

eul_wid: ixo-ag

Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος · Archimedes of Syracuse

Book of Assumptions

Βιβλίον Ὑποθέσεων

Period: Ἑλληνιστική Hellenistic
Dialect: Δωρική Doric
Domain: Μαθηματικά Mathematics
Format: Πραγματεία Treatise

- 3 134 α'. Εἴ κα ἦ δύο κύκλοι ἐπιψαύοντες ἀλλάλων ἐντός, διάμετροι δὲ αὐτῶν παράλληλοι, ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ἀπὸ τοῦ σαμείου ἀφῆς καὶ τῶν περάτων τῶν διαμέτρων δύο εὐθεῖαι ἐσσοῦνται ἀλλάλαις ἐπ' εὐθείας. Ἐστωσαν δύο κύκλοι, ὧν κέντρα τὰ Ζ, Η, ἐπιψαύοντες ἀλλάλων κατὰ τὸ Ε σαμεῖον, διάμετρος δὲ ἡ ΑΒ παρὰ διάμετρον τὴν ΓΔ· φαμὶ δὴ, ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΔ, ΔΒ εὐθεῖαι ἐσσοῦνται ἀλλάλαις ἐπ' εὐθείας. ^[10]
- 3 135 Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΖΗ καὶ ἐκβεβλήσθω ποτὶ τὸ Ε, ἄχθω δὲ ἡ ΔΘ παρὰ τὴν ΖΗ. Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖαι αἱ ΖΒ, ΖΕ ἴσαι ἐντὶ καὶ ἡ ΗΔ τῇ ΖΘ, κοινὰ ἀφαιρήσθω ἡ ΖΘ, τουτέστιν ἡ ΗΕ· λοιπαὶ ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΘΔ, ΘΒ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΘΔΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΘΒΔ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ ΗΔΕ, ἐστὶν ἴσα· κοινὰ ποτικείσθω γωνία ἡ ὑπὸ ΗΔΒ· συναμφοτέρος ἄρα γωνία ἡ ὑπὸ ΗΔΒ, ΔΒΖ συναμφοτέρῳ τῇ ὑπὸ ΗΔΒ, ΕΔΗ ἐστὶν ἴσα· ἔστι δὲ συναμφοτέρος ἡ ὑπὸ ΗΔΒ, ΔΒΖ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσα· συναμφοτέρος ἄρα γωνία ἡ ὑπὸ ΗΔΒ, ΕΔΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἐστὶν ἴσα· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐντὶ εὐθεῖαι αἱ ΕΔ, ΔΒ· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. β'. Ἐστὼ ἀμικύκλιον τὸ ΑΒΓ καὶ δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι αὐτοῦ αἱ ΔΒ, ΔΓ, ἡ δὲ ΒΕ ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τῇ ΑΓ, ἐπεζεύχθω δὲ ἡ ΑΔ· φαμὶ δὴ τὰν ΒΖ ἴσαν εἶμεν τῇ ΖΕ. ^[5]
- 3 136 Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΒ καὶ ἐκβληθεῖσαι αἱ ΑΒ, ΓΔ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η σαμεῖον καὶ ἄχθω ἡ ΒΓ. Ἐπεὶ οὖν γωνία ἡ ὑπὸ ΓΒΑ ὀρθὰ ἐστὶν, ἐσσεῖται καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΒΗ ὀρθὰ· ἔστι δὲ καὶ εὐθεῖα ἡ ΒΔ τῇ ΔΓ ἴσα· ἐσσεῖται ἄρα καὶ εὐθεῖα ἡ ΔΗ τῇ ΔΒ, τουτέστι τῇ ΔΓ ἴσα. ^[15]
- 3 137 Καὶ ἐπεὶ ἡ ΒΕ παρὰ τὴν ΗΓ ἐστίν, ἐσσεῖται ἄρα καὶ ἡ ΒΖ τῇ ΖΕ ἴσα· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. γ'. Ἐστὼ τμήμα κύκλου τὸ ΑΓ καὶ ἀπὸ σαμείου τινος Β τὰς περιφερείας ἄχθω τῇ ΑΓ ποτ' ὀρθὰς ἡ ΒΔ, λελάφθω δὲ εὐθεῖα ἡ ΔΕ εὐθείᾳ τῇ ΔΑ ἴσα καὶ περιφέρεια ἡ ΒΖ τῇ ΑΒ· φαμὶ δὴ, ἐπιζευχθεῖσαι ἡ ΓΖ εὐθεῖα τῇ ΓΕ ἐστὶν ἴσα. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ, ΒΖ, ΖΕ, ΕΒ εὐθεῖαι· καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΔ τῇ ΔΕ ἐστὶν ἴσα, κοινὰ δὲ ἡ ΒΔ, δύο δὴ αἱ ΑΔ, ΔΒ δυσὶ ταῖς ΕΔ, ΔΒ ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ἴσαι ἐντὶ· ἔστι δὲ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΔΒ ἴσα· βάσις ἄρα ἡ ΕΒ βάσει τῇ ΑΒ, τουτέστι τῇ ΒΖ, ἐστὶν ἴσα· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΖΕ ἐστὶν ἴσα. ^[10]
- 3 138 Καὶ ἐπεὶ τετράπλευρον τὸ ΑΒΖΓ ἐν κύκλῳ ἐστίν, γωνίαι αἱ ἀπεναντίον αἱ ὑπὸ ΓΖΒ, ΓΑΒ, τουτέστιν αἱ ὑπὸ ΓΖΒ, ΒΕΑ, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι ἐντὶ. Ἐστὶ δὲ καὶ συναμφοτέρος ἡ ὑπὸ ΓΕΒ, ΒΕΑ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσα· κοινὰ ἀφαιρήσθω ἡ ὑπὸ ΒΕΑ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΖΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΕΒ ἐστὶν ἴσα· κοινὰ ἀφαιρήσθω ἡ ὑπὸ ΒΖΕ, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΒΕΖ· λοιπαὶ ἄρα αἱ ποτὶ τῇ βάσει τῇ ΕΖ

