

eul_wid: ixo-aa

Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος · Archimedes of Syracuse

On the Equilibrium of Planes

Περὶ Ἱσορροπίας Ἐπιπέδων

Period: Ἑλληνιστική Hellenistic
Dialect: Δωρική Doric
Domain: Μαθηματικά Mathematics
Format: Πραγματεία Treatise

- 2 80 Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων α' α'. Αἰτούμεθα τὰ ἴσα βάρη ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπεῖν, τὰ δὲ ἴσα βάρη ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. β'. Εἴ κα βαρέων ἰσορροπεόντων ἀπὸ τινων μακέων ποτὶ τὸ ἕτερον τῶν βαρέων ποτιτεθῇ, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο, ὃ ποτετέθη. γ'. Ὁμοίως δὲ καί, εἴ κα ἀπὸ τοῦ ἐτέρου τῶν βαρέων ἀφαιρεθῇ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος, ἀφ' οὗ οὐκ ἀφηρέθη. δ'. Τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζει ἐπ' ἄλλαλα. ε'. Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δέ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐσσεῖται κείμενα. Ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὁμοῖα σχήματα, ἀφ' ὧν ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ποιεόντι γωνίας ἴσας ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς. ς'. Εἴ κα μεγέθη ἀπὸ τινων μακέων ἰσορροπέωντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσορροπήσει. ζ'. Παντὸς σχήματος, οὗ κα ἂν περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα ᾗ, τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐντὸς εἴμεν δεῖ τοῦ σχήματος. [20]
- 2 81 Τούτων δὲ ὑποκειμένων α'. Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπέοντα βάρη ἴσα ἐντί. Εἴπερ γὰρ ἄνισα ἐσσεῖται, ἀφαιρεθείσας ἀπὸ τοῦ μείζονος τὰς ὑπεροχὰς τὰ λοιπὰ οὐκ ἰσορροπησοῦντι, ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἐτέρου ἀφήρηται. Ὡστε τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων βάρη ἰσορροπέοντα ἴσα ἐντί. β'. Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βάρη οὐκ ἰσορροπέοντι, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μείζον. Ἀφαιρεθείσας γὰρ τὰς ὑπεροχὰς ἰσορροπησοῦντι, ἐπειδὴ τὰ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσορροπέοντι. Ποτιτεθέντος οὖν τοῦ ἀφαιρεθέντος ῥέψει ἐπὶ τὸ μείζον, ἐπεὶ ἰσορροπεόντων τῷ ἐτέρῳ ποτετέθη. γ'. Τὰ ἄνισα βάρη ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπησοῦντι, καὶ τὸ μείζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος. Ἐστω ἄνισα βάρη τὰ Α, Β, καὶ ἔστω μείζον τὸ Α, καὶ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΒΒ μακέων. [15]
- 2 82 Δεικτέον ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἂ ΑΓ τὰς ΒΒ. Μὴ γὰρ ἔστω ἐλάσσων. Ἀφαιρεθείσας δὴ τὰς ὑπεροχὰς, ἃ ὑπερέχει τὸ Α τοῦ Β, ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἐτέρου ἀφήρηται, ῥέψει ἐπὶ τὸ Β. Οὐ ῥέψει δέ· εἴτε γὰρ ἴσα ἐστὶν ἂ ΑΓ τὰς ΒΒ, ἰσορροπησοῦντι [τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων], εἴτε μείζων ἂ ΑΓ τὰς ΒΒ, ῥέπει ἐπὶ τὸ Α· τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσορροπέοντι, ἀλλὰ ῥέπει ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. Διὰ δὲ ταῦτα ἐλάσσων ἐστὶν ἂ ΑΓ τὰς ΒΒ. Φανερόν δὲ ὅτι καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπέοντα ἄνισα ἐντί, καὶ μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος. δ'. Εἴ κα δύο ἴσα μεγέθη μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρους ἔχωντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθῶν συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους τὸ μέσον τὰς

εὐθείας τὰς ἐπιζευγνυούσας τῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρους. Ἐστω τοῦ μὲν Α κέντρον τοῦ βάρους τὸ Α, τοῦ δὲ Β τὸ Β, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΒ τετράσθω δίχα κατὰ τὸ Γ· λέγω ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐστὶ τὸ Γ. Εἰ γὰρ μή, ἔστω [τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β μεγεθῶν] κέντρον τοῦ βάρους τὸ Δ, εἰ δυνατόν [ὅτι γὰρ ἔστιν ἐπὶ τῆς ΑΒ προδεδεικται]. ^[20]

2 83 Ἐπεὶ οὖν τὸ Δ σαμεῖον κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρους τοῦ ἐκ τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθους, κατεχομένου τοῦ Δ ἰσορροπήσει· τὰ ἄρα Α, Β μεγέθη ἰσορροποῦντι ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΒΒ μακέων· ὅπερ ἀδύνατον [τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσορροποῦντι]. Δῆλον οὖν ὅτι τὸ Γ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ἐκ τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθους. εἴ. Εἴ κα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρους ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθη ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους. Ἐστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ, κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρους τὰ Α, Β, Γ σαμεῖα ἐπ' εὐθείας κείμενα, ἔστω δὲ τὰ τε Α, Β, Γ ἴσα καὶ αἱ ΑΓ, ΒΒ ἴσαι εὐθεῖαι· λέγω ὅτι τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Γ σαμεῖον. Ἐπεὶ γὰρ τὰ Α, Β μεγέθη ἴσον βάρος ἔχει, κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους τὸ Γ σαμεῖον, ἐπειδὴ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΑΓ, ΒΒ. ^[20]

2 84 Ἦσιν δὲ καὶ τοῦ Γ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Γ σαμεῖον· δῆλον οὖν ὅτι καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους. ΠΟΡΙΣΜΑ Α' Ἐκ δὴ τούτων φανερόν ὅτι, ὁπόσων κα τῷ πλήθει περισσῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρους ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, εἴ κα τὰ τε ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθη ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ εὐθεῖαι αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους. ΠΟΡΙΣΜΑ Β' Εἴ κα καὶ ἄρτια ἔωντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθη, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρους αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν καὶ τὰ ἴσα ἀπέχοντα ἀπ' αὐτῶν ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους τὸ μέσον τὰς εὐθείας τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρους τῶν μεγεθέων, ὡς ὑπογέγραπται. ζ'. ^[20]

2 85 Τὰ σύμμετρα μεγέθη ἰσορροποῦντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς βάρεσιν. Ἐστω σύμμετρα μεγέθη τὰ Α, Β, ὧν κέντρα τὰ Α, Β, καὶ μᾶκος ἔστω τι τὸ ΕΔ, καὶ ἔστω ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως τὸ ΔΓ μᾶκος ποτὶ τὸ ΓΕ μᾶκος· δεικτέον ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ Γ. Ἐπεὶ γὰρ ἐστίν, ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως τὸ ΔΓ ποτὶ τὸ ΓΕ, τὸ δὲ Α τῷ Β σύμμετρον, καὶ τὸ ΓΔ ἄρα τῷ ΓΕ σύμμετρον, τουτέστιν εὐθεῖα τῇ εὐθείᾳ· ὥστε τῶν ΕΓ, ΓΔ ἐστὶ κοινὸν μέτρον. Ἐστω δὴ τὸ Ν, καὶ κείσθω τῇ μὲν ΕΓ ἴσα ἑκατέρα τῶν ΔΗ, ΔΚ, τῇ δὲ ΔΓ ἴσα ἡ ΕΛ. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἡ ΔΗ τῇ ΓΕ, ἴσα καὶ ἡ ΔΓ τῇ ΕΗ· ὥστε καὶ ἡ ΛΕ ἴσα τῇ ΕΗ. Διπλασία ἄρα ἡ μὲν ΛΗ τῆς ΔΓ, ἡ δὲ ΗΚ τῆς ΓΕ· ὥστε τὸ Ν καὶ ἑκατέραν τῶν ΛΗ, ΗΚ μετρεῖ, ἐπειδήπερ καὶ τὰ ἡμίσεα αὐτῶν. Καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως ἡ ΔΓ ποτὶ ΓΕ, ὡς δὲ ἡ ΔΓ ποτὶ ΓΕ, οὕτως ἡ ΛΗ ποτὶ ΗΚ· διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας· καὶ ὡς ἄρα τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως ἡ ΛΗ ποτὶ ΗΚ. ^[15]

2 86 Ὅσαπλασίων δὲ ἐστὶν ἡ ΛΗ τῆς Ν, τοσαυταπλασίων ἔστω καὶ τὸ Α τοῦ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΛΗ ποτὶ Ν, οὕτως τὸ Α ποτὶ Ζ. Ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΚΗ ποτὶ ΛΗ, οὕτως τὸ Β ποτὶ Α· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΚΗ ποτὶ Ν, οὕτως τὸ Β ποτὶ Ζ· ἰσάκις ἄρα πολλαπλασίων ἐστὶν ἡ ΚΗ τῆς Ν καὶ τὸ Β τοῦ Ζ. Ἐδείχθη δὲ τοῦ Ζ καὶ τὸ Α πολλαπλάσιον ἑόν· ὥστε τὸ Ζ τῶν Α, Β κοινόν ἐστὶ μέτρον. Διαίρεθείσας οὖν τὰς μὲν ΛΗ εἰς τὰς τῇ Ν ἴσας, τοῦ δὲ Α εἰς τὰ τῇ Ζ ἴσα, τὰ ἐν τῇ ΛΗ τμήματα ἰσομεγέθη τῇ Ν ἴσα ἐσσεῖται τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῇ Α τμαμάτεσσιν ἴσοις ἐοῦσιν τῷ Ζ. Ὡστε, ἂν ἐφ' ἕκαστον τῶν τμαμάτων τῶν ἐν τῇ ΛΗ ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Ζ τὸ κέντρον τοῦ βάρους

