

eul_wid: ixo-af

Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος · Archimedes of Syracuse

Method to Eratosthenes

Μέθοδος πρὸς Ἐρατοσθένην

Period: Ἑλληνιστική **Hellenistic**
Dialect: Δωρική **Doric**
Domain: Μαθηματικά **Mathematics**
Format: Πραγματεία **Treatise**

3.82. (1t) Ἀρχιμήδους Περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων πρὸς Ἐρατοσθένην ἔφοδος Ἀρχιμήδης Ἐρατοσθένει εὖ πράττειν. Ἀπέστειλά σοι πρότερον τῶν εὐρημένων θεωρημάτων ἀναγράψας αὐτῶν τὰς προτάσεις φάμενος εὐρίσκειν ταύτας τὰς ἀποδείξεις, ἃς οὐκ εἶπον ἐπὶ τοῦ παρόντος· ἦσαν δὲ τῶν ἀπεσταλμένων θεωρημάτων αἱ προτάσεις αἶδε· τοῦ μὲν πρώτου· ἂν εἰς πρίσμα ὀρθὸν παραλληλόγραμμον ἔχον βάσιν κύλινδρος ἐγγραφῇ τὰς μὲν βάσεις ἔχων ἐν τοῖς ἀπεναντίον παραλληλογράμμοις, τὰς δὲ πλευρὰς ἐπὶ τῶν λοιπῶν τοῦ πρίσματος ἐπιπέδων, καὶ διὰ τε <τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου,> ὅς ἐστι βάσις τοῦ κυλίνδρου, καὶ μιᾶς πλευρᾶς τοῦ τετραγώνου τοῦ ἐν τῷ κατεναντίον ἐπιπέδῳ ἀχθῇ ἐπίπεδον, τὸ ἀχθὲν ἐπιπίπεδον ἀποτεμεῖ τμήμα ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, ὃ ἐστὶ περιεχόμενον ὑπὸ δύο ἐπιπέδων καὶ ἐπιφανείας κυλίνδρου, ἐνὸς μὲν τοῦ ἀχθέντος, ἐτέρου δὲ ἐν ᾧ ἡ βάσις ἐστὶν τοῦ κυλίνδρου, τῆς δὲ ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν εἰρημένων ἐπιπέδων, τὸ δὲ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τμήμα ἔκτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὅλου πρίσματος. Τοῦ δὲ ἐτέρου θεωρήματος ἡ πρότασις ἦδε· ἂν εἰς κύβον κύλινδρος ἐγγραφῇ τὰς μὲν βάσεις ἔχων πρὸς τοῖς κατεναντίον παραλληλογράμμοις, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν τῶν λοιπῶν τεσσάρων ἐπιπέδων ἐφαπτομένην, ἐγγραφῇ δὲ καὶ ἄλλος κύλινδρος εἰς τὸν αὐτὸν κύβον τὰς μὲν βάσεις ἔχων ἐν ἄλλοις παραλληλογράμμοις, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν τῶν λοιπῶν τεσσάρων ἐπιπέδων ἐφαπτομένην, τὸ περιληφθὲν σχῆμα ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κυλίνδρων, ὃ ἐστὶν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς κυλίνδροις, δίμοιρόν ἐστι τοῦ ὅλου κύβου.

3.83 Συμβαίνει δὲ ταῦτα τὰ θεωρήματα διαφέρειν τῶν πρότερον εὐρημένων· ἐκεῖνα μὲν γὰρ τὰ σχήματα, τὰ τε κωνοειδῆ καὶ σφαιροειδῆ καὶ τὰ τμήματα <αὐτῶν, τῷ μεγέθει σχήμασι> κώνων καὶ κυλίνδρων συνεκρίναμεν, ἐπιπέδοις δὲ περιεχομένῳ στερεῷ σχήματι οὐδὲν αὐτῶν ἴσον ἐὼν εὕρηται, τούτων δὲ τῶν σχημάτων τῶν δυσὶν ἐπιπέδοις καὶ ἐπιφανείαις κυλίνδρων ἕκαστον ἐνὶ τῶν ἐπιπέδοις περιεχομένων στερεῶν σχημάτων ἴσον εὐρίσκεται. Τούτων δὲ τῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξεις ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἀποστελῶ σοι. Ὅρων δέ σε, καθάπερ λέγω, σπουδαῖον καὶ φιλοσοφίας προεστώτα ἀξιολόγως καὶ τὴν ἐν τοῖς μαθήμασιν κατὰ τὸ ὑποπίπτον θεωρίαν τετιμηκότα ἐδοκίμασα γράψαι σοι καὶ εἰς τὸ αὐτὸ βιβλίον ἐξορίσαι τρόπου τινὸς ιδιότητα, καθ' ὃν σοι παρεχόμενον ἔσται λαμβάνειν ἀφορμὰς εἰς τὸ δύνασθαί τινα τῶν ἐν τοῖς μαθήμασι θεωρεῖν διὰ τῶν μηχανικῶν. Τοῦτο δὲ πέπεισμαι χρήσιμον εἶναι οὐδὲν ἥσσον καὶ εἰς τὴν ἀπόδειξιν αὐτῶν τῶν θεωρημάτων. Καὶ γὰρ τινα τῶν πρότερόν μοι φανέντων μηχανικῶς ὕστερον γεωμετρικῶς ἀπεδείχθη διὰ τὸ χωρὶς ἀποδείξεως εἶναι τὴν διὰ τούτου τοῦ

τρόπου θεωρίαν· ἐτοιμότερον γάρ ἐστι προλαβόντα διὰ τοῦ τρόπου γινώσιν τινα τῶν ζητημάτων πορίσασθαι τὴν ἀπόδειξιν μᾶλλον ἢ μηδενὸς ἐγνωσμένου ζητεῖν.

3.84 <... Διόπερ καὶ τῶν θεωρη> μάτων τούτων, ὧν Εὐδοξος ἐξηύρηκεν πρῶτος τὴν ἀπόδειξιν, περὶ τοῦ κώνου καὶ τῆς πυραμίδος, ὅτι τρίτον μέρος ὁ μὲν κῶνος τοῦ κυλίνδρου, ἡ δὲ πυραμὶς τοῦ πρίσματος, τῶν βάσιν ἔχόντων τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον, οὐ μικρὰν ἀπονείμαι ἂν τις Δημοκρίτῳ μερίδα πρῶτῳ τὴν ἀπόφασιν τὴν περὶ τοῦ εἰρημένου σχήματος χωρὶς ἀποδείξεως ἀποφηνάμεν. Ἡμῖν δὲ συμβαίνει καὶ τοῦ νῦν ἐκδιδομένου θεωρήματος τὴν εὕρεσιν ὁμοίαν ταῖς πρότερον γεγενῆσθαι· ἡβουλήθη δὲ τὸν τρόπον ἀναγράφας ἐξενεγκεῖν ἅμα μὲν καὶ διὰ τὸ προειρηκέναι ὑπὲρ αὐτοῦ, μὴ τισιν δοκῶμεν κενὴν φωνὴν καταβεβλήσθαι, ἅμα δὲ καὶ πεπεισμένος εἰς τὸ μάθημα οὐ μικρὰν ἂν συμβαλέσθαι χρεῖαν· ὑπολαμβάνω γάρ τινας ἢ τῶν ὄντων ἢ ἐπιγινομένων διὰ τοῦ ἀποδειχθέντος τρόπου καὶ ἄλλα θεωρήματα οὕτω ἡμῖν συνπαραπεπτωκότα εὐρήσειν. Γράφομεν οὖν πρῶτον τὸ καὶ πρῶτον φανέν διὰ τῶν μηχανικῶν, ὅτι πᾶν τμήμα ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτρίτον ἐστὶν τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον, μετὰ δὲ τοῦτο ἕκαστον τῶν διὰ τοῦ αὐτοῦ τρόπου θεωρηθέντων· ἐπὶ τέλει δὲ τοῦ βιβλίου γράφομεν τὰς γεωμετρικὰς ἀποδείξεις ἐκείνων τῶν θεωρημάτων, ὧν τὰς προ> τάσεις ἀπεστείλαμεν <σοι πρότερον>. ΠΡΟΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ Ἐὰν ἀπὸ μεγέθους μέγεθος ἀφαιρεθῇ, <τὸ δὲ αὐτὸ σημεῖον κέν>τρον τοῦ βάρους <ἢ τοῦ τε ὅλου> καὶ τοῦ ἀφαιρουμένου, <τοῦ> λοιποῦ τὸ αὐτὸ σημεῖον <κέντρον> ἐστὶ τοῦ βάρους.

3.85 <Ἐὰν ἀπὸ μεγέ>θους μέγεθος <ς ἀφαιρεθῇ, ἢ δὲ> μὴ τὸ αὐτὸ σημεῖον κέντρον τοῦ βάρους τοῦ τε ὅλου μεγέθους καὶ τοῦ ἀφαιρουμένου μεγέθους, τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ λοιποῦ μεγέθους ἐπὶ τῆς <εὐθείας> τῆς ἐπιζυγνουούσης τὰ κέντρα τοῦ βάρους τοῦ τε ὅλου <καὶ τοῦ ἀφαιρουμέ>νου ἐκβεβλημένης καὶ ἀφαιρεθείσης ἀπ' αὐτῆς πρὸς τὴν μεταξὺ τῶν εἰρημένων κέντρων τοῦ βάρους τοῦτον ἐχούσης τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ ἀφαιρουμένου μεγέθους πρὸς τὸ [λοιπὸν] βάρος τοῦ λοιποῦ μεγέθους. Ἐὰν ὅποσωνοῦν μεγεθῶν τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ᾖ, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον ἔσται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας. Πάσης εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἡ διχοτομία τῆς εὐθείας. Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ σημεῖον, καθ' ὃ αἱ ἐκ τῶν γωνιῶν τοῦ τριγώνου ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας. Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον ἐστὶν <τοῦ βάρους τὸ σημεῖον, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπέπτουσιν. Κύκλου> τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ὁ καὶ <τοῦ κύκλου> ἐστὶ κέντρον. Παντὸς κυλίνδρου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἡ διχοτομία τοῦ ἄξονος. Παντὸς πρίσματος τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἡ διχοτομία τοῦ ἄξονος. Παντὸς κώνου τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους ἐπὶ τοῦ ἄξονος διαιρεθέντος οὕτως, ὥστε τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τμήμα τριπλάσιον εἶναι τοῦ λοιποῦ. Χρησόμεθα δὲ καὶ [ἐν τῷ προγεγραμμένῳ Κωνοειδῶν] τῷδε τῷ θεωρήματι· Ἐὰν ὅποσαοῦν μεγέθη ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τὸ πλῆθος κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον τὰ ὁμοίως τεταγμένα, ἢ δὲ τὰ πρῶτα μεγέθη πρὸς ἄλλα μεγέθη ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, ἢ τὰ πάντα ἢ τινα αὐτῶν, καὶ τὰ ὕστερον μεγέθη πρὸς ἄλλα μεγέθη τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ᾖ, πάντα τὰ πρῶτα μεγέθη πρὸς πάντα τὰ λεγόμενα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει πάντα τὰ ὕστερον πρὸς πάντα τὰ λεγόμενα.

