

eul_wid: ixo-ad

Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος · Archimedes of Syracuse

Measurement of the Circle

Κύκλου Μέτρησις

Period: Ἑλληνιστική [Hellenistic](#)
Dialect: Δωρική [Doric](#)
Domain: Μαθηματικά [Mathematics](#)
Format: Πραγματεία [Treatise](#)

- 1.138 α'. Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.
- 1.139 Ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε, ὡς ὑπόκειται· λέγω ὅτι ἴσος ἐστίν. Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἥδη ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου· τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μείζον. Εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν καὶ κάθετος ἡ ΝΕ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΕ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. Ἔστιν δὲ καὶ ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς.
- 1.140 λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου· ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ Ε τριγώνου· ὅπερ ἄτοπον. Ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων τοῦ Ε τριγώνου, καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἦχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ. Ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΜΡ ἐστὶν μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ τῇ ΡΑ ἴση ἐστὶ· καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ σχήματος μείζον ἐστὶν ἢ τὸ ἥμισυ. Λελείφθωσαν οἱ τῷ ΠΖΑ τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει τὸ Ε τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· ἔτι ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον τοῦ Ε ἐστὶν ἐλάσσον· ὅπερ ἄτοπον· ἔστιν γὰρ μείζον, ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου. ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγώνῳ. β'. Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια πρὸς ιδ'. Ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ ΓΗ, καὶ τῆς ΓΔ διπλὴ ἡ ΔΕ, ἔβδομον δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν κα πρὸς ζ', πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἐπτὰ.
- 1.141 πρὸς ἓν, τὸ ΑΓΖ πρὸς τὸ ΑΓΔ ἐστίν, ὡς κβ πρὸς ζ'. Ἀλλὰ τοῦ ΑΓΔ τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον, τὸ δὲ ΑΓΔΖ τρίγωνον τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν [ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ βάσις τῆς διαμέτρου τριπλασίων καὶ τῷ ζ' ἔγγιστα ὑπερέχουσα δειχθήσεται]· ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια πρὸς ιδ'. γ'. Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἐβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἐβδομηκοστομόνοις. Ἔστω κύκλος καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ καὶ κέντρον τὸ Ε καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτου ὀρθῆς· ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν τς πρὸς ρνγ, ἡ δὲ ΕΓ πρὸς [τὴν] ΓΖ λόγον ἔχει, ὃν σξε πρὸς ρνγ. Τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ.

- 1.142 πρὸς ΗΓ [καὶ ἐναλλάξ καὶ συνθέντι]. Ὡς ἄρα συναμφοτέρως ἢ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἢ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὥστε ἢ ΓΕ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ φοᾶ πρὸς ρνγ. Ἡ ΕΗ ἄρα πρὸς ΗΓ δυνάμει λόγον ἔχει, ὅν Μ λδ, θυν πρὸς Μ β, γυθ· μήκει ἄρα, ὅν φφα η' πρὸς ρνγ. Πάλιν δίχα ἢ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΕΘ· διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἢ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὅν, αρξβ η' πρὸς ρνγ· ἢ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὅν, αροβ η' πρὸς ρνγ. Ἔτι δίχα ἢ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ· ἢ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὅν, βτλδ δ' πρὸς ρνγ· ἢ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα ἢ ὅν, βτλθ δ' πρὸς ρνγ. Ἔτι δίχα ἢ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΛΕ· ἢ ΕΓ ἄρα πρὸς ΛΓ μείζονα [μήκει] λόγον ἔχει ἢ περὶ τὰ, δχογ ζ' πρὸς ρνγ. Ἐπεὶ οὖν ἢ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτου οὔσα ὀρθῆς τέτμηται τετράκις δίχα, ἢ ὑπὸ ΛΕΓ ὀρθῆς ἐστι μῆ'. Κεῖσθω οὖν αὐτῇ ἴση πρὸς τῷ Ε ἢ ὑπὸ ΓΕΜ· ἢ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ ὀρθῆς ἐστι κδ'. Καὶ ἢ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώνου πλευρὰ πλευρὰς ἔχοντος ρς. Ἐπεὶ οὖν ἢ ΕΓ πρὸς τὴν.
- 1.143 ΓΛ ἐδείχθη μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ περὶ, δχογ ζ' πρὸς ρνγ, ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῇ ἢ ΑΓ, τῆς δὲ ΓΛ διπλασίῳ ἢ ΛΜ, καὶ ἢ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ρς γώνου περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ, δχογ ζ' πρὸς Μ α, δχη. Καὶ ἐστὶν τριπλασία, καὶ ὑπερέχουσιν χξζ ζ', ἄπερ τῶν, δχογ ζ' ἐλάττονα ἐστὶν ἢ τὸ ἑβδομον· ὥστε τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλασίον καὶ ἐλάττονα ἢ τῷ ἐβδόμῳ μέρει μείζον· ἢ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίῳ καὶ ἐβδόμῳ μέρει μείζων. Ἐστω κύκλος καὶ διάμετρος ἢ ΑΓ, ἢ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τρίτου ὀρθῆς· ἢ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὅν, ατνα πρὸς ψπ [ἢ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὅν, αφξ πρὸς ψπ]. Δίχα ἢ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἢ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ, καὶ ἢ ὑπὸ ΗΓΒ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ ἐστὶν ἴση. Καὶ κοινὴ ἢ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή· καὶ τρίτη ἄρα ἢ ὑπὸ ΗΖΓ τρίτῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΗ ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΗΓ τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἢ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἢ ΓΗ πρὸς ΗΖ καὶ ἢ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Ἀλλ' ὡς ἢ ΑΓ πρὸς ΓΖ, [καὶ] συναμφοτέρως ἢ ΓΑΒ πρὸς ΒΓ· καὶ ὡς συναμφοτέρως ἄρα ἢ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, ἢ ΑΗ πρὸς ΗΓ. Διὰ.
- 1.143 τοῦτο οὖν ἢ ΑΗ πρὸς [τὴν] ΗΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ περὶ βλῖα πρὸς ψπ, ἢ δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ ἐλάσσονα ἢ ὅν, γιγ ζ' δ' πρὸς ψπ. Δίχα ἢ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ· ἢ ΑΘ ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ πρὸς τὴν ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὅν, ελκδ ζ' δ' πρὸς ψπ ἢ ὅν, αωκγ πρὸς σμ· ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας δ ιγ· ὥστε ἢ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΘ ἢ ὅν, αωλη θ ια' πρὸς σμ. Ἔτι δίχα ἢ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ΚΑ· καὶ ἢ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΓ ἐλάσσονα [ἄρα] λόγον ἔχει ἢ ὅν, αζ πρὸς ξς· ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας ια μ'. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς [τὴν] ΚΓ ἢ ὅν, αθ ς' πρὸς ξς. Ἔτι δίχα ἢ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΛΑ· ἢ ΑΛ ἄρα πρὸς [τὴν] ΛΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὅν τὰ βις ς' πρὸς ξς, ἢ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΛ ἐλάσσονα ἢ τὰ, βιζ δ' πρὸς ξς. Ἀνάπαλιν ἄρα ἢ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ, ςτλς πρὸς, βιζ δ', ἄπερ τῶν, βιζ δ' μείζονα ἐστὶν ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα οα'· καὶ ἢ περίμετρος ἄρα τοῦ ρς γώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τριπλασίῳ ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι οα'· ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίῳ ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι οα'. Ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίῳ ἐστὶ καὶ ἐλάσσονα μὲν ἢ ἐβδόμῳ μέρει, μείζονα δὲ ἢ ι οα' μείζων.