τοῦ Δ αἰ ΔΛ, ΔΞ, ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Ν καὶ τὸ Τ, ἀπὸ δὲ τοῦ Θ αἰ ΘΜ, ΘΟ, ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Χ καὶ τὸ Ρ, τὸν δὲ ΑΒΓ κύκλον τεμνόντων αἰ ΘΜ, ΘΟ κατὰ τὸ Α καὶ τὸ Β· ἔστι δὲ μεζῶν ἢ ΘΚ τᾶς ΔΚ, ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἄλιος ὑπὲρ τὸν ὀρίζοντα εἶμεν ὥστε ἢ γωνία ἢ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μεζῶν ἐστὶ τᾶς γωνίας τᾶς περιεχομένας ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ. [25]

2 141 Ἄ δὲ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μεζῶν μὲν ἐστὶν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ τούτων ἐν μέρος ἴσα γὰρ ἐστὶν τῇ γωνίᾳ, εἰς ἃν ὁ ἄλιος ἐναρμόζει τὴν κορυφὴν ἔχουσιν ποτὶ τῇ ὀψει· ὥστε ἢ γωνία ἢ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ τούτων ἐν μέρος, ἢ δὲ ΑΒ εὐθεῖα ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινοῦσας ἐν τμᾶμα διαιρεθείσας τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας ἐς χνς. Ἄ δὲ τοῦ εἰρημένου πολυγωνίου περίμετρος ποτὶ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ τὰ μδ ποτὶ τὰ ζ διὰ τὸ παντὸς πολυγωνίου ἐγγεγραμμένου ἐν κύκλῳ τὴν περίμετρον ποτὶ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάττονα λόγον ἔχειν ἢ τὰ μδ ποτὶ τὰ ζ· ἐπίστασαι γὰρ δεδειγμένον ὅφ' ἁμῶν ὅτι παντὸς κύκλου ἢ περιφέρεια μεζῶν ἐστὶν ἢ τριπλασίον τᾶς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἐβδόμῳ μέρει, ταύτας δὲ ἐλάττων ἐστὶν ἢ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγωνίου· ἐλάττω οὖν λόγον ἔχει ἢ ΒΑ ποτὶ τὴν ΘΚ ἢ τὰ ια ποτὶ τὰ , αρμη· ὥστε ἐλάττων ἐστὶν ἢ ΒΑ τᾶς ΘΚ ἢ ἑκατοστὸν μέρος. [5]

2 142

Τᾷ δὲ ΒΑ ἴσα ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου, διότι καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτᾶς ἡ ΦΑ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΚΡ· ἴσᾱν γὰρ ἔουσᾱν τᾶν ΘΚ, ΘΑ ἀπὸ τῶν περάτων κάθετοι ἐπιζεύγνυνται ὑπὸ τὰν αὐτὰν γωνίαν· δηλὸν οὖν ὅτι ἡ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. Καὶ ἡ ΕΘΥ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρου τοῦ ΣΗ κύκλου, ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ ΔΕΖ κύκλος τοῦ ΣΗ κύκλου· ἐλάττονες ἄρα ἐντὶ ἀμφοτέραι αἱ ΟΥ, ΚΣ ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ· ὥστε ἡ ΘΚ ποτὶ τὰν ΥΣ ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ρθ. Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΘΚ οὐκ ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ΘΡ, ἡ δὲ ΣΥ ἐλάττων τᾶς ΔΤ, ἐλάττω ἄρα καὶ λόγον ἔχει ἡ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ρθ. Ἐπεὶ δὲ τῶν ΘΚΡ, ΔΚΤ ὀρθογωνίων ἐόντων αἱ μὲν ΚΡ, ΚΤ πλευραὶ ἴσαι ἐντὶ, αἱ δὲ ΘΡ, ΔΤ ἀνίστοι καὶ μείζων ἡ ΘΡ, ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔΤ, ΔΚ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομένην ὑπὸ τῶν ΘΡ, ΘΚ μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἡ ΘΚ ποτὶ τὰν ΔΚ, ἐλάττω δὲ ἢ ἡ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ· εἰ γὰρ καὶ δυὼν τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἄτεραι πλευραὶ αἱ περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ἴσαι ἔωνται, αἱ δὲ ἄτεραι ἀνίστοι, ἡ μείζων γωνία τᾶν ποτὶ ταῖς ἀνίστοις πλευραῖς ποτὶ τὰν ἐλάττονα μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἡ μείζων γραμμὰ τᾶν ὑπὸ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ὑποτείνουσᾱν ποτὶ τὰν ἐλάττονα, ἐλάττονα δὲ ἢ ἡ μείζων γραμμὰ τᾶν περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ποτὶ τὰν ἐλάττονα. [5]