3.86 α'. Ἔστω τμήμα τὸ ΑΒΓ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τῆς ΑΓ καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς τῆς ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ΑΓ τῷ Δ, καὶ παρὰ τὴν διάμετρον ἦχθω ἡ ΔΒΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ. Λέγω ὅτι ἐπίτρίτον ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τμήμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. Ἠχθωσαν ἀπὸ τῶν Α, Γ σημείων ἡ μὲν ΑΖ παρὰ τὴν ΔΒΕ, ἡ δὲ ΓΖ ἐπιπαύουσα τῆς τομῆς, καὶ ἐκβεβλήσθω <θω ἡ ΓΒ ἐπὶ τὸ Κ, καὶ κείσθω τῇ ΓΚ ἴση ἡ ΚΘ> .

3.87 Νοείσθω ζυγὸς ὁ ΓΘ καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Κ καὶ τῇ ΕΔ παράλληλος τυχοῦσα ἡ ΜΕ. Ἐπεὶ οὖν παραβολὴ ἐστὶν ἡ ΓΒΑ, καὶ ἐφάπτεται ἡ ΓΖ, καὶ τεταγμένως ἡ ΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΒ τῇ ΒΔ· τοῦτο

γὰρ ἐν τοῖς στοιχείοις δείκνυται· διὰ δὴ τοῦτο, καὶ διότι παράλληλοί εἰσιν αἱ ΖΑ, ΜΞ τῇ ΕΔ, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ μὲν ΜΝ τῇ ΝΞ, ἡ δὲ ΖΚ τῇ ΚΑ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΞ, οὕτως ἡ ΜΞ πρὸς ΕΟ [τοῦτο γὰρ ἐν λήμματι δείκνυται], ὡς δὲ ἡ ΓΑ πρὸς ΑΞ, οὕτως ἡ ΓΚ πρὸς ΚΝ, καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΚ τῇ ΚΘ, ὡς ἄρα ἡ ΘΚ πρὸς ΚΝ, οὕτως ἡ ΜΞ πρὸς ΕΟ. Καὶ ἐπεὶ τὸ Ν σημεῖον κέντρον τοῦ βάρους τῆς ΜΞ εὐθείας ἐστίν, ἐπεὶπερ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΝ τῇ ΝΞ, ἐὰν ἄρα τῇ ΕΟ ἴσην θῶμεν τὴν ΤΗ καὶ κέντρον τοῦ βάρους αὐτῆς τὸ Θ, ὅπως ἴση ᾗ ἡ ΤΘ τῇ ΘΗ, ἰσορροπήσει ἡ ΤΘΗ τῇ ΜΞ αὐτοῦ μενούση διὰ τὸ ἀντιπεπονηθότως τετμηθῆσθαι τὴν ΘΝ τοῖς ΤΗ, ΜΞ βάρεσιν, καὶ ὡς τὴν ΘΚ πρὸς ΚΝ, οὕτως τὴν ΜΞ πρὸς τὴν ΗΤ· ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων βάρους κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Κ. Ὁμοίως δὲ καὶ ὅσαι ἂν ἀχθῶσιν ἐν τῷ ΖΑΓ τριγώνῳ παράλληλοι τῇ ΕΔ ἰσορροπήσουσιν αὐτοῦ μένουσαι ταῖς ἀπολαμβανομέναις ἀπ' αὐτῶν ὑπὸ τῆς τομῆς μετενεχθείσαις ἐπὶ τὸ <Θ, ὥστε εἶναι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων> ρων κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ. Καὶ ἐπεὶ ἐκ μὲν τῶν ἐν τῷ ΓΖΑ τριγώνῳ τὸ ΓΖΑ τρίγωνον συνέστηκεν, ἐκ δὲ τῶν ἐν τῇ τομῇ ὁμοίως τῇ ΕΟ λαμβανομένων συνέστηκε τὸ ΑΒΓ τμήμα, ἰσορροπήσει ἄρα τὸ ΖΑΓ τρίγωνον αὐτοῦ μένον τῷ τμήματι τῆς τομῆς τεθέντι περὶ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ κατὰ τὸ Κ σημεῖον, ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Κ.

3.88 Τετμησθω δὴ ἡ ΓΚ τῷ Χ, ὥστε τριπλασίαν εἶναι τὴν ΓΚ τῆς ΚΧ· ἔσται ἄρα τὸ Χ σημεῖον κέντρον βάρους τοῦ ΑΖΓ τριγώνου· δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἰσορροπικοῖς. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπον τὸ ΖΑΓ τρίγωνον αὐτοῦ μένον τῷ ΒΑΓ τμήματι κατὰ τὸ Κ τεθέντι περὶ τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρους, καὶ ἐστὶν τοῦ ΖΑΓ τριγώνου κέντρον βάρους τὸ Χ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΖΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΓ τμήμα κείμενον περὶ τὸ Θ κέντρον, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ΧΚ. Τριπλασία δὲ ἐστὶν ἡ ΘΚ τῆς ΚΧ· τριπλασίον ἄρα καὶ τὸ ΑΖΓ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ τμήματος· Ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΑΓ τρίγωνον τετραπλάσιον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΖΚ τῇ ΚΑ, τὴν δὲ ΑΔ τῇ ΔΓ· ἐπίτρίτον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΒΓ τμήμα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. [Τοῦτο οὖν φανερόν ἐστιν]. β'. Τοῦτο δὴ διὰ μὲν τῶν νῦν εἰρημένων οὐκ ἀποδέδεικται, ἔμφασιν δὲ τινα πεποίηκε τὸ συμπέρασμα ἀληθὲς εἶναι· διόπερ ἡμεῖς ὁρῶντες μὲν οὐκ ἀποδεδειγμένον, ὑπονοοῦντες δὲ τὸ συμπέρασμα ἀληθὲς εἶναι, τάξομεν τὴν γεωμετρομένην ἀπόδειξιν ἐξευρόντες αὐτοὶ τὴν ἐκδοθεῖσαν πρότερον. Ὅτι δὲ πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, ἡμιόλιος τῆς σφαίρας ἐστίν, ὥδε θεωρεῖται κατὰ τρόπον τόνδε· Ἔστω γάρ τις σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετροι δὲ αἱ ΑΓ, ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις οὔσαι, ἔστω δὲ κύκλος ἐν τῇ σφαίρᾳ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ ἀπὸ τοῦ ὀρθοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ Α σημεῖον, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τετμησθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ Γ παρὰ τὴν βάσιν· <ποιήσῃ δὴ κύκλον ὀρθὸν πρὸς> τὴν ΑΓ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἡ ΕΖ.

3.89 Ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἀναγεγράφθω ἄξονα ἔχων τῇ ΑΓ ἴσον, πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ κυλίνδρου αἱ ΕΛ, ΖΗ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΑ, καὶ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ζυγὸς ὁ ΓΘ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, καὶ ἦχθω τις παράλληλος ὑπάρχουσα τῇ ΒΔ ἡ ΜΝ, τεμνέτω δὲ αὕτη τὸν μὲν ΑΒΓΔ κύκλον κατὰ τὰ Ξ, Ο, τὴν δὲ ΑΓ διάμετρον κατὰ τὸ Σ, τὴν δὲ ΑΕ εὐθεῖαν κατὰ τὸ Π, τὴν δὲ ΑΖ κατὰ τὸ Ρ, καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ εὐθείας ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ· ποιήσῃ δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν <κύκλον, οὗ ἔσται διάμετρος ἡ ΜΝ, ἐν δὲ τῇ ΑΒΓΔ σφαίρᾳ> κύκλον, οὗ ἔσται διάμετρος ἡ ΕΟ, ἐν δὲ τῷ ΑΕΖ κώνῳ κύκλον, οὗ ἔσται διάμετρος ἡ ΠΡ.

3.90 Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΓΑ, ΑΣ τῷ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ, ἴση γὰρ ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΣΜ, ἡ δὲ ΑΣ τῇ ΠΣ, τῷ δὲ ὑπὸ ΓΑ, ΑΣ ἴσον ἐστὶν τὸ ἀπὸ ΑΞ, τουτέστιν τὰ ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ, ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΜΣ, ΣΠ τοῖς ἀπὸ

τῶν ΞΣ, ΣΠ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ, ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ. Τῷ δὲ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ ἴσα ἐδείχθη τὰ ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ· ὡς ἄρα ἡ ΑΘ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ ἀπὸ ΞΣ, ΣΠ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὰ ἀπὸ ΞΟ, ΠΡ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΝ πρὸς τὰ ἀπὸ ΞΟ, ΠΡ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς <ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους τὸν τε ἐν τῷ κώνῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ,> καὶ τὸν ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ ἐστὶν διάμετρος ἡ ΞΟ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ πρὸς τοὺς κύκλους τὸν τε ἐν τῇ σφαίρᾳ καὶ τὸν ἐν τῷ κώνῳ. Ἐπεὶ οὖν ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως αὐτὸς ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ αὐτοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύκλοις, ὧν εἰσιν διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ, μετενεχθεῖσιν καὶ τεθεῖσιν οὕτως ἐπὶ τὸ Θ, ὥστε ἐκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ, ἰσορροπήσουσι κατὰ τὸ Α σημεῖον. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλλη ἀχθῇ ἐν τῷ ΛΖ παραλληλογράμμῳ παρὰ τὴν ΕΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύκλοις τῷ τε ἐν τῇ σφαίρᾳ γινομένῳ καὶ τῷ ἐν τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσιν ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε ἐκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ.

3.91 Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τῶν ληφθέντων κύκλων καὶ τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κώνου ἰσορροπήσει ὁ κύλινδρος περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων συναμφοτέροις τῇ τε σφαίρᾳ καὶ τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσιν ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε ἐκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὰ εἰρημένα στερεὰ κατὰ τὸ Α σημεῖον τοῦ μὲν κυλίνδρου μένοντος περὶ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ, τῆς δὲ σφαίρας καὶ τοῦ κώνου μετενηνεγμένων, ὡς εἴρηται, περὶ κέντρον βάρους τὸ Θ, ἔσται ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΚ, οὕτως ὁ κύλινδρος πρὸς τὴν σφαῖραν καὶ τὸν κώνον. Διπλασία δὲ ἡ ΘΑ τῆς ΑΚ· διπλασίων ἄρα καὶ ὁ κύλινδρος συναμφοτέρου τῆς τε σφαίρας καὶ τοῦ κώνου. Αὐτοῦ δὲ τοῦ κώνου τριπλασίων ἐστὶ τρεῖς ἄρα κῶνοι ἴσοι εἰσὶ δυσὶ κώνοις τοῖς αὐτοῖς καὶ δυσὶ σφαίραις. Κοινοὶ ἀφηρήσθωσαν δύο κῶνοι· εἷς ἄρα κῶνος ὁ ἔχων τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΕΖ ἴσος ἐστὶ ταῖς εἰρημέναις δυσὶ σφαίραις. Ὁ δὲ κῶνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΕΖ, ἴσος ἐστὶν ὀκτῶ κώνοις, ὧν ἐστὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ, διὰ τὸ διπλῆν εἶναι τὴν ΕΖ τῆς ΒΔ. Οἱ ἄρα ὀκτῶ κῶνοι οἱ εἰρημένοι ἴσοι εἰσὶ δυσὶ σφαίραις. Τετραπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ σφαῖρα, ἥς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, τοῦ κώνου, οὗ κορυφή μὲν ἐστὶ τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος ὀρθὸς ὧν πρὸς τὴν ΑΓ. Ἦχθωσαν δὲ διὰ τῶν Β, Δ σημείων ἐν τῷ ΛΖ παραλληλογράμμῳ τῇ ΑΓ παράλληλοι αἱ ΦΒΧ, ΨΔΩ, καὶ νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσεις μὲν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΦΨ, ΧΩ κύκλοι, ἄξων δὲ ὁ ΑΓ.