ἔχον ἐπὶ μέσου τοῦ τμήματος, τὰ τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐντὶ τῷ Α, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρους τὸ Ε· ἄρτια τε γάρ ἐστι τὰ πάντα τῷ πλήθει, καὶ τὰ ἐφ' ἐκάτερα τοῦ Ε ἴσα τῷ πλήθει διὰ τὸ ἴσαν εἶμεν τὰν ΛΕ τᾷ ΗΕ. Ὅμοίως δὲ δειχθήσεται ὅτι κἂν, εἴ κα ἐφ' ἕκαστον τῶν ἐν τᾷ ΚΗ τμημάτων ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Ζ κέντρον τοῦ βάρους ἔχον ἐπὶ τοῦ μέσου τοῦ τμήματος, τὰ τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐσσεῖται τῷ Β, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον τοῦ βάρους ἐσσεῖται τὸ Δ· ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν Α ἐπικείμενον κατὰ τὸ Ε, τὸ δὲ Β κατὰ τὸ Δ. Ἐσσεῖται δὴ μεγέθεα ἴσα ἀλλάλοις ἐπ' εὐθείας κείμενα, ὧν τὰ κέντρα τοῦ βάρους ἴσα ἀπ' ἀλλήλων διέστακεν, [συγκείμενα] ἄρτια τῷ πλήθει· δηλον οὖν ὅτι τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἡ διχοτομία τᾶς εὐθείας τᾶς ἐχούσας τὰ κέντρα τῶν μέσων μεγεθῶν. ^[25]

2 87 Ἐπεὶ δ' ἴσαι ἐντὶ ἡ μὲν ΛΕ τᾷ ΓΔ, ἡ δὲ ΕΓ τᾷ ΔΚ, καὶ ὅλα ἄρα ἡ ΛΓ ἴσα τᾷ ΓΚ· ὥστε τοῦ ἐκ πάντων μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρους τὸ Γ σαμεῖον. Τοῦ μὲν ἄρα Α κειμένου κατὰ τὸ Ε, τοῦ δὲ Β κατὰ τὸ Δ, ἰσορροποῦντι κατὰ τὸ Γ. Ζ'. Καὶ τοίνυν, εἴ κα ἀσύμμετρα ἔωντι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως ἰσορροποῦντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς μεγέθεσιν. Ἐστω ἀσύμμετρα μεγέθεα τὰ ΑΒ, Γ, μάκεα δὲ τὰ ΔΕ, ΕΖ, ἐχέτω δὲ τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ τὸ ΕΔ ποτὶ τὸ ΕΖ μάκος λέγω ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, Γ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Ε. Εἰ γὰρ μὴ ἰσορροπήσει τὸ ΑΒ τεθὲν ἐπὶ τῷ Ζ τῷ Γ τεθέντι ἐπὶ τῷ Δ, ἦτοι μείζον ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῦ Γ ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν [τῷ Γ] ἢ οὐ. Ἐστω μείζον, καὶ ἀφηρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ἧ μείζον ἐστὶ τὸ ΑΒ τοῦ Γ ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν, ὥστε [τὸ] λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. Ἐπεὶ οὖν σύμμετρά ἐστι τὰ Α, Γ μεγέθεα, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ Α ποτὶ τὸ Γ ἢ ἡ ΔΕ ποτὶ ΕΖ, οὐκ ἰσορροποῦντι τὰ Α, Γ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μακέων, τεθέντος τοῦ μὲν Α ἐπὶ τῷ Ζ, τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τῷ Δ. ^[15]

2 88 Διὰ ταῦτα δ', οὐδ' εἰ τὸ Γ μείζον ἐστὶν ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ ΑΒ. η'. Εἴ κα ἀπὸ τίνος μεγέθεος ἀφαιρεθῇ τι μέγεθος μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τοῦ λοιποῦ μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους, ἐκβληθείσας τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βαρέων τοῦ τε ὅλου μεγέθεος καὶ τοῦ ἀφηρημένου ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἧ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθεος, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς ἀπὸ [τᾶς] ἐκβληθείσας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ εἰρημένα κέντρα, ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὰν μεταξὺ τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ ἀφηρημένου μεγέθεος ποτὶ τὸ τοῦ λοιποῦ βάρος, τὸ πέρας τᾶς ἀπολαφθείσας. Ἐστω μεγέθεος τίνος τοῦ ΑΒ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Γ, καὶ ἀφηρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ τὸ ΑΔ, οὗ κέντρον τοῦ βάρους ἔστω τὸ Ε, ἐπιζευχθείσας δὲ τᾶς ΕΓ καὶ ἐκβληθείσας ἀπολελάφθω ἡ ΓΖ ποτὶ τὰν ΓΕ λόγον ἔχουσα τὸν αὐτόν, ὃν ἔχει τὸ ΑΔ μέγεθος ποτὶ τὸ ΔΗ· δεικτέον ὅτι τοῦ ΔΗ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Ζ σαμεῖον. ^[15]

2 89 Μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ σαμεῖον. Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΔ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Ε, τοῦ δὲ ΔΗ τὸ Θ σαμεῖον, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΔ, ΔΗ μεγεθῶν κέντρον τοῦ βάρους ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΘ τμηθείσας, ὥστε τὰ τμήματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθέμεν κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τοῖς μεγέθεσιν· ὥστε οὐκ ἐσσεῖται τὸ Γ σαμεῖον κατὰ τὰν ἀνάλογον τομὴν τᾶς εἰρημένας. Οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ Γ κέντρον τοῦ ἐκ τῶν ΑΔ, ΔΗ συγκειμένου μεγέθεος, τουτέστι τοῦ ΑΒ. Ἐστὶ δὲ ὑπέκειτο γάρ· οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ Θ κέντρον βάρους τοῦ ΔΗ μεγέθεος. Θ'. Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶν κατ' ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευρᾶν. Ἐστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἐπὶ δὲ τὰν διχοτομίαν τᾶν ΑΒ, ΓΔ ἡ ΕΖ· φαμὶ δὴ ὅτι τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΖ. Μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΑΒ ἡ ΘΙ. ^[20]

2 90

Τὰς [δὲ] δὴ ΕΒ διχοτομουμένας αἰεὶ ἐσσεῖται ποκα ἅ καταλειπομένα ἐλάσσων τὰς ΙΘ· καὶ διηρήσθω ἑκατέρω τῶν ΑΕ, ΕΒ εἰς τὰς τᾷ ΕΚ ἴσας, καὶ ἀπὸ τῶν κατὰ τὰς διαιρέσεως σαμείων ἄχθωσαν παρὰ τὴν ΕΖ· διαιρεθήσεται δὴ τὸ ὅλον παραλληλόγραμμον εἰς παραλληλόγραμμα τὰ ἴσα καὶ ὁμοῖα τῷ ΚΖ. Τῶν οὖν παραλληλογράμμων τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων τῷ ΚΖ ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. Ἐσοῦνται δὴ μεγέθεά τινα, παραλληλόγραμμα ἴσα τῷ ΚΖ, ἄρτια τῷ πλήθει, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας κείμενα, καὶ τὰ μέσα ἴσα, καὶ πάντα τὰ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτὰ τε ἴσα ἐντὶ καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι· τοῦ ἐκ πάντων αὐτῶν ἄρα συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τὰς εὐθείας τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος τῶν μέσων χωρίων. Οὐκ ἔστι δέ· τὸ γὰρ Θ ἐκτός ἐστι τῶν μέσων παραλληλογράμμων. Φανερόν οὖν ὅτι ἐπὶ τὰς ΕΖ εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου. ι'. Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτουντι. Ἐστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ καὶ ἐν αὐτῷ ἅ ΕΖ δίχα τέμνουσα τὰς ΑΒ, ΓΔ, ἅ δὲ ΚΛ τὰς ΑΓ, ΒΔ· ἔστιν δὴ τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τὰς ΕΖ· δέδεικται γὰρ τοῦτο· διὰ ταῦτα δὲ καὶ ἐπὶ τὰς ΚΛ· τὸ Θ ἄρα σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρεος. ^[5]

2 91 Κατὰ δὲ τὸ Θ αἱ διάμετροι τοῦ παραλληλογράμμου συμπίπτουντι· ὥστε δέδεικται τὸ προτεθέν. ΑΛΛΩΣ Ἐστίν δὲ καὶ ἄλλως τὸ αὐτὸ δεῖξαι. Ἐστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἅ ΔΒ. Τὰ ἄρα ΑΒΔ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐντὶ καὶ ὁμοῖα ἀλλάλοις· ὥστε ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα τῶν τριγώνων καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. Ἐστω δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, καὶ τετμάσθω δίχα ἅ ΔΒ κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἅ ΕΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπολελάφθω ἅ ΖΘ ἴσα τᾷ ΘΕ. Ἐφαρμοζομένου δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον καὶ τιθεμένας τὰς μὲν ΑΒ πλευρὰς ἐπὶ τὰν ΔΓ, τὰς δὲ ΑΔ ἐπὶ τὰν ΒΓ, ἐφαρμόξει καὶ ἅ ΘΕ εὐθεῖα ἐπὶ τὰν ΖΘ, καὶ τὸ Ε σαμεῖον ἐπὶ τὸ Ζ πεσεῖται. Ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. ^[20]