- 2 143 Ὡστε ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔΛ, ΔΞ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομένην ὑπὸ τῶν ΘΟ, ΘΜ ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ ἡ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ, ἅτις ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ρθ· ὥστε καὶ ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔΛ, ΔΞ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομένην ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ ποτὶ τὰ ρθ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΔΛ, ΔΞ μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, εἴη καὶ ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν ΘΜ, ΘΟ μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας ἐς δισμύρια τούτων ρθ μέρεα· ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ζ καὶ γ τούτων ἐν μέρος. Ἡ ἄρα ΒΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτείνουσας ἐν τμήμα διηρημένης τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας εἰς ωιβ. Τᾷ δὲ ΑΒ ἴσα ἐντὶ ἡ τοῦ ἀλίου διάμετρος· δηλὸν οὖν ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ τοῦ ἀλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς. Τούτων δὲ ὑποκειμένων δείκνυται καὶ τάδε· οἷον ἡ διάμετρος τοῦ κόσμου τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων, καὶ ἔτι ἡ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τοῦ ἀλίου μὴ μείζω εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, τὰν δὲ διάμετρον τᾶς γᾶς μείζω εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, δηλὸν ὡς ἡ διάμετρος τοῦ ἀλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς.

[25]

- 2 144 Πάλιν δέ, ἐπεὶ ἐδείχθη ἡ διάμετρος τοῦ ἀλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ, φανερόν ὅτι ἡ τοῦ χιλιαγώνου περίμετρος τοῦ εἰρημένου ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ ἀλίου. Ἡ δὲ διάμετρος τοῦ ἀλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς· ὥστε ἡ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Ἐπεὶ οὖν ἡ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου τᾶς μὲν διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τᾶς δὲ διαμέτρου τοῦ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται γάρ τοι διότι παντὸς κύκλου ἡ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος παντὸς πολυγωνίου τᾶς περιμέτρου, ὅ καὶ ἰσόπλευρον ἢ καὶ πολυγωνότερον τοῦ ἐξαγώνου ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ· εἴη καὶ ἡ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. Ἡ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται· ὅτι δὲ ἐλάττων ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ κόσμου ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ ἐκ τούτου δηλόν· ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων, ἡ δὲ περίμετρος τᾶς γᾶς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασία τᾶς διαμέτρου διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὰν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρου, δηλὸν ὡς ἡ διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ μυριάδες. [25]

2 145 Ἐπεὶ οὖν ἃ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τὰς διαμέτρου τὰς γὰρ, δηλον
ὥς ἃ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ . Περὶ μὲν οὖν τῶν
μεγεθέων καὶ τῶν ἀποστημάτων ταῦτα ὑποτίθεμαι, περὶ δὲ τοῦ ψάμμου τάδε· εἴ κα ἦ τι
συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ ψάμμου μὴ μείζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ μείζονα εἶμεν
μυρίων, καὶ τὰν διάμετρον τὰς μάκωνος μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ τετρωκοστομόριον δακτύλου.
Ὑποτίθεμαι δὲ τοῦτο ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον· ἐτέθεν ἐπὶ κανόνα λείον μάκωνες ἐπ’
εὐθείας ἐπὶ μίαν κείμεναι ἀπτόμεναι ἀλλαῶν, καὶ ἀνέλαβον αἱ κε μάκωνες πλέονα τόπον
δακτυλίου μάκεος. Ἐλάττονα οὖν τιθεὶς τὰν διάμετρον τὰς μάκωνος ὑποτίθεμαι ὥς
τετρωκοστομόριον εἶμεν δακτύλου καὶ μὴ ἐλάττονα βουλόμενος καὶ διὰ τούτων
ἀναμφιλογώτατα δείκνυσθαι τὸ προκείμενον. Ἄ μὲν οὖν ὑποτίθεμαι, ταῦτα· χρήσιμον δὲ εἶμεν
ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν, ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ
περιτετευχότες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανῶνται διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτὰς
ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον, Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὸ μὲν τῶν μυρίων
ὑπάρχειν ἀμῖν παραδεδομένα, καὶ ὑπὲρ τὸ τῶν μυρίων [μὲν] ἀποχρεόντως γινώσκομες
μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες ἔστε ποτὶ τὰς μυρίας μυριάδας. ^[25]