3.92 Ἐπεὶ οὖν διπλασίος ἐστὶν ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κυλίνδρου, <οὗ ἐστὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλ> ληλόγραμμον τὸ ΦΔ, αὐτὸς δὲ οὗτος τριπλασίων ἐστὶν τοῦ κώνου, οὗ ἐστὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ, ὡς ἐν τοῖς Στοιχείοις, ἐξαπλασίων ἄρα ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κώνου, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ΑΒΔ. Ἐδείχθη δὲ τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλασία οὕσα ἡ σφαῖρα, ἥς μέγιστός ἐστὶν κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· ἡμιόλιος ἄρα ὁ κύλινδρος τῆς σφαίρας· ὅπερ ἔδει δειχθῆναι. Τούτου τεθεωρημένου, διότι πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἡ ἔννοια ἐγένετο ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὑπόληψις γὰρ ἦν καὶ διότι πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, καὶ διότι πᾶσα σφαῖρα ἴση ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. γ'. Θεωρεῖται δὲ διὰ τοῦ τρόπου τούτου <καὶ ὅτι ὁ κύλινδρος ὁ τὴν μὲν βάσιν>

ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῷ σφαιροειδεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῷ ἄξονι τοῦ σφαιροειδοῦς, ἡμιόλιός ἐστι τοῦ σφαιροειδοῦς· τούτου δὲ θεωρηθέντος φανερόν ὅτι παντὸς σφαιροειδοῦς ἐπιπέδῳ τμηθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶς πρὸς τὸν ἄξονα τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδοῦς διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

3.93 Ἦστω γάρ τι σφαιροειδὲς καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ γινέσθω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὴ ἡ ΑΒΓΔ, διάμετροι δὲ αὐτῆς ἔστωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ, ἔστω δὲ κύκλος ἐν τῷ σφαιροειδεῖ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸς πρὸς τὴν ΑΓ, νοείσθω δὲ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν εἰρημένον κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ Γ παρὰ τὴν βάσιν· ἔσται δὴ ἡ τομὴ αὐτοῦ κύκλος ὀρθὸς πρὸς τὴν ΑΓ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΖ. Ἦστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν αὐτὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΕΖ, ἄξονα δὲ τὴν ΑΓ εὐθεῖαν, καὶ ἐκβληθείσης τῆς ΓΑ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ζυγὸς ὁ ΘΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, ἤχθω δέ τις ἐν τῷ ΑΖ παραλληλογράμμῳ παρὰ τὴν ΕΖ ἡ ΜΝ, καὶ ἀπὸ τῆς ΜΝ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὅρ <θὸν πρὸς τὴν ΑΓ ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν> μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, ἐν δὲ τῷ σφαιροειδεῖ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ.

3.94 Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΣ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς ΑΠ, τουτέστιν ἡ ΜΣ πρὸς τὴν ΣΠ, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ, ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ. Ὡς δὲ ἡ ΜΣ πρὸς ΣΠ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ· τῷ δὲ ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΠΣ, ΣΞ. Ἐπεὶ γάρ ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ ΑΣ, ΣΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΚ, ΚΓ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ ΑΚ, πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΒ [ἀμφοτέροι γὰρ οἱ λόγοι ἐν τῷ τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν εἰσίν], ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ, ἐναλλάξ ἄρα ἔσται ὡς τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΣΓ, τὸ ἀπὸ ΠΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΞ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΣΓ, τὸ ἀπὸ ΣΠ πρὸς τὸ ὑπὸ ΣΠ, ΠΜ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΜΠ, ΠΣ τῷ ἀπὸ ΞΣ. Κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ ΠΣ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΜΣ, ΣΠ τοῖς ἀπὸ ΠΣ, ΣΞ ἴσον. Ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ ἀπὸ ΠΣ, ΣΞ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὰ ἀπὸ ΣΞ, ΣΠ, οὕτως ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους, ὧν διάμετροι αἱ ΕΟ, ΠΡ· ὥστε ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α σημεῖον ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, αὐτοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύκλοις, ὧν διάμετροι αἱ ΕΟ, ΠΡ, μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσιν τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε ἐκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Συναμφοτέρων δὲ τῶν κύκλων, ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΕΟ, ΠΡ, μετενηνεγμένων κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, πρὸς ἀμφοτέρους τοὺς κύκλους, ὧν διάμετροι αἱ ΕΟ, ΠΡ.

3.95 Ὅμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν τῷ ΑΖ παραλληλογράμμῳ παρὰ τὴν ΕΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων συναμφοτέροις τοῖς κύκλοις τῷ τε ἐν τῷ σφαιροειδεῖ γινομένῳ καὶ τῷ ἐν τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσιν τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε ἐκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τῶν ληφθέντων κύκλων καὶ τοῦ σφαιροειδοῦς καὶ τοῦ κώνου ἰσόρροπος ὁ κύλινδρος ἔσται περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων τῷ τε σφαιροειδεῖ καὶ τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσιν ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε ἐκατέρου αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν κυλίνδρου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Κ, τοῦ δὲ σφαιροειδοῦς καὶ τοῦ κώνου συναμφοτέρων, ὡς ἔρρεθῃ, κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ· ἔστιν οὖν ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΚ, ὁ κύλινδρος πρὸς ἀμφοτέρα τὸ τε σφαιρο <εἰδὲς καὶ τὸν κῶνον> . Δ <ἱπλά> σία δὲ ἡ ΑΘ τῆς ΑΚ· διπλάσιος ἄρα καὶ ὁ κύλινδρος ἀμφοτέρων τοῦ τε σφαιροειδοῦς καὶ τοῦ κώνου· εἷς ἄρα κύλινδρος ἴσος δυσὶν κῶνοις καὶ δυσὶ σφαιροειδέσιν. Εἷς δὲ κύλινδρος ἴσος ἐστὶ τρισὶ κῶνοις τοῖς αὐτοῖς· τρεῖς ἄρα κῶνοι ἴσοι εἰσὶ δυσὶ κῶνοις καὶ δυσὶ σφαιροειδέσι. Κοινοὶ ἀφηρήσθωσαν δύο κῶνοι· λοιπὸς ἄρα εἷς κῶνος, οὗ

ἐστὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ AEZ, ἴσος ἐστὶ δυοὶ σφαιροειδέσιν. Εἷς δὲ κῶνος ὁ αὐτὸς ἴσος ἐστὶν ὀκτῶ κῶνοις, ὧν ἐστὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ ABD· ὀκτῶ ἄρα κῶνοι οἱ εἰρημένοι ἴσοι εἰσὶ δυοὶ σφαιροειδέσιν· καὶ τέσσαρες ἄρα κῶνοι ἴσοι ἐνὶ σφαιροειδεῖ τετραπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ σφαιροειδὲς τοῦ κῶνου, οὗ κορυφή μὲν ἐστὶ τὸ A σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν BD κύκλος ὀρθὸς ὧν πρὸς τὴν AG, καὶ τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδοῦς διπλάσιόν ἐστι τοῦ εἰρημένου κῶνου.

3.96 Ἦχθωσαν δὲ διὰ τῶν B, Δ σημείων ἐν τῷ AZ παραλληλογράμμῳ τῇ AG παράλληλοι αἱ ΦΧ, ΨΩ, καὶ νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσεις μὲν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΦΨ, ΧΩ κύκλοι, ἄξων δὲ ἡ AG εὐθεΐα. Ἐπεὶ οὖν διπλάσιός ἐστιν ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ κυλίνδρου, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΔ, διὰ τὸ ἴσας αὐτῶν εἶναι τὰς βάσεις, τὸν δὲ ἄξονα τοῦ ἄξονος διπλάσιον, αὐτὸς δὲ ὁ κύλινδρος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΔ, τριπλασίον ἐστὶ τοῦ κῶνου, οὗ κορυφή μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν BD κύκλος ὀρθὸς ὧν πρὸς τὴν AG, ἑξαπλάσιος ἄρα ὁ κύλινδρος, οὗ ἐστὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος παραλληλόγραμμον τὸ ΦΩ, τοῦ εἰρημένου κῶνου. Ἐδείχθη δὲ τοῦ αὐτοῦ κῶνου τετραπλάσιον τὸ σφαιροειδὲς ἡμιόλιος ἄρα ἐστὶν ὁ κύλινδρος τοῦ σφαιροειδοῦς οἱ . δ'. Ὅτι δὲ πᾶν τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς ἐπιπέδῳ ἀποτεμνόμενον ὀρθῶ πρὸς τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κῶνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ τὸν ἄξονα τὸν αὐτόν, ὥδε διὰ τοῦ τρόπου τούτου θεωρεῖται. Ἐστω γὰρ ὀρθογωνίον κωνοειδὲς καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ὀρθογωνίου κῶνου τομὴν τὴν ABΓ, τετμήσθω δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῶ πρὸς τὸν ἄξονα, καὶ ἔστω αὐτῶν κοινὴ τομὴ ἡ ΒΓ, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμήματος ἡ ΔΑ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΑ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ κείσθω αὐτῇ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ζυγὸς ὁ ΔΘ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, ἔστω δὲ ἡ τοῦ τμήματος βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλος ὀρθὸς ὧν πρὸς <τὴν ΑΔ, νοείσθω δὲ κῶνος βάσιν> μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἐστὶ διάμετρος ἡ ΒΓ, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον, ἔστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΒΓ, ἄξονα δὲ τὸν ΑΔ, καὶ ἦχθω τις ἐν τῷ παραλληλογράμμῳ ἡ MN παράλληλος οὔσα τῇ ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῆς MN ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΔ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ MN, ἐν δὲ τῷ τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ.

3.97 Καὶ ἐπεὶ ὀρθογωνίου κῶνου τομὴ ἐστὶν ἡ ΒΑΓ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΑΔ, καὶ τεταγμένως κατηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΣ, ΒΔ, ἔστιν ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΣ.