τριγώνου τοῦ ΕΓΖ γωνίαί αἱ ὑπὸ ΓΖΕ, ΖΕΓ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί· πλευρὰ ἄρα ἅ ΖΓ πλευρᾷ τῇ ΕΓ ἐστὶν ἴσα· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. δ'. ^[30]

3 139 Εἴ κα ἐν ἀμικυκλίῳ σαμεῖόν τι ἐπὶ τᾷς διαμέτρου ἧ, γραφέντων δὲ ἀπὸ τῶν τμαμάτων τᾷς διαμέτρου δύο ἀμικύκλια ἐντός, ἀναστακῇ δὲ ἀπὸ τοῦ λαφθέντος σαμείου εὐθεῖα ποτὶ τῇ περιφερείᾳ τῇ διαμέτρῳ ποτ' ὀρθὰς, σχῆμα τὸ ὑπὸ τῶν τριῶν περιφερειῶν περιεχόμενον ἴσον ἐστὶ κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἅ ἀναστακεῖσα κάθετος. Ἔστω ἀμικύκλιον τὸ ΑΒΓ καὶ σαμεῖόν τι ἐπὶ διαμέτρου τᾷς ΑΓ τὸ Δ, καὶ ἀπὸ διαμέτρων τῶν ΓΔ, ΔΑ ἀμικύκλια ἀναγεγράφθων ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ σαμείου ἀνεστακέτω ποτ' ὀρθὰς τῇ ΑΓ ἅ ΔΒ· φαμὶ δὴ, σχῆμα τὸ ὑπὸ τῶν τριῶν περιφερειῶν περιεχόμενον, τουτέστι τοῦ μείζονος ἀμικυκλίου καὶ τῶν δύο ἀναγραφέντων ἐντός, ὅπερ ἄρβηλος καλεῖσθω, κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἅ ΔΒ, ἴσον ἐστίν. ^[5]

3 140 Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΔΑ, ΔΒ, ΔΓ ἐξῆς ἀνάλογόν ἐντι, ἐσσεῖται τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ τῷ ἀπὸ τᾷς ΒΔ ἴσον· κοινὸν ποτικεῖσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ τᾷς ὅλας τετράγωνον, τουτέστι τὸ ἀπὸ τᾷς ΑΓ, τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων τῶν ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ τετραγώνοις καὶ τῷ δις τοῦ ἀπὸ τᾷς ΒΔ ἐστὶν ἴσον. Καὶ ἐπεὶ οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους ὡς τὰ ἀπὸ τᾶν διαμέτρων τετράγωνα ἐντι, ἐσσεῖται δὴ κύκλος, οὗ διάμετρος ἅ ΑΓ, δυσὶ κύκλοις, ὧν διάμετρος ἅ ΔΒ, καὶ δυσὶ κύκλοις, ὧν διαμέτροι αἱ ΑΔ, ΔΓ, ἴσος, τουτέστιν ἀμικύκλιον τὸ ΑΓ ἴσον κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἅ ΔΒ, καὶ δυσὶν ἀμικυκλίοις, ὧν διαμέτροι αἱ ΑΔ, ΔΓ· κοινὸν ἀφαιρήσθω ἀμικύκλια τὰ ΑΔ, ΔΓ· λοιπὸν ἄρα χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ περιφερειῶν τᾶν ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ, ὅπερ ἄρβηλος καλεῖται, κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἅ ΔΒ, ἐστὶν ἴσον· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. ^[5]