2 146 Ἔστων οὖν ἀμῖν οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰς μυρίας μυριάδας πρῶτοι καλούμενοι, τῶν
δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μύρια μυριάδες μονὰς καλείσθω δευτέρων ἀριθμῶν, καὶ ἀριθμείσθων
τῶν δευτέρων μονάδες καὶ ἐκ τῶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες
ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύρια μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν μονὰς
καλείσθω τρίτων ἀριθμῶν, καὶ ἀριθμείσθων τῶν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες καὶ ἀπὸ τῶν
μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. Τὸν
αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μύρια μυριάδες μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν,
καὶ αἱ τῶν τετάρτων ἀριθμῶν μύρια μυριάδες μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ
οὕτως προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἐχόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας
μυριάδας. Ἀποχρεόντι μὲν οὖν καὶ ἐπὶ τοσοῦτον οἱ ἀριθμοὶ γινωσκόμενοι, ἔξεστι δὲ καὶ ἐπὶ
πλέον προάγειν. Ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτας περιόδου καλούμενοι, ὁ δὲ
ἔσχατος ἀριθμὸς τὰς πρώτας περιόδου μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν.
Πάλιν δὲ καὶ αἱ μύρια μυριάδες τὰς δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τὰς
δευτέρας περιόδου δευτέρων ἀριθμῶν. ^[20]

2 147 Ὅμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου τρίτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ
οὕτως οἱ ἀριθμοὶ προάγοντες τὰ ὀνόματα ἐχόντων τὰς δευτέρας περιόδου ἐς τὰς
μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος ἀριθμὸς τὰς δευτέρας
περιόδου μονὰς καλείσθω τρίτας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ οὕτως προαγόντων ἐς τὰς
μυριακισμυριοστὰς περιόδου μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. Τούτων δὲ οὕτως
κατωνομασμένων, εἴ κα ἔωντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἐξῆς κείμενοι, ὁ δὲ παρὰ τὰν
μονάδα δεκάς ἦ, ὁκτὼ μὲν αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων
ἐσσοῦνται, οἱ δὲ μετ’ αὐτοὺς ἄλλοι ὁκτὼ τῶν δευτέρων καλουμένων, καὶ οἱ ἄλλοι τὸν αὐτὸν
τρόπον τούτοις τῶν συνωνύμων καλουμένων ἐσσοῦνται τῇ ἀποστάσει τὰς ὁκτάδος τῶν
ἀριθμῶν ἀπὸ τὰς πρώτας ὁκτάδος τῶν ἀριθμῶν. Τὰς μὲν οὖν πρώτας ὁκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὁ
ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς χίλια μυριάδες, τὰς δὲ δευτέρας ὁκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων
ἐστὶν τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύρια μυριάδες ἐσσεῖται· οὗτος δὲ ἐστὶ μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ὁ
δὲ ὄγδοος τὰς δευτέρας ὁκτάδος ἐστὶ χίλια μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ τὰς
τρίτας ὁκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύρια μυριάδες ἐσσεῖται τῶν
δευτέρων ἀριθμῶν· οὗτος δὲ ἐστὶ μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερόν δὲ ὅτι καὶ πολλοσταὶ
ὁκτάδες ἐξοῦντι ὥς εἴρηται. Χρήσιμον δὲ ἐστὶ καὶ τόδε γινωσκόμενον. Εἴ κα ἀριθμῶν ἀπὸ τὰς

