

eul_wid: ixo-ah

Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος · Archimedes of Syracuse

On Floating Bodies

Περὶ Τῶν Ἐπιπλέοντων Σωμάτων

Period: Ἑλληνιστική Hellenistic
Dialect: Δωρική Doric
Domain: Μαθηματικά Mathematics
Format: Πραγματεία Treatise

- 3.6. (1t) Ἀρχιμήδους Ὁχουμένων α' Ὑποκείσθω τὸ ὑγρὸν φύσιν ἔχον τοιαύταν, ὥστε τῶν μερέων αὐτοῦ τῶν ἐξ ἴσου κειμένων καὶ συνεχέων ἐόντων ἐξωθεῖσθαι τὸ ἥσσον θλιβόμενον ὑπὸ τοῦ μᾶλλον θλιβομένου, καὶ ἕκαστον δὲ τῶν μερέων αὐτοῦ θλίβεσθαι τῷ ὑπεράνω αὐτοῦ ὑγρῷ κατὰ κάθετον ἐόντι, εἴ κα μὴ τὸ ὑγρὸν ἢ καθειργμένον ἔν τινι καὶ ὑπ' ἄλλου τινὸς θλιβόμενον. α'. Εἴ κα ἢ ἐπιφάνειά τις ἐπιπέδῳ τεμνομένη διὰ τινος ἀεὶ τοῦ σαμείου τὰν τομὰν ποιεόντι [ἢ] κατὰ τὰν ΟΠ· ὥστε ἐξωθήσονται τὰ ἥσσον θλιβόμενα ὑπὸ τῶν μᾶλλον θλιβομένων· οὐ μένει ἄρα τὸ ὑγρόν.
- 3.8. (10) Ὑπέκειτο δὲ καθεστακὸς εἶμεν ὥστε μένειν ἀκίνητον· ἀναγκαῖον ἄρα τὰν ΑΒΓΔ γραμμὰν κύκλου περιφέρειαν εἶμεν καὶ κέντρον αὐτᾶς τὸ Κ. Ὀμοίως δὴ δειχθήσεται καί, ὅπως κα ἄλλως ἂ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς, ὅτι ἂ τομὰ ἐσσεῖται κύκλου περιφέρεια, καὶ κέντρον αὐτᾶς ἐσσεῖται ὃ καὶ τᾶς γᾶς ἐστι κέντρον. Δῆλον οὖν ὅτι ἂ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ καθεστακὸς ἀκινήτου σφαίρας ἔχει τὸ σχῆμα τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσας τᾷ γᾶ, ἐπειδὴ τοιαύτα ἐστίν, ὥστε <διὰ τοῦ αὐτοῦ σαμείου τμαθεῖς> ἀν τὰν τομὰν ποιεῖν περιφέρειαν κύκλου κέντρον ἔχοντος τὸ σαμεῖον, δι' οὗ τέμνεται τῷ ἐπιπέδῳ.
- 3.9 γ'. Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ ἰσοβαρέοντα τῷ ὑγρῷ ἀφεθέντα εἰς τὸ ὑγρὸν καταβασοῦνται, ὥστε τᾶς ἐπιφανείας τᾶς τοῦ ὑγροῦ μὴ ὑπερέχειν μηδέν, καὶ οὐκέτι οἰσθήσονται ἐπὶ τὸ κάτω. Ἀφείσθω γάρ τι στερεὸν μέγεθος εἰς τὸ ὑγρὸν τῶν ἰσοβαρέων τῷ ὑγρῷ καί, εἰ δυνατόν, ὑπερεχέτω τι αὐτοῦ τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καθεστάτω δὲ τὸ ὑγρόν, ὥστε μένειν ἀκίνητον. Νοεῖσθω δὴ τι ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διὰ τε τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς καὶ τοῦ ὑγροῦ καὶ διὰ τοῦ στερεοῦ μεγέθους, τομὰ δὲ ἔστω τᾶς μὲν ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἂ ΑΒΓΔ περιφέρεια, τοῦ δὲ στερεοῦ μεγέθους τὸ ΕΖΗΘ σχῆμα, κέντρον δὲ τᾶς γᾶς τὸ Κ. Ἔστω δὴ τοῦ μὲν στερεοῦ τὸ μὲν ΒΓΗΘ ἐν τῷ ὑγρῷ, τὸ δὲ ΒΕΖΓ ἐκτός. Νοεῖσθω δὴ τὸ στερεὸν σχῆμα περιλαμβανόμενον πυραμοειδεῖ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸ παραλληλόγραμμον τὸ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ὑγροῦ, κορυφὰν δὲ τὸ κέντρον τᾶς γᾶς, <τομὰ δὲ ἔστω τοῦ τε ἐπιπ> ἐδου, ἐν ᾗ ἐστὶν ἂ ΑΒΓΔ περιφέρεια, καὶ τῶν τᾶς πυραμίδος ἐπιπέδων αἱ ΚΛ, ΚΜ.
- 3.10 Γεγράφθω τις ἄλλας σφαίρας ἐπιφάνεια περὶ κέντρον τὸ Κ ἐν τῷ ὑγρῷ τῷ ὑπὸ τοῦ ΕΖΗΘ καὶ τεμνέσθω ἐπιπέδῳ, λελάφθω δὲ τις καὶ ἄλλα πυραμὶς ἴσα καὶ ὁμοία τᾷ περιλαμβανούσῃ τὸ στερεὸν συνεχῆς αὐτᾶ, τομὰ δὲ ἔστω τῶν ἐπιπέδων αὐτᾶς αἱ ΚΜ, ΚΝ, καὶ ἐν τῷ ὑγρῷ νοεῖσθω τι μέγεθος τοῦ ὑγροῦ ἀπολαμβανόμενον τὸ ΡΣΤΥ ἴσον καὶ ὅμοιον τῷ στερεῷ τῷ κατὰ τὰ Β, Η,

Θ, Γ, ὅ ἐστιν αὐτοῦ ἐν τῷ ὑγρῷ· τὰ δὴ μέρη τοῦ ὑγροῦ τὰ τε ἐν τῇ πρώτῃ πυραμίδι τὰ ὑπὸ τὰν ἐπιφάνειαν, ἐν ᾗ ἐστιν ἡ ΕΟ περιφέρεια, καὶ τὰ ἐν τῇ ἐτέρᾳ, ἐν ᾗ ἐστιν ἡ ΠΟ, ἐξ ἴσου τέ ἐντι κείμενα καὶ συνεχέα. Οὐχ ὁμοίως δὲ θλίβονται· τὸ μὲν γὰρ κατὰ τὰν ΕΟ θλίβεται τῷ στερεῷ τῷ ΘΗΕΖ καὶ τῷ ὑγρῷ τῷ μεταξὺ τὰν ἐπιφανειῶν τὰν κατὰ τὰς ΕΟ, ΑΜ καὶ τῶν τὰς πυραμίδος ἐπιπέδων, τὸ δὲ κατὰ τὰν ΠΟ τῷ ὑγρῷ τῷ μεταξὺ τὰν ἐπιφανειῶν τὰν κατὰ τὰς ΠΟ, ΜΝ καὶ τῶν τὰς πυραμίδος ἐπιπέδων. Ἐλασσον δὲ ἐσσεῖται τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ τοῦ κατὰ τὰς ΜΝ, ΟΠ· τὸ μὲν γὰρ κατὰ τὸ ΡΣΤΥ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ΕΖΗΘ στερεοῦ· αὐτῷ γὰρ τῷ κατὰ τὸ ΗΒΓΘ ἴσον ἐστὶν διὰ τὸ τῷ μεγέθει ἴσον εἶμεν καὶ ἰσοβαρὲς ὑποκεῖσθαι τὸ στερεὸν <τῷ ὑγρῷ· τὸ δὲ λοιπὸν τῷ λοιπῷ> ἴσον ἐστί.

3.11 Δῆλον οὖν ὅτι ἐξωθήσεται τὸ μέρος τὸ κατὰ τὰν ΟΠ περιφέρειαν ὑπὸ τοῦ κατὰ τὰν ΟΞ περιφέρειαν, καὶ οὐκ ἐσσεῖται τὸ ὑγρὸν ἀκίνητον. Ὑπόκειται δὲ ἀκίνητον ἓν· οὐκ ἄρα ὑπερέξει τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας οὐδὲν τοῦ στερεοῦ μεγέθους. Καταδὺν δὲ τὸ στερεὸν οὐκ οἰσθήσεται ἐς τὰ κάτω ὁμοίως γὰρ πάντα θλιβησοῦντι τὰ μέρη τοῦ ὑγροῦ τὰ ἐξ ἴσου κείμενα διὰ τὸ ἰσοβαρέα εἶμεν τὸ στερεὸν καὶ τὸ ὑγρὸν. δ'. Τῶν στερεῶν μεγεθέων ὃ κα κουφότερον ἢ τοῦ ὑγροῦ, ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν οὐ καταδύσεται ὅλον, ἀλλὰ ἐσσεῖται τι αὐτοῦ ἐκτὸς τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας. Ἐστω γὰρ στερεὸν μέγεθος κουφότερον τοῦ ὑγροῦ καὶ ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν δεδυκέτω ὅλον, εἰ δυνατόν, καὶ μηδὲν αὐτοῦ ἔστω ἐκτὸς τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καθεστακέτω δὲ τὸ ὑγρὸν, ὥστε μένειν ἀκίνητον. Νοείσθω δὴ τι ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διὰ τοῦ κέντρου τὰς γὰς καὶ διὰ τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ στερεοῦ μεγέθους, τεμνέσθω δὲ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τούτου ἢ μὲν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνεια κατὰ τὰν ΑΒΓ περιφέρειαν, τὸ δὲ στερεὸν μέγεθος κατὰ τὸ σχῆμα, ἐν ᾧ Ζ, κέντρον δὲ ἔστω τὰς γὰς τὸ Κ, νοείσθω δέ τις πυραμὶς περιλαμβάνουσα τὸ Ζ σχῆμα, καθ' ἃ καὶ πρότερον, κορυφὰν ἔχουσα τὸ Κ σαιμεῖον, τεμνέσθω δὲ αὐτὰς τὰ ἐπίπεδα ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ΑΒΓ κατὰ τὰς ΑΚ, ΚΒ, λελάφθω δέ τις καὶ ἄλλα ἴσα πυραμὶς καὶ ὁμοία ταῦτα, τεμνέσθω δὲ αὐτὰς τὰ ἐπίπεδα ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου κατὰ τὰς ΚΒ, ΚΓ, γεγράφθω δέ τις καὶ ἄλλας σφαίρας ἐπιφάνεια ἐν τῷ ὑγρῷ περὶ κέντρον τὸ Κ, ὑποκάτω δὲ τοῦ στερεοῦ μεγέθους, τεμνέσθω δ' αὐτὰ ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου κατὰ τὰν ΕΟΠ περιφέρειαν, νοείσθω δὲ καὶ μέγεθος ἀπολαμβάνόμενον τοῦ ὑγροῦ τὸ κατὰ τὸ Η ἐν τῇ ὕστερον πυραμίδι ἴσον τῷ κατὰ τὸ Ζ στερεῷ· τὰ δὴ μέρη τοῦ ὑγροῦ τοῦ ἐν τῇ πρώτῃ πυραμίδι τὰ ὑπὸ τὰν ἐπιφάνειαν τὰν κατὰ τὰν ΕΟ περιφέρειαν καὶ τοῦ ἐν τῇ δευτέρᾳ τὰ ὑπὸ τὰν ἐπιφάνειαν τὰν κατὰ τὰν ΟΠ περιφέρειαν ἐξ ἴσου τέ ἐντι κείμενα καὶ συνεχέα ἀλλάλοις.