3.98 Ἦση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΘ· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΕ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΜΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΕ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ διάμετρος ἡ MN, πρὸς τὸν κύκλον τὸν ἐν τῷ τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ MN, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ. Ἰσορροπὸς ἄρα ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ MN, ὁ ἐν τῷ κυλίνδρῳ περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένων τῷ κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ, μετενεχθέντι καὶ τεθέντι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον αὐτοῦ <εἶναι τοῦ βάρους τὸ> Θ· <καὶ ἐστὶ τοῦ> μὲν <κύκλου, οὗ διάμετρος ἐστὶν ἡ> MN, κέντρον τοῦ βάρους τὸ Σ, τοῦ δὲ κύκλου, οὗ ἐστὶ διάμετρος ἡ ΕΟ, μετενηνεγμένου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ, καὶ ἀντιπεπονητότως τὸν αὐτόν ἔχει λόγον ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ ὅν ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ MN, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν τῷ ΕΓ παραλληλογράμμῳ παρὰ τὴν ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΘ, ὅτι ἰσορροπήσει πρὸς τῷ Α σημείῳ ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῷ κυλίνδρῳ αὐτοῦ μένων τῷ γενομένῳ ἐν τῷ τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος μετενεχθέντι ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ τμήματος τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α σημεῖον ὁ κύλινδρος αὐτοῦ

μένων τῷ τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδούς μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε τὸ κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἐπεὶ δὲ ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α σημεῖον τὰ εἰρημένα μεγέθη, καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν κυλίνδρου κέντρον βάρους τὸ Κ σημεῖον δίχα τεμνομένης τῆς ΑΔ κατὰ τὸ Κ σημεῖον, τοῦ δὲ τμήματος μετενηνεγμένου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ Θ, ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΘΑ πρὸς τὴν ΑΚ, ὃν ὁ κύλινδρος πρὸς τὸ τμήμα.

3.99 Διπλάσιος δὲ ἡ ΘΑ τῆς ΑΚ· διπλάσιος ἄρα καὶ ὁ κύλινδρος τοῦ τμήματος. Ὁ δὲ αὐτὸς κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΒΓ, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον· δηλὸν οὖν ὅτι τὸ τμήμα ἡμιόλιόν ἐστιν τοῦ αὐτοῦ κώνου. εἴ. Ὅτι δὲ τοῦ τμήματος τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδούς τοῦ ἀποτεμνομένου ἐπιπέδῳ ὀρθῶ πρὸς τὸν ἄξονα τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἣ ἐστὶν ἄξων τοῦ τμήματος, τμηθείσης οὕτως τῆς εἰρημένης εὐθείας, ὥστε διπλάσιον εἶναι τὸ μέρος αὐτοῦ τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ λοιποῦ τμήματος, ὥδε διὰ τοῦ τρόπου θεωρεῖται· Ἐστω τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς ἀποτεμνόμενον ἐπιπέδῳ ὀρθῶ πρὸς τὸν ἄξονα καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἐτέρῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομὴν, τοῦ δὲ ἀποτετμηκότος τὸ τμήμα ἐπιπέδου καὶ τοῦ τέμνοντος κοινὴ τομὴ ἔστω ἡ ΒΓ, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμήματος καὶ διάμετρος τῆς ΑΒΓ τομῆς ἡ ΑΔ εὐθεῖα, καὶ τῆς <ΔΑ ἐκβληθείσης ἴση αὐτῇ κείσθω ἡ ΑΘ, καὶ> νοείσθω ζυγὸς ὁ ΔΘ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, ἔστω δὲ καὶ κῶνος ἐγγεγραμμένος ἐν τῷ τμήματι, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ αἱ ΒΑ, ΑΓ, ἥχθω δὲ τις ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ ἡ ΕΟ παράλληλος οὔσα τῇ ΒΓ, τεμνέτω δὲ αὕτη τὴν μὲν τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομὴν κατὰ τὰ Ε, Ο, τὰς δὲ τοῦ κώνου πλευρὰς κατὰ τὰ Π, Ρ σημεία.

3.100 Ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομῇ κάθετοι ἡγμέναι εἰσὶν ἐπὶ τὴν διάμετρον αἱ ΕΣ, ΒΔ, ἔστιν ὡς ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΣ. Ὡς δὲ ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΠΣ· ἔσται ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΔ, ΠΣ. Ἰσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΕΣ τῷ ὑπὸ ΒΔ, ΠΣ· ἀνάλογον ἄρα εἰσὶν αἱ ΒΔ, ΕΣ, ΣΠ, καὶ διὰ τοῦτό ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ. Ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς ΠΣ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς ΑΣ, τουτέστιν ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ. Ἀνεστάτω δὲ ἀπὸ τῆς ΕΟ ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΔ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῷ τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδούς κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΕΣ πρὸς τὸ ἀπὸ ΣΠ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ.

3.101 Ἰσορροπήσει ἄρα περὶ τὸ Α σημεῖον ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ, αὐτοῦ μένων τῷ κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, μετενεχθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ, αὐτοῦ μένοντος κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Σ, τοῦ δὲ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, μετενεχθέντος ὡς ἐρρέθη κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ, καὶ ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΘΑ πρὸς ΑΣ, ὃν ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΠΡ, ἰσορροπήσουσιν ἄρα πρὸς τῷ Α σημείῳ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, καὶ ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ παράλληλος τῇ ΒΓ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΔ, ὅτι ὁ γενόμενος κύκλος ἐν τῷ τμήματι τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδούς αὐτοῦ μένων ἰσορροπήσει περὶ τὸ Α σημεῖον τῷ γενομένῳ κύκλῳ ἐν τῷ κώνῳ μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. Συμπληρωθέντων οὖν ὑπὸ τῶν κύκλων τοῦ τε τμήματος καὶ τοῦ κώνου ἰσορροπήσουσι περὶ τὸ Α σημεῖον τεθέντες πάντες οἱ κύκλοι οἱ ἐν τῷ τμήματι αὐτοῦ μένοντες πᾶσι τοῖς κύκλοις τοῖς ἐν τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι τοῦ ζυγοῦ <κατὰ τὸ Θ σημεῖον οὕτως,

ὥστε ἂν αὐτῶν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ· ἰσορροπον οὖν καὶ τὸ τμήμα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδούς περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένον τῷ κώνῳ μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι τοῦ βάρους αὐτοῦ τὸ Θ.

3.102 Ἐπεὶ οὖν συναμφοτέρων τῶν μεγεθῶν ὡς ἐνὸς λεγομένων κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους τὸ Α, αὐτοῦ δὲ τοῦ κώνου τοῦ μετενηνεγμένου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ, τοῦ λοιποῦ ἄρα μεγέθους τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς ΑΘ εὐθείας ἐκβεβλημένης ἐπὶ τὸ Α καὶ ἀποληφθείσης ἀπ' αὐτῆς τῆς ΑΚ τηλικαύτης, ὥστε τὴν ΑΘ πρὸς αὐτὴν τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τμήμα πρὸς τὸν κώνον. Ἡμιόλιον δὲ ἐστὶν τὸ τμήμα τοῦ κώνου· ἡμιόλιος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΘΑ τῆς ΑΚ, καὶ ἐστὶν τὸ Κ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδούς τῆς ΑΔ τετμημένης οὕτως, ὥστε διπλάσιον εἶναι τὸ μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ τμήματος τοῦ λοιποῦ τμήματος. ζ'. Παντὸς ἡμισφαιρίου τὸ κέντρον ἂν τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς εὐθείας ἐστίν, ἢ ἐστὶν ἄξων αὐτοῦ, τμηθείσης οὕτως, ὥστε τὸ τμήμα αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἡμισφαιρίου πρὸς τὸ λοιπὸν τμήμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ πέντε πρὸς τὰ τρία. Ἔστω σφαῖρα καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ γενέσθω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὴ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος, διάμετροι δὲ ἔστωσαν τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ, ΒΔ, ἀπὸ δὲ τῆς ΒΔ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ ἔστω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον, πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ κώνου αἱ ΒΑ, ΑΔ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΓΑ, καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΘ, καὶ νοείσθω ζυγὸς ἡ ΘΓ εὐθεῖα, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, καὶ ἦχθω τις ἐν τῷ ΒΑΔ ἡμικυκλίῳ ἡ ΕΟ παράλληλος οὔσα τῇ ΒΔ, τεμνέτω δὲ αὕτη τὴν μὲν τοῦ ἡμικυκλίου περιφέρειαν κατὰ τὰ Ξ, Ο, τὰς δὲ τοῦ κώνου πλευρὰς κατὰ τὰ Π, Ρ σημεία, τὴν δὲ ΑΓ κατὰ τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τῆς ΕΟ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΕ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῷ ἡμισφαιρίῳ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΕΟ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΡΡ.

3.103 Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΑΕ, τὸ ἀπὸ ΞΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΕ, τῷ δὲ ἀπὸ ΞΑ ἴσα τὰ ἀπὸ ἂν ΑΕ, ΕΞ, τῇ δὲ ΑΕ ἴση ἡ ΕΠ, ὡς ἄρα ἡ ΑΓ πρὸς ΑΕ, οὕτως τὰ ἀπὸ ΞΕ, ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΠ. Ὡς δὲ τὰ ἀπὸ ΞΕ, ΕΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΠ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΟ καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΡΡ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΡΡ, καὶ ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΘ ἴση· ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΟ καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΡΡ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΡΡ. Ἰσορροπήσουσιν ἄρα περὶ τὸ Α σημεῖον ἀμφοτέρω οἱ κύκλοι, ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΕΟ, ΡΡ, αὐτοῦ μένοντες τῷ κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἡ ΡΡ, μετενεχθέντι καὶ τεθέντι κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ.

3.104 Ἐπεὶ οὖν ἀμφοτέρων μὲν τῶν κύκλων, ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ΕΟ, ΡΡ, αὐτοῦ μενόντων κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἂν Ε, τοῦ δὲ κύκλου, οὗ ἐστὶ διάμετρος ἡ ΡΡ, μετενεχθέντος τὸ Θ, ἔστιν ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΘ, οὕτως ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΡΡ, πρὸς τοὺς κύκλους, ὧν διάμετροι αἱ ΕΟ, ΡΡ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐὰν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν τῇ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῇ παράλληλος τῇ ΒΗ Δ, καὶ ἂν ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταῖ θῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ, ἰσορροπ ἂν ἡσουςιν περὶ τὸ Α σημεῖον ἀμφοτέρω οἱ οἱ κύκλοι ὃ τε ἐν τῷ ἡμισφαιρίῳ γενόμενος κ ἂν ἐν τῷ κώνῳ αὐτὸς ἐν τῷ μένοντες τῷ γ ἐνομένῳ κύκλῳ ἐν τῷ κώνῳ μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ. Συμπληρωθέντων οὖν ὑπὸ τῶν κύκλων τοῦ τε ἡμισφαιρίου καὶ τοῦ κώνου ἰσορροπήσουσι περὶ τὸ Α σημεῖον πάντες οἱ κύκλοι οἱ ἐν τῷ ἡμισφαιρίῳ καὶ οἱ ἐν τῷ κώνῳ αὐτοῦ μένοντες πᾶσι τοῖς κύκλοις τοῖς ἐν τῷ κώνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτῶν τοῦ βάρους τὸ Θ· ὥστε ἰσορροπήσουσι περὶ τὸ Α σημεῖον τὸ τε ἡμισφαίριον καὶ ὁ κῶνος αὐτοῦ μένοντα τῷ κώνῳ μετενεχθέντι καὶ τεθέντι ἂν τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ οὕτως, ὥστε κέντρον αὐτοῦ εἶναι τοῦ βάρους τὸ Θ σημεῖονδ.....

ἔλασσον τῶν δὲ <ἰσορροπ> οὐ
<ντ> ων κατὰ τὸ <Α> τρ.....τὸ <καὶ ἐπεὶ> ἐστίν, ὡς ἡ Θ <Α πρὸς> ΑΧ, .