μονάδος ἀνάλογον ἐόντων πολλαπλασιάζωντί τινες ἀλλήλους τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπέχων ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀλλήλους, ὅσους ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει, ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἐνὶ ἐλάττονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους. ^[5]

2 148 Ἐστων γὰρ ἀριθμοὶ τινες ἀνάλογον ἀπὸ μονάδος οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, Κ, Λ, μονὰς δὲ ἔστω ὁ Α, καὶ πεπολλαπλασιάσθω ὁ Δ τῷ Θ, ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ Χ. Λελάφθω δὲ ἐκ τῆς ἀναλογίας ὁ Λ ἀπέχων ἀπὸ τοῦ Θ τοσοῦτους, ὅσους ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· δεικτέον ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Χ τῷ Λ. Ἐπεὶ οὖν ἀνάλογον ἐόντων ἀριθμῶν ἴσους ἀπέχει ὃ τε Δ ἀπὸ τοῦ Α καὶ ὁ Λ ἀπὸ τοῦ Θ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ Δ ποτὶ τὸν Α, ὃν ὁ Λ ποτὶ τὸν Θ. Πολλαπλασίων δὲ ἐστὶν ὁ Δ τοῦ Α τῷ Δ· πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ Λ τοῦ Θ τῷ Δ· ὥστε ἴσος ἐστὶν ὁ Λ τῷ Χ. Δῆλον οὖν ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾶς ἀναλογίας τέ ἐστὶν καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀλλήλους ἴσους ἀπέχων, ὅσους ὁ ἐλάττων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. Φανερόν δὲ ὅτι καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἐνὶ ἐλάττονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μονάδος οἱ Δ, Θ· οἱ μὲν γὰρ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τοσοῦτοί ἐντι, ὅσους ὁ Θ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει, οἱ δὲ Ι, Κ, Λ ἐνὶ ἐλάττονες ἢ ὅσους ὁ Δ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· σὺν γὰρ τῷ Θ τοσοῦτοί ἐντι. Τούτων δὲ τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων, τὸ προκείμενον δειχθήσεται. ^[25]

2 149 Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν ἢ τετρωκοστομόριον δακτύλου, δῆλον ὡς ἂ σφαῖρα ἂ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον οὐ μείζων ἐστὶν ἢ ὥστε χωρεῖν μάκωνας ἑξακισμυρίας καὶ τετρακισχιλίας· τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον τετρωκοστομόριον δακτύλου πολλαπλασία ἐστὶν τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ· δέδεικται γὰρ τοι ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτὶ ἀλλάλας τὰν διαμέτρων. Ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται καὶ τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν τοῦ εἰς τὸ τᾶς μάκωνος μέγεθος μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων, δῆλον ὡς, εἰ πληρωθεῖη ψάμμου ἂ σφαῖρα ἂ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, οὐ μείζων κα εἴη ὁ ἀριθμὸς τοῦ ψάμμου ἢ μυριάκις τὰ ἑξακισμύρια καὶ τετρακισχίλια. Οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς μονάδες τε ς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχίλια· ἐλάσσων οὖν ἐστὶν ἢ ἰ μονάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Ἀ δὲ τῶν ρ δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα πολλαπλασία ἐστὶν τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας τὰν διάμετρον σφαίρας ταῖς ρ μυριάδεσσιν διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τὰν διαμέτρων τὰς σφαίρας. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικάυτα τὸ μέγεθος, ἀλίκᾳ ἐστὶν ἂ σφαῖρα ἂ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων ρ, δῆλον ὡς ἐλάττων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεῖσάν τὰν δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν ταῖς ρ μυριάδεσσιν. ^[25]