3.12 Οὐχ ὁμοίως δὲ θλίβονται· τὸ μὲν γὰρ ἐν τῇ πρώτῃ πυραμίδι θλίβεται τῷ κατὰ τὸ Ζ στερεῷ μεγέθει καὶ τῷ περιέχοντι ὑγρῷ αὐτὸ καὶ ἐόντι ἐν τῷ τόπῳ τὰς πυραμίδος τῷ κατὰ τὰ Α, Β, Ο, Ξ, τὸ δ' ἐν τῇ ἐτέρᾳ πυραμίδι θλίβεται τῷ ὑγρῷ τῷ περιέχοντι αὐτὸ καὶ ἐόντι τὰς πυραμίδος ἐν τῷ τόπῳ τῷ κατὰ τὰ Π, Ο, Β, Γ, ἔστι δὲ τὸ βάρος τὸ κατὰ <τὸ Ζ ἔλασσον τοῦ βάρους τοῦ κατὰ τὸ> Η, ἐπειδὴ τῷ μὲν μεγέθει ἴσον ἐστίν, κουφότερον δὲ ὑπόκειται τὸ στερεὸν μέγεθος εἶμεν τοῦ ὑγροῦ, τὰ δὲ τοῦ περιέχοντος ὑγροῦ τὰ Ζ, Η μεγέθη ἐν ἑκατέρᾳ τὰν πυραμίδων ἴσα· μᾶλλον οὖν θλιβήσεται τὸ μέρος τοῦ ὑγροῦ τὸ ὑπὸ τὰν ἐπιφάνειαν τὰν κατὰ τὰν ΟΠ περιφέρειαν· ἐξωθήσεται οὖν τὸ ἥσσον θλιβόμενον, καὶ οὐ μενεῖ τὸ ὑγρὸν ἀκίνητον.

3.13 Ὑπέκειτο δέ· οὐκ ἄρα καταδύσεται ὅλον, ἀλλ' ἐσσεῖται τι αὐτοῦ ἐκτὸς τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας. ε'. Τῶν στερεῶν μεγεθέων ὃ κα ἢ κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν ἐς τοσοῦτο καταδύσεται, ὥστε ταλικοῦτον ὄγκον τοῦ ὑγροῦ, ἀλίκος ἐστὶν ὁ τοῦ καταδεδυκότος ὄγκος, ἴσον βάρος ἔχειν ὅλῳ τῷ μεγέθει. Κατεσκευάσθω ταῦτα τοῖς πρότερον, καὶ ἔστω τὸ ὑγρὸν ἀκίνητον, ἔστω δὲ κουφότερον τοῦ ὑγροῦ τὸ ΕΖΗΘ μέγεθος.

3.14 Ἐπεὶ οὖν ἀκίνητόν ἐστιν τὸ ὑγρὸν, ὁμοίως θλιβήσεται τὰ μέρη αὐτοῦ τὰ ἐξ ἴσου κείμενα· ὁμοίως ἄρα θλιβήσεται τὸ ὑγρὸν τὸ ὑπὸ τὰν ἐπιφάνειαν τὰν κατὰ τὰς ΕΟ καὶ ΠΟ περιφερείας·

ὥστε ἴσον ἐστὶ τὸ βάρος, ᾧ θλίβονται. Ἔστι δὲ καὶ τοῦ ὑγροῦ τὸ βάρος τοῦ ἐν τῇ πρώτῃ πυραμίδι χωρὶς τοῦ ΒΗΘΓ στερεοῦ ἴσον τῷ βάρει τῷ <τοῦ ἐν τῇ ἐτέρᾳ πυραμίδι> χωρὶς τοῦ ΡΣΤΥ ὑγροῦ· δηλὸν οὖν ὅτι τὸ τοῦ ΕΖΗΘ μεγέθους βάρος ἴσον ἐστὶ τῷ τοῦ ΡΣΤΥ ὑγροῦ βάρει. Φανερόν οὖν ὅτι ταλικοῦτος ὄγκος τοῦ ὑγροῦ, ἀλίκον ἐστὶ τὸ δεδυκὸς τοῦ στερεοῦ μεγέθους, ἴσον βάρος ἔχει ὅλῳ τῷ μεγέθει. ζ'. Τὰ κουφότερα στερεὰ τοῦ ὑγροῦ βιασθέντα εἰς τὸ ὑγρὸν ἀναφέρεται τοσαύτῃ βίᾳ ἐς τὸ ἄνω, ὅσον ἐστὶ τὸ βάρος, ᾧ βαρύτερόν ἐστι τοῦ μεγέθους τὸ ὑγρὸν τὸ ἴσον ὄγκον ἔχον τῷ μεγέθει. Ἔστω τι μέγεθος τὸ Α κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, ἔστω δὲ τοῦ μὲν μεγέθους τοῦ ἐν ᾧ Α βάρος τὸ Β, τοῦ δὲ ὑγροῦ τοῦ ἴσον ὄγκον ἔχοντος τῷ Α τὸ ΒΓ. Δεικτέον ὅτι τὸ Α μέγεθος βιασθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν ἀνοίσειται ἐς τὸ ἐπάνω τοσαύτῃ βίᾳ, ὅσον ἐστὶ τὸ βάρος τὸ Γ.

3.15 Λελάφθω γάρ τι μέγεθος τὸ ἐν ᾧ τὸ Δ βάρος ἴσον ἔχον τῷ Γ· τὸ δὲ μέγεθος τὸ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ἐν οἷς Α, Δ μεγεθῶν ἐς τὰ αὐτὰ συντεθέντων κουφότερόν ἐστι τοῦ ὑγροῦ· ἔστι γὰρ τοῦ μὲν μεγέθους τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων βάρος τὸ ΒΓ, τοῦ δὲ ὑγροῦ τοῦ ἴσον ὄγκον ἔχοντος αὐτῷ μεῖζον τοῦ ΒΓ διὰ τὸ τοῦ ἴσον ἔχοντος ὄγκον τῷ τοῦ Α τὸ βάρος εἶμεν τὸ ΒΓ. Ἀφεθὲν οὖν ἐς τὸ ὑγρὸν τὸ μέγεθος τὸ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Δ συγκείμενον ἐς τοσοῦτον δύσεται, <ἔστε κα ταλικοῦτος ὄγκος τοῦ> ὑγροῦ, ἀλίκον καὶ τὸ δεδυκὸς τοῦ μεγέθους, ἴσον βάρος ἔχη τῷ ὅλῳ μεγέθει· δέδεικται γὰρ τοῦτο. Ἔστω δὲ ἐπιφάνειά τινος ὑγροῦ ἡ ΑΒΓΔ περιφέρεια. Ἐπεὶ οὖν ὁ ταλικοῦτος ὄγκος τοῦ ὑγροῦ, ἀλίκον ἐστὶ τὸ Α μέγεθος, ἴσον βάρος ἔχει τοῖς Α, Δ μεγέθεσιν, δηλὸν ὅτι τὸ δεδυκὸς αὐτοῦ ἐσσεῖται τὸ Α μέγεθος, τὸ δὲ λοιπὸν αὐτοῦ, ἐν ᾧ Δ, ἐσσεῖται ὅλον ὑπὲρ τῆς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας· εἰ γὰρ α... δέδυκεν τὸ στερεόν, ἔπεται τούτου δεδειγμένου. Δηλὸν οὖν ὅτι ἐς τὸ ἄνω φέρεται τὸ Α μέγεθος ὑπὸ τοῦ ἄνω τοῦ Δ ἐς τὸ κάτω, ἐπεὶ οὐδέτερον ὑπ' οὐδέτερου ἐξωθεῖτο. Ἀλλὰ τὸ Δ ἐς τὸ κάτω θλίβει τοσοῦτῳ βάρει, ἀλίκον ἐστὶ τὸ Γ· ὑπέκειτο γὰρ τὸ βάρος τοῦ ἐν ᾧ τὸ Δ εἶμεν ἴσον τῷ Γ· δηλὸν οὖν ὅ ἔδει δεῖξαι. ζ'.

3.16 Τὰ βαρύτερα τοῦ ὑγροῦ ἀφεθέντα εἰς τὸ ὑγρὸν οἰσεῖται κάτω, ἔστ' ἂν καταβᾶντι, καὶ ἐσσοῦνται κουφότερα ἐν τῷ ὑγρῷ τοσοῦτον, ὅσον ἔχει τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ τοῦ ταλικοῦτον ὄγκον ἔχοντος, ἀλίκος ἐστὶν ὁ τοῦ στερεοῦ μεγέθους ὄγκος. Ὅτι μὲν οὖν οἰσεῖται ἐς τὸ κάτω, ἔστ' ἂν καταβᾶντι, δηλὸν· τὰ γὰρ ὑποκάτω αὐτοῦ μέρη τοῦ ὑγροῦ θλιβησοῦνται μᾶλλον τῶν ἐξ ἴσου αὐτοῖς κειμένων μερέων, ἐπειδὴ βαρύτερον ὑπόκειται τὸ στερεὸν μέγεθος τοῦ ὑγροῦ· ὅτι δὲ κουφότερα ἐσσοῦνται, ὡς εἴρηται, δειχθήσεται. Ἔστω τι μέγεθος τὸ Α, ὃ ἐστὶ βαρύτερον τοῦ ὑγροῦ, βάρος δὲ ἔστω τοῦ μὲν ἐν ᾧ Α μεγέθους τὸ ΒΓ, τοῦ δὲ ὑγροῦ τοῦ ἴσον ὄγκον ἔχοντος τῷ Α τὸ Β. Δεικτέον ὅτι τὸ Α μέγεθος ἐν τῷ ὑγρῷ ἐὼν βάρος ἔξει ἴσον τῷ Γ. Λελάφθω γάρ τι μέγεθος τὸ ἐν ᾧ τὸ Δ <κουφότερον τοῦ ὑγροῦ τοῦ ἴσον ὄγκον ἔχοντος αὐτῷ, ἔστω> δὲ τοῦ μὲν ἐν ᾧ τὸ Δ μεγέθους βάρος ἴσον τῷ Β βάρει, τοῦ δὲ ὑγροῦ τοῦ ἴσον ὄγκον ἔχοντος τῷ Δ μεγέθει τὸ βάρος ἔστω ἴσον τῷ ΒΓ βάρει.