3.105 ἄξων ὁ ΑΗ.. τὰ μον <ση> μετὶ <ον> κῶνον τοῖ <σ>
τοῦ κώνου καὶ ἐπεὶ τετρα <πλασία ἐστίν> ἡ σφαῖρα τοῦ <κώνου, οὗ βάσις ὁ> περὶ
<διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, ἄξων δὲ ἡ

ΑΗ> Ζ'. Θεωρεῖται
<δὲ> διὰ τοῦ <τρόπου τού> του καὶ ὅτι π <ἄν τμήμα> σφαίρας πρὸς τὸν κῶνον <τὸν
βάσιν> ἔχοντα τὴν αὐ <τὴν τῷ τμήματι> καὶ ἄξονα <τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν
ἔχει συναμφοτέρος ἢ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὸ
ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος> .

3.106 τω ὀρθή τὸ
αὐτὸ παρὰ <καὶ ἀπὸ τῆς> ΜΝ
ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΑΓ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῷ κυλίνδρῳ τομὴν κύκλον, οὗ
ἐστὶ διάμετρος ἡ ΜΝ, ἐν δὲ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας τομὴν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ ΞΟ, ἐν δὲ τῷ
κῶνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Α σημεῖον, κύκλον, οὗ
διάμετρος ἐστίν ἡ ΠΡ. Ὅμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἰσορροπος περὶ τὸ Α σημεῖον ὁ
κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΜΝ, αὐτοῦ μένων ἀμφοτέροις τοῖς κύ <κλοις, ὧν διάμετροι αἱ ΞΟ, ΠΡ,
μετεν> εχθεῖσι τοῦ ζυγοῦ <κατὰ τὸ Θ,> ὥστε ἐκατέρου αὐτῶν κέντρον <τοῦ βάρους εἶναι τὸ
Θ· ὁμοίως> δὲ <ἐπὶ πάντων> . Συμπληρωθέντων οὖν καὶ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ <κώνου
καὶ τοῦ> τμήματος <τῆς σφαίρας ὑπὸ τῶν κύκλων ἰσορροπήσει καὶ> ὁ κύλινδρος αὐτοῦ
μένων συναμφοτέροις τῷ τε κῶνῳ καὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας μετενηνεγμένοις καὶ κειμένοις
τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ.

3.107 Τεμένεσθω δὲ ἡ ΑΗ κατὰ τὰ Φ, Χ σημεῖα οὕτως ὥστε τὴν μὲν ΑΧ εἶναι ἴσην τῇ ΧΗ, τὴν δὲ ΗΦ
τρίτον μέρος τῆς ΑΗ· ἔσται δὴ τοῦ μὲν κυλίνδρου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ διὰ τὸ διχοτομίαν
εἶναι τοῦ ΑΗ ἄξονος. Ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α σημεῖον τὰ εἰρημένα μεγέθη, ἔσται ὡς ὁ
κύλινδρος πρὸς ἀμφοτέρον τὸν τε κῶνον, οὗ διάμετρος τῆς βάσεως ἡ ΕΖ, καὶ τὸ τμήμα τῆς
σφαίρας τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΧ. Καὶ ἐπεὶ <τριπλ> ασία ἐστίν ἡ ΗΑ τῆς ΗΦ, τρίτον μέρος
ἐστίν <τὸ ὑπὸ ΓΗ, ΗΦ τοῦ ὑπὸ ΑΗ, ΗΓ. Ἰσον δὲ> τῷ ὑπὸ ΑΗ, ΗΓ τὸ ἀπὸ ΗΒ· ἔσται δὴ καὶ τοῦ
ἀπὸ τῆς ΒΗ τρίτον μέρος τὸ ὑπὸ ΓΗ, <ΗΦ> ... ὑπὸ ΗΓ ... τὸ δὲ ἀπὸ ΑΗ..... ὑπὸ
ΗΓ τῆς.....ΚΛ..... τρον..... οὕτως <ὁ κύλινδρος,
οὗ βάσις ὁ περὶ> διάμετρον <τὴν .. κύκλος> πρὸς τὸν <ὁ κύλινδρος, οὗ> βάσις <....
ὁ περὶ> διάμετρον τὴν ΚΛ κύκλος πρὸς τὸν ΑΕΖ κῶνον. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΘΑ πρὸς ἄρα
ἡ πρὸς τὸν κῶνον. Ἐδείχθη δὲ καὶ <ὡς ἡ ΘΑ> πρὸς ΑΧ, οὕτως ὁ κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ
περὶ διάμετρον <ον> τὴν ΚΛ κύκλος <πρὸς τὸ> τμήμα <τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΔ καὶ τὸν>
κῶνον καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΑ πρὸς συναμφοτέρας τὰς Φ. τὸ ΑΒΔ <τμήμα τῆς σ> φαίρ
<ας> ... τα..... καὶ ὅ τε..... ὡς τὸ ΑΒΔ τμήμα πρὸς τὸν
κύλινδρον, οὗ ἐστὶ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν .. κύκ <λος> , ἄξων <δὲ ὁ> α <υτός,
οὕτως> .

3.108Χ πρὸς....ὡ <ς δὲ ὁ> κύλινδρος, οὗ βάσις <ὁ περὶ διάμετρον> τὴν Κ <Λ κύκλος, πρὸς
τὸν> ΑΒΔ κῶνον, <οὕτως> τω.....τρὸς .. Β..η.Φ.....ὡς ἡ..... ἡ Α.
Τῇ.....καὶ ἡ ΗΓ καὶ..... η'. <Ὅμοίως δὲ θεωρεῖτ> αὶ διὰ τοῦ <αὐτοῦ
τρόπου καὶ ὅτι> πᾶν τμήμα <σφαιροειδέος> ἀποτετμημένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν κῶνον
τὸν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει
συναμφοτέρος ἢ τε ἡμίσεια τοῦ ἄξονος τοῦ <σ> φαιρο <ειδέος> καὶ <τοῦ ἄξονος> τοῦ
<άντι> κειμένου <τμήματος> πρὸ <ς τὸν ἄξονα τοῦ ἀντικειμένου τμήματος> . Θ'.

〈Παντὸς τμήματος σφαίρας τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἢ ἐστὶν ἄξων τοῦ τμήματος, διηρημένης οὕτως ὥστε τὸ μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ τμήματος πρὸς τὸ λοιπὸν τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον ὁ τε ἄξων τοῦ τμήματος καὶ ἡ τετραπλασία τοῦ ἄξονος τοῦ ἐν τῷ ἀντικειμένῳ τμήματι πρὸς συναμφότερον τὸν τε ἄξονα τοῦ τμήματος καὶ τὴν διπλασίαν τοῦ ἄξονος τοῦ ἐν τῷ ἀντικειμένῳ τμήματι ἐμπεριεχομένου.

3.109 > 〈τοῦ δὲ ἀποτε〉 τμηκότος 〈τὸ τμήμα ἐπιπέδου ἢ ΒΔ, ἢ δὲ〉 ΓΑ εὐθεῖα διὰ 〈με〉 τρ 〈ος ἔστω ὀρθή πρὸς τὴν〉 ΒΔ καὶ τετμή 〈σθω κ〉 ατ 〈ἀ τὸ Η σημεῖον ὦ〉 στε τοῦ τμήμ 〈ατος, οὗ κορυ〉 φῇ τὸ Α σημεῖον, ἄξων 〈ἔσται ἢ ΑΗ,〉 τ 〈οῦ δ〉 ἐ ἀντικειμέν 〈ου ἄξων ἢ Η〉 Γ. Τετμήσθω δὲ ἢ ΑΗ κατὰ 〈τὸ Χ, ὥστε〉 εἶναι ὡς τὴν 〈Α〉 Χ πρὸς ΧΗ, 〈οὕτως τὴν τε ΑΗ καὶ τὴν〉 τετρα 〈πλασί〉 αν τῆς ΗΓ πρὸς τὴν ΑΗ καὶ τὴν διπλασίαν 〈τῆς ΗΓ. Α〉 ἐγὼ ὅτι 〈τοῦ τ〉 μ 〈ήματος, οὗ〉 κορυφή τὸ Α σημεῖον, 〈κ〉 ἐντρ 〈ον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ〉 Χ..... φωτέροις τμημ..., οὗ κορυ 〈φῇ〉 ... σημεῖον ΗΑ.. ἐχ..... τὴν Η. Λόγον κέντρον Χ. εἰ.. τμήθη... ρ..... χηματ.. μει....ω... ἐν δὴ ... τερ..... καὶ ἐκβεβλήσθω ἢ ΑΓ, καὶ κείσθω αὐτῇ ἴση ἢ ΑΘ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἴση ἢ ΓΞ, καὶ νοείσθω ζυγὸς ἢ ΓΘ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Α, γεγράφθω δὲ καὶ κύκλος ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τῷ ἀποτεμένοντι τὸ τμήμα κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαστήματι δὲ τῷ ἴσῳ τῇ ΑΗ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου 〈γεγράφθω κῶνος κορυφὴν ἔχων τὸ Α σημεῖον,〉 πλευραὶ δὲ ἔστωσαν τοῦ κῶνου αἱ ΑΕ, ΑΖ, καὶ ἦχθω τις τῇ ΕΖ παράλληλος ἢ ΚΛ καὶ συμβαλλέτω τῇ μὲν περιφερείᾳ τοῦ τμήματος κατὰ τὰ Κ, Λ, ταῖς δὲ τοῦ ΑΕΖ κῶνου πλευραῖς κατὰ τὰ Ρ, Ο, τῇ δὲ ΑΓ κατὰ τὸ Π.

3.110 Ἐπεὶ δὴ ἐστὶν ὡς ἢ ΑΓ πρὸς ΑΠ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΠ, καὶ ἐστὶ τῷ μὲν ἀπὸ ΚΑ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΠ, ΠΚ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΠ τὸ ἀπὸ ΠΟ, ἐπεὶ καὶ τῷ ἀπὸ ΑΗ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἐστὶν ἴσον, ὡς ἄρα ἢ ΓΑ πρὸς ΑΠ, οὕτως τὰ ἀπὸ ΚΠ, ΠΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΠ. Ὡς δὲ τὰ ἀπὸ ΚΠ, ΠΟ πρὸς τὸ ἀπὸ ΠΟ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ, καὶ ἴση ἐστὶν ἢ ΓΑ τῇ ΑΘ· ὡς ἄρα ἢ ΘΑ πρὸς ΑΠ, οὕτως ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ κύκλος πρὸς τὸν περὶ τὴν ΟΡ. Ἐπεὶ οὖν ὡς οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΚΛ, ΟΡ κύκλοι πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ, οὕτως ἢ ΑΘ πρὸς ΠΑ, μετακείσθω ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ κύκλος καὶ κείσθω τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ· ὡς ἄρα ἢ ΘΑ πρὸς ΑΠ, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΚΛ καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ αὐτοῦ μένοντες πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΟΡ μετενεχθέντα καὶ τεθέντα τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ· ἰσόρροποι ἄρα οἱ κύκλοι ὁ τε ἐν τῷ τμήματι τῷ ΒΑΔ καὶ ὁ ἐν τῷ ΑΕΖ 〈κῶνῳ τῷ ἐν τῷ ΑΕΖ κῶνῳ περὶ〉 τὸ Α.