2 150 Ἐπεὶ δ' αἱ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες δέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἐν τᾷ τῶν δεκαπλασίων ὄρων ἀναλογία, αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἀριθμὸς ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἑκκαίδεκατος ἀπὸ μονάδος· δέδεικται γὰρ ὅτι ἐνὶ ἐλάσσονας ἀπέχει ἀπὸ τᾶς μονάδος ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους. Τῶν δὲ ἑκκαίδεκα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν χίλια μυριάδες δευτέρων ἀριθμῶν. Φανερόν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ρ δακτύλων ἐχούσᾳ ἑλαττόν ἐστιν ἢ χίλια μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ ἂ σφαῖρα ἂ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον πολλαπλασία ἐστὶν τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ρ δακτύλων ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικάυτα τὸ μέγεθος, ἀλίκᾳ ἐστὶν ἂ ἔχουσα σφαῖρα τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων, δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου

πολλαπλασιασθῆσάν τᾶν χιλιάν μυριάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες ἐκκαιδέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ, δηλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιεικοστός τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. ^[25]

2 151 Τῶν δὲ δύο καὶ εἴκοσι τούτων ὅκτῳ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, ὅκτῳ δὲ οἱ μετὰ τούτους τῶν δευτέρων καλουμένων, οἱ δὲ λοιποὶ ἕξ τῶν τρίτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερόν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ μυρίων δακτύλων ἔλασσόν ἐστιν ἢ ἰ μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ σταδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων, δηλον ὅτι καὶ τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδιαίαν ἔλασσόν ἐστιν ἢ ἰ μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ σταδίων πολλαπλασίῳ ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλिकाύτα τὸ μέγεθος, ἀλικά ἐστὶν ἡ ἔχουσα τὰν διάμετρον ρ σταδίων, δηλον ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθῆσάν τᾶν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δυοκαιεικοστός ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δηλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ὀκτωκαιεικοστός ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ ὀκτῳ καὶ εἴκοσι τούτων ὀκτῳ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτῳ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτῳ τῶν τρίτων, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν τετάρτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. ^[30]

2 152 Φανερόν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὰν διάμετρον μυρίων σταδίων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλिकाύτα τὸ μέγεθος, ἀλικά ἐστὶν ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίων, δηλον ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθῆσάν τᾶν χιλιάν μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν τετάρτων ἀριθμῶν χίλιαι μονάδες ὀκτωκαιεικοστός ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δ' ἑκατὸν μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δηλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστός ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τούτων ὀκτῳ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτῳ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτῳ τῶν τρίτων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτῳ τῶν τετάρτων, οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσσοῦνται, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Δηλον οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυρίων ἔλασσον ἐσσεῖται ἢ ἰ μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ μυριάδων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς τὰν διάμετρον ἐχούσας σταδίων μυρίων ταῖς ρ μυριάδεσσιν. ^[25]

2 153 Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλिकाύτα τὸ μέγεθος, ἀλικά ἐστὶν ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ μυριάδων, δηλον ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθῆσάν τᾶν δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες τέταρτός ἐστι καὶ τριακοστός ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δηλον

ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας ἐσσεῖται τετρωκοστός ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα τούτων ὅκτῳ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ ταῦτα ἄλλοι ὅκτῳ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὅκτῳ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ὅκτῳ τῶν τετάρτων, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὅκτῳ τῶν πέμπτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλια μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Φανερόν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ μυριάδων ἔλασσόν ἐστιν ἢ χίλια μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Ἄ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάδων μυριάδων πολλαπλασίῳ ἐστὶ τῆς σφαίρας τῆς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ μυριάδων ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Εἰ δὲ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικάυτα τὸ μέγεθος, ἀλικά ἐστὶν ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριάδων μυριάδων, φανερόν ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεῖσάν τῶν χιλιάδων μυριάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ρ μυριάδεσσιν. ^[25]