3.17 Συντεθέντων δὲ ἐς τὸ αὐτὸ τῶν μεγεθῶν, ἐν οἷς τὰ Α, Δ, τὸ τῶν συναμφοτέρων μέγεθος ἰσοβαρὲς ἐσσεῖται τῷ ὑγρῷ· ἔστι γὰρ τῶν μεγεθῶν συναμφοτέρων τὸ βάρος ἴσον συναμφοτέροις τοῖς βάρεσιν τῷ τε ΒΓ καὶ τῷ Β, τοῦ δὲ ὑγροῦ τοῦ ἴσον ὄγκον ἔχοντος ἀμφοτέροις τοῖς μεγέθεσι τὸ βάρος ἴσον ἐστὶ τοῖς αὐτοῖς βάρεσιν. Ἀφεθέντων οὖν τῶν μεγεθῶν ἐς τὸ ὑγρὸν ἰσορροποῦνται τῷ ὑγρῷ καὶ οὔτε εἰς τὸ ἄνω οἰσοῦνται οὔτε εἰς τὸ κάτω διὸ τὸ μὲν ἐν ᾧ Α μέγεθος οἰσεῖται <ταὶ ἐς τὸ κάτω καὶ τοσαύτῃ βίᾳ ὑ> πὸ τοῦ ἐν ᾧ Δ μεγέθους ἀνέλκεται ἐς τὸ ἄνω, τὸ δὲ ἐν ᾧ Δ μέγεθος, ἐπεὶ κουφότερόν ἐστι τοῦ ὑγροῦ, ἀνοίσειται εἰς τὸ ἄνω τοσαύτῃ βίᾳ, ὅσον ἐστὶ τὸ Γ βάρος· δέδεικται γὰρ ὅτι τὰ κουφότερα τοῦ ὑγροῦ μεγέθη στερεὰ βιασθέντα ἐς τὸ ὑγρὸν ἀναφέρονται τοσαύτῃ βίᾳ ἐς τὸ ἄνω, ὅσον ἐστὶ τὸ βάρος, ᾧ βαρύτερόν ἐστι τοῦ μεγέθους τὸ ὑγρὸν τὸ ἴσον ὄγκον ἔχον τῷ Δ· δηλὸν οὖν ὅτι καὶ τὸ ἐν ᾧ Α

μέγεθος ἐς τὸ κάτω οἰσεῖ <ται τοσούτῳ βάρει, ὅσον ἐστὶ τὸ Γ> . Ὑποκεί <σθω τῶν ἐν τῷ ὑγρῷ ἄνω> φερομένων ἕκαστον ἀναφέρεσθαι κατὰ τὴν κάθετον τὴν διὰ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους αὐτοῦ ἀγμέναν. η'.

- 3.18 Εἴ κα στερεόν τι μέγεθος κουφότερον τοῦ ὑγροῦ σφαίρας τμήματος ἔχον σχῆμα εἰς τὸ ὑγρὸν ἀφεθῇ οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν τοῦ τμήματος μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ὀρθὸν καταστασεῖται τὸ σχῆμα οὕτως, ὥστε τὸν ἄξονα τοῦ τμήματος κατὰ κάθετον εἶμεν· καὶ εἴ κα ὑπὸ τινος ἔλκεται τὸ σχῆμα οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν τοῦ τμήματος ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, οὐ μενεῖ κεκλιμένον, εἴ κα ἀφεθῇ, ἀλλ' ὀρθὸν ἀποκαταστασεῖται. Νοείσθω γάρ τι μέγεθος, οἷον εἴρηται, ἐς τὸ ὑγρὸν ἀφε <θέν, καὶ διὰ τε τοῦ ἄξονος τοῦ> τμήματος καὶ τοῦ κέντρου τὰς γὰς νοείσθω ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον, τομὰ δ' ἔστω τὰς μὲν ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἃ ΑΒΓΔ, τοῦ δὲ σχήματος τοῦ ἐς τὸ ὑγρὸν ἀφεθέντος ἃ ΕΖΗΘ περιφέρεια, ἄξων δὲ τοῦ τμήματος ἔστω ἃ ΘΖ· τὸ δὲ κέντρον τὰς σφαίρας ἔστιν ἐπὶ τὰς ΘΖ. Πρῶτον μὲν, εἰ μείζον ἐστὶν ἡμισφαιρίου τὸ τμήμα, ἔστω τὸ Κ, καὶ ἔστω, εἰ δυνατόν, κεκλιμένον τὸ σχῆμα ἥτοι ὑπὸ τινος κλιθὲν ἢ καθ' αὐτό.
- 3.19 Δεικτέον οὖν ὅτι οὐ μενεῖ, ἀλλ' εἰς ὀρθὸν ἀποκαταστασεῖται, ὥστε τὰ Ζ, Θ κατὰ κάθετον εἶμεν. Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται κεκλίσθαι τὸ σχῆμα, οὐκ ἔστι τὰ Ζ, Θ κατὰ κάθετον. Ἀχθῶ δὲ διὰ τοῦ Κ καὶ τοῦ Λ ἃ ΚΛ, τὸ δὲ Λ κέντρον ὑποκείσθω τὰς γὰς τὸ δὲ σχῆμα τὸ ἐν τῷ ὑγρῷ ἀπολελαμμένον ὑπὸ τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας τὸν ἄξονα ἔχει ἐπὶ τὰς ΚΛ· εἰ γὰρ κα δύο σφαιρᾶν ἐπιφάνειαι τέμνωντι ἀλλάλας, ἃ τομὰ κύκλος ἐστὶν ὀρθὸς ποτὶ τὰν εὐθεῖαν τὰν ἐπιζευγνύουσιν τὰ κέντρα τᾶν σφαιρᾶν. Ἔστιν οὖν τοῦ σχήματος τοῦ κατὰ τὴν ΒΝΓ περιφέρειαν ἀπολαμβανομένου ἐν τῷ ὑγρῷ τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς ΚΛ· ἔστω τὸ Ρ. Τοῦ δὲ τμήματος ὅλου τοῦ κατὰ τὴν ΘΗΖΕ περιφέρειαν τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς ΖΘ· ἔστω τὸ Ξ. Τοῦ ἄρα <λοιποῦ σχήματος τοῦ ἐκτὸς> τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς ΡΞ ἐστὶν ἐκβληθείσας καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς τὰς ΣΞ ποτὶ τὰν ΞΡ τὸν αὐτὸν λόγον ἐχούσας, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ κατὰ τὴν ΒΝΓ περιφέρειαν τοῦ τμήματος ποτὶ τὸ βάρος τοῦ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ· δέδεικται γὰρ ταῦτα. Ἔστω δὲ τὸ Σ κέντρον τοῦ εἰρημένου σχήματος. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν σχήματος, ὃ ἐστὶν ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ, τὸ βάρος ἐς τὸ κάτω φέρεται κατὰ τὴν εὐθεῖαν τὴν ΛΣ, τὸ δὲ ἐν τῷ ὑγρῷ ἐς τὸ ἄνω κατὰ τὴν εὐθεῖαν τὴν ΡΚ, δηλὸν ὡς οὐ μενεῖ τὸ σχῆμα, ἀλλὰ τὰ ποτὶ τῷ Ε μέρει αὐτοῦ ἐς τὸ κάτω οἰσοῦνται, τὰ δὲ ποτὶ τῷ Η ἐς τὸ ἄνω, καὶ αἰεὶ ἐς τὸ αὐτὸ οἰσοῦνται, ἕως κα ἃ ΖΘ κατὰ κάθετον γένηται.
- 3.20 Κατὰ κάθετον δὲ γενομένης τὰς ΖΘ τὰ κέντρα τοῦ βάρους ἐσσοῦνται τοῦ ἐν τῷ ὑγρῷ καὶ τοῦ ἔκτος ἐπὶ τὰς αὐτὰς καθέτου· ἐπὶ γὰρ τὰς ΖΘ ἐσσοῦνται· ἀντιθλιψοῦνται οὖν ἀλλήλοις τὰ βάρη κατὰ τὴν αὐτὴν κάθετον, τὸ μὲν ἐς τὸ κάτω φερόμενον, τὸ δὲ ἐς τὸ ἄνω. Ὡστε μένει τὸ σχῆμα οὐδέτερον γὰρ ὑπ' οὐδετέρου ἐξωθήσεται. Τὰ δ' αὐτὰ ἐσσεῖται καὶ εἴ κα τὸ σχῆμα ἡμισφαίριον ἢ ἢ ἔλασσον ἡμισφαίριον. Θ'. Καὶ τοίνυν, εἴ κα τὸ σχῆμα κουφότερον ἐὸν τοῦ ὑγροῦ ἀφεθῇ ἐς τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ, ὀρθὸν καταστασεῖται τὸ σχῆμα οὕτως, ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατὰ κάθετον εἶμεν. Νοείσθω γάρ τι μέγεθος, οἷον εἴρηται, εἰς τὸ ὑγρὸν ἀφετῶμενον, νοείσθω δὲ καὶ ἐπίπεδον ἀγόμενον διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τμήματος καὶ διὰ τοῦ κέντρου τὰς γὰς, τομὰ δὲ ἔστω τὰς μὲν ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἃ ΑΒΓΔ περιφέρεια, τοῦ δὲ σχήματος ἃ ΕΖΗ περιφέρεια καὶ ἃ ΕΗ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμήματος ἃ ΖΘ.
- 3.21 Εἰ οὖν δυνατόν, μὴ κατὰ κάθετον ἔστω ἃ ΖΘ· δεικτέον οὖν ὅτι οὐ μενεῖ τὸ σχῆμα, ἀλλὰ ἐπ' ὀρθὸν καταστασεῖται. Ἔστι δὲ τὸ κέντρον τὰς σφαίρας ἐπὶ τὰς ΖΘ· πάλιν γὰρ μείζον ἡμισφαιρίου ἔστω πρῶτον τὸ σχῆμα· καὶ ἔστω τὸ Κ· διὰ δὲ τοῦ Κ καὶ τοῦ κέντρου τὰς γὰς τοῦ Λ ἄχθῶ ἃ ΚΛ· τὸ δὲ σχῆμα τὸ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ ἀπολαμβανόμενον ὑπὸ τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας τὸν ἄξονα ἔχει ἐπὶ τὰς διὰ τοῦ Κ, καὶ διὰ ταῦτα τοῖς πρότερον ἔστιν αὐτοῦ τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς ΝΚ· ἔστω [γὰρ] τὸ Ρ. Τοῦ δὲ ὅλου τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ

τὰς ΖΘ〉 μεταξύ τῶν Κ, Ζ· ἔστω τὸ Τ. Τοῦ ἄρα λοιποῦ σχήματος τοῦ ἐν τῷ ὑγρῷ τὸ κέντρον ἐσσεῖται ἐπὶ τᾷ ΤΡ εὐθείας ἐκβληθείσας καὶ ἀπολαφθείσας τινός, ἃ ἔξει ποτὶ τὰν ΤΡ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ τμήματος τοῦ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ ποτὶ τὸ βάρος τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῷ ὑγρῷ· καὶ ἔστω τὸ Ο κέντρον τοῦ εἰρημένου σχήματος, καὶ διὰ τοῦ Ο κάθετος ἔστω ἡ ΟΛ· οἰσεῖται οὖν τὸ βάρος τοῦ μὲν τμήματος ὃ ἐστὶν ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ, κατὰ τὰν εὐθεῖαν τὰν ΡΛ ἐς τὸ κάτω, τοῦ δ' ἐν τῷ ὑγρῷ σχήματος κατὰ τὰν εὐθεῖαν τὰν ΟΛ ἐς τὸ ἄνω.

3.22 Οὐκ ἄρα μενεῖ τὸ σχῆμα, ἀλλὰ τοῦ σχήματος τὰ μὲν ποτὶ τῷ Η μέρεια οἰσοῦνται ἐς τὸ κάτω, τὰ δὲ ποτὶ τῷ Ε ἐς τὸ ἄνω, καὶ αἰ τοῦτο ἐσσεῖται, ἔστε κα ΘΖ κατὰ κάθετον γένηται. α'.