3.111 Ὁμοίως δὲ καὶ πάντες οἱ κύκλοι οἱ ἐν τῷ ΒΑΔ τμήματι καὶ ἐν τῷ ΑΕΖ κῶνῳ αὐτοῦ μένοντες κατὰ τὸ Α σημεῖον ἰσόρροποι πᾶσι τοῖς κύκλοις τοῖς ἐν τῷ ΑΕΖ κῶνῳ μετενεχθεῖσι καὶ τεθεῖσι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτῶν τοῦ βάρους τὸ Θ· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΔ τμήμα τῆς σφαίρας καὶ ὁ ΑΕΖ κῶνος ἰσορροπεῖ περὶ τὸ Α σημεῖον αὐτοῦ μένοντα τῷ ΕΑΖ κῶνῳ μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ. Ἐστω δὲ τῷ κῶνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ Α σημεῖον, ἴσος κύλινδρος ὁ ΜΝ, καὶ τετμήσθω ἢ ΑΗ κατὰ τὸ Φ, ὥστε τετραπλασίαν εἶναι τὴν ΑΗ τῆς ΦΗ· τὸ Φ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΕΑΖ κῶνου· τοῦτο γὰρ προγράφεται. Καὶ τετμήσθω ἔτι ὁ ΜΝ κύλινδρος ἐπιπέδῳ τέμνοντι πρὸς ὀρθάς, 〈ὥστε τὸν Μ κύλιν〉 δρον ἰσορροπεῖν τῷ ΕΑΖ κῶνῳ. Ἐπεὶ οὖν ἰσόρροπος ὁ ΕΑΖ κῶνος καὶ τὸ ΑΒΔ τμήμα αὐτοῦ μένοντα τῷ ΕΑΖ κῶνῳ μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Θ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Θ, καὶ ἐστὶν τῷ ΕΑΖ κῶνῳ ἴσος ὁ ΜΝ κύλινδρος, καὶ κεῖται ἐκάτερος τῶν Μ, Ν κυλίνδρων κατὰ τὸ Θ, καὶ ἰσόρροπος ὁ ΜΝ κύλινδρος ἐκατέροις, ἰσόρροπος καὶ ὁ Ν τῷ τμήματι

τῆς σφαίρας κατὰ τὸ Α σημεῖον. Καὶ [ἐπεὶ] ἐστὶν ὡς τὸ ΒΑΔ τμήμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κῶνον, οὕτως ὡς ἡ ΒΔ πρὸς ΗΓ· τοῦτο γὰρ προγράφεται. Ὡς δὲ ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, οὕτως τὸ ἀπὸ ΒΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ, καὶ ἐστὶ τῷ μὲν ἀπὸ ΒΗ ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΗ, ΗΑ, τῷ δὲ ἀπὸ ΗΕ ἴσον τὸ ἀπὸ ΗΑ, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΓΗ, ΗΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΑ· ὥς ἄρα ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΑ.

3.112 Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ ΒΑΔ κῶνος πρὸς τὸ ΒΑΔ τμήμα, οὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΗΞ· δι' ἴσου ἄρα ὡς τὸ ΒΑΔ τμήμα πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ ΑΧ πρὸς ΧΗ, οὕτως ἡ ΗΑ καὶ ἡ τετραπλάσια τῆς ΗΓ πρὸς τὴν ΑΗ καὶ τὴν διπλασίαν τῆς ΗΓ, ἀνάπαλιν ἔσται ὡς ἡ ΗΧ πρὸς ΧΑ, οὕτως ἡ διπλασία τῆς ΓΗ καὶ ἡ ΗΑ πρὸς τὴν τετραπλὴν τῆς ΓΗ καὶ τὴν ΗΑ. Συνθέντι ὡς ἡ ΗΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως ἡ ἑξαπλάσια τῆς ΓΗ καὶ διπλασία τῆς ΗΑ πρὸς τὴν ΗΑ καὶ τετραπλὴν τῆς ΗΓ. Καὶ τῆς μὲν ἑξαπλάσιας τῆς ΗΓ καὶ διπλασίας τῆς ΗΑ ἡ ΗΞ, τῆς δὲ τετραπλάσιας τῆς ΗΓ καὶ τῆς ΗΑ τέταρτον μέρος ἡ ΓΦ· τοῦτο γὰρ φανερόν· ὡς ἄρα ἡ ΗΑ πρὸς ΑΧ, οὕτως ἡ ΞΗ πρὸς ΓΦ· ὥστε καὶ ὡς ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως ἡ ΓΦ πρὸς ΧΑ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΞΗ πρὸς ΗΑ, οὕτως τὸ τμήμα, οὗ ἐστὶ κορυφή τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ ἐστὶ κορυφή τὸ Α σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλος· ὡς ἄρα τὸ ΒΑΔ τμήμα πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ ΓΦ πρὸς ΧΑ. Καὶ ἐπεὶ ἰσόρροπος ὁ Μ κύλινδρος τῷ ΕΑΖ κῶνι κατὰ τὸ Α, καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν κυλίνδρου κέντρον βάρους τὸ Θ, τοῦ δὲ ΕΑΖ κῶνου τὸ Φ, ἔσται ἄρα ὡς ὁ ΕΑΖ κῶνος πρὸς τὸν Μ κύλινδρον, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΦ, τουτέστιν ἡ ΓΑ πρὸς ΑΦ. Καὶ ἐστὶ τῷ ΕΑΖ κῶνι ἴσος ὁ ΜΝ κύλινδρος· διελόντι ἄρα ὡς ὁ ΜΝ κύλινδρος πρὸς τὸν Ν κύλινδρον, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΦ. Καὶ ἐστὶν ἴσος ὁ ΜΝ κύλινδρος τῷ ΕΑΖ κῶνι· ὡς ἄρα ὁ ΕΑΖ κῶνος πρὸς τὸν Ν κύλινδρον, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς ΓΦ, τουτέστιν ἡ ΘΑ πρὸς ΓΦ.

3.113 Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ΒΑΔ τμήμα πρὸς τὸν ΕΑΖ κῶνον, οὕτως ἡ ΓΦ πρὸς ΧΑ· δι' ἴσου ἄρα ἔσται ὡς τὸ ΑΒΔ τμήμα πρὸς τὸν Ν κύλινδρον, οὕτως ἡ ΘΑ πρὸς ΑΧ. Καὶ ἐδείχθη ἰσόρροπον τὸ ΒΑΔ τμήμα τῷ Ν κυλίνδρῳ κατὰ τὸ Α, καὶ ἐστὶ τοῦ Ν κυλίνδρου κέντρον βάρους τὸ Θ· καὶ τοῦ ΒΑΔ ἄρα τμήματος κέντρον τὸ Χ σημεῖον. [τὸ σχῆμα]. ι'. Ὁμοίως δὲ τούτοις θεωρεῖται καὶ ὅτι παντὸς τμήματος σφαιροειδέος τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἣ ἐστὶν ἄξων τοῦ τμήματος, διηρημένης τῆς εὐθείας, ὥστε τὸ μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ τμήματος πρὸς τὸ λοιπὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρον ὃ τε ἄξων τοῦ τμήματος καὶ ἡ τετραπλάσια τοῦ ἄξωνος τοῦ ἐν τῷ ἀντικειμένῳ τμήματι πρὸς συναμφοτέρον τὸν τε ἄξωνα τοῦ τμήματος καὶ τὴν διπλασίαν τοῦ ἄξωνος τοῦ ἐν τῷ ἀντικειμένῳ τμήματι ἐμπεριεχομένου. ια'. Θεωρεῖται δὲ διὰ τοῦ τρόπου <καὶ ὅτι πᾶν τμήμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος> πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ἄξωνα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρος ὃ τε ἄξων τοῦ τμήματος καὶ ἡ τριπλασία τῆς προσοῦσης τῷ ἄξονι πρὸς συναμφοτέρον τὸν τε ἄξωνα τοῦ τμήματος τοῦ κωνοειδέος καὶ τὴν διπλασίαν τῆς προσοῦσης τῷ ἄξονι, κέντρον δὲ τοῦ βάρους τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμηθέντος τοῦ ἄξωνος, <ὥστε> τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τμήμα πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ὃ τε τριπλασίος τοῦ ἄξωνος <καὶ ἡ ὀκταπλάσια> τῆς προσκειμένης πρὸς τὸν ἄξωνα αὐτοῦ τοῦ κωνοειδέος καὶ τὴν τετραπλάσιαν αὐτῆς τῆς προσκειμένης πρὸς αὐτόν· καὶ ἄλλων πλειόνων α'.

3.114θεωρουμένων τὰ περιλήψομεν ῥη.... τως, ἐπεὶ ὁ τρόπος ὑποδέδεικται διὰ τῶν προειρημένων. ιβ'. Ἐὰν εἰς πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον βάσεις κύλινδρος ἐγγραφῇ τὰς μὲν βάσεις ἔχων ἐν τοῖς ἀπεναντίον τετραγώνοις, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν τῶν λοιπῶν [παραλληλογράμμων] τεσσάρων ἐπιπέδων ἐφαπτομένην, διὰ δὲ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς

ἐστὶ βάσις τοῦ κυλίνδρου, καὶ μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἀπεναντίον τετραγώνου ἐπίπεδον ἀχθῆναι, ὅτι τὸ ἀποτμηθὲν σχῆμα ὑπὸ τοῦ ἀχθέντος ἐπιπέδου ἔκτον ἐστὶ μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος, διὰ τοῦ τρόπου τούτου θεωρεῖται. Δείξαντες δὲ ἀναχωρήσομεν ἐπὶ τὴν διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀπόδειξιν αὐτοῦ. Νοείσθω πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον βάσεις καὶ ἐν τῷ πρίσματι κύλινδρος ἐγγεγραμμένος ὡς εἴρηται, τμηθέντος δὲ τοῦ πρίσματος διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμηκὸς τὸ τμήμα τοῦ κυλίνδρου τοῦ μὲν πρίσματος τοῦ τὸν κύλινδρον ἔχοντος τομὴ ἔστω τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμηκὸς τὸ τμήμα ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἡγμένου ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμηκὸς τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τμήμα κοινὴ τομὴ ἔστω ἡ ΒΓ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ πρίσματος καὶ τοῦ κυλίνδρου ἡ ΓΔ εὐθεῖα, καὶ τεμνέτω αὐτὴν ἡ ΕΖ δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς, καὶ διὰ τῆς ΕΖ ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΓΔ· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν μὲν τῷ πρίσματι τομὴν τετράγωνον, ἐν δὲ τῷ κυλίνδρῳ τομὴν κύκλον.