3 141 ε'. Εἴ κα ἐν ἀμικυκλίῳ σαμεῖόν τι ἐπὶ τᾷς διαμέτρου ἧ, καὶ γραφέντων ἀπὸ τῶν τμαμάτων τᾷς διαμέτρου δύο ἀμικύκλια ἐντός, ἀναστακῇ δὲ ἀπὸ τοῦ σαμείου εὐθεῖα τῇ διαμέτρῳ ποτ' ὀρθὰς, καὶ δύο κύκλοι γραφέντων ἐπ' ἀμφοτέρας τᾷς ἀνεστακούσας ἐπιψαύοντες αὐτὰς καὶ τῶν ἀμικυκλίων, οἱ γραφέντες κύκλοι ἐσσοῦνται ἀλλάλοις ἴσοι. Ἔστω ἀμικύκλιον, οὗ διάμετρος ἅ ΑΒ, σαμεῖον δὲ τι ἐπ' αὐτὰς τὸ Γ· ἀναγεγράφθω δὲ ἀπὸ τμαμάτων τῶν ΑΓ, ΓΒ ἀμικύκλια ἐντός, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σαμείου ἀνεστακέτω ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τῇ ΑΒ ἅ ΓΔ, γεγράφθων δὲ δύο κύκλοι ἐπ' ἀμφοτέρας τᾷς ἀνεστακούσας εὐθείας ἐπιψαύοντες τὰς τε ἀνεστακούσας καὶ τῶν ἀμικυκλίων· φαμὶ δὴ, οἱ γραφέντες κύκλοι ἴσοι ἀλλάλοις ἐντί. ^[15]

3 142 Ἔστω γὰρ πρότερον κύκλος ὁ ἐπιψαύων τᾷς ΓΔ κατὰ τὸ Ε σαμεῖον καὶ ἀμικυκλίου μὲν τοῦ ΑΓ κατὰ τὸ Η, ἀμικυκλίου δὲ τοῦ ΑΒ κατὰ τὸ Ζ, ἄχθω δὲ διάμετρος τοῦ κύκλου ἅ ΘΕ· ἐπιζευχθεῖσαι δὴ αἱ ΑΘ, ΘΖ εὐθεῖαι ἐσσοῦνται ἀλλάλαις ἐπ' εὐθείας, ἐκβληθεῖσαι δὲ αἱ ΑΖ, ΓΕ εὐθεῖαι συμβαλέτωσαν κατὰ τὸ Δ σαμεῖον· ὁμοίως δὴ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΖΕ, ΕΒ ἐσσοῦνται ἀλλάλαις ἐπ' εὐθείας, καὶ αἱ ΘΗ, ΗΓ, καὶ αἱ ΕΗ, ΗΑ, ἐκβεβλήσθω δὲ ἅ ΑΕ ἐπὶ τὸ Ι σαμεῖον, ἄχθω δὲ ἅ ΒΙ εὐθεῖα καὶ ἅ ΖΔ. ^[30]

3 143 Ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΔ, ΑΒ εὐθεῖαι ἐντι καὶ ἀπὸ τοῦ Δ σαμείου τῇ ΑΒ ἄκται ποτ' ὀρθὰς ἅ ΔΓ, καὶ ἀπὸ τοῦ Β ποτ' ὀρθὰς τῇ ΔΑ ἅ ΒΖ τέμνουσα τὰν ΔΓ κατὰ τὸ Ε, εὐθεῖα δὲ ἅ ΑΕΙ ποτ' ὀρθὰς τῇ ΒΙ ἐστίν, ἐσσοῦνται ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΒΙ, ΙΔ ἀλλάλαις ἐπ' εὐθείας, ὡς παρ' ἡμῶν ἐν τοῖς Περὶ ὀρθογωνίων τριγώνων δέδεικται. Καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἅ ΒΔ παρὰ τὰν ΓΗ ἐστίν, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἅ ΑΔ ποτὶ τὰν ΔΘ, ὃν ἔχει ἅ ΑΓ ποτὶ τὰν ΘΕ, τουτέστιν ἅ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΓΒ τῷ ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΘΕ ἐστὶν ἴσον· ὁμοίως δὴ δείξομες ὅτι ἐν κύκλῳ τῷ ΑΜΝ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΓ, ΓΒ τῷ ὑπὸ ΑΒ καὶ τᾷς διαμέτρου τοῦ ΑΜΝ κύκλου ἴσον ἐστίν· αἱ διαμέτροι ἄρα κύκλων τῶν ΕΖΗ, ΑΜΝ ἴσαι ἐντί, τουτέστιν οἱ δύο κύκλοι ἴσοι ἐντί· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. ζ'. ^[30]

3 144 Εἴ κα ἐν ἀμικυκλίῳ σαμεῖόν τι ἐπὶ τᾷς διαμέτρου ἧ, καὶ γραφέντων ἀπὸ τῶν τμαμάτων τᾷς διαμέτρου δύο ἀμικύκλια ἐντός, γραφῇ δὲ ἐν τῷ ἄρβήλῳ κύκλος ἐπιψαύων τῶν τριῶν ἀμικυκλίων, τὸν λόγον τᾷς διαμέτρου τοῦ δοθέντος ἀμικυκλίου ποτὶ τὰν διάμετρον τοῦ

ἐγγραφέντος κύκλου εὐρεῖν. Ἐστω ἀμικύκλιον τὸ ΑΒΓ, σαμεῖον δέ τι ἐπὶ τᾷ διαμέτρου τὸ Δ καὶ πεποιήσθω οὕτως, ὥστε τὸ μείζον τμήμα τὸ ΑΔ ἐλάσσονος τοῦ ΔΓ ἀμιόλιον εἶμεν, καὶ ἀπὸ τμημάτων τῶν ΑΔ, ΔΒ ἀναγεγράφθων ἀμικύκλια, γεγράφθω δὲ ἐν τῷ ἀρβήλῳ κύκλος ὁ ΕΖ ἐπιψαύων τῶν τριῶν ἀμικυκλίων, καὶ ἄχθω διάμετρος αὐτοῦ παρὰ τὰν ΑΓ ἢ ΕΖ. ^[5]

3 145 Εὐρεῖν τὸν λόγον διαμέτρου τᾷς ΑΓ ποτὶ διάμετρον τὰν ΕΖ. Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΒ εὐθεῖαι καὶ αἱ ΓΖ, ΖΒ· εὐθεῖαι δὴ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΒ, ὡς ἐν τοῖς πρότερον ἐδείχθη. Ἐπεζεύχθωσαν ἔτι αἱ ΖΗΑ, ΕΘΓ· δείκνυνται δὴ αὗται εὐθεῖαι οὕσαι· ἔτι δὲ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΕ, ΔΖ, καὶ αἱ ΔΙ, ΔΛ, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΜ, ΖΝ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Ο, Ρ σαμεῖα. Ἐπεὶ οὖν ἐν τριγώνῳ τῷ ΑΕΔ ἢ ΑΗ τᾷ ΕΔ ποτ' ὀρθὰς ἐστίν, καὶ ἢ ΔΙ τᾷ ΑΕ, τέμνοντι δὲ ἀλλάλας κατὰ τὸ Μ σαμεῖον, ἢ ΕΜΟ τᾷ ΑΓ ἐσσεῖται ποτ' ὀρθὰς, ὡς παρ' ἡμῶν ἐν τοῖς Περὶ τριγώνων ἐδείχθη καὶ τῷ πρότερον ὑπέκειτο· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἢ ΖΝ τᾷ ΓΑ ἐσσεῖται ποτ' ὀρθὰς· ἔστι δὲ εὐθεῖα ἢ ΔΛ παρὰ τὰν ΑΒ καὶ ἢ ΔΙ παρὰ τὰν ΓΒ· ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἢ ΑΔ ποτὶ τὰν ΔΓ, ὃν ἔχει ἢ ΑΜ ποτὶ τὰν ΜΖ, τουτέστιν ἢ ΑΟ ποτὶ τὰν ΟΡ, καὶ ἢ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΑ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἔχει ἢ ΓΝ ποτὶ τὰν ΝΕ, τουτέστιν ἢ ΓΡ ποτὶ τὰν ΡΟ· ἦν δὲ ἢ ΑΔ ἀμιόλιος τᾷς ΔΓ· καὶ ἢ ΑΟ ἄρα τᾷς ΟΡ ἐστὶν ἀμιόλιος, καὶ ἢ ΟΡ τᾷς ΓΡ· εὐθεῖαι ἄρα αἱ ΑΟ, ΟΡ, ΡΓ ἐξῆς ἀνάλογόν ἐντι, ἄν ἢ μὲν ΡΓ ἴσα γίνεται τέσσαρα, ἢ δὲ ΟΡ ἕξ, ἢ δὲ ΑΟ ἑννέα, ἢ δὲ ΓΑ ἑννεακαίδεκα. ^[15]

3 146 Ἐστὶ δὲ ἢ ΡΟ τᾷ ΕΖ ἴσα· ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἢ ΑΓ ποτὶ τὰν ΕΖ, ὃν ἔχει τὰ ἑννεακαίδεκα ποτὶ τὰ ἕξ· καὶ ἐστὶν ἢ ΑΓ διάμετρος ἀμικυκλίου τοῦ ΑΒΓ, ἢ δὲ ΕΖ κύκλου τοῦ ΕΒΖ· εὐρέθη ἄρα ὁ αἰτούμενος λόγος. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται εἴ κα ὁ λόγος τᾷς διαμέτρου τοῦ δοθέντος ἀμικυκλίου ποτὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἐγγραφέντος κύκλου ἐπιμόριος ἦ. Ζ'. ^[30]

3 147 Ὁ τετραγώνῳ περιγεγραμμένος κύκλος διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐστίν. Ἐστω γὰρ κύκλος ὁ ΑΒ περὶ τετράγωνον τὸ ΑΒ καὶ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένος κύκλος ὁ ΓΔ, διάμετρος δὲ τοῦ περιγεγραμμένου κύκλου καὶ τοῦ τετραγώνου ἢ ΑΒ, ἄχθω δὲ διάμετρος τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου ἢ ΓΔ παρὰ τὰν ΑΕ· φαμὶ δὴ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐστὶ διπλασίων. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ τᾷς ΑΒ διπλασίον τοῦ ἀπὸ τᾷς ΑΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τᾷς ΓΔ, οἱ κύκλοι δὲ ἐντι ὡς τὰ ἀπὸ τᾶν διαμέτρων αὐτῶν τετράγωνα, ἐσσεῖται ἄρα καὶ ὁ περιγεγραμμένος κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλασίων· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. ^[5]

3 148 ἦ'. Εἴ κα ἐν κύκλῳ εὐθεῖα τις ΑΒ προσαρμοσμένα ἦ, ἐκβληθῇ δὲ κατὰ τὸ Γ σαμεῖον, ὥστε τὰν ΒΓ εὐθεῖαν τᾷ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν εἶμεν, διαχθῇ δὲ εὐθεῖα τις ἀπὸ τοῦ Γ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὸ Ε σαμεῖον, ἐσσεῖται περιφέρεια ἢ ΑΕ περιφερείας τᾷς ΒΖ τριπλασίων. Ἄχθω γὰρ ἢ ΕΗ παρὰ τὰν ΑΒ καὶ ἐπεζεύχθων αἱ ΔΒ, ΔΗ. Ἐπεὶ οὖν γωνία αἱ ὑπὸ ΒΓΔ, ΒΔΓ, ΔΕΗ, ΔΗΕ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί, γωνία δὲ ἢ ὑπὸ ΓΔΗ γωνίας τᾷς ὑπὸ ΔΕΗ ἐστὶ διπλασίων, ἐσσεῖται ἄρα γωνία ἢ ὑπὸ ΒΔΗ γωνίας τᾷς ὑπὸ ΒΔΓ τριπλασίων. ^[25]

3 149 Ἐσσεῖται ἄρα περιφέρεια ἢ ΒΗ, τουτέστιν ἢ ΑΕ, περιφερείας τᾷς ΒΖ τριπλασίων· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. Θ'. Εἴ κα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωντι ἀλλάλας ποτ' ὀρθὰς μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὕσαι, δύο αἱ ἀπεναντίον περιφέρειαι δυσὶ ταῖς ἀπεναντίον ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί. Ἐστω κύκλος ὁ ΑΒΓ καὶ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ τέμνουσαι ἀλλάλας ποτ' ὀρθὰς, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὕσαι· φαμὶ δὴ, δύο αἱ ἀπεναντίον περιφέρειαι αἱ ΑΔ, ΓΒ δυσὶ ταῖς ἀπεναντίον ταῖς ΑΓ, ΒΔ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί. ^[20]

3 150 Τετμάσθω γὰρ δίχα ἢ ΓΔ κατὰ τὸ Η σαμεῖον καὶ διὰ τοῦ Η διάχθω διάμετρος τοῦ κύκλου ἢ ΕΖ παρὰ τὰν ΑΒ. Ἐπεὶ οὖν περιφέρεια ἢ ΕΓ περιφερείαις ταῖς ΕΑ, ΑΔ ἴσα ἐστίν, ἐσσοῦνται ἄρα περιφέρειαι αἱ ΓΖ, ΕΑ, ΑΔ ἀμικυκλίῳ ἴσαι· ἔστι δὲ περιφέρεια ἢ ΕΑ περιφερεία τᾷ ΒΖ ἴσα· συναμφοτέρος ἄρα περιφέρεια ἢ ΓΒ, ΑΔ ἀμικυκλίῳ ἐστὶν ἴσα· λοιπὴ ἄρα περιφέρεια ἢ ΑΓ, ΔΒ ἀμικυκλίῳ ἐστὶν ἴσα· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. Ι'. Εἴ κα ἦ κύκλος καὶ δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΑ, ΔΓ

ἐπιψαύουσαι αὐτοῦ κατὰ τὰ Α, Γ σαμεῖα, τέμνουσα δὲ εὐθεῖα ἅ ΔΒ, ἀχθῇ δὲ ἅ ΕΓ παρὰ τὰν ΒΔ, ἐπιζευχθῇ δὲ ἅ ΕΑ τέμνουσα τὰν ΔΒ κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ποτ' ὀρθὰς τῇ ΕΓ ἀχθῇ ἅ ΖΗ, ἅ ἀγμένα τὰν ΕΓ δίχα τέμνει. ^[30]

3 151 Ἐπεξεύχθω γὰρ ἅ ΑΓ. Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἅ ΔΑ ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου ἐστίν, ἅ δὲ ΑΓ τέμνουσα αὐτόν, γωνία ἅ ὑπὸ ΔΑΓ τῇ ἐν τῷ ἐναλλάξ τμήματι τοῦ κύκλου γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΓ, τουτέστι τῇ ὑπὸ ΑΖΔ, ἐστὶν ἴσα. Ἔστι γὰρ ἅ ΓΕ παρὰ τὰν ΒΔ. Καὶ ἐπεὶ ἐν δυσὶ τριγώνοις τοῖς ΔΑΖ, ΑΘΔ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΖΔ, ΘΑΔ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί, γωνία δὲ ἅ πρὸς τῷ Δ κοινά, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΖΔ, ΔΘ περιεχόμενον ὀρθογώνιον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΑ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετραγώνῳ, ἐστὶν ἴσον· ἐπεὶ οὖν ὃν λόγον ἔχει ἅ ΖΔ ποτὶ τὰν ΔΓ, τοῦτον ἔχει καὶ ἅ ΔΓ ποτὶ τὰν ΔΘ, γωνία δὲ ἅ ποτὶ τὸ Δ σαμεῖον κοινά ἐστίν, τρίγωνα ἄρα τὰ ΔΖΓ, ΔΓΘ ἐστὶν ὅμοια καὶ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΔΖΓ, ΔΓΘ, ΔΑΘ, ΑΖΔ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί· ἔστι δὲ καὶ γωνία ἅ ὑπὸ ΔΖΓ τῇ ὑπὸ ΖΓΕ ἴσα· ἦν δὲ καὶ ἅ ὑπὸ ΔΖΑ τῇ ὑπὸ ΑΕΓ ἴσα· ἐν δυσὶ τριγώνοις ἄρα τοῖς ΕΗΖ, ΓΗΖ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΗΕΖ, ΗΓΖ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί καὶ αἱ ποτὶ τῷ Η σαμεῖω γωνίαι ὀρθαί· ἔστι δὲ πλευρὰ ἅ ΗΖ κοινά· ἔστιν ἄρα ἅ ΕΗ τῇ ΗΓ ἴσα· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. ^[15]

3 152 ια'. Εἴ κα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωντι ἀλλάλας ποτ' ὀρθὰς μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι, τὰ ἀπὸ τῶν τμαμάτων τῶν εὐθειῶν τετράγωνα τῷ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἴσα ἐντί. Ἔστω γὰρ κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ τετμάσθων ποτ' ὀρθὰς κατὰ τὸ Ε σαμεῖον· φαμί δὴ, τὰ ἀπὸ τῶν τμαμάτων τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΕ, ΕΔ τετράγωνα τῷ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἴσα ἐστίν. ^[5]

3 153 Ἄχθω γὰρ διάμετρος τοῦ κύκλου ἅ ΑΖ καὶ ἐπεξεύχθων αἱ ΑΓ, ΑΔ, ΓΖ, ΔΒ εὐθεῖαι. Ἐπεὶ οὖν ἐν δυσὶ τριγώνοις τοῖς ΑΔΕ, ΑΖΓ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΕΔ, ΑΔΕ, καὶ ΑΓΖ, ΑΖΓ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, λοιπαὶ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓΑΖ, ΔΑΕ ἐσσοῦνται ἀλλάλαις ἴσαι· περιφέρειαι ἄρα αἱ ΓΖ, ΔΒ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί, καὶ αἱ ταύτας ὑποτείνουσαι εὐθεῖαι αἱ ΓΖ, ΔΒ· ἔστι δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΓΖ, ἴσον, καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ, καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΓΑ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΑ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς διαμέτρου, ἴσα· ἐσσοῦνται ἄρα τὰ ἀπὸ τῶν τμαμάτων τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΕ, ΕΔ τετράγωνα τῷ ἀπὸ τῆς διαμέτρου ἴσα· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. ^[5]

3 154 ιβ'. Εἴ κα ἐκ σαμείου ἐκτὸς ἀμικυκλίου δύο εὐθεῖαι ἀχθέωντι ἐπιψαύουσαι αὐτοῦ, ἀχθέωντι δὲ ἐκ τῶν σαμείων ἀφᾶς δύο εὐθεῖαι ποτὶ τὰ ἀπεναντίον πέρατα τῆς διαμέτρου τέμνουσαι ἀλλάλας, ἅ ἐκ τοῦ ἐκτὸς σαμείου ποτὶ τὸ σαμεῖον τομᾶς τῶν δύο εὐθειῶν ἀχθεῖσαι καὶ ἐκβληθεῖσαι ποτὶ τὰν διάμετρον ἐσσεῖται ταῦτα ποτ' ὀρθὰς. Ἔστω ἀμικύκλιον τὸ ΑΒ, σαμεῖον δὲ τι ἐκτὸς αὐτοῦ τὸ Γ, καὶ ἐκ τοῦ Γ ἄχθων δύο εὐθεῖαι αἱ ΓΔ, ΓΕ ἐπιψαύουσαι αὐτοῦ κατὰ τὰ Δ, Ε σαμεῖα, ἐπεξεύχθων δὲ ἐκ τῶν σαμείων ἀφᾶς ποτὶ τὰ ἀπεναντίον πέρατα τῆς διαμέτρου τὰ Α, Β εὐθεῖαι αἱ ΕΑ, ΔΒ τέμνουσαι ἀλλάλας κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἀχθεῖσαι ἅ ΓΖ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Η σαμεῖον· φαμί δὴ, εὐθεῖα ἅ ΓΗ διαμέτρῳ τῇ ΑΒ ἐσσεῖται ποτ' ὀρθὰς. ^[15]

3 155 Ἐπεξεύχθων γὰρ αἱ ΑΔ, ΕΒ. Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΔΑΒ γωνία ἅ ὑπὸ ΑΔΒ ὀρθά ἐστίν, λοιπαὶ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΔΑΒ, ΔΒΑ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι ἐντί· ἔστι δὲ καὶ γωνία ἅ ὑπὸ ΑΕΒ μιᾷ ὀρθῇ ἴσα· κοινὰ ποτικείσθω ἅ ὑπὸ ΖΒΕ· συναμφοτέρως ἄρα ἅ ὑπὸ ΔΑΒ, ΑΒΕ συναμφοτέρῳ τῇ ὑπὸ ΖΒΕ, ΖΕΒ, τουτέστιν ἐξωτερικῇ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ τριγώνου τοῦ ΖΒΕ ἐστὶν ἴσα. Καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἅ ΓΔ ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου ἐστίν, διαῖκται δὲ ἀπὸ τοῦ σαμείου ἀφᾶς τοῦ Δ ἅ ΔΒ τέμνουσα τὸν κύκλον, ἐσσεῖται γωνία ἅ ὑπὸ ΓΔΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΑΒ ἴσα· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ γωνία ἅ ὑπὸ ΓΕΖ τῇ ὑπὸ ΕΒΑ ἐστὶν ἴσα· καὶ συναμφοτέρως ἄρα γωνία ἅ ὑπὸ ΓΕΖ, ΓΔΖ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστὶν ἴσα· καὶ δέδεικται παρ' ἡμῶν ἐν τοῖς Περὶ τετραπλεύρων ὅτι εἴ κα μεταξὺ δύο ἰσᾶν εὐθειᾶν τεμνομενᾶν, οἷον τᾶν ΓΔ, ΓΕ, δύο εὐθεῖαι ἀχθέωντι τεμνόμεναι, οἷον αἱ ΔΖ, ΕΖ, γωνία δὲ ἅ ὑπὸ τούτων

περιεχομένα, ὥς ἂν ποτὶ τῷ Z, συναμφοτέρῳ τῶν ὑπὸ τῶν δύο τεμνομένων εὐθειῶν περιεχομένα, ὥς αἰ ποτὶ τοῖς E, Δ σαμείοις, ἴσα ἐστίν, ἂν ἐπιζευγνυμένα ἐκ τοῦ σαμείου καθ' ὃ αἰ δύο εὐθεῖαι συμβάλλοντι ἐπὶ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ αὐταὶ τέμνοντι ἀλλάλας, ὥς ἂν ΓZ εὐθεῖα, ἑκατέρᾳ τῶν τεμνομένων εὐθειῶν, ὥς αἰ ΓΔ, ΓE, ἐστὶν ἴσα· ἂν ΓZ εὐθεῖα ἄρα τῇ ΓΔ ἐστὶν ἴσα καὶ γωνία ἂν ὑπὸ ΓZΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔZ, τουτέστι τῇ ὑπὸ ΔAH· γωνία δὲ αἰ ὑπὸ ΓZΔ, ΔZH δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι ἐντί· συναμφοτέρος ἄρα γωνία ἂν ὑπὸ ΔAH, ΔZH δυσὶν ὀρθαῖς ἴσα ἐστίν· λοιπαὶ ἄρα γωνίαι τετραπλεύρου τοῦ AΔZH αἰ ὑπὸ AΔZ, AHZ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι ἐντί· ἔστι δὲ γωνία ἂν ὑπὸ AΔB μιᾷ ὀρθῇ ἴσα· γωνία ἄρα ἂν ὑπὸ AHΓ μιᾷ ὀρθῇ ἴσα ἐστίν· ἔστιν ἄρα εὐθεῖα ἂν ΔH διαμέτρῳ τῇ AB ποτ' ὀρθᾶς· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. ^[10]

3 157 ιγ'. Εἴ καὶ ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνουσαι ἀλλάλας μὴ ποτ' ὀρθὰς ὦσιν, ἂν μὲν διάμετρος ἂν δὲ οὐ, ἀχθέωντι δὲ ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς διαμέτρου εὐθεῖαι ποτ' ὀρθὰς τῇ ἄλλῃ εὐθείᾳ, αἰ ἀπολαφθεῖσαι ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς διαμέτρου εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί. Ἐστω κύκλος ὁ ABΓ καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι τέμνουσαι ἀλλάλας μὴ ποτ' ὀρθὰς αἰ AB, ΓΔ, ἂν ἂν AB διάμετρος τοῦ κύκλου, καὶ ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς διαμέτρου τῶν A, B ἀχθῶσαν τῇ ΓΔ ποτ' ὀρθὰς εὐθεῖαι αἰ AE, BZ· φαμί δὴ, αἰ ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς διαμέτρου ἀπολαφθεῖσαι εὐθεῖαι αἰ ΓZ, ΔE ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί. ^[5]

3 158 Ἐπεξεύχθω γὰρ ἂν EB καὶ ἀπὸ κέντρου τοῦ κύκλου τοῦ I τῇ ΓΔ ἀχθῶ ποτ' ὀρθὰς εὐθεῖα ἂν IH καὶ ἐκβληθεῖσα συμβαλλέτω τῇ EB κατὰ τὸ Θ σαμεῖον. Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἂν IH παρὰ τὰν AE ἐστίν, ἂν δὲ BI τῇ IA ἴσα, εὐθεῖα ἄρα ἂν BΘ τῇ ΘE ἐστὶν ἴσα. Πάλιν, ἐπεὶ ἂν BZ παρὰ τὰν ΘH ἦ, ἐστὶν εὐθεῖα ἄρα ἂν ZH εὐθεῖα τῇ HE ἐστὶν ἴσα· ἔστι δὲ καὶ ἂν HΓ τῇ HΔ ἴσα· κοινὰ ἀφαιρήσθω ἂν ZH, τουτέστιν ἂν HE· λοιπὰ ἄρα ἂν ZΓ λοιπῇ τῇ EΔ ἐστὶν ἴσα· φανερόν οὖν ὃ ἔδει δεῖξαι. ιδ'. ^[20]

3 159 Εἴ καὶ ἐν ἀμικυκλίῳ ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς διαμέτρου δύο ἴσα τμήματα λαφθέντι καὶ ἀπὸ τούτων ἀμικύκλια ἐντὸς γραφέντι, γραφῇ δὲ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τᾶς διαμέτρου ἀμικύκλιον ἐκτός, ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος συναμφοτέρος ἂν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