2 154 Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χίλια μυριάδες τετρωκοστός ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας, δηλον ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἕκτος καὶ τετρωκοστός ἀπὸ μονάδος. Τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἕξ τούτων ὅκτῳ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, ὅκτῳ δὲ οἱ μετὰ τούτους τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὅκτῳ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ἄλλοι ὅκτῳ τῶν τετάρτων, καὶ οἱ μετὰ τοὺς τετάρτους ὅκτῳ τῶν πέμπτων, οἱ δὲ λοιποὶ ἕξ τῶν ἕκτων καλουμένων ἐντί, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ ι μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. Φανερόν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάδων μυριάδων ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. Ἄ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ πολλαπλασία ἐστὶ τῆς σφαίρας τῆς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων μυριάδων μυριάδων ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικάυτα τὸ μέγεθος, ἀλικά ἐστὶν ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ, φανερόν ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεῖσάν τῶν ι μυριάδων τῶν ἕκτων ἀριθμῶν ταῖς ρ μυριάδεσσιν. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἕκτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες ἕκτος καὶ τετρωκοστός ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας, δηλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαίπεντακοστός ἀπὸ μονάδος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας. ^[25]

2 155 Τῶν δὲ δύο καὶ πεντήκοντα τούτων οἱ μὲν ὅκτῳ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τῇ μονάδι οἱ τε πρῶτοι καλούμενοι ἐντί καὶ οἱ δεύτεροι καὶ τρίτοι καὶ τέταρτοι καὶ πέμπτοι καὶ ἕκτοι, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν ἑβδόμων καλουμένων ἐντί, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλια μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Φανερόν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ ἔλασσόν ἐστιν ἢ , α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἡ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ, δηλον ὅτι καὶ τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ , α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ὅτι μὲν οὖν τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ , α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν δέδεικται· ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ ταλικάυτα, ἀλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖραν εἶμεν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ , α μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν δειχθήσεται. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὰν γὰρ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν ὑφ' ἀμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρημένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖραν, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, καὶ αἱ διάμετροι τῶν σφαιρῶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας. Ἄ δὲ τοῦ κόσμου διάμετρος τῆς διαμέτρου τῆς γᾶς δέδεικται ἐλάσσων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίῳ· δηλον οὖν ὅτι καὶ ἡ

διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίῳ τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου. ^[25]

2 156 Ἐπεὶ δὲ αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων, φανερόν ὅτι αἱ τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖρα, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι πολλαπλασίῳ τοῦ κόσμου. Δέδεικται δὲ ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ , α μονάδες τῶν ἐβδόμων ἀριθμῶν· δηλον οὖν ὅτι, εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικάυτα τὸ μέγεθος, ἀλίκαν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεῖσάν τᾶν χιλιάν μονάδων ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσιν. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἐβδόμων , α μονάδες δυοκαίπεντακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ μυριάκις μύριαι μυριάδες τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δηλον ὅτι ὁ γενομένος ἐσσεῖται τέταρτος καὶ ἐξηκοστός ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· οὗτος δὲ ἐστὶ τῶν ὀγδῶν ὀγδοος, ὅς κα εἴη χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδῶν ἀριθμῶν. Φανερόν τοίνυν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾶ τῶν ἀπλανέων ἄστρον σφαῖρα, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἔλασσόν ἐστιν ἢ , α μυριάδες τῶν ὀγδῶν ἀριθμῶν. Ταῦτα δέ, βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκότεσσι τῶν μαθημάτων οὐκ εὖπιστα φανήσιν ὑπολαμβάνω, τοῖς δὲ μεταλελαβηκότεσσι καὶ περὶ τῶν ἀποστημάτων καὶ τῶν μεγεθῶν τᾶς τε γᾶς καὶ τοῦ αἰθίου καὶ τᾶς σελήνης καὶ τοῦ ὅλου κόσμου πεφροντικότεσιν πιστὰ διὰ τὴν ἀπόδειξιν ἐσσεῖσθαι· διόπερ ὥθήην καὶ τὴν οὐκ ἀνάρμοστον εἶμεν [ἔτι] ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα. ^[5]