3.115 Ἦστω οὖν τοῦ μὲν πρίσματος τομὴ τὸ ΜΝ τετράγωνον, τοῦ δὲ κυλίνδρου ὁ ΞΟΠΡ κύκλος, καὶ ἐφαπτέσθω ὁ κύκλος τῶν τοῦ τετραγώνου πλευρῶν κατὰ τὰ Ξ, Ο, Π, Ρ σημεία, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμηκὸς τὸ τμήμα ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ διὰ τῆς ΕΖ ἀχθέντος ἐπιπέδου ὀρθοῦ πρὸς τὸν ἄξωνα τοῦ κυλίνδρου κοινὴ τομὴ ἔστω ἡ ΚΛ εὐθεῖα· τέμνει δὲ αὐτὴν δίχα ἡ ΠΘΞ. Ἦχθω δέ τις εὐθεῖα ἐν τῷ ΟΠΡ ἡμικυκλίῳ ἡ ΣΤ πρὸς ὀρθάς οὔσα τῇ ΠΧ, καὶ ἀπὸ τῆς ΣΤ ἐπίπεδον ἀνασταθὲν ὀρθὸν πρὸς τὴν ΞΠ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ ἐστὶν ὁ ΞΟΠΡ κύκλος· ποιήσει δὴ τοῦτο ἐν τῷ ἡμικυλίνδρῳ, οὗ ἐστὶ βάσις τὸ ΟΠΡ ἡμικύκλιον, ὕψος δὲ ὁ ἄξων τοῦ πρίσματος, τομὴν παραλληλόγραμμον, οὗ ἔσται μία μὲν πλευρὰ ἡ ἴση τῇ ΣΤ, ἡ δὲ ἑτέρα τῇ τοῦ κυλίνδρου πλευρᾷ, ποιήσει δὲ καὶ ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτετμημένῳ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τομὴν παραλληλόγραμμον, οὗ ἐστὶν ἡ μὲν ἑτέρα πλευρὰ ἴση τῇ ΣΤ, ἡ δὲ ἑτέρα τῇ ΝΥ· ἔστω δὲ οὕτως ἡ ΝΥ ἡγμένη ἐν τῷ ΔΕ παραλληλογράμμῳ παράλληλος οὔσα τῇ ΒΩ ἴσην ἀπολαμβάνουσα τὴν ΕΙ τῇ ΠΧ.

3.116 Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστὶ τὸ ΕΓ, καὶ παράλληλος ἡ ΝΙ τῇ ΘΓ, καὶ διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΘ, ΓΒ, ἔστιν ὡς ἡ ΕΘ πρὸς ΘΙ, οὕτως ἡ ΩΓ πρὸς ΓΝ, τουτέστιν ἡ ΒΩ πρὸς ΥΝ. Ὡς δὲ ἡ ΒΩ πρὸς ΥΝ, οὕτως τὸ παραλληλόγραμμον τὸ γενόμενον ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ πρὸς τὸ γε· νόμιμον ἐν τῷ ἀποτμήματι τῷ ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν παραλληλογράμμων ἡ αὐτὴ πλευρὰ ἐστὶν ἡ ΣΤ· καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ τῇ ΘΠ, ἡ δὲ ΙΘ τῇ ΧΘ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΠΘ τῇ ΘΞ, ὡς ἄρα ἡ ΘΞ πρὸς ΘΧ, οὕτως τὸ γενόμενον παραλληλόγραμμον ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ πρὸς τὸ γενόμενον ἐν τῷ ἀποτμήματι τῷ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου. Νοείσθω μετακείμενον τὸ ἐν τῷ τμήματι παραλληλόγραμμον καὶ κείμενον κατὰ τὸ Ξ, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ, καὶ ἔτι νοείσθω ζυγὸς ἡ ΠΞ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Θ· ἰσορροπεῖ δὴ περὶ τὸ Θ σημεῖον τὸ παραλληλόγραμμον τὸ ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ αὐτοῦ μένον τῷ παραλληλογράμμῳ τῷ γενομένῳ ἐν τῷ ἀποτμήματι τῷ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον.

3.117 Καὶ ἐπεὶ ἐστὶ τοῦ μὲν παραλληλογράμμου τοῦ γενομένου ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ, τοῦ δὲ παραλληλογράμμου τοῦ γενομένου ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέντι μετενηνεγμένου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ξ, καὶ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΞΘ πρὸς ΘΧ, ὅν τὸ παραλληλόγραμμον, οὗ εἴπομεν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Χ, πρὸς τὸ παραλληλόγραμμον, οὗ εἴπομεν κέντρον εἶναι τοῦ βάρους τὸ Ξ, ἰσορροπήσει ἄρα περὶ τὸ Θ τὸ παραλληλόγραμμον, οὗ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ, τῷ παραλληλογράμμῳ, οὗ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ξ. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται ὅτι καὶ ὅταν ἄλλη τις ἀχθῇ ἐν τῷ ΟΠΡ ἡμικυκλίῳ πρὸς ὀρθάς τῇ ΠΘ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν πρὸς τὴν ΠΘ καὶ ἐκβληθῇ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐν ᾧ ἐστὶν ὁ ΞΟΠΡ κύκλος, [ὅτι] τὸ γινόμενον παραλληλόγραμμον ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ ἰσορροποῦν

περὶ τὸ Θ σημεῖον αὐτοῦ μένον τῷ παραλληλογράμμῳ τῷ γενομένῳ ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον. Καὶ πάντα ἄρα τὰ παραλληλόγραμμα τὰ γενόμενα ἐν τῷ ἡμικυλινδρίῳ αὐτοῦ μένοντα ἰσορροπήσει περὶ τὸ Θ σημεῖον πᾶσι τοῖς παραλληλογράμμοις τοῖς γενομένοις ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου μετενηνεγμένοις καὶ κειμένοις τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Ξ σημεῖον ὥστε ἰσορροπεῖν καὶ τὸ ἡμικυλίνδριον αὐτοῦ μένον περὶ τὸ Θ σημεῖον τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέντι μετενεχθέντι καὶ τεθέντι τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Ξ οὕτως, ὥστε κέντρον εἶναι αὐτοῦ τοῦ βάρους τὸ Ξ σημεῖον.

3.118 ιγ'. Ἐστω δὴ πάλιν τὸ <ὀρθὸν πρὸς> τὸν ἄξονα παραλληλόγραμμον τὸ MN καὶ ὁ κύκλος <ὁ> ΕΟ <ΠΡ>, καὶ ἐπεζ <εὐχθω> σαν αἱ ΘΜ, ΘΗ, καὶ ἀνεστάτω ἀπ' αὐτῶν ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶ τὸ ΟΠΡ ἡμικύκλιον, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα τὰ εἰρημένα ἐπίπεδα ἔσται δὴ τι πρίσμα βάσιν μὲν ἔχον τηλικαύτην, ἡλικὴ ἐστὶ τὸ ΘΜΗ τρίγωνον, ὕψος δὲ ἶσον τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐστὶ τὸ πρίσμα τοῦτο τέταρτον μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος τοῦ περιέχοντος τὸν κύλινδρον. Ἦχθωσαν δὲ τινες εὐθεῖαι ἐν τῷ ΟΠΡ ἡμικυκλίῳ καὶ ἐν τῷ MN τετραγώνῳ αἱ ΚΛ, ΤΥ ἴσον ἀπέχουσαι τῆς ΠΞ· τέμνουσιν δὴ αὗται τὴν μὲν τοῦ ΟΠΡ ἡμικυκλίου περιφέρειαν κατὰ τὰ Κ, Τ σημεία, τὴν δὲ ΟΡ διάμετρον κατὰ τὰ Σ, Ζ, τὰς δὲ ΘΗ, ΘΜ κατὰ τὰ Φ, Χ, καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τῶν ΚΛ, ΤΥ ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὴν ΟΡ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ ἐστὶν ὁ <ΕΟΠΡ κύκλος ποιήσει δὴ τὸ ἕτερον ἐν> μὲν τῷ ἡμικυλινδρίῳ, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν τὸ ΟΠΡ ἡμικύκλιον, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, τομὴν παραλληλόγραμμον, οὗ ἐστὶν μία μὲν πλευρὰ ἴση τῇ ΚΣ, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου, ἐν δὲ τῷ πρίσματι τῷ ΘΗΜ ὁμοίως παραλληλόγραμμον, οὗ ἔσται μία μὲν ἴση τῇ ΛΧ, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση τῷ ἄξονι· διὰ δὲ τὰ αὐτὰ ἐν τῷ αὐτῷ ἡμικυλινδρίῳ ἔσται τι παραλληλόγραμμον, οὗ ἐστὶ μία μὲν πλευρὰ ἴση τῇ ΤΖ, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση τῷ ἄξονι <τοῦ κυλίνδρου, ἐν δὲ τῷ πρίσματι παραλληλόγραμμον, οὗ ἐστὶν ἡ μὲν μία> πλευρὰ ἴση τῇ ΥΦ, ἡ δὲ ἑτέρα ἴση τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

3.119 ιδ'. Ἐστω πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον βάσεις, καὶ ἔστω αὐτοῦ μία τῶν βάσεων τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ πρίσμα κύλινδρος, καὶ ἔστω τοῦ κυλίνδρου βάσις ὁ ΕΖΗΘ κύκλος ἐφαπτόμενος τῶν τοῦ ΑΒΓΔ πλευρῶν κατὰ τὰ Ε, Ζ, Η, Θ, διὰ δὲ τοῦ κέντρου αὐτοῦ καὶ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς τῆς ἐν τῷ κατεναντίον ἐπιπέδῳ τοῦ ΑΒΓΔ τῆς κατὰ τὴν ΓΔ ἐπίπεδον ἦχθω ἀποτεμεῖ δὴ τοῦτο ἀπὸ τοῦ ὅλου πρίσματος ἄλλο πρίσμα, ὃ ἔσται τέταρτον μέρος τοῦ ὅλου πρίσματος, αὐτὸ δὲ τοῦτο ἔσται περιεχόμενον ὑπὸ τριῶν παραλληλογράμμων καὶ δύο τριγώνων κατεναντίον ἀλλήλοις.

3.120 Γεγράφθω δὴ ἐν τῷ ΕΖΗ ἡμικυκλίῳ ὀρθογωνίου κώνου τομή, ἔστω <δὲ> ἐν τῇ τομῇ.. τῆς ἢ ΖΚ, καὶ ἦχθω τις ἐν τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ ἢ MN παράλληλος οὔσα τῇ ΚΖ· τεμεῖ δὴ αὕτη τὴν μὲν τοῦ ἡμικυκλίου περιφέρειαν κατὰ τὸ Ξ, τὴν δὲ τοῦ κώνου τομὴν κατὰ τὸ Λ. Καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ ὑπὸ ΜΝΛ τῷ ἀπὸ τῆς ΝΖ· τοῦτο γάρ ἐστὶ σαφές· διὰ τοῦτο δὴ ἔσται ὡς ἢ MN πρὸς ΝΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΚΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΣ. Καὶ ἀπὸ τῆς MN ἐπίπεδον ἀνεστάτω ὀρθὸν πρὸς τὴν ΕΗ· ποιήσει δὴ τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ πρίσματι τῷ ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ ὅλου πρίσματος τομὴν τρίγωνον ὀρθογώνιον, οὗ ἔσται μία τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἢ MN, ἡ δὲ ἑτέρα ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ ὀρθὴ πρὸς τὴν ΓΔ ἀναγομένη ἀπὸ τοῦ Ν ἴση τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου, ἡ δὲ ὑποτείνουσα ἐν αὐτῷ τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ· ποιήσει δὲ καὶ ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἀχθέντος διὰ τῆς ΕΗ καὶ τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς τῆς κατεναντίον τῇ ΓΔ τομὴν τρίγωνον ὀρθογώνιον, οὗ ἔσται μία τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν ἢ ΜΞ, ἡ δὲ ἑτέρα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου <ἀν> ηγμένη <ἀπὸ τοῦ Ξ> ὀρθὴ πρὸς τὸ ΚΝ ἐπίπεδον, <ἡ δὲ> ὑποτείνουσα ἐν <τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ>. Ὁμοίως οὖν, ἐπεὶ ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ MN, ΜΛ τῷ ἀπὸ ΜΞ· <τοῦτο γὰρ φανε> ρόν <ἐστίν>· ἔσται ὡς ἢ <MN> πρὸς τὴν

〈ΜΛ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΜΝ〉 πρὸς τὸ 〈ἀπὸ ΜΞ. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ〉 ΜΝ πρὸς τὸ ἀπὸ 〈ΜΞ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς〉 ΜΝ τρίγῳ 〈νον τὸ ἐν τῷ πρίσμα〉 τι γε 〈νόμενον πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΞ τρίγῳ〉 νον τὸ ἐν τῷ 〈τμήματι ἀφηρημένον〉 ὑπὸ τῆς τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας· ὡς ἄρα ἡ ΜΝ πρὸς ΜΛ, 〈οὕτως τὸ τρίγωνον〉 πρὸς τὸ τρίγωνον.

3.121 Ὅμοίως δὲ 〈δ〉 εἰ 〈ξομεν καί〉, ἐὰν 〈ἄλλ〉 η τ 〈ις ἀχθῇ ἐν τῷ περὶ τὴν τομὴν πε〉 ριγραφ 〈έντι〉 παραλληλογράμμῳ 〈παρὰ〉 τὴν ΚΖ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀχθείσης ἐπὶ 〈πεδον ἀνασταθῇ ὀρθόν〉 πρὸς τὴν ΕΗ, ὅτι ἔσται ὡς τὸ τρίγωνον τὸ γενόμενον ἐν τῷ πρίσματι πρὸς τὸτμήματι..... ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, οὕτως ἡ ἀχθεῖσα 〈έν〉 τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παράλληλος τῇ ΚΖ 〈πρὸς τὴν〉 ἀποληφθεῖσαν ὑπὸ τῆς ΕΗΖ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ ΔΗ παραλληλογράμμου ὑπὸ τῶν ἡγμένων παρὰ τὴν ΚΖ καὶ τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τε τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς διαμέτρου ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ἐν τῷ τμήματι συμπληρωτοῦ τμήματος τοῦ..... ἐν τῷ ἀπὸ τοῦγίνομ.....πων.... τὰ γ.....α καὶ τῷ ΔΗ..... δὲ ετι..... μα..... η ετι..... ἀπ..... ἀγομένων παρὰ τὴν ΚΖ.....τομῆς καὶ εἰ ταῖς ἐν τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ ἡγμέναις παρὰ τὴν ΚΖ, καὶ ἔσται ὡς πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἐν τῷ πρίσματι πρὸς πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἐν τῷ ἀποτμηθέντι τμήματι τοῦ κυλίνδρου ἀφηρημένα, οὕτως πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐν τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ πρὸς πᾶσας τὰς εὐθείας τὰς μεταξὺ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας.

3.122 Καὶ ἐκ μὲν τῶν ἐν τῷ πρίσματι τριγώνων σύγκειται τὸ πρίσμα, ἐκ δὲ τῶν ἐν τῷ ἀποτμήματι τῷ 〈ἀποτμηθέντι ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου τὸ ἀπότμημα, ἐκ δὲ τῶν ἐν τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παραλλήλων τῇ ΚΖ τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον, ἐκ δὲ τῶν μεταξὺ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ 〈τὸ τμήμα〉 [τῆς παραβολῆς]· ὡς ἄρα τὸ πρίσμα πρὸς τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, οὕτω τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖΗ τμήμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας. Ἡμιόλιον δὲ τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις· ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ πρίσμα τοῦ ἀποτμήματος τοῦ ἀφηρημένου ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου· οἷον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κυλίνδρου δύο, τοιούτων ἐστὶ τὸ πρίσμα τριῶν. Οἷον δὲ τὸ πρίσμα τριῶν, τοιούτων ἐστὶν τὸ ὅλον πρίσμα τὸ περιέχον τὸν κύλινδρον ἰβ διὰ τὸ δ' εἶναι τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου· οἷον ἄρα τὸ ἀπότμημα τοῦ κυλίνδρου δύο, τοιούτων ἐστὶν τὸ ὅλον πρίσμα ἰβ· ὥστε τὸ τμήμα τὸ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ἔκτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος. ιε'. Ἐστω πρίσμα ὀρθὸν τετραγώνους ἔχον βάσεις, ὧν μία ἔστω τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ πρίσμα κύλινδρος, οὗ βάσις ἔστω ὁ ΕΖΗ κύκλος· 〈ἐφάπτεται〉 δὴ οὗτος τῶν τοῦ τετραγώνου πλευρῶν κατὰ τὰ Ε, Ζ, Η, Θ σημεία· κέντρον δὲ 〈ἔστω τὸ Κ, καὶ διὰ τῆς〉 ΕΗ διαμέτρου 〈καὶ μιᾶς πλευρᾶς〉.

3.123 〈ἐπίπεδον ἦχθω〉· τοῦτο δὴ τὸ ἐπίπεδον ἀποτεμένει πρίσμα ἀπὸ τοῦ ὅλου πρίσματος καὶ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ἀπότμημα κυλίνδρου. 〈Λέγω δὴ ὅτι τοῦ〉 το 〈τὸ〉 τμήμα τὸ ἀποτετμημένον ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ τοῦ ἀχθέντος ἐπιπέδου ἔκτον μέρος ὃν δειχθήσεται τοῦ ὅλου πρίσματος. Πρῶτον δὲ δεῖξομεν ὅτι δυνατόν ἐσται εἰς τὸ τμήμα τὸ ἀποτμηθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ πρισμαίων συγκείμενον ἴσον ὕψος ἔχόντων καὶ βάσεις τριγώνους ἔχόντων ὁμοίας, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος μεγέθους γὰρ τοῦ πρίσματος τοῦ κατὰ τὸ ΒΔ παραλληλογράμμου καὶ ... ω..... γραμμένου. ω.. το..Ε. ἐπιπέδω.. 〈σ〉 ημεῖα τοῦ ατος... η... ρετό . πω.....νομεν.....εστ..σων.....ἔστωτο..λειπόμενον..νι . μια ἑλας...ν..τοῦ λείμματος. στ.....ε ..ει...καί...ει... α τω . ει..... το .. ατα..... τω ἐν..... τμήμα τὸν το..... ἀπο 〈τ〉 μ 〈η〉 θ.... ἀπὸ.... δι ε... μάτωνμεν.....ων....

ται καὶ τῶν..... ἐγγεγραμμένῳ ...δι..... τῶν κει..... τὰ... ΚΩ παραλληλόγραμμον.....
 αμμον..... σχήματι πρίσμα.....ης.....τὸ ἀπὸ δρου.
 ἐγγεγράφθω.....μια..... σχῆμα, τὸ εἶρ <ημένον> σχῆμα τοῦ
 ἐγγεγραμμένου..... ἔχει... τοῦ δοθέντοςἐχέτω.....ος.....τῶν πρισμάτων.....
 ἴσον αὐ... <ση—> μεῖα ἐγγεγρά <φθω>ν ἐς..... δευτέρῳ.

3.124 γεγρ.... γει..... η <τέ-> τμηται κατὰ τὸ αὐτὸ..... <ἐγγεγρ> αμμένον ἐν κύκλ... το
 <ῶ> τμήματος τη συνθε . τ.... ἀπο....μείζων ἐστὶν τοῦ ἐγγεγραμμένου..... <τμ> ήματος ἐν τῷ
 πρίσματι τῷ κατὰ τὸ.....ω <.

3.125 ἔλασσον ἄρα ἢ ήμιό> λιον τὸ πρίσμα τὸ ἀποτετμημένον ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου τοῦ
 ἐγγεγραμμένου εἰς τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου στερεοῦ. Ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ ὑπὸ τοῦ
 λοξοῦ ἐπιπέδου ἀφηρημένον πρίσμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον στερεὸν εἰς τὸ ἀπότμημα τὸ ἀπὸ
 τοῦ κυλίνδρου, οὕτως τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὰ ἐγγεγραμμένα παραλληλόγραμμα εἰς
 τὸ τμήμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας ἔλασσον
 ἄρα ἢ ήμιόλιον τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον τῶν παραλληλογράμμων τῶν ἐν τῷ τμήματι τῷ
 περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας ὅπερ ἀδύνατον, ἐπεὶ
 τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας
 ήμιόλιον δέδεικται τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον ἐν ἐτέροις. Οὐκ ἄρα μετὶ <ζον> .

3.126 <στε-> ρεὸν ἐτ..... <ἀ> ποτεμν.....σχῆμ <α> τὰ ὀρθο.....
 περιγραφ..... <τοῦ ἐγγρα-> φέντος ἐν..... ἐπεὶ..... τμήματ..... ἐγγεγράφ <θω..... ἐν τῷ
 τμή> ματι τῷ <περιεχομένῳ ὑπὸ τε> τῆς τοῦ ὀρθ <ογωνίου κώνου τομῆς> καὶ τῆς <ΕΗ
 εὐθείας>γεγράφθ <ω>τοῦ ὀρθ <ογωνίου κώνου> φέν περι..... <ἐγγεγραμ>
 μένον ἐν τ <ῶ> τοῦ κυλίνδρ <ου> τοῦ στερε <οῦ>τοῦ κυλίν <δρου>
 τμήματ..... ἐστὶν
 καὶ.....γραμμέν.....
 εχομεν νη Η τιν πρὸς τὸ τὸ ἐν τ <ῶ>
 <πε> ριεχομε..... γο ... τῆς ΕΗ καὶ τοῖς λόγ <οισ> αμμέν..... τμήματος.....
 δρ νον ἀπὸ τῆς <τ> ῆς πλευρ <ᾱς> ἐν τῷ..... τετμή
 <σθω> ἐχθής..... τὸ μετὶ <ζον> <εὐθ> είας καὶ
 πάντα τὰ πρίσματα τὰ ἐν τῷ πρίσματι τῷ ἀποτετμημένῳ ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου πρὸς πάντα
 τὰ πρίσματα τὰ ἐν τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κυλίνδρου τὸν αὐτὸν
 ἔξει λόγον, ὃν πάντα τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐν τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ πρὸς πάντα τὰ
 παραλληλόγραμμα τὰ ἐν τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ τμήμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
 τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας, τουτέστιν τὸ πρίσμα τὸ ἀποτετμημένον
 ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸ τμήμα τοῦ κυλίνδρου τὸν
 αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸ
 τμήμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ εὐθείας.

3.127 Μεῖζον δὲ ἐστὶ τὸ πρίσμα τὸ ἀποτετμημένον ὑπὸ τοῦ λοξοῦ ἐπιπέδου ἢ ήμιόλιον τοῦ στερεοῦ
 σχήματος τοῦ περιγε <γραμμένου περὶ τὸ τμήμα τοῦ κυλίνδρου>