2 92 Ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΓ τὸ Ζ, δῆλον ὡς τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ μέσον τὰς ΕΖ εὐθείας, ὅπερ ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον. ια'. Ἐὰν δύο τρίγωνα ὁμοῖα ἀλλάλοις ἦ καὶ ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ποτὶ τὰ τρίγωνα, καὶ τὸ ἐν σαμεῖον τοῦ ἐν ᾧ ἐστὶ τριγώνου κέντρον ἦ τοῦ βάρεος, καὶ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐν ᾧ ἐστὶ τριγώνου [ὁμοίως δὲ λέγομεν σαμεῖα κέεσθαι ποτὶ τὰ ὁμοῖα σχήματα, ἀφ' ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἴσας ποιοῦσιν γωνίας πρὸς ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς]. Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἔστω ὡς ἅ ΑΓ ποτὶ ΔΖ, οὕτως ἅ τε ΑΒ ποτὶ ΔΕ καὶ ἅ ΒΓ ποτὶ ΕΖ, καὶ ἐν τοῖς εἰρημένοις τριγώνοις σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ἔστω τὰ Θ, Ν [πρὸς τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα], καὶ ἔστω τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· λέγω ὅτι καὶ τὸ Ν κέντρον βάρεός ἐστι τοῦ ΔΕΖ τριγώνου. Μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Η κέντρον βάρεος τοῦ ΔΕΖ τριγώνου, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΑ, ΘΒ, ΘΓ, ΔΝ, ΕΝ, ΖΝ, ΔΗ, ΕΗ, ΖΗ. ^[20]

2 93 Ἐπεὶ οὖν ὁμοῖόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ κέντρα τῶν βαρέων ἐστὶ τὰ Θ, Η σαμεῖα, τῶν δὲ ὁμοίων σχημάτων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐντὶ κείμενα [ὥστε ἴσας ποιησοῦντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς ἕκαστον ἐκάσταις], ἴσα ἄρα ἅ ὑπὸ ΗΔΕ γωνία τᾷ ὑπὸ ΘΑΒ. Ἀλλὰ ἅ ὑπὸ ΘΑΒ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΔΝ [διὰ τὸ ὁμοίως κεῖσθαι τὰ Θ, Ν σαμεῖα]· καὶ ἅ ὑπὸ ΕΔΝ γωνία ἄρα ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΔΗ, ἅ μείζων τᾷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα οὐκ ἔστι κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΔΕΖ τριγώνου τὸ Ν σαμεῖον· ἔστιν ἄρα. ιβ'. Εἴ κα δύο τρίγωνα ὁμοῖα ἔωντι, τοῦ δὲ ἐνὸς τριγώνου κέντρον ἦ τοῦ βάρεος ἐπὶ τὰς εὐθείας, ἃ ἐντὶ ἀπὸ τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν τὰν βάσιν ἀγομένα, καὶ τοῦ λοιποῦ τριγώνου τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τὰς ὁμοίως ἀγομένας γραμμὰς. Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἔστω ὡς ἅ ΑΓ ποτὶ ΔΖ,

οὕτως ἅ τε AB ποτὶ ΔΕ καὶ ἅ ΒΓ ποτὶ ΖΕ, καὶ τριαθείσας τὰς ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Η ἐπεζεύχθω ἅ ΒΗ, καὶ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τᾷς ΒΗ τὸ Θ· λέγω ὅτι καὶ τοῦ ΕΔΖ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τᾷς ὁμοίως ἀγομέναις εὐθείας. ^[5]

2 94 Τετμάσθω ἅ ΔΖ δίχα κατὰ τὸ Μ, καὶ ἐπεζεύχθω ἅ ΕΜ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἅ ΒΗ ποτὶ ΒΘ, οὕτως ἅ ΜΕ ποτὶ ΕΝ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΓ, ΔΝ, ΝΖ. Ἐπεὶ ἐστὶ τᾷς μὲν ΓΑ ἡμίσεια ἅ ΑΗ, τᾷς δὲ ΔΖ ἡμίσεια ἅ ΔΜ, ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἅ ΒΑ ποτὶ ΕΔ, οὕτως ἅ ΑΗ ποτὶ ΔΜ. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν ἐντι· ἴσα τε ἄρα ἐστὶν ἅ ὑπὸ ΑΗΒ γωνία τᾷ ὑπὸ ΔΜΕ, καὶ ἐστὶν ὡς ἅ ΑΗ ποτὶ ΔΜ, οὕτως ἅ ΒΗ ποτὶ ΕΜ. Ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἅ ΒΗ ποτὶ ΒΘ, οὕτως ἅ ΜΕ ποτὶ ΕΝ· καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἅ ΑΒ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἅ ΒΘ ποτὶ ΕΝ. Καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν ἐντι· εἰ δὲ τοῦτο, ἴσα ἐστὶν ἅ ὑπὸ ΒΑΘ γωνία τᾷ ὑπὸ ΕΔΝ· ὥστε καὶ λοιπὰ ἅ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΝΔΖ γωνία. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἅ μὲν ὑπὸ ΒΓΘ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΖΝ, ἅ δὲ ὑπὸ ΘΓΗ τᾷ ὑπὸ ΝΖΜ ἴσα. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἅ ὑπὸ ΑΒΘ τᾷ ὑπὸ ΔΕΜ ἴσα· ὥστε καὶ λοιπὰ ἅ ὑπὸ ΘΒΓ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΝΕΖ. Διὰ ταῦτα δὴ πάντα ὁμοίως κεῖται τὰ Θ, Ν σαμεῖα [ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας γωνίας ποιεῖ]. Ἐπεὶ οὖν ὁμοίως κεῖται τὰ Θ, Ν σαμεῖα, καὶ ἐστὶ τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, καὶ τὸ Ν ἄρα κέντρον βάρους τοῦ ΔΕΖ. 1γ'. ^[25]

2 95 Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τᾷς εὐθείας, ἃ ἐστὶν ἐκ τᾷς γωνίας ἐπὶ μέσων ἀγομένα τὰν βάσιν. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ καὶ ἐν αὐτῷ ἅ ΑΔ ἐπὶ μέσων τὰν ΒΓ βάσιν· δεικτέον ὅτι ἐπὶ τᾷς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΓ. Μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ, καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ τὰν ΒΓ ἄχθω ἅ ΘΙ. Ἀεὶ δὴ δίχα τεμνομένας τὰς ΔΓ ἐσσεῖται ποκα ἅ καταλειπομένα ἐλάσσων τᾷς ΘΙ· καὶ διηρήσθω ἑκατέρα τὰν ΒΔ, ΔΓ ἐς τὰς ἴσας, καὶ διὰ τὰν τομᾶν παρὰ τὰν ΑΔ ἄχθωσαν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΚ, ΛΜ· ἐσσοῦνται δὴ αὗται παρὰ τὰν ΒΓ. Τοῦ δὴ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ΜΝ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τᾷς ΥΣ, τοῦ δὲ ΚΞ τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τᾷς ΤΥ, τοῦ δὲ ΖΟ ἐπὶ τᾷς ΤΔ· τοῦ ἄρα ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τᾷς ΣΔ εὐθείας. ^[15]

2 96 Ἔστω δὴ τὸ Ρ, καὶ ἐπεζεύχθω ἅ ΡΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΑΔ ἅ ΓΦ. Τὸ δὴ ΑΔΓ [τρίγωνον] ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τὰν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ἀναγεγραμμένα ὁμοῖα τῷ ΑΔΓ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἅ ΓΑ ποτὶ ΑΜ, διὰ τὸ ἴσας εἶμεν τὰς ΑΜ, ΜΚ, ΖΓ, ΚΖ. Ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ ΑΔΒ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ ἀπὸ τὰν ΑΛ, ΛΗ, ΗΕ, ΕΒ ἀναγεγραμμένα ὁμοῖα τρίγωνα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἅ ΒΑ ποτὶ ΑΛ, τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἅ ΓΑ ποτὶ ΑΜ. Ἀλλὰ ἅ ΓΑ ποτὶ ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἅ ΦΡ ποτὶ ΡΘ· ὁ γὰρ τᾷς ΓΑ ποτὶ ΑΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ [ὅλας] τᾷς ΦΡ ποτὶ ΡΠ [διὰ τὸ ὁμοῖα εἶμεν τὰ τρίγωνα]· καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἅ ΦΡ ποτὶ ΡΘ· ὥστε καὶ διελόντι τὰ ΜΝ, ΚΞ, ΖΟ παραλληλόγραμμα ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἅ ΦΘ ποτὶ ΘΡ. Γεγονέτω οὖν ἐν τῷ τῶν παραλληλογράμμων ποτὶ τὰ τρίγωνα λόγῳ ἅ ΧΘ ποτὶ ΘΡ. Ἐπεὶ οὖν ἔστι τι μέγεθος τὸ ΑΒΓ, οὗ τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Θ, καὶ ἀφήρηται ἀπ' αὐτοῦ μέγεθος τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ΜΝ, ΚΞ, ΖΟ παραλληλογράμμων, καὶ ἐστὶν τοῦ ἀφηρημένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ρ σαμεῖον, τοῦ ἄρα λοιποῦ μεγέθους τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τριγώνων κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τᾷς ΡΘ εὐθείας ἐκβληθείσας καὶ ἀπολαφθείσας ποτὶ τὰν ΘΡ τοῦτον ἐχούσας τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀφαιρεθὲν μέγεθος ποτὶ τὸ λοιπόν. Τὸ ἄρα Χ σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τῶν περιλειπομένων· ὅπερ ἀδύνατον· τὰς γὰρ διὰ τοῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν ΑΔ ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ ταῦτα πάντα ἐντί [τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος]. ^[25]