3.23. (2) Εἴ κά τι μέγεθος κουφότερον ἐὸν τοῦ ὑγροῦ ἀφεθῇ ἐς τὸ ὑγρόν, τοῦτον ἔξει τὸν λόγον τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν, ὃν ἔχει τὸ δεδυκὸς μέγεθος ποτὶ τὸ ὅλον μέγεθος. Ἀφείσθω γάρ τι εἰς τὸ ὑγρόν μέγεθος στερεὸν τὸ ΦΑ κουφότερον τοῦ ὑγροῦ ἐόν, ἔστω δὲ τὸ μὲν δεδυκὸς αὐτοῦ τὸ Α, τὸ δὲ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ τὸ Φ. Δεικτέον ὅτι τὸ ΦΑ τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν τὸ ἴσוקκον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ Α ποτὶ τὸ ΦΑ. Λελάφθω γάρ τι τοῦ ὑγροῦ μέγεθος τὸ ΝΙ ἴσον ὅγκον ἔχον τῷ ΦΑ, καὶ τῷ μὲν Φ ἴσον ἔστω τὸ Ν, τῷ δὲ Α τὸ Ι, καὶ ἔτι τὸ μὲν τοῦ ΦΑ μεγέθους βάρος ἔστω τὸ Β, τοῦ δὲ ΝΙ τὸ ΡΟ, τοῦ δὲ Ι τὸ Ρ· τὸ ΦΑ ἄρα ποτὶ τὸ ΝΙ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ Β ποτὶ τὸ ΡΟ. Ἀλλ' ἐπεὶ τὸ ΦΑ μέγεθος ἐς τὸ ὑγρόν ἀφείθη κουφότερον ὑπάρχον τοῦ ὑγροῦ, δηλον ὡς ὁ τοῦ δεδυκὸς μεγέθους ὅγκος ἴσον βάρος ἔχει τῷ ΦΑ μεγέθει· δέδεικται γὰρ τοῦτο· ἴσον ἄρα τὸ Β βάρος τῷ Ρ, ἐπειδὴ τὸ μὲν Β τὸ βάρος ἐστὶ ὅλου τοῦ ΦΑ μεγέθους, τὸ δὲ Ρ τοῦ Ι ὑγροῦ, ὃ τῷ μεγέθει ἐγένετο ἴσον τῷ ἴσον ὅγκον ἔχοντι τῷ δεδυκῷ μεγέθει τῷ Α· ἔχει ἄρα τὸ ΦΑ μέγεθος τῷ βάρει ποτὶ τὸ ΝΙ ὡς τὸ Ρ ποτὶ τὸ ΡΟ.

3.24 Ὅν δὲ λόγον ἔχει τὸ Ρ ποτὶ τὸ ΡΟ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ Ι ποτὶ τὸ ΙΝ καὶ τὸ Α ποτὶ τὸ ΦΑ· δέδεικται ἄρα τὸ προτεθέν. β'. Τὸ ὀρθὸν τμήμα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὅταν τὸν ἄξονα ἔχη μὴ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾷς μέχρι τοῦ ἄξονος, πάντα λόγον ἔχον ποτὶ τὸ ὑγρόν τῷ βάρει, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρόν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τεθὲν κεκλιμένον οὐ μενεῖ κεκλιμένον, ἀλλὰ ἀποκαταστασεῖται ὀρθόν. Ὅρθον δὲ λέγω καθεστακέναι τὸ τοιοῦτο τμήμα, ὁπόταν τὸ ἀποτετμακὸς αὐτὸ ἐπίπεδον παρὰ τὰν ἐπιφάνειαν ἧ τοῦ ὑγροῦ. Ἐστω τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, οἷον εἴρηται, καὶ κείσθω κεκλιμένον.

3.25 Δεικτέον ὅτι οὐ μενεῖ, ἀλλ' ἀποκαταστασεῖται ὀρθόν. Τμαθέντος δὴ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ <ἐπίπεδον τὸ ἐπὶ τᾷς ἐπιφανείας> τοῦ ὑγροῦ τμήματος ἔστω τομὰ ἡ ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, ἄξων δὲ τοῦ τμήματος καὶ διάμετρος τᾷς τομᾷς ἡ ΝΟ, τᾷς δὲ τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας τομὰ ἡ ΙΣ. Ἐπεὶ οὖν τὸ τμήμα οὐκ ἐστὶν ὀρθόν, οὐκ ἂν εἴη παράλληλος ἡ ΑΛ τῇ ΙΣ· ὥστε οὐ ποιήσει ὀρθὰν γωνίαν ἡ ΝΟ ποτὶ τὰν ΙΣ. Ἀχθῶ οὖν παράλληλος ἡ ἐφαπτομένη ἡ ΚΩ τᾷς τοῦ κώνου τομᾷς κατὰ τὸ Π, καὶ ἀπὸ τοῦ Π παρὰ τὰν ΝΟ ἄχθῳ ἡ ΠΦ· τέμνει δὴ ἡ ΠΦ δίχα τὰν ΙΣ· δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς. Τετμάσθω ἡ ΠΦ, ὥστε εἶμεν διπλασίαν τὰν ΠΒ τᾷς ΒΦ, καὶ ἡ ΝΟ κατὰ τὸ Ρ τετμάσθω, ὥστε καὶ τὰν ΟΡ τᾷς ΡΝ διπλασίαν εἶμεν· ἐσσεῖται δὴ τοῦ μείζονος ἀποτμήματος τοῦ στερεοῦ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ρ, τοῦ δὲ κατὰ τὰν ΙΠΟΣ τὸ Β· δέδεικται γὰρ ἐν ταῖς ἰσορροπίαις, ὅτι παντὸς ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τοῦ ἄξονος διηρημένου οὕτως, ὥστε τὸ ποτὶ τᾷ κορυφῇ τοῦ ἄξονος τμήμα διπλάσιον εἶμεν τοῦ λοιποῦ. Ἀφαιρεθέντος δὴ τοῦ κατὰ τὰν ΙΠΟΣ τμήματος στερεοῦ ἀπὸ τοῦ ὅλου τοῦ λοιποῦ <τὸ> κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους ἐπὶ τᾷς ΒΓ εὐθείας· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς στοιχείοις τῶν μηχα <νικῶν ὅτι, εἴ κα μέγεθος ἀφαιρεθῇ μὴ> τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τοῦ βάρους τῷ ὅλῳ μεγέθει, τοῦ λοιποῦ τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους ἐπὶ τᾷς εὐθείας τᾷς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ τε ὅλου μεγέθους καὶ τοῦ ἀφηρημένου ἐκβεβλημένης ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἃ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθους ἐστὶν.

3.26

Ἐκβεβλήσθω δὴ ἅ ΒΡ ἐπὶ τὸ Γ, καὶ ἔστω τὸ Γ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ λοιποῦ μεγέθους. Ἐπεὶ οὖν ἅ ΝΟ τᾶς μὲν ΟΡ ἡμιολία, τᾶς δὲ μέχρι τοῦ ἄξονος οὐ μείζων ἢ ἡμιολία, δηλονότι ἅ ΡΟ τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος οὐκ ἐστὶ μείζων· ἅ ΠΡ ἄρα ποτὶ τὰν ΚΩ γωνίας ἀνίσους ποιεῖ, καὶ ἅ ὑπὸ τῶν ΡΠΩ γίνεται ὀξεῖα· ἅ ἀπὸ τοῦ Ρ ἄρα κάθετος ἐπὶ τὰν ΠΩ ἀγομένα μεταξὺ πεσεῖται τῶν Π, Ω. Πιπτέτω ὡς ἅ ΡΘ· ἅ ΡΘ ἄρα ὀρθά ἐστιν ποτὶ τὸκ..ος ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἅ ΣΙ, ὃ ἐστὶν ἐπὶ τᾶς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ἀχθώσαν δὴ τινες ἀπὸ τῶν Β, Γ παρὰ τὰν ΡΘ· ἐνεχθήσεται δὴ τὸ μὲν ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ τοῦ μεγέθους εἰς τὸ κάτω κατὰ τὰν διὰ τοῦ Γ ἀγομένην κάθετον· ὑπόκειται γὰρ ἕκαστον τῶν βαρέων εἰς τὸ κάτω φέρεσθαι κατὰ τὰν κάθετον τὰν διὰ τοῦ κέντρου ἀγομένην· τὸ δὲ ἐν τῷ ὑγρῷ μέγεθος, ἐπεὶ κουφότερον γίνεται τοῦ ὑγροῦ, ἐνεχθήσεται εἰς τὸ ἄνω κατὰ τὰν κάθετον τὰν διὰ τοῦ Β ἀγομένην. Ἐπεὶ δὲ οὐ κατὰ τὰν αὐτὰν κάθετον ἀλλάλοις ἀντιθλίβονται, <οὐ μενεῖ τὸ σχῆμα, ἀλλὰ τὰ μὲν κατὰ> τὸ Α εἰς τὸ ἄνω ἐνεχθήσεται, τὰ δὲ κατὰ τὸ Λ εἰς τὸ κάτω, καὶ τοῦτο αἰεὶ ἐσσεῖται, ἕως ἂν ὀρθὸν ἀποκατασταθῇ. γ'. Ὀρθὸν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὅταν τὸν ἄξονα ἔχη μὴ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, πάντα λόγον ἔχον ποτὶ τὸ ὑγρὸν τῷ βάρει, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ, τεθὲν κεκλιμένον οὐ μενεῖ κεκλιμένον, ἀλλ' ἀποκαταστασεῖται οὕτως, ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατὰ κάθετον εἶμεν.

3.27 Ἀφείσθω γάρ τι τμᾶμα εἰς τὸ ὑγρὸν, οἷον εἴρηται, καὶ ἔστω αὐτοῦ ἅ βάσις ἐν τῷ ὑγρῷ, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ τομὰ ἔστω ἅ ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, ἄξων δὲ τοῦ τμᾶματος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἅ ΠΦ, τᾶς δὲ ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ τομὰ ἅ ΙΣ. Ἐπειδὴ οὖν κεκλιμένον κεῖται τὸ τμᾶμα, οὐκ ἐσσεῖται κατὰ κάθετον ὁ ἄξων· οὐκ ἄρα ποιήσει ἅ ΠΦ ἴσας γωνίας ποτὶ τὰν ΙΣ. Ἀχθὼ δὴ τις <ἅ ΚΩ παρὰ τὰν ΙΣ ἐφαπτομένα κατὰ> τὸ Ο τᾶς ΑΠΟΛ τομᾶς, καὶ τοῦ μὲν ΑΠΟΛ στερεοῦ κέντρον ἔστω τοῦ βάρεος τὸ Ρ, τοῦ δὲ ΙΠΟΣ στερεοῦ τὸ Β, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἅ ΒΡ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἔστω κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Γ τοῦ ΙΣΛΑ. Ὀμοίως δὲ δειχθήσεται ἅ μὲν ὑπὸ τῶν ΡΟ, ΟΚ γωνία ὀξεῖα, ἅ δὲ ἀπὸ τοῦ Ρ κάθετος ἐπὶ τὰν ΚΩ ἀγομένα μεταξὺ πίπτουσα τῶν Κ, Ο· ἔστω ἅ ΡΘ.

3.28 Ἐὰν δὴ ἀπὸ τῶν Γ, Β ἀχθέωντί τινες παρὰ τὰν ΡΘ, τὸ μὲν ἐν τῷ ὑγρῷ ἀπολαφθὲν ἐνεχθήσεται ἄνω κατὰ τὰν διὰ τοῦ Γ ἀγομένην, τὸ δ' ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὰν διὰ τοῦ Β ἀγομένην κάτω, καὶ οὐ μενεῖ τὸ ΑΠΟΛ στερεὸν οὕτως ἔχον ἐν τῷ ὑγρῷ, ἀλλὰ τὸ μὲν κατὰ τὸ Α ἄνω τὰν φορὰν ἔξει, τὸ δὲ κατὰ τὸ Λ κάτω, ἕως ἂν γένηται ἅ ΠΦ κατὰ κάθετον. δ'. Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁπόταν κουφότερον ἢ τοῦ ὑγροῦ καὶ τὸν ἄξονα ἔχη μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ὅταν τῷ βάρει ποτὶ τὸ ἴσογκον ὑγρὸν μὴ ἐλάσ <σὺν λόγον ἔχη τοῦ ὄν ἔχει> τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ἃ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τεθὲν κεκλιμένον οὐ μενεῖ κεκλιμένον, ἀλλὰ ἀποκαταστασεῖται εἰς ὀρθόν. Ἔστω τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, οἷον εἴρηται, καὶ ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν, εἰ δυνατόν, ἔστω μὴ ὀρθόν, ἀλλὰ κεκλιμένον, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ τοῦ μὲν τμᾶματος τομὰ ζ'.

3.36. (8) Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὅταν τοῦ ὑγροῦ κουφότερον ἢ καὶ τὸν ἄξονα ἔχη μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὥστε λόγον ἔχειν ποτὶ τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος, ὄν τὰ ιε ποτὶ δ, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν οὕτως ὥστε τὰν βάσιν ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ, οὐδέποτε καταστασεῖται οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ἄπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, ἀλλ' ὥστε ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ μηδὲ καθ' ἓν σαμεῖον ἀπτομένην τᾶς ἐπιφανείας.

3.37 Ἔστω τμᾶμα οἷον εἴρηται, καὶ ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν καθάπερ ἐρρέθη καθεστακέτω οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ἄπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας. Δεικτέον ὅτι οὐ μενεῖ, ἀλλὰ ἀνακλιθήσεται οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μηδὲ καθ' ἓν ἄπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας.

Τμαθέντος γὰρ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν τομὰ ἔστω ἁ ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἔστω δὲ καὶ τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας τομὰ ἁ ΣΛ, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος καὶ διάμετρος ἁ ΠΦ, πάλιν δὲ τεμνέσθω ἁ ΠΦ κατὰ μὲν τὸ Ρ, ὥστε διπλασίαν εἶμεν τὰν ΡΠ τὰς ΡΦ, κατὰ δὲ τὸ Ω, ὥστε τὰν ΠΦ ποτὶ τὰν ΡΩ λόγον ἔχειν ὃν τὰ ιε ποτὶ τὰ δ, καὶ ἁ ΩΚ ὀρθὰ ἄχθω τῇ ΠΦ· ἐσσεῖται δὴ ἐλάσσων ἁ ΡΩ τὰς μέχρι τοῦ ἄξονος. Ἀπολελάφθω οὖν τῇ μέχρι τοῦ ἄξονος ἴσα ἁ ΡΗ, καὶ ἁ μὲν ΤΟ ἄχθω ἐφαπτομένα τὰς τομὰς κατὰ τὸ Ο παράλληλος ἐοῦσα τῇ ΣΛ, ἁ δὲ ΝΟ τῇ ΠΦ, τεμνέτω δὲ ἁ ΝΟ τὰν ΚΩ πρότερον κατὰ τὸ Ι.

3.38 Ὅμοιως δὴ τῷ πρὸ τούτου δειχθήσεται ὅτι ἁ ΝΟ ἦτοι ἡμιολία τὰς ΟΙ ἢ μείζων ἢ ἡμιολία· γίνεται δὴ ἁ ΟΙ τὰς ΙΝ ἐλάσσων ἢ διπλασία. Ἔστω δὴ ἁ ΟΒ διπλασία τὰς ΒΝ, καὶ κατεσκευάσθω τὰ αὐτὰ· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται ἁ ΡΘ ὀρθὰς γωνίας ποιοῦσα ποτὶ τὰν ΤΟ καὶ ποτὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν, καὶ ἀπὸ τῶν Β, Γ ἀχθεῖσαι παρὰ τὰν ΡΘ κάθετοι ἐσσοῦνται ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν. Κατενεχθήσεται οὖν τὸ μὲν ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ τμᾶμα εἰς τὸ ὑγρὸν κατὰ τὰν διὰ τοῦ Β κάθετον, τὸ δ' ἐν τῷ ὑγρῷ ἀνενεχθήσεται κατὰ τὰν διὰ τοῦ Γ· φανερόν οὖν ὅτι ἐπικλιθήσεται τὸ στερεόν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μηδὲ καθ' ἐν ἅπτεσθαι τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, ἐπειδὴ νῦν καθ' ἐν σαμεῖον <ἀπτόμενον ἐπὶ τὸ κάτω φέρε> ται ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Λ. Φανερόν δὲ ὅτι, κὰν ἁ ΟΝ μὴ τέμνη τὰν ΩΚ, ταῦτα δειχθήσεται. η'.

3.39 Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὅταν τὸν ἄξωνα ἔχη μείζονα ἢ ἡμιόλιον τὰς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὥστε ποτὶ τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον ὃν ἔχει τὰ ιε ποτὶ τὰ δ, ὅταν τὸ βάρος ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχη τοῦ ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ὑπεροχᾶς, ἢ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τὰς μέχρι τοῦ ἄξονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν βάσιν μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, οὔτ' ἐς ὀρθὸν ἀποκαταστασεῖται οὔτε μενεῖ κεκλιμένον, πλὴν ὁπόταν ὁ ἄξων αὐτοῦ ποτὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν ποιῇ γωνίαν ἴσαν τῇ μελλούσῃ λέγεσθαι. Ἔστω τμᾶμα οἷον εἴρηται, καὶ ἁ ΒΔ ἴσα τῷ ἄξωνι, καὶ ἁ μὲν ΒΚ τὰς ΚΔ διπλασία, ἁ δὲ ΚΡ ἴσα τῇ μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔστω δὲ καὶ ἁ μὲν ΤΒ ἡμιολία τὰς ΒΡ, ἁ δὲ ΤΔ τὰς ΚΡ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν, τοῦτον ἐχέτω τὸ ἀπὸ τὰς ΦΧ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τὰς ΔΒ, ἔστω δὲ καὶ ἁ Φ <διπλασία τὰς Χ.

3.40 Δῆλον οὖν ὅτι> ἁ ΦΧ ποτὶ τὰν ΔΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἁ ΤΒ ποτὶ τὰν ΒΔ· ἔστι γὰρ ἁ ΤΒ ἁ ὑπεροχά, ἢ μείζων ἢ ἡμιόλιος ὁ ἄξων τὰς μέχρι τοῦ ἄξονος· ἐλάσσων ἄρα ἁ ΦΧ τὰς ΒΤ· ὥστε καὶ ἁ Φ τὰς ΒΡ. Ἔστω δὴ τῇ Φ ἴσα ἁ ΡΨ, καὶ τῇ ΒΔ ὀρθὰ ἄχθω ἁ ΨΕ δυναμένα τὸ ἥμισυ τοῦ ὑπὸ τῶν ΚΡ, ΒΨ, καὶ ἐπεξεύχθω ἁ ΒΕ. Δεικτέον ὅτι τὸ τμᾶμα ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν ὡς εἴρηται καταστασεῖται κεκλιμένον, ὥστε τὸν ἄξωνα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ποιεῖν γωνίαν ἴσαν τῇ ΕΒΨ. Ἀφείσθω γάρ τι ἐς τὸ ὑγρὸν τμᾶμα, καὶ ἁ βάσις αὐτοῦ μὴ ἀπτεσθῶ τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καί, εἰ δυνατόν, μὴ ποιείσθω ὁ ἄξων αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ἴσαν τῇ Β, ἀλλὰ μείζω πρῶτον. Τμαθέντος δὴ τοῦ τμάματος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ τομὰ ἔστω ἁ ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἐν δὲ τῇ τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείᾳ ἁ ΞΣ, ἄξων δὲ καὶ διάμετρος [τοῦ τμήματος] ἁ ΝΟ. Ἀχθῶ δὴ καὶ ἁ μὲν ΠΥ παρὰ τὰν ΞΣ ἐφαπτομένα τὰς ΑΠΟΛ τομὰς κατὰ τὸ Π, ἁ δὲ ΠΜ παρὰ τὰν ΝΟ, ἁ δὲ ΠΙ κάθετος ἐπὶ τὰν ΝΟ, καὶ τῇ ΒΡ ἔστω ἴσα ἁ ΟΩ, τῇ δὲ ΡΚ ἁ ΩΘ, καὶ ὀρθὰ ἁ ΩΗ τῷ ἄξωνι. Ἐπεὶ οὖν ὑπόκειται ὁ ἄξων τοῦ τμάματος ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ γωνίαν ποιεῖν μείζονα τὰς Β, δῆλον ὅτι τοῦ ΠΙΥ τριγώνου ἁ ποτὶ τῷ Υ γωνία μείζων τὰς Β· μείζονα δὴ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΠΙ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΙΥ ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΕΨ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΨΒ.

3.41 Ἄλλ' ὃν μὲν λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τὰς ΠΙ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τὰς ΙΥ, τοῦτον ἔχει ἁ ΚΡ ποτὶ ΙΙ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΕΨ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΨΒ, τοῦτον ἔχει ἁ ἡμίσεια τὰς ΚΡ ποτὶ τὰν ΨΒ· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΚΡ ποτὶ τὰν ΙΙ ἢ περ ἁ ἡμίσεια τὰς ΚΡ

ποτὶ τὰν ΨΒ· ἐλάσσων ἄρα ἢ διπλασία ἅ ΥΙ τὰς ΨΒ. Τὰς δὲ ΟΙ διπλασία ἅ ΙΥ· ἐλάσσων ἄρα ἅ ΟΙ τὰς ΨΒ· ὥστε ἅ ΙΩ μείζων ἐστὶ τὰς ΨΡ. Ἄ δὲ ΨΡ ἴσα ἐστὶ τῇ Φ· μείζων ἄρα ἐστὶν ἅ ΙΩ τὰς Φ. Καὶ ἐπεὶ ὑπόκειται τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἔχειν λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΦΧ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΒΔ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ δεδυκὸς αὐτοῦ ποτὶ τὸ ὅλον τμᾶμα, ὃν δὲ τὸ δεδυκὸς ποτὶ τὸ ὅλον, τοῦτον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΠΜ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΟΝ, ὃν ἄρα λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΦΧ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΒΔ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΜΠ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΟΝ· ἴσα ἄρα ἐστὶν ἅ ΦΧ τῇ ΠΜ. Ἄ δὲ ΠΗ ἐδείχθη μείζων ἐοῦσα τὰς Φ· δηλὸν οὖν ὅτι ἅ ΠΜ ἐλάσσων ἢ ἡμιολία ἐστὶν τὰς ΠΗ, ἅ δὲ ΠΗ τὰς ΗΜ μείζων ἢ διπλασίων. Ἔστω οὖν ἅ ΠΖ διπλασίων τὰς ΖΜ· ἐσσεῖται δὴ τὸ μὲν Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ στερεοῦ, τοῦ δὲ ἐν τῷ ὑγρῷ τὸ Ζ· τοῦ δὴ λοιποῦ μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τὰς ΖΘ εὐθείας ἐπιζευχθείσας καὶ ἐκβληθείσας.

3.42 Ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Γ· δειχθήσεται δὴ ὁμοίως ἅ ΘΗ κάθετος ἐοῦσα ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν, καὶ τὸ μὲν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ τμᾶμα ἐνεχθήσεται εἰς τὸ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὰν διὰ τοῦ Ζ ἀγμέναν κάθετον ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν, τὸ δὲ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ ἐνεχθήσεται εἰς τὸ ἐντὸς κατὰ τὰν διὰ τοῦ Γ· οὐ μενεῖ δὴ τὸ τμᾶμα κατὰ τὰν ὑποκειμένην κλίσιν. Οὐδὲ μὴν εἰς τὸ ὀρθὸν ἀποκαταστασεῖται. Δηλὸν δὲ διὰ τούτων· ἐπειδὴ τῶν ἀγμένων διὰ τῶν Ζ, Γ καθέτων ἅ μὲν διὰ τοῦ Ζ ἀγμένα τὰς ΓΖ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρεα πίπτει, ἐφ' ἃ ἐστὶ τὸ Λ, ἅ δὲ διὰ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Α, δηλὸν ὅτι διὰ τὰ προειρημένα τὸ μὲν Ζ κέντρον ἄνω οἰσθήσεται, τὸ δὲ Γ κάτω· ὥστε τοῦ ὅλου μεγέθους τὰ μέρεα τὰ ἀπὸ τοῦ Α κάτω οἰσθήσεται. Τοῦτο δ' ἦν εὐχρηστον ποτὶ τὸ δεῖξαι. Ὑποκείσθω πάλιν τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτά, ὁ δὲ ἄξων τοῦ τμᾶματος ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ποιεῖ <τῶ γωνίαν ἐλάσσονα τὰς ποτὶ τῷ Β· ἐλάσσονα δὴ λόγον> ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΠΙ ποτὶ τὸ ἀπὸ τὰς ΙΥ ἢ τὸ ἀπὸ τὰς ΕΨ ποτὶ τὸ ἀπὸ τὰς ΨΒ· καὶ ἅ ΚΡ ἄρα ποτὶ τὰν ΥΙ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ περ ἅ ἡμίσεια τὰς ΚΡ ποτὶ τὰν ΨΒ. Μείζων ἄρα ἐσσεῖται ἢ διπλασίων ἅ ΙΥ τὰς ΨΒ· ἅρα ΟΙ ἐλάσσων τὰς ΨΡ. Ἔσσεῖται οὖν καὶ ἅ ΠΗ ἐλάσσων τὰς Φ. Ἄ δὲ ΜΠ τῇ ΦΧ ἴσα· δηλὸν οὖν ὅτι μείζων ἢ ἡμιολία ἅ ΠΜ τὰς ΠΗ, ἅ δὲ ΠΗ ἐλάσσων ἢ διπλασίων τὰς ΗΜ.

3.43 Ἔστω οὖν ἅ ΠΖ τὰς ΖΜ διπλασία. Πάλιν οὖν τοῦ μὲν ὅλου κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ Θ, τοῦ δ' ἐν τῷ ὑγρῷ τὸ Ζ· ἐπιζευχθείσας δὴ τὰς ΖΘ καὶ ἐκβληθείσας ἐσσεῖται τὸ <κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τὰς ἐκβληθείσας. Ἔστω τὸ Γ, καὶ ἄχθωσαν κά> θετοὶ ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν διὰ τῶν Ζ, Γ παρὰ τὰν ΗΘ· δηλὸν οὖν ὅτι οὐ μενεῖ τὸ ὅλον τμᾶμα, ἀλλὰ κλιθήσεται, ὥστε τὸν ἄξονα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ποιεῖν γωνίαν μείζονα ἢς νῦν ποιεῖ. Ἐπεὶ οὖν οὔτε γωνίαν μείζονα τὰς Β ποιοῦντος τοῦ ἄξονος ποτὶ τὸ ὑγρὸν σταθήσεται τὸ τμᾶμα οὔτ' ἐλάσσονα, φανερόν ὅτι ταλικάυταν ποιοῦντος γωνίαν σταθήσεται· οὕτως γὰρ ἅ ΙΟ ἐσσεῖται ἴσα τῇ ΨΒ καὶ ἅ ΟΙ τῇ ΨΡ καὶ τῇ Φ ἅ ΠΗ· ἡμιολία ἄρα ἐσσεῖται ἅ ΜΠ τὰς ΠΗ, ἅ δὲ ΠΗ τὰς ΗΜ διπλασία. Τὸ Η ἄρα τοῦ ἐν τῷ ὑγρῷ βάρεος κέντρον ἐστίν· ὥστε κατὰ τὰν αὐτὰν κάθετον ἀνενεχθήσεται, καὶ τὸ ἐκτὸς ἐς τὸ κάτω ἐνεχθήσεται.

3.44 Μενεῖ ἄρα· ἀντωθοῦνται γὰρ ὑπ' ἀλλάλων. Θ'. Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὅταν τὸν ἄξονα ἔχη μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τὰς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὥστε τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ιε ποτὶ δ, καὶ τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν μείζονα λόγον ἔχη τοῦ ὃν ἔχει ἅ ὑπεροχά, ἢ μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος τετράγωνον τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τὰς ὑπεροχᾶς, ἢ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τὰς μέχρι τοῦ ἄξονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ, τεθὲν κεκλιμένον οὔτε κατασταθήσεται, ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ κατὰ κάθετον εἶμεν, οὔτε μενεῖ κεκλιμένον, πλήν ὅταν ὁ ἄξων αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ποιῇ γωνίαν ἴσαν τῇ λαφθείσῃ ὁμοίως ἢ πρότερον. Ἔστω τμᾶμα οἷον εἴρηται, καὶ κείσθω ἅ ΔΒ ἴσα τῷ ἄξονι τοῦ τμᾶματος, καὶ ἅ μὲν ΒΚ

τᾶς ΚΔ διπλασία ἔστω, ἃ δὲ ΚΡ ἴσα τᾶ μέχρι τοῦ ἄξονος, ἃ δὲ ΤΒ ἡμιολία τᾶς ΒΡ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν, τοῦτον ἔχέτω ἃ ὑπεροχά, ἧ ὑπερέχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ΦΧ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ἔστω δὲ ἃ Φ διπλασία τᾶς Χ.

3.45 Δῆλον οὖν ὅτι ἃ ὑπεροχά, ἧ ὑπερέχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΤ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ἃ ὑπεροχά, ἧ ὑπερέχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ΦΧ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ· ἔστι γὰρ ἃ ΒΤ ἃ ὑπεροχά, ἧ μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος ὁ ἄξων τοῦ τμήματος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος. Μείζονι ἄρα ὑπερέχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ ἀπὸ τᾶς ΦΧ ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΤ· ὥστε ἃ ΦΧ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΒΤ· καὶ ἃ Φ ἄρα τᾶς ΒΡ. Ἐστω οὖν τᾶ Φ ἴσα ἃ ΡΨ, καὶ ἃ ΨΕ ὀρθὰ ἄχθω τᾶ ΒΔ δυναμένα τὸ ἡμισυ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶν ΚΡ, ΨΒ. Φαμὶ ὅτι τὸ τμᾶμα ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ, καταστασεῖται οὕτως, ὥστε τὸν ἄξωνα αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ γωνίαν ποιεῖν ἴσαν τᾶ Β. Ἀφείσθω [μὲν] γὰρ τὸ τμᾶμα, ὡς εἴρηται, ἐς τὸ ὑγρόν, καὶ μὴ ποιεῖτω ὁ ἄξων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ γωνίαν ἴσαν τᾶ Β, ἀλλὰ μείζονα πρότερον. Τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ἔστω τοῦ τμήματος τομὰ ἃ ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου κώνου τομά, τᾶς δὲ τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἃ ΤΙ, ἄξων δὲ [τῆς τομῆς] καὶ διάμετρος ἃ ΝΟ, καὶ τετμάσθω κατὰ τὰ Ω, Θ, ὡς καὶ πρότερον, ἄχθω δὲ καὶ ἃ μὲν ΥΠ παρὰ τὰν ΤΙ ἐφαπτομένα τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Π, ἃ δὲ ΠΜ μείζων ἄρα ἃ ΣΩ τᾶς ΡΨ καὶ ἃ ΠΗ τᾶς Φ.

3.46 Καὶ ἐπεὶ τὸ τμᾶμα βάρει λόγον ἔχει ποτὶ τὸ ὑγρόν, ὃν ἃ ὑπεροχά, ἧ μείζων ἐστὶν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ΦΧ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ δεδυκὸς αὐτοῦ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὅλον, δῆλον ὅτι τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον τὸ δεδυκὸς αὐτοῦ μέρος ποτὶ τὸ ὅλον τμᾶμα, ὃν ἃ ὑπεροχά, ἧ ὑπερέχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ΦΧ, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ΒΔ· ἔξει οὖν καὶ τὸ ὅλον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΦΧ. Ὅν δὲ λόγον ἔχει τὸ ὅλον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΟ ποτὶ τὸ ἀπὸ ΠΜ· ἴσα ἄρα ἃ ΜΠ τᾶ ΦΧ.

3.47 Ἄ δὲ ΠΗ δέδεικται μείζων τᾶς Φ· ἃ ἄρα ΜΗ ἐλάσσων ἐστὶν τᾶς Χ· μείζων <ἄρα ἐστὶν ἢ διπλασία ἃ ΠΗ> τᾶς <ΗΜ. Ἐστω δὲ ἃ ΠΖ διπλασία τᾶς ΖΜ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἃ ΖΘ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Γ· ἔσται οὖν τοῦ μὲν ὅλου τμήματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ, τοῦ δὲ ἐκτὸς> τοῦ ὑγροῦ τὸ <Ζ, τοῦ δὲ ἐντὸς ἐν τᾶ ΘΓ· ἔστω δὲ τὸ> Γ. <Δειχθήσεται δὲ ὁμοίως τοῖς πρότερον ἃ ΘΗ> κάθετος ἐπὶ <τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ καὶ αἱ διὰ τῶν Ζ, Γ παρὰ τὰν ΘΗ> ἀγόμεναι κάθετοι καὶ αὐταὶ ἐπὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Κατενεχθήσεται ἄρα τὸ μὲν ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ τμᾶμα ἐς τὸ κάτω κατὰ τὰν διὰ τοῦ Ζ, τὸ δὲ ἐντὸς κατὰ τὰν διὰ τοῦ Γ ἀνενεχθήσεται· οὐ μενεῖ οὖν τὸ ὅλον τμᾶμα ἀκλινές. Οὐδὲ μὴν καταστραφήσεται, ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τὸν ἄξωνα ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν, ἐπειδὴ τὰ ἐπὶ <τὰ αὐτὰ τῷ Λ κάτω, τὰ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Α ἐς τὰ ἄνω οἰσθήσεται,> διὰ τὰ ἀνάλογον τοῖς λεγομένοις ἐπὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ. Ἐὰν δὲ ὁ ἄξων ποτὶ τὸ ὑγρόν ποιῇ γωνίαν ἐλάσσονα τᾶς Β, ὁμοίως τοῖς πρότερον δειχθήσεται ὅτι οὐ μενεῖ τὸ τμᾶμα, ἀλλὰ κλιθήσεται, ἕως ἂν ὁ ἄξων ποιῇ γωνίαν ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ἴσαν τᾶ Β. ι'.

3.48 Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὅταν κουφότερον ὢν τοῦ ὑγροῦ τὸν ἄξωνα ἔχη μείζονα ἢ ὥστε λόγον ἔχειν ποτὶ τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος [τοῦ] ὃν ἔχει τὰ ιε ποτὶ τὰ δ, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρόν ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ὅτε μὲν ὀρθὸν καταστασεῖται, ὅτε δὲ κεκλιμένον, καὶ ποτὲ μὲν οὕτω κεκλιμένον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ καθ' ἐν σαμεῖον ἄπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καὶ τοῦτο ἐν δισσοῖς κλιμάτεσσι ποιήσει, ποτὲ δὲ οὕτως κεκλιμένον καταστασεῖται, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ κατὰ πλείονα τόπον βρέχεσθαι, ποτὲ δὲ οὕτως, ὥστε τὰν

βάσιν αὐτοῦ μηδὲ καθ' ἓν ἄπτεσθαι τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφα <νείας· ὃν δὲ λόγον ἔχοντος τῷ>
 βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἕκαστα αὐτῶν ἐσσεῖται, νῦν δηλωθήσεται. Ἐστω τμᾶμα οἶον εἴρηται, καὶ
 τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ τομὰ ἔστω ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἁ
 ΑΠΟΛ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, ἄξων δὲ ἔστω καὶ διάμετρος τὰς τομᾶς ὁ ΒΔ, τετμάσθω δὲ ὁ ΒΔ
 κατὰ τὸ Κ, ὥστε διπλασίαν εἶμεν τὰν ΒΚ τὰς ΚΔ, κατὰ δὲ τὸ Τ, ὥστε τὰν ΔΒ ποτὶ τὰν ΚΤ λόγον
 ἔχειν ὡς τὰ ιε ποτιδ· δηλον οὖν ὅτι ἁ ΚΤ μείζων ἐστὶ τὰς μέχρι τοῦ ἄξονος.

3.49 Ἐστω οὖν ἁ ΚΡ ἴσα τᾷ μέχρι τοῦ ἄξονος, τὰς δὲ ΒΡ ἡμίσεια ἔστω ἁ ΡΣ· ἔστι δὴ καὶ ἁ ΣΒ ἡμιολία
 τὰς ΒΡ. Ἐπιζευχθείσας δὲ τὰς ΑΒ καὶ τὰς ΤΕ ὀρθᾶς ἀχθείσας ἄχθω ἁ ΕΖ παρὰ τὰν ΒΔ, καὶ πάλιν
 τὰς ΑΒ δίχα τμαθείσας κατὰ τὸ Θ ἄχθω παρὰ τὰν ΒΔ ἁ ΘΗ, καὶ λελάφθω ὀρθογωνίου κώνου
 τομὰ ἁ ΑΕΙ περὶ διάμετρον τὰν ΕΖ καὶ ἁ ΑΘΔ περὶ διάμετρον τὰν ΘΗ, ὥστε ὅμοια εἶμεν τὰ ΑΕΙ,
 ΑΘΔ τμᾶματα τῷ ΑΒΛ τμᾶματι· γραφήσεται δὴ ἁ ΑΕΙ κώνου τομὰ διὰ τοῦ Κ, ἁ δὲ ἀπὸ τοῦ Ρ ὀρθὰ
 ἀχθεῖσα τᾷ ΒΔ τεμεῖ τὰν ΑΕΙ. Τεμνέτω κατὰ τὰ Υ, Γ, καὶ διὰ τῶν Υ, Γ ἄχθωσαν παρὰ τὰν ΒΔ αἱ
 ΥΧ, ΓΝ, τεμνέτωσαν δὲ αὗται τὰν ΑΘΔ τομὰν κατὰ τὰ Ξ, Φ, ἄχθωσαν δὲ καὶ αἱ ΠΨ, Οφ
 ἐφαπτόμεναι τὰς ΑΠΟΛ τομᾶς κατὰ τὰ Ο, Π. Δεδομένα δὴ τρία τινὰ τμᾶματα τὰ ΑΠΟΛ, ΑΕΙ, ΑΘΔ
 περιεχόμενα ὑπὸ τὰν εὐθειᾶν καὶ τὰν ὀρθογωνίων κώνων τομᾶν ὀρθὰ καὶ ὅμοια, ἄνισα δέ, καὶ
 ἀπολέλαπται ἅφ' ἐκάστας βάσιος, ἀπὸ δὲ τοῦ Ν ἀναγμέναι αἱ ΝΞ, ΝΓ, ΝΟ· ὁ Γ ἄρα ποτὶ τὰν ΓΞ
 τὸν συγκείμενον λόγον ἔξει ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΙΛ ποτὶ ΛΑ, καὶ ὃν ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ ΔΙ.

3.50 Ἐχει δὲ καὶ ἁ ΙΙ ποτὶ ΛΑ ὃν δύο ποτιε· ἅ τε γὰρ ΤΒ ποτὶ ΒΔ ἐστὶν ὡς δύο ποτι ε , καὶ ἁ ΕΒ ποτὶ
 ΒΑ καὶ ἁ ΔΖ ποτὶ ΔΑ, τούτων δὲ διπλάσιαι αἱ ΙΙ, ΛΑ· ἁ δὲ ΑΔ ποτὶ ΔΙ ἔχει ὅσον πέντε πρὸς α , ὁ
 δὲ συγκείμενος λόγος ἐξ οὗ ὃν ἔχει τὰ δύο ποτι τὰ ε καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει τὰ πέντε ποτι τὸ ἐν ὁ
 αὐτός ἐστι τῷ ὃν ἔχει τὰ δύο ποτι τὸ α· διπλασία ἄρα ἐστὶν ἁ ΟΓ τὰς ΓΞ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἁ ΠΥ
 τὰς ΥΦ. Ἐπεὶ δὲ ἐστὶν ἁ ΔΣ ἡμιολία τὰς ΚΡ, δηλον ὅτι ἁ ΒΣ ἁ ὑπεροχά ἐστὶν, ἥ μείζων ἐστὶν ὁ
 ἄξων ἢ ἡμιόλιος τὰς μέχρι τοῦ ἄξονος. Εἰ μὲν οὖν τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν τοῦτον ἔχει
 τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τὰς ΒΣ ποτὶ τὸ ἀπὸ τὰς ΒΔ, ἢ μείζονα τούτου τοῦ λόγου, ἀφεθὲν τὸ τμᾶμα
 εἰς τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ὀρθὸν καταστασεῖται·
 δέδεικται γὰρ πρότερον ὅτι [ἐάν] τμᾶμα μείζονα ἔχον τὸν ἄξονα ἢ ἡμιόλιον τὰς μέχρι τοῦ
 ἄξονος, ἐάν τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν μὴ ἐλάσσονα λόγον ἔχη τοῦ ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ
 τὰς ὑπεροχᾶς, ἥ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τὰς μέχρι τοῦ ἄξονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ
 ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν οὕτως ὡς εἴρηται, ὀρθὸν καταστασεῖται. Ἐπὶ δὲ τὸ τμᾶμα
 τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχη τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τὰς ΣΒ ποτὶ τὸ τετράγωνον
 τὸ ἀπὸ τὰς ΒΔ, μείζονα δὲ τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τὰς ΟΞ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τὰς ΒΔ, ἀφεθὲν ἐς
 τὸ ὑγρὸν κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, καταστασεῖται
 κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μηδὲ καθ' ἓν ἄπτεσθαι τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καὶ
 τὸν ἄξονα αὐτοῦ γωνίαν ποιεῖν ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ μείζονα τὰς ρ.

3.51 Ἐάν δὲ τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν τοῦτον ἔχη τὸν λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς
 ΞΟ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΒΔ, ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν
 αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, καταστασεῖται κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ
 ἄπτεσθαι καθ' ἓν τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καὶ τὸν ἄξονα αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ
 ὑγροῦ γωνίαν ποιεῖν ἴσαν τᾷ ρ. Ἐάν δὲ τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐλάσσονα μὲν λόγον
 ἔχη τοῦ ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΞΟ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΒΔ, μείζονα δὲ τοῦ
 ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τὰς ΠΦ ποτὶ τὸ ἀπὸ τὰς ΒΔ, ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν καὶ τεθὲν κεκλιμένον οὕτως,
 ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, καταστασεῖται κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν
 βάσιν αὐτοῦ κατὰ πλείονα τόπον τέμνεσθαι ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ. Εἰ δὲ τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ
 ὑγρὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τὰς ΠΦ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ
 τὰς ΒΔ, ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν καὶ τεθὲν κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι

τοῦ ὑγροῦ, καταστασεῖται κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ καθ' ἓν σαμεῖον ἄπτεσθαι τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καὶ τὸν ἄξονα αὐτοῦ ποιεῖν γωνίαν ἴσαν τῇ Ψ. Ἐὰν δὲ τὸ τμᾶμα τῷ βάρει πρὸς τὸ ὑγρὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχη τοῦ ὄν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΠΦ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ, ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρὸν καὶ τεθὲν κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, καταστασεῖται κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὸν μὲν ἄξονα αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ γωνίαν ποιεῖν ἐλάσσονα τῆς Ψ, τὰν δὲ βάσιν αὐτοῦ μὴδὲ καθ' ἓν ἄπτεσθαι τὰς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας.

3.52 Δειχθήσεται δὲ ταῦτα ἐξῆς. Ἐχέτω δὴ πρῶτον τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν μείζονα μὲν λόγον τοῦ ὄν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΕΟ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ, ἐλάσσονα δὲ τοῦ ὄν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ὑπεροχᾶς τετράγωνον, ᾧ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τῆς μέχρι τοῦ ἄξονος, ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τετράγωνον, καὶ ὑποκείσθω τὸ πρότερον κατεσκευασμένον σχῆμα, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρὸν, τοῦτον ἐχέτω τὸ ἀπὸ τῆς Ψ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ· ἔστι δὴ ἂν Ψ τῆς μὲν ΕΟ μείζων, ἐλάσσων δὲ τῆς ὑπεροχᾶς, ᾧ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τῆς μέχρι τοῦ ἄξονος.

3.53 Ἐναρμόσθω δὲ τις μεταξὺ τῶν ΑΠΟΛ, ΑΞΔ κώνων <τομᾶν> , Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΚ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ω.

3.57. (17) Ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν ὅλου τμήματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Κ, τοῦ δὲ ἐν τῷ ὑγρῷ τὸ Η, τοῦ δ' ἐκτὸς ἐπὶ τῆς ΚΩ· ἔστω τὸ Ω. Δειχθήσεται δὴ ὁμοίως ἅ τε ΚΧ κάθετος ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν καὶ αἱ διὰ τῶν Η, Ω σαμείων παρὰ τὰν ΚΧ. Δῆλον οὖν ὅτι οὐ μενεῖ τὸ τμᾶμα, ἀλλ' ἐπικλιθήσεται, ἕως ἂν ἡ βάσις αὐτοῦ ἄπτηται καθ' ἓν σαμεῖον τῆς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καθάπερ <κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ> ἐπιφάνειαν.

3.58. (12) Κατὰ τὰς αὐτὰς οὖν εὐθείας τό τε ἐν τῷ ὑγρῷ ἀνενεχθήσεται καὶ τὸ <ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ> κατενεχθήσεται μενεῖ <δὴ τὸ τμᾶμα, καὶ> ἅ τε <βάσις καθ' ἓν σαμεῖον ἄψεται τῆς τοῦ> ὑγροῦ ἐπιφανείας, καὶ ὁ ἄξων <τοῦ τμήματος> ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ποιήσει γωνίαν ἴσαν τῇ προγεγραμμένῃ.

3.59 εὐθεῖαν κατὰ τὸ Η. Δειχθήσεται δὴ ἡ ΠΥ διπλασία τῆς ΥΙ, καθάπερ ἐδείχθη καὶ ἡ ΓΟ τῆς ΓΧ. Ἀχθῶ δὲ καὶ ἡ μὲν ΠΩ ἐφαπτομένα τῆς ΑΠΟΛ κατὰ τὸ Π, ἡ δὲ ΠΕ κάθετος ἐπὶ τὰν ΒΔ, καὶ ἡ ΙΑ ἐπιζευχθεῖσα <ἐκβεβλήσθω> ἐπὶ τὸ Χ· ἐσσεῖται δὲ ἡ ΑΙ τῇ ΙΧ ἴσα καὶ ἡ ΑΧ τῇ ΠΩ παράλληλος. Δεικτέον δὴ ὅτι τὸ τμᾶμα ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν καὶ κεκλιμένον οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, οὕτως καταστασεῖται κεκλιμένον, ὥστε τὸν ἄξονα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ γωνίαν ποιεῖν <ἐλάσσονα τῆς Φ, τὰν δὲ βάσιν αὐτοῦ μὴδὲ καθ' ἓν ἄπτεσθαι τῆς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας. Ἀφείσθω γὰρ εἰς τὸ ὑγρὸν καὶ καθεστακέτω οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν> αὐτοῦ καθ' ἓν σαμεῖον ἄπτεσθαι τῆς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, τμαθέντος δὲ τοῦ τμήματος ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν διὰ τοῦ ἄξονος τομὰ ἔστω τῆς μὲν τοῦ τμήματος ἐπιφανείας ἡ ΑΗΒΑ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, τῆς δὲ τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἡ ΑΖ, ἄξων δὲ καὶ διάμετρος τῆς τομᾶς ἡ ΒΔ, καὶ τετμάσθω ἡ ΒΔ κατὰ τὰ Κ, Ρ ὁμοίως <κατε-> σκευάσθω τὰ αὐτὰ τοῖς ἐν τῷ τρίτῳ σχήματι.

3.62. (3) Ὅμοίως δὴ δειχθήσεται ἡ ΘΗ ἴσα τῇ Ψ· ὥστε καὶ τῇ ΙΠ ἴσα. Ἐπεὶ οὖν ἡ Α γωνία οὐκ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς Φ, οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΓΒ τῆς ΣΒ, οὐδὲ ἡ ΓΡ ἐλάσσων τῆς ΣΡ οὐδὲ ἡ ΗΧ τῆς ΘΡ. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ΙΠ ἡμιολία ἐστὶ τῆς ΠΥ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΠΥ τῆς ΘΡ, καὶ ἡ μὲν ΗΘ ἴσα τῇ ΠΙ, ἡ δὲ ΗΧ οὐκ ἐλάσσων τῆς ΘΡ, μείζων ἔσται ἡ ΧΗ τῆς ΠΥ· ἡ ἄρα ΗΧ μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς ΧΘ. Ἐστω δὴ ἡ ΗΥ διπλασία τῆς ΥΘ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΥΚ ἐκβεβλήσθω· δῆλον δὴ ὁμοίως τοῖς πρότερον ὅτι οὐ μενεῖ τὸ τμᾶμα, ἀλλὰ κλιθήσεται, ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν <τοῦ ὑγροῦ γωνίαν ποιεῖν ἐλάσσονα τῆς Φ> . Ἐστω δὴ πάλιν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν τῷ βάρει

μείζονα μὲν λόγον ἔχον τοῦ ὄν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΖΠ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ἐλάσσονα δὲ τοῦ ὄν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΞΟ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, ὄν δὲ λόγον ἔχει τὸ τμᾶμα τῷ βάρει ποτὶ τὸ ὑγρόν, τοῦτον ἐχέτω τὸ ἀπὸ τᾶς Ψ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ· δηλον οὖν ὅτι ἡ Ψ τᾶς μὲν ΖΠ μείζων ἐστίν, τᾶς δὲ ΞΟ ἐλάσσων.

3.63. (9) Ἐναρμόσθω δὴ εἰς τὸ μεταξὺ τῶν ΑΞΔ, ΑΠΟΛ [τμημάτων] ἴσα τᾷ Ψ, παράλληλος δὲ τᾷ ΒΔ ἡ ΦΙ τέμνουσα τὴν μεταξὺ [τοῦ] κώνου τομὰν κατὰ τὸ Υ· πάλιν δὴ ἡ ΦΥ διπλασία τᾶς ΥΙ δειχθήσεται, καθάπερ ἡ ΟΓ τᾶς ΞΓ. Ἀχθῶ δὲ ἀπὸ τοῦ Φ τοῦ ΑΠΟΛ ἐφαπτομένα κατὰ τὸ Φ ἡ ΦΩ· ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἡ μὲν ΑΙ τᾷ ΧΙ ἴσα, ἡ δὲ ΑΧ τᾷ ΦΩ παράλληλος. Δεικτέον δὲ ὅτι τὸ τμᾶμα ἀφεθὲν ἐς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν βάσιν μὴ ἄπτεσθαι τᾶς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, καὶ τεθὲν κεκλιμένον οὕτως κλιθήσεται, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ κατὰ πλείονα τόπον τέμνεσθαι ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ. Ἀφείσθω γὰρ εἰς τὸ ὑγρον ὡς εἴρηται, καὶ κείσθω τὸ πρῶτον [καὶ] οὕτως κεκλιμένον, <ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μηδὲ καθ' ἓν> ἄπτεσθαι τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας, τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὰν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν ἐν μὲν τᾷ τοῦ τμήματος ἐπιφανείᾳ γίνεται τομὰ ἡ ΑΒΓ, ἐν δὲ τᾷ τοῦ ὑγροῦ ἡ ΕΖ, ἄξων δὲ ἔστω [τῆς τομῆς] καὶ διάμετρος [τοῦ τμήματος] ἡ ΒΔ, καὶ τετμάσθω ἡ ΒΔ κατὰ τὰ Κ, Ρ ὁμοίως τοῖς πρότερον, ἄχθῶ δὲ καὶ ἡ μὲν ΗΛ παρὰ τὰν ΕΖ ἐφαπτομένα τᾶς [ἀπὸ τῆς] ΑΒΓ τομᾶς κατὰ τὸ Η, ἡ δὲ ΗΘ παρὰ τὰν ΒΔ, ἡ δὲ ΗΣ κάθετος ἐπὶ τὰν ΒΔ.

3.64 Ἐπεὶ δὲ τὸ τμᾶμα τῷ βάρει λόγον ἔχει ποτὶ τὸ ὑγρόν, ὄν τὸ ἀπὸ τᾶς Ψ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΔ, δηλον ὅτι ἡ Ψ ἴσα ἐστὶν τᾷ ΗΘ· δειχθήσεται γὰρ ὁμοίως τοῖς πρότερον· ὥστε καὶ ἡ ΗΘ ἴσα ἐστὶν τᾷ ΦΙ· καὶ τὰ τμήματα ἄρα τὰ ΑΦΧ, ΕΒΖ ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. Ἐπεὶ δ' ἐν ἴσοις καὶ ὁμοίοις τμαμάτεσσι τοῖς ΑΠΟΛ, ΑΒΓ ἀγμέναι ἐντὶ αἱ ΑΧ, ΕΖ ἴσα τμήματα ἀφαιροῦσαι, καὶ ἡ μὲν ἀπ' ἄκρας τᾶς βάσιος, ἡ δὲ οὐκ ἀπ' ἄκρας, ἐλάσσονα ποιήσει τὰν ὀξεῖαν ποτὶ τὰν διάμετρον τοῦ τμήματος ἡ ἀπ' ἄκρας τᾶς βάσιος ἀχθεῖσα.

3.65 Καὶ ἐπειδὴ τοῦ ΗΛΣ τριγώνου ἡ Λ μείζων τᾶς Ω γωνίας τοῦ ΦΤΩ τριγώνου, δηλον ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ Βς τᾶς ΒΤ, ἡ δὲ ζΡ τᾶς ΡΤ μείζων, καὶ ἡ Ηλ μείζων τᾶς ΦΗ· ἡ λθ ἄρα ἐλάσσων τᾶς ΗΙ. Καὶ ἐπεὶ διπλασία ἐστὶν ἡ ΦΥ τᾶς ΥΙ, δηλον ὅτι ἡ Ηλ μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία τᾶς λθ. Ἐστω δὴ ἡ ΗΑ' διπλασία τᾶς Α'Θ· δηλον δὴ ἐκ τούτων ὅτι οὐ μενεῖ τὸ τμᾶμα, ἀλλὰ ἐπικλιθήσεται, ἕως ἄν ἡ βάσις αὐτοῦ θίγῃ καθ' ἓν σαμεῖον τᾶς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας. Ἀπτέσθω δὴ καθ' ἓν σαμεῖον, ὡς ἐν τῷ τρίτῳ σχήματι ἐγράφθη, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω· δειχθήσεται δὴ πάλιν ὅτι τε ΘΗ ἴσα ἐοῦσα τᾷ ΦΙ καὶ τὰ ΑΦΧ, ΑΒΖ τμήματα ἴσα ἀλλήλοις. Καὶ ἐπεὶ ἐν ἴσοις καὶ ὁμοίοις τμαμάτεσσι τοῖς ΑΠΟΛ, ΑΒΓ ἀγμέναι ἐντὶ αἱ ΑΧ, ΑΖ ἴσα τμήματα ἀφαιροῦσαι, ἴσας ποιοῦσι γωνίας ποτὶ ταῖς διαμέτροις τῶν τμαμάτων· τῶν ἄρα ΛΗΣ, ΦΤΩ αἱ ποτὶ τοῖς Λ, Ω γωνίαι ἴσαι ἐντί, καὶ ἡ ΒΣ εὐθεῖα τᾷ ΒΤ ἴσα καὶ ἡ ΣΡ τᾷ ΡΤ καὶ ἡ Ηλ τᾷ ΦΗ καὶ ἡ λθ τᾷ ΗΙ.

3.66 Ἐπεὶ δὲ διπλασία ἐστὶν ἡ ΦΥ τᾶς ΥΙ, φανερόν ὅτι ἡ Ηλ μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία τᾶς λθ. Ἐστω οὖν ἡ Η Λ Ο τᾶς Λ Ο Θ διπλασίων· πάλιν δὴ ἐκ τούτων δηλον ὡς οὐ μενεῖ τὸ τμᾶμα, ἀλλ' ἐπικλιθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Α. Ἐπεὶ δὴ καθ' ἓν σαμεῖον ὑπετέθη τὸ τμᾶμα ἄπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, δηλον ὅτι κατὰ πλείονα τόπον ἡ βάσις ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ καταλαφθήσεται.