2 97 Δῆλον οὖν τὸ προτεθέν. ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΥΤΟ Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἄχθω ἅ ΑΔ ἐπὶ μέσων τὰν ΒΓ· λέγω ὅτι ἐπὶ τᾷς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. Μὴ γάρ, ἀλλ', εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ τε ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ καὶ αἱ ΕΔ, ΖΕ ἐπὶ μέσας τὰς ΒΑ, ΑΓ, καὶ

παρὰ τὰν ΑΘ ἄχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ, ΛΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ. Ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ διὰ τὸ παράλληλον εἶμεν τὰν ΒΑ τῇ ΖΔ, καὶ ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ σαρμεῖον, καὶ τοῦ ΖΔΓ ἄρα τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Λ σαρμεῖον· ὁμοίως γὰρ ἐντὶ κείμενα τὰ Θ, Λ σαρμεῖα ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων [ἐπειδήπερ ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας ποιεῶντι γωνίας· φανερόν γὰρ τοῦτο]. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ ΕΒΔ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Κ σαρμεῖον· ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΕΒΔ, ΖΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ μέσας τὰς ΚΛ εὐθείας [ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τὰ ΕΒΔ, ΖΔΓ τρίγωνα]. ^[15]

2 98 Καὶ ἐστὶν τὰς ΚΛ μέσον τὸ Ν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἅ ΒΕ ποτὶ ΕΑ, οὕτως ἅ ΒΚ ποτὶ ΘΚ, ὡς δὲ ἅ ΓΖ ποτὶ ΖΑ, οὕτως ἅ ΓΛ ποτὶ ΛΘ· εἰ δὲ τοῦτο, ἔστιν ἅ ΒΓ τῇ ΚΛ παράλληλος. Καὶ ἐπέζευκται ἅ ΔΘ· ἔστιν ἄρα ὡς ἅ ΒΔ ποτὶ ΔΓ, οὕτως ἅ ΚΝ ποτὶ τὰν ΝΛ· ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τὸ Ν. Ἔστιν δὲ καὶ τοῦ ΑΕΔΖ παραλληλογράμμου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Μ σαρμεῖον· ὥστε τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τὰς ΜΝ εὐθείας. Ἔστιν δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Θ σαρμεῖον· ἅ ΜΝ ἄρα ἐκβαλλομένα πορεύεται διὰ τοῦ Θ σαρμεῖου· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΓ τριγώνου οὐκ ἔστιν ἐπὶ τὰς ΑΔ εὐθείας· ἔστιν ἄρα ἐπ' αὐτῆς. ἰδ' Παντὸς τριγώνου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ σαρμεῖον, καθ' ὃ συμπίπτουντι τοῦ τριγώνου αἱ ἐκ τῶν γωνιῶν ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι. Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἄχθω ἅ μὲν ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ, ἅ δὲ ΒΕ ἐπὶ μέσαν τὰν ΑΓ· ἐσσεῖται δὴ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐφ' ἑκατέρας τῶν ΑΔ, ΒΕ· δέδεικται γὰρ τοῦτο. ^[20]

2 99 Ὡστε τὸ Θ σαρμεῖον κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν. ἰε'. Παντὸς τραπεζίου τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλους ἀλλάλαις τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς εὐθείας τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τῶν παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμήμα αὐτῆς τὸ πέρας ἔχον τὰν διχοτομίαν τὰς ἐλάσσονος τῶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμήμα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρος ἅ ἴσα τῇ διπλασίᾳ τὰς μείζονος μετὰ τὰς ἐλάσσονος ποτὶ τὰν διπλασίαν τὰς ἐλάσσονος μετὰ τὰς μείζονος τῶν παραλλήλων. Ἔστω τραπέζιον τὸ ΑΒΓΔ παραλλήλους ἔχον τὰς ΑΔ, ΒΓ, ἅ δὲ ΕΖ ἐπιζευγνυέτω τὰς διχοτομίας τῶν ΑΔ, ΒΓ. Ὅτι οὖν ἐπὶ τὰς ΕΖ ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ τραπεζίου φανερόν. ^[15]

2 100 Ἐὰν γὰρ ἐκβάλλῃς τὰς ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ, δῆλον ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαρμεῖον ἔρχονται, καὶ ἐσσεῖται τοῦ ΗΒΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς ΗΖ, καὶ ὁμοίως τοῦ ΑΗΔ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς ΕΗ· καὶ λοιποῦ ἄρα τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον τοῦ βάρους ἐσσεῖται ἐπὶ τὰς ΕΖ. Ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἅ ΒΔ διηρήσθω εἰς τρία ἴσα κατὰ τὰ Κ, Θ σαρμεῖα, καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰν ΒΓ ἄχθωσαν αἱ ΛΘΜ, ΝΚΤ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ· ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν ΔΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς ΘΜ, ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἅ ΘΒ τὰς ΒΔ [καὶ διὰ τοῦ Θ σαρμεῖου παράλληλος τῇ βάσει ἄκται ἅ ΜΘ]. Ἔστιν δὲ τὸ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ΔΒΓ τριγώνου καὶ ἐπὶ τὰς ΔΖ· ὥστε τὸ Ξ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ εἰρημένου τριγώνου. Διὰ ταῦτα δὲ καὶ τὸ Ο σαρμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΔ τριγώνου· τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒΔ, ΒΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος, ὅπερ ἐστὶ τὸ τραπέζιον, κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τὰς ΟΞ εὐθείας. Ἔστιν δὲ τοῦ εἰρημένου τραπεζίου κέντρον τοῦ βάρους καὶ ἐπὶ τὰς ΕΖ· ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους τὸ Π σαρμεῖον. Ἐχοι δ' ἂν τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ λόγον, ὃν ἅ ΟΠ ποτὶ ΠΞ. Ἀλλ' ὡς τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον, οὕτως ἐντὶ ἅ ΒΓ ποτὶ ΑΔ, ὡς δὲ ἅ ΟΠ ποτὶ ΠΞ, οὕτως ἅ ΡΠ ποτὶ ΠΣ· καὶ ὡς ἄρα ἅ ΒΓ ποτὶ ΑΔ, οὕτως ἅ ΡΠ ποτὶ ΠΣ· ὥστε καὶ ὡς δύο αἱ ΒΓ μετὰ τὰς ΑΔ ποτὶ δύο τὰς ΑΔ μετὰ τὰς ΒΓ, οὕτως δύο αἱ ΡΠ μετὰ τὰς ΠΣ ποτὶ δύο τὰς ΠΣ μετὰ τὰς ΠΡ. Ἀλλὰ δύο μὲν αἱ ΡΠ μετὰ τὰς ΠΣ συναμφοτέρός ἐστιν ἅ ΣΡΠ, τουτέστιν ἅ ΠΕ, δύο δὲ αἱ

ΠΣ μετὰ τᾶς ΠΡ συναμφοτέρως ἐστὶν ἂ ΡΣΠ, τουτέστιν ἂ ΠΖ· δέδεικται ἄρα τὰ προτεθέντα.
Ἰσορροπικῶν β' α'. ^[30]

2 101 Εἴ κα δύο χωρία περιεχόμενα ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομαῖς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχωντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν διαιρέον οὕτως τὰν εἰρημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτὰς ἀντιπεπονηθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις. Ἐστω δύο χωρία τὰ ΑΒ, ΓΔ, οἷα εἴρηται, κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρεος ἔστω τὰ Ε, Ζ σαμεῖα, καὶ ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ ΓΔ, τοῦτον ἔχέτω ἂ ΖΘ ποτὶ ΘΕ. Δεικτέον ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΓΔ χωρίων συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρεός ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον. Ἐστω δὴ τᾶ μὲν ΕΘ ἑκατέρα ἴσα τᾶν ΖΗ, ΖΚ, τᾶ δὲ ΖΘ, τουτέστι τᾶ ΗΕ, ἴσα ἂ ΕΛ· ἐσσεῖται ἄρα καὶ ἂ ΛΘ τᾶ ΚΘ ἴσα, καὶ ἔτι ὥς ἂ ΛΗ ποτὶ ΗΚ, οὕτως τὸ ΑΒ ποτὶ ΓΔ· διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. ^[15]

2 102 Παραβεβλήσθω δὴ παρὰ τὰν ΛΗ τὸ χωρίον τοῦ ΑΒ ἐφ' ἑκάτερα τᾶς ΛΗ, ὥστε εἴμεν τὸ ΜΝ ἴσον τῷ ΑΒ· ἐσσεῖται δὴ τοῦ ΜΝ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. Συμπεπληρώσθω δὴ τὸ ΝΞ, ἔξει δὲ τὸ ΜΝ ποτὶ τὸ ΝΞ λόγον, ὃν ἂ ΛΗ ποτὶ ΗΚ. Ἐχει δὲ καὶ τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ ΓΔ τὸν τᾶς ΛΗ ποτὶ ΗΚ λόγον· καὶ ὥς ἄρα τὸ ΑΒ ποτὶ ΓΔ, οὕτως τὸ ΜΝ ποτὶ ΝΞ. Καὶ ἐναλλάξ ἴσον δὲ τὸ ΑΒ τῷ ΜΝ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΓΔ τῷ ΝΞ, καὶ κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ τοῦ βάρεος τὸ Ζ σαμεῖον. Καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἂ ΛΘ τᾶ ΘΚ, καὶ ὅλα ἂ ΑΚ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς δίχα τέμνει, [τοῦ] ὅλου τοῦ ΠΜ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον. Ἀλλὰ τὸ ΜΠ ἴσον τῷ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΜΝ, ΝΞ· ὥστε καὶ τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΓΔ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. β'. Εἴ κα εἰς τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομαῖς τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ πάλιν εἰς τὰ παραλειπόμενα τμήματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὰς αὐτὰς βάσις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος ἴσον, καὶ αἰεὶ εἰς τὰ παραλειπόμενα τμήματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὸν αὐτὸν τρόπον, τὸ γενόμενον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι γνωρίμως ἐγγράφεσθαι λεγέσθω. ^[25]

2 103 Φανερόν δὲ ὅτι τοῦ οὕτως ἐγγραφέντος σχήματος αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύουσαι τὰς τε ἔγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμήματος καὶ τὰς ἐξῆς παρὰ τὰν βάσιν ἐσσοῦνται τοῦ τμήματος καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμήματος διαμέτρου καὶ τὰν διάμετρον τεμοῦντι εἰς τοὺς τῶν ἐξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους ἐνὸς λεγομένου ποτὶ τᾶ κορυφᾶ τοῦ τμήματος. Ταῦτα δὲ δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσιν. Εἰ δὲ κα εἰς τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομαῖς εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγραφῇ, τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς τοῦ τμήματος διαμέτρου. Ἐστω τμήμα τὸ ΑΒΓ οἷον εἴρηται, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ. Δεικτέον ὅτι τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εὐθυγράμμου ἐστὶν ἐπὶ τᾶς ΒΔ. Ἐπεὶ γὰρ τοῦ μὲν ΑΕΚΓ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΛΔ ἐστί, τοῦ δὲ ΕΖΙΚ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΛ, τοῦ δὲ ΖΗΘΙ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΝ, ἔτι δὲ καὶ τοῦ ΗΒΘ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΝ, δηλον ὅτι καὶ τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΔ ἐστίν. ^[15]

2 104 γ' Εἴ κα δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομαῖς εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως, ἔχωντι δὲ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει ἀλλάλαις, τῶν εὐθυγράμμων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνοντι τὰς διαμέτρους τῶν τμαμάτων. Ἐστω δύο τμήματα τὰ ΑΒΓ, ΕΟΠ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὰ εὐθύγραμμα γνωρίμως, καὶ τὰν πασῶν πλευρᾶν τὸν ἀριθμὸν ἐχόντων ἀλλάλοις ἴσον, διάμετροι δὲ ἔστωσαν τῶν τμαμάτων αἱ ΒΔ, ΟΡ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ καὶ αἱ ΣΤ, ΥΦ, ΧΨ. ^[10]

2 105

Ἐπεὶ οὖν ἅ τε ΒΔ διαιρεῖται ὑπὸ τῶν παραλλήλων εἰς τοὺς τῶν ἐξῆς ἀριθμῶν περισσῶν λόγους καὶ ἅ ΡΟ, καὶ τῷ πλήθει τὰ τμήματα αὐτῶν ἴσα ἐντί, δηλον ὡς τὰ τε τμήματα τῶν διαμέτρων ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ἐσσεῖται, καὶ αἱ παράλληλοι τοὺς αὐτοὺς λόγους ἐξοῦντι. Καὶ τῶν τραπεζίων τοῦ τε ΑΕΚΓ καὶ τοῦ ΞΣΤΠ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσεῖται ἐπὶ τῶν ΛΔ, ΩΡ εὐθείᾳ ὁμοίως κείμενα, ἐπεὶ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον αἱ ΑΓ, ΕΚ ταῖς ΞΠ, ΣΤ· πάλιν δὲ καὶ τῶν ΕΖΙΚ, ΣΥΦΤ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΛΜ, Ωλ, καὶ τῶν ΖΗΘΙ, ΥΧΨΦ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΜΝ, ρλ, ἐσσεῖται δὲ καὶ τῶν ΗΒΘ, ΧΟΨ τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τῶν ΒΝ, Ορ ὁμοίως κείμενα· ἔχοντι δὲ τὸν αὐτὸν λόγον τὰ τραπέζια καὶ τὰ τρίγωνα. Δηλον οὖν ὅτι τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ ΑΒΓ τμήματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ὁμοίως διαιρεῖ τὰν ΒΔ καὶ τοῦ ἐν τῷ ΞΟΠ τμήματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὰν ΟΡ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. δ'. [20]

2 106 Παντὸς τμήματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς τοῦ τμήματος διαμέτρου. Ἐστω τμήμα ὡς εἴρηται τὸ ΑΒΓ, οὗ διάμετρος ἔστω ἅ ΒΔ. Δεικτέον ὅτι τοῦ εἰρημένου τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς ΒΔ. Εἰ γὰρ μή, ἔστω τὸ Ε, καὶ δι' αὐτοῦ ἄχθω παρὰ τὰν ΒΔ ἅ ΕΖ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμήμα τρίγωνον τὸ ΑΒΓ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἅ ΓΖ ποτὶ ΖΔ, τοῦτον ἔχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον· ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμήμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ· τοῦ δὲ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς ΒΔ. Ἐστω τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἅ ΘΕ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθω ἅ ΓΛ· δηλον δὲ ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ τμήματι ποτὶ τὰ λειπόμενα τμήματα ἢ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ. [15]

2 107 Ἀλλ' ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ, οὕτως ἅ ΓΖ ποτὶ ΖΔ· καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἄρα εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἅ ΓΖ ποτὶ ΖΔ, τουτέστιν ἅ ΛΕ ποτὶ ΕΘ. Ἐχέτω οὖν ἅ ΜΕ ποτὶ ΕΘ τὸν αὐτὸν λόγον τὸν τοῦ εὐθυγράμμου ποτὶ τὰ τμήματα. Ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ε κέντρον τοῦ ὅλου τμήματος, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν αὐτῷ εὐθυγράμμου τὸ Θ, δηλον ὅτι λοιποῦ τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τῶν περιλειπομένων τμημάτων τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐκβληθείσας τῆς ΘΕ καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας, ἅ λόγον ἔχει ποτὶ τὰν ΘΕ ὃν τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα. Ὡστε εἴη κα τοῦ συγκειμένου μεγέθους ἐκ τῶν περιλειπομένων τμημάτων κέντρον τοῦ βάρους τὸ Μ σαμεῖον· ὅπερ ἄτοπον· τὰς γὰρ διὰ τοῦ Μ παρὰ τὰν ΒΔ ἀγομένας ἐπὶ ταῦτα ἐσσοῦνται πάντα τὰ περιλειπόμενα τμήματα. Δηλον οὖν ὅτι ἐπὶ τῆς ΒΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους. ε'. Εἴ κα εἰς τμήμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως, τοῦ ὅλου τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐγγύτερόν ἐστι τῆς κορυφᾶς τοῦ τμήματος ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον. Ἐστω τὸ ΑΒΓ τμήμα οἷον εἴρηται, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἅ ΔΒ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον πρῶτον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμάσθω ἅ ΒΔ κατὰ τὸ Ε, ὥστε εἶμεν διπλασίαν τὰν ΒΕ τῆς ΕΔ· ἔστιν οὖν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ε σαμεῖον. [5]

2 108 Τετμάσθω δὲ δίχα ἑκάτερα τὰν ΑΒ, ΒΓ κατὰ τὰ Ζ, Η, καὶ διὰ τῶν Ζ, Η παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθωσαν αἱ ΖΚ, ΛΗ· ἐσσεῖται ἄρα τοῦ μὲν ΑΚΒ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς ΖΚ, τοῦ ΒΓΛ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐπὶ τῆς ΗΛ. Ἐστω δὲ τὰ Θ, Ι, καὶ ἐπεζεύχθω ἅ ΘΙ. Καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΘΖΗΙ, καὶ ἴσα ἐστὶ τῇ ΖΝ ἅ ΝΗ, ἔστιν ἄρα καὶ ἅ ΧΘ ἴσα τῇ ΧΙ· ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων συγκειμένου μεγέθους κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ μέσας τῆς ΘΙ [ἐπειδὴ περ ἴσα ἐντὶ τμήματα], τουτέστιν τὸ Χ σαμεῖον. Ἐπεὶ δὲ τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ συγκειμένου ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τῶν Χ, δηλον οὖν ὅτι ὅλου τοῦ τμήματος τοῦ ΑΒΓ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶν ἐπὶ τῆς ΧΕ,

τουτέστι μεταξὺ τῶν Χ, Ε σημείων· ὥστ' εἴη καὶ ἐγγύτερον τᾶς τοῦ τμήματος κορυφᾶς τὸ κέντρον τοῦ ὅλου τμήματος ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου τριγώνου γνωρίμῳς. ^[5]

2 109 Ἐγγεγράφθω πάλιν εἰς τὸ τμήμα πεντάγωνον εὐθύγραμμον γνωρίμῳς τὸ ΑΚΒΛΓ, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ὅλου τμήματος διάμετρος ἅ ΒΔ, ἐκατέρου δὲ τῶν τμημάτων ἐκατέρα τᾶν ΚΖ, ΛΗ διάμετρος [καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ ΑΚΒ τμήματι ἐγγέγραπται εὐθύγραμμον γνωρίμῳς, τοῦ ὅλου τμήματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐγγύτερον τᾶς κορυφᾶς ἢ τὸ τοῦ εὐθυγράμμου]. Ἐστω οὖν τοῦ μὲν τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ, τοῦ δὲ τριγώνου τὸ Ι, πάλιν δὲ ἔστω τοῦ μὲν ΒΛΓ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ, τοῦ δὲ τριγώνου τὸ Ν· ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Χ, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων τὸ Τ. ^[15]

2 110 Πάλιν οὖν, ἐπεὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμημάτων τὸ Χ, δηλον ὡς [τοῦ] ὅλου τοῦ ΑΒΓ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΧΕ τμαθείσας οὕτως ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τμήματα, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τὸ τμήμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ Χ ποτὶ τὸ ἔλασσον τμήμα. Τοῦ δὲ ΑΚΒΛΓ πενταγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΕΤ εὐθείας τμαθείσας οὕτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὸ τμήμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ Τ ποτὶ τὸ λοιπόν. Ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ ΚΑΒ, ΛΒΓ τρίγωνα ἢ ποτὶ τὰ τμήματα, δηλον οὖν ὅτι τοῦ ΑΒΓ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς Β κορυφᾶς ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου. Καὶ ἐπὶ πάντων εὐθυγράμμων τῶν ἐγγραφομένων ἐς τὰ τμήματα γνωρίμῳς ὁ αὐτὸς λόγος. ζ'. Τμήματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δυνατόν ἐστιν ἐς τὸ τμήμα εὐθύγραμμον γνωρίμῳς ἐγγράψαι, ὥστε τὰν μεταξὺ εὐθείαν τῶν κέντρων τοῦ βάρεος τοῦ τμήματος καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου ἐλάσσονα εἶμεν πάσας τὰς προτεθείσας εὐθείας. Δεδόσθω τμήμα τὸ ΑΒΓ οἷον εἴρηται, οὗ κέντρον ἔστω τοῦ βάρεος τὸ Θ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον γνωρίμῳς τὸ ΑΒΓ, καὶ ἔστω ἅ προτεθεῖσα εὐθεῖα ἅ Ζ, καὶ ὃν λόγον ἔχει ἅ ΒΘ ποτὶ Ζ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Χ χωρίον. ^[5]

2 111 Ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τμήμα εὐθύγραμμον γνωρίμῳς τὸ ΑΚΒΛΓ, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Χ, καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε. Φαμί δὴ τὰν ΘΕ ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς Ζ. Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴσα ἐστὶν ἢ μείζων. Ἐπεὶ δὲ τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ Χ, τουτέστιν ἅ ΘΒ ποτὶ Ζ, ἔχει δὲ καὶ ἅ ΒΘ ποτὶ Ζ οὐκ ἐλάσσονα λόγον ἢ ὃν ἔχει ποτὶ ΘΕ, διὰ τὸ μὴ ἐλάσσονα εἶμεν τὰν ΘΕ τᾶς Ζ, πολλῶ ἄρα τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἅ ΒΘ ποτὶ ΘΕ· ὥστε, ἐὰν ποιῶμες ὡς τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα, οὕτως ἄλλαν τινα ποτὶ ΘΕ [ἐπειδὴ τοῦ ΑΒΓ τμήματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ, ἐκβληθείσας τᾶς ΕΘ καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας ἐχούσας λόγον ποτὶ τὰν ΕΘ, ὃν τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμήματα], ἐσσεῖται μείζων τᾶς ΘΒ. ^[15]

2 112 Ἐχέτω οὖν ἅ ΗΘ ποτὶ ΘΕ. Τὸ Η ἄρα κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τμημάτων· ὅπερ ἀδύνατον· τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Η ἀχθείσας παρὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐστὶν [τῷ τμήματι]. Δηλον οὖν ὅτι ἅ ΘΕ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς Ζ· ἔδει δὲ τοῦτο δεῖξαι. ζ'. Δύο τμημάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὰ κέντρα τῶν βαρέων εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους. Ἐστω δύο τμήματα οἷα εἴρηται τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ, ὧν διάμετροι αἱ ΒΔ, ΖΘ, καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ τμήματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Κ σημείον, τοῦ δὲ ΕΖΗ τὸ Λ. ^[15]

2 113

Δεικτέον ὅτι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους τὰ Κ, Λ. Εἰ γὰρ μή, ἔστω ὡς ἅ ΚΒ ποτὶ ΚΔ, οὕτως ἅ ΖΜ ποτὶ ΜΘ, καὶ ἐγγεγράφω εἰς τὸ ΕΖΗ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως, ὥστε τὰν μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ τμᾶματος καὶ τοῦ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου ἐλάσσονα εἶμεν τὰς ΛΜ, καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρους τὸ Ξ σαρμεῖον, ἐγγεγράφω δὲ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ [ἐγγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ] ὁμοῖον εὐθύγραμμον [τουτέστιν ὁμοίως γνωρίμως]· οὗ τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὰς κορυφαῖς ἐγγύτερον ἢ περ τὸ τοῦ τμᾶματος· ὅπερ ἀδύνατον. Δῆλον οὖν ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἅ ΒΚ ποτὶ ΚΔ, ὃν ἅ ΖΛ ποτὶ ΛΘ. η'. Παντὸς τμᾶματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομαῖς τὸ κέντρον τοῦ βάρους διαιρεῖ τὰν τοῦ τμᾶματος διάμετρον, ὥστε εἶμεν ἀμιόλιον τὸ μέρος αὐτᾶς τὸ ποτὶ τᾷ κορυφαῖ τοῦ τμᾶματος τοῦ ποτὶ τᾷ βάσει. Ἐστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα οἷον εἴρηται, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἅ ΒΔ, κέντρον δὲ τοῦ βάρους τὸ Θ σαρμεῖον. ^[20]

2 114 Δεικτέον ὅτι ἀμιολία ἐστὶν ἅ ΒΘ τὰς ΘΔ. Ἐγγεγράφω ἐς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα γνωρίμως τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, οὗ κέντρον τοῦ βάρους ἔστω τὸ Ε, καὶ τετμάσθω δίχα ἑκατέρω τᾶν ΑΒ, ΒΓ, καὶ ἄχθων αἱ ΚΖ, ΗΛ· διάμετροι ἄρα ἐντὶ τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων. Ἐστω οὖν τοῦ μὲν ΑΚΒ τμᾶματος τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Μ, τοῦ δὲ ΒΛΓ τὸ Ν, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΜΝ, ΚΛ· τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τμαμάτων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Χ. Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἅ ΒΘ ποτὶ ΘΔ, οὕτως ἅ ΚΜ ποτὶ ΜΖ, καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ ὡς ἅ ΒΔ ποτὶ ΚΖ, οὕτως ἅ ΔΘ ποτὶ ΜΖ, τετραπλασία δὲ ἅ ΒΔ τὰς ΚΖ· τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δείκνυται, οὗ σαρμεῖον· τετραπλασίων ἄρα καὶ ἅ ΔΘ τὰς ΜΖ· ὥστε καὶ λοιπὰ ἅ ΒΘ λοιπὰς τὰς ΚΜ, τουτέστι τὰς ΣΧ, τετραπλασίων. Καὶ λοιπὰ ἄρα συναμφοτέρα ἅ ΒΣ, ΧΘ τριπλασίων τὰς ΣΧ. Ἐστω τριπλασία ἅ ΒΣ τὰς ΣΞ· καὶ ἅ ΧΘ ἄρα τὰς ΞΧ ἐστὶ τριπλασία. Καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἐστὶν ἅ ΒΔ τὰς ΒΞ· καὶ γὰρ τοῦτο δείκνυται· ἅ δὲ ΒΣ τὰς ΣΞ τριπλασίων, ἅ ΞΒ ἄρα τὰς ΒΔ τρίτον μέρος ἐστὶν. Ἐστὶν δὲ καὶ ἅ ΕΔ τὰς ΔΒ τρίτον μέρος, ἐπειδή περ κέντρον τοῦ βάρους τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐστὶ τὸ Ε· καὶ λοιπὰ ἄρα ἅ ΞΕ τρίτον μέρος τὰς ΒΔ. ^[20]

2 115 Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ὅλου τμᾶματος κέντρον τοῦ βάρους ἐστὶ τὸ Θ σαρμεῖον, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθους τὸ κέντρον τοῦ βάρους τὸ Χ, τοῦ δὲ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Ε, ἐσσεῖται ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τμᾶματα, οὕτως ἅ ΧΘ ποτὶ ΘΕ. Τριπλάσιον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν τμαμάτων [ἐπειδή περ τὸ ὅλον τμᾶμα ἐπίτρίτον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου]· τριπλασία ἄρα καὶ ἅ ΧΘ τὰς ΘΕ. Ἐδείχθη δὲ ἅ ΧΘ τριπλασία καὶ τὰς ΧΞ· πενταπλασία ἄρα ἐστὶν ἅ ΞΕ τὰς ΕΘ, τουτέστιν ἅ ΔΕ τὰς ΕΘ· ἴσα γὰρ ἐστὶν αὐτᾶ· ὥστε ἐξαπλασία ἐστὶν ἅ ΔΘ τὰς ΘΕ. Καὶ ἐντὶ τὰς ΔΕ τριπλασία ἅ ΒΔ· ἀμιολία ἄρα ἐντὶ ἅ ΒΘ τὰς ΘΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. θ'. Εἴ κα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωντι ἐν τᾷ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἅ ἐλάχιστα ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ἧ ὑπερέχει ἅ μεγίστα τὰς ἐλάχιστας, τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰ τρία πεμπτὰμῶρια τὰς ὑπεροχᾶς, ἧ ὑπερέχει ἅ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τὰς τρίτας, ὃν δὲ ἔχει λόγον ἅ ἴσα τᾷ τε διπλασίᾳ τὰς μεγίστας τᾶν ἀνάλογον καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τὰς δευτέρας καὶ τᾷ ἐξαπλασίᾳ τὰς τρίτας καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τὰς τετάρτας ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε πενταπλασίᾳ τὰς μεγίστας καὶ τᾷ δεκαπλασίᾳ τὰς δευτέρας καὶ τᾷ δεκαπλασίᾳ τὰς τρίτας καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τὰς τετάρτας, τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ἧ ὑπερέχει ἅ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τὰς τρίτας, συναμφότεραι αἱ λαφθεῖσαι ἐσοῦνται δύο πεμπτὰμῶρια τὰς μεγίστας. ^[25]

2 116 Ἐστωσαν τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ, ΒΕ, καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἅ ΒΕ ποτὶ ΕΑ, τοῦτον ἔχέτω ἅ ΖΗ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τὰς ΑΔ, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἅ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τὰς ΑΒ καὶ τετραπλασίᾳ τὰς ΒΓ καὶ ἐξαπλασίᾳ τὰς ΒΔ καὶ τριπλασίᾳ τὰς ΒΕ ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ πενταπλασίᾳ τὰς ΑΒ καὶ δεκαπλασίᾳ τὰς ΓΒ καὶ δεκαπλασίᾳ τὰς ΒΔ καὶ πενταπλασίᾳ τὰς ΒΕ, τοῦτον ἔχέτω τὸν λόγον ἅ ΗΘ ποτὶ τὰν ΑΔ. Δεικτέον ὅτι ἅ ΖΘ δύο πενταμῶριά ἐντι τὰς ΑΒ. Ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν ἐντι αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ, ΒΕ, καὶ αἱ ΑΓ, ΓΔ, ΔΕ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντί, καὶ συναμφότερος ἅ

AB, BG ποτὶ τὰν BD, τουτέστιν ἂ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς AB, BG ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς BD, ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ AD ποτὶ τὰν DE, καὶ συναμφοτέρος ἂ AB, BG ποτὶ τὰν EB, καὶ πάντα ποτὶ πάντα· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἂ AD ποτὶ τὰν DE, ὃν ἂ ἴσα τᾶ τε διπλασίᾳ τᾶς AB καὶ τᾶ τριπλασίᾳ τᾶς GB καὶ τᾶ AB ποτὶ τὰν ἴσαν τᾶ τε διπλασίᾳ τᾶς BD καὶ τᾶ BE, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἂ ἴσα τᾶ τε διπλασίᾳ τᾶς AB καὶ τᾶ τετραπλασίᾳ τᾶς BG καὶ τᾶ τετραπλασίᾳ τᾶς BD καὶ τᾶ διπλασίᾳ τᾶς BE ποτὶ τὰν ἴσαν τᾶ τε διπλασίᾳ τᾶς AB καὶ τᾶ EB, τοῦτον ἔξει ἂ DA ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς DE. Ἐχέτω οὖν ποτὶ ΔΟ. Καὶ ἀμφοτέραι δὲ ποτὶ τὰς πρώτας τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον· ἔξει οὖν ἂ OA ποτὶ AD τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ ἴσα τᾶ τε διπλασίᾳ τᾶς AB καὶ τετραπλασίᾳ τᾶς GB καὶ ἑξαπλασίᾳ τᾶς BD καὶ τριπλασίᾳ τᾶς BE ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρας τᾶς AB, EB καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς GB, BD. ^[5]

2 117 Ἐχει δὲ καὶ ἂ AD ποτὶ HΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς AB, BE μετὰ τᾶς δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς GB, BD ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AB καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶς GB καὶ τᾶς τριπλασίας τᾶς EB καὶ ἑξαπλασίας τᾶς BD· ἀνομοίως δὲ τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, δι' ἴσου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἂ OA ποτὶ HΘ, ὃν ἂ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς AB, BE μετὰ τᾶς δεκαπλασίας τᾶν GB, BD ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς AB, BE καὶ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς GB, BD. Ἄλλ' ἂ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς πενταπλασίας συναμφοτέρου τᾶς AB, BE μετὰ τᾶς δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς GB, BD ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς AB, BE καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς GB, BD λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο· καὶ ἂ AO ἄρα ποτὶ HΘ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Πάλιν, ἐπεὶ ἂ OD ποτὶ ΔΑ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ EB μετὰ τᾶς διπλασίας τᾶς BD ποτὶ τὰν ἴσαν τᾶ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς AB, BE μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς GB, BD, ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἂ AD ποτὶ DE, οὕτως ἂ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AB καὶ τριπλασίας τᾶς GB καὶ τᾶς BD ποτὶ τὰν ἴσαν τᾶ τε EB καὶ τᾶ διπλασίᾳ τᾶς BD, ἀνομοίως οὖν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν τεταραγμένας ἐούσας τᾶς ἀναλογίας, δι' ἴσου ὡς ἂ OD ποτὶ DE, οὕτως ἂ διπλασία τᾶς AB μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς BG καὶ ἂ BD ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς AB, BE καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶν GB, BD· ὥστε καὶ ὡς ἂ OE ποτὶ ED ἔστιν, οὕτως ἂ GB μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς BD καὶ διπλασίας τᾶς EB ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς AB, BE καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς GB, BD. ^[10]

2 118 Ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἂ DE ποτὶ EB, οὕτως ἂ τε AG ποτὶ GB, ἐπεὶ καὶ κατὰ σύνθεσιν, καὶ ἂ τριπλασία τᾶς GA ποτὶ τὰν τριπλασίαν τᾶς AB καὶ ἂ διπλασία τᾶς DE ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς EB· ὥστε καὶ ἂ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς AG καὶ τριπλασίας τᾶς GA καὶ διπλασίας τᾶς DE ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς GB καὶ τριπλασίας τᾶς AB καὶ διπλασίας τᾶς EB. Ἀνομοίως οὖν πάλιν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, δι' ἴσου τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ἂ EO ποτὶ EB, ὃν ἂ AG μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς GA καὶ διπλασίας τᾶς DE ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς AB, BE μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς GB, BD· ὅλα οὖν ἂ OB ποτὶ BE τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ ἴσα τᾶ τε τριπλασίᾳ τᾶς AB μετὰ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς GB καὶ τᾶ τριπλασίᾳ τᾶς BD ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς AB, BE μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς GB, BD. Καὶ ἐπεὶ αἶ τε ED, ΔΓ, ΓΑ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντὶ καὶ συναμφοτέρος ἐκάστα τᾶν EB, BD, ΔB, BG, GB, BA, ἐσσεῖται καὶ ὡς ἂ ED ποτὶ ΔΑ, οὕτως συναμφοτέρος ἂ EB, BD ποτὶ συναμφοτέρον τὰν ΔB, BG μετὰ τᾶς συναμφοτέρου τᾶς GB, BA. ^[5]

2 119 Καὶ συνθέντι ἄρα ἐστὶν ὡς ἂ AE ποτὶ AD, οὕτως συναμφοτέρος ἂ EB, BD μετὰ συναμφοτέρου τᾶς AB, BG καὶ συναμφοτέρου τᾶς GBA, ὃ ἐστὶ συναμφοτέρος ἂ EBA μετὰ τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΔBG ποτὶ συναμφοτέρον τὰν BD, BA μετὰ τᾶς διπλασίας τᾶς BG· ὥστε καὶ ἂ διπλασία ποτὶ τὰν διπλασίαν τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, τουτέστιν ὡς ἂ EA ποτὶ AD, οὕτως ἂ

διπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΕΒΑ μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ μετὰ τᾶς τετραπλασίας τᾶς ΓΒ· ὥστε καὶ ὡς ἅ ΕΑ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, οὕτως ἅ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΕ καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΓΒ. Ἀλλ' ὡς ἅ ΕΑ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, οὕτως ἐστὶν ἅ ΕΒ ποτὶ ΖΗ· καὶ ὡς ἄρα ἅ ΕΒ ποτὶ ΖΗ, οὕτως ἅ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΕ μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΔΒΓ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ μετὰ τᾶς τετραπλασίας τᾶς ΓΒ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἅ ΟΒ ποτὶ ΕΒ, οὕτως ἅ τριπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ μετὰ τᾶς ἐξαπλασίας τᾶς ΓΒ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΕ καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΓΒΔ. Καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἅ ΟΒ ποτὶ ΖΗ, οὕτως ἅ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς τριπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ ἐξαπλασίας τᾶς ΓΒ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΓΒ. ^[5]

2 120 Ἀλλὰ ἅ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς τριπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ ἐξαπλασίας τᾶς ΓΒ ποτὶ μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒΔ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΓΒ λόγον ἔχει, ὃν τρία ποτὶ δύο, ποτὶ δὲ τὰ τρία πέμπτα τᾶς αὐτᾶς λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο· ἐδείχθη δὲ καὶ ἅ ΑΟ ποτὶ ΗΘ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε ποτὶ δύο· καὶ ὅλα ἄρα ἅ ΒΑ ποτὶ ὅλαν τὰν ΖΘ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. Εἰ δὲ τοῦτο, δύο πεμπταμορία ἐντὶ ἅ ΖΘ τᾶς ΑΒ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ι'. Παντὸς τόμου ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομαῖς ἀφαιρουμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἐστίν, ἃ διάμετρος ἐστὶ τοῦ τόμου, τόνδε τὸν τρόπον κείμενον· διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας εἰς ἴσα πέντε ἐπὶ μέσου πεμπταμορίου, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τᾶς ἐλάσσονος βάσιος τοῦ τόμου ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν βάσεων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσων συναμφοτέρᾳ τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσεων καὶ τᾷ μείζονι, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βάσεων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσων ἀμφοτέρᾳ τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μείζονος καὶ τᾷ ἐλάσσονι αὐτᾶν. ^[25]

2 121 Ἔστωσαν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομαῖς δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΔΕ, διάμετρος δὲ ἔστω τοῦ ΑΒΓ τμήματος ἡ ΒΖ· φανερόν δὴ ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμου διάμετρος ἐστὶν ἡ ΗΖ [καὶ αἱ μὲν ΑΓ, ΔΕ παράλληλοι ἐντὶ τᾷ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένῳ τᾶς τομαῖς]· καὶ τᾶς ΗΖ εὐθείας διαιρεθείσας εἰς πέντε ἴσα μέσον ἔστω πεμπταμόριον ἡ ΘΚ, ἡ δὲ ΘΙ ποτὶ τὰν ΙΚ τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσων ἀμφοτέραις τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ΔΗ καὶ τᾷ ΑΖ, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσων ἀμφοτέραις τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ΑΖ καὶ τᾷ ΔΗ. Δεικτέον ὅτι τοῦ ΑΔΕΓ τόμου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Ι σαμεῖον. Ἔστω δὴ τᾷ μὲν ΖΒ ἴσα ἡ ΜΝ, τᾷ δὲ ΗΒ ἴσα ἡ ΝΟ, καὶ λελάφθω τᾶν μὲν ΜΝΟ μέσα ἀνάλογον ἡ ΝΞ, τετάρτα δὲ ἀνάλογον ἡ ΤΝ, καὶ ὡς ἅ ΤΜ ποτὶ ΤΝ, οὕτως ἅ ΖΘ ποτὶ τινὰ ἀπὸ τοῦ Ι, ὅπου ἂν ἔρχηται τὸ ἕτερον σαμεῖον· οὐδὲν γὰρ διαφέρει εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Ζ, Η εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Η, Β· τὰν ΙΡ. ^[5]

2 122 Καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομαῖς διάμετρος ἐστὶ τοῦ τμήματος ἡ ΖΒ, ἡ ΒΖ ἥτοι ἀρχικᾶς ἐστὶ τᾶς τομαῖς ἢ παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται, αἱ δὲ ΑΖ, ΔΗ εἰς αὐτὰν τεταγμένως ἐντὶ καταγμέναι, ἐπειδὴ παράλληλοι ἐντὶ τᾷ ἐπὶ τοῦ Β τᾶς τομαῖς ἐφαπτομένῳ. Εἰ δὲ τοῦτο, ἔστιν ὡς ἅ ΑΖ ποτὶ ΔΗ δυνάμει, οὕτως ἅ ΖΒ ποτὶ ΒΗ μάκει, τουτέστιν ἅ ΜΝ ποτὶ ΝΟ. Ὡς δὲ ἅ ΜΝ ποτὶ ΝΟ μάκει, οὕτως ἅ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει· καὶ ὡς ἄρα ἅ ΑΖ ποτὶ ΔΗ δυνάμει, οὕτως ἅ ΜΝ ποτὶ ΝΞ δυνάμει· ὥστε καὶ μάκει ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. Καὶ ὡς ἄρα ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον. Ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως τὸ ΑΒΓ τμᾶμα ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΜΝ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΝΞ κύβον, οὕτως ἅ ΜΝ

ποτὶ NT· ὥστε καὶ διελόντι ἐστὶν ὡς ὁ AΔΕΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἂ MT ποτὶ NT, τουτέστι τὰ γ' ε' τᾶς HZ ποτὶ IP. Καὶ ἐπεὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΔΗ καὶ τᾶς AZ, ποτὶ τὸν ἀπὸ AZ κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἂ διπλασία τᾶς ΔΗ μετὰ τᾶς AZ ποτὶ ZA, ὥστε καὶ ὃν ἂ διπλασία τᾶς ΝΞ μετὰ τᾶς NM ποτὶ NM, ἔστι δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ AZ κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ ΔΗ κύβον, οὕτως ἂ MN ποτὶ NT, ὡς δὲ ὁ ἀπὸ ΔΗ κύβος ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AZ μετὰ τᾶς ΔΗ, οὕτως ἂ ΔΗ ποτὶ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AZ καὶ τᾶς ΔΗ, ὥστε καὶ ἂ TN ποτὶ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ON καὶ τᾶς TN, γέγονεν οὖν τέσσαρα μεγέθεα, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΔΗ καὶ τᾶς AZ, καὶ ὁ ἀπὸ AZ κύβος καὶ ὁ ἀπὸ ΔΗ κύβος καὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AZ καὶ τᾶς ΔΗ, τέτταρσι μεγέθεσιν ἀνάλογον σύνδυο λαμβανομένοις, τᾷ τε συγκειμένῳ ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς NM καὶ ἑτέρῳ μεγέθει τᾷ MN καὶ ἄλλῳ ἐξῆς τᾷ NT καὶ τελευταῖον τᾷ συγκειμένῳ ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς NO καὶ τᾶς NT· δι' ἴσου ἄρα γενήσεται ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ AZ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΔΗ καὶ τᾶς AZ, ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AZ καὶ τᾶς ΔΗ, οὕτως ἂ συγκειμένα ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς MN ποτὶ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς NO καὶ τᾶς NT. ^[20]

2 124 Ἀλλ' ὡς τὸ εἰρημένον στερεὸν ποτὶ τὸ εἰρημένον στερεόν, οὕτως ἂ ΘΙ ποτὶ ΙΚ· καὶ ὡς ἄρα ἂ ΘΙ ποτὶ ΙΚ, οὕτως ἂ συγκειμένα ποτὶ τὰν συγκειμένων· Ὡστε καὶ συνθέντι καὶ τῶν ἀγουμένων τὰ πενταπλασία· ἔστιν ἄρα ὡς ἂ ΖΗ ποτὶ ΙΚ, οὕτως ἂ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς MNT καὶ δεκαπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΝΞ, NO ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ON καὶ τὰν NT. Καὶ ὡς ἂ ΖΗ ποτὶ ΖΚ ἐοῦσαν αὐτᾶς δύο πέμπτα, οὕτως ἂ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς MNT καὶ δεκαπλασία συναμφοτέρου τᾶς ENO ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς MNT καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ENO· ἐσσεῖται οὖν ὡς ἂ ΖΗ ποτὶ ΖΙ, οὕτως ἂ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς MNT καὶ δεκαπλασία συναμφοτέρου τᾶς ENO ποτὶ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς MN καὶ τετραπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ON καὶ τριπλασίας τᾶς NT. Ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθεῖαι ἐξῆς ἀνάλογον αἱ MN, ΝΞ, ON, NT, καὶ ἐστίν, ὡς μὲν ἂ NT ποτὶ TM, οὕτως λελαμμένα τις ἂ ΡΙ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΖΗ, τουτέστι τᾶς MO, ὡς δὲ ἂ συγκειμένα ἕκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς NM καὶ τετραπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς NO καὶ τριπλασίας τᾶς NT ποτὶ τὰν συγκειμένων ἕκ τε τᾶς πενταπλασίας συναμφοτέρου τᾶς MNT καὶ δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ENO, οὕτως ἑτέρα τις λελαμμένα ἂ ΙΖ ποτὶ τὰν ΖΗ, τουτέστιν ποτὶ τὰν MO, ἐσσεῖται διὰ τὰ πρότερον ἂ ΡΖ δύο πέμπτα τᾶς MN, τουτέστι τᾶς ΖΒ· ὥστε κέντρον βάρεός ἐστὶ τοῦ ABΓ τμήματος τὸ Ρ σαμεῖον. ^[25]

2 125 Ἦστω δὴ καὶ τοῦ ΔΒΕ τμήματος κέντρον βάρεος τὸ Χ σαμεῖον. Τοῦ ἄρα AΔΕΓ τόμου ἐσσεῖται τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ἐπ' εὐθείας τᾷ ΧΡ τὸν αὐτὸν ποτὶ αὐτὰν λόγον ἐχούσας, ὃν ἔχει ὁ τόμος ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα. Ἔστιν δὲ τὸ Ι σαμεῖον. Ἐπεὶ γὰρ τᾶς μὲν ΖΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἂ ΒΡ, τᾶς δὲ ΗΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἂ ΒΧ, καὶ λοιπᾶς ἄρα τᾶς HZ τρία πέμπτα ἐστὶν ἂ ΧΡ. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς μὲν ὁ AΔΕΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἂ MT ποτὶ TN, ὡς δὲ ἂ MT ποτὶ τὰν TN, οὕτως τὰ τρία πέμπτα τᾶς HZ, ἅτις ἐστὶν ἂ ΧΡ, ποτὶ ΡΙ, ἐσσεῖται ἄρα καὶ ὡς ὁ AΔΕΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἂ ΧΡ ποτὶ ΡΙ. Καὶ ἐστὶ τοῦ μὲν ὅλου τμήματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ρ σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΕ κέντρον βάρεος τὸ Χ· φανερόν οὖν ὅτι καὶ τοῦ AΔΕΓ τόμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ι σαμεῖον. ^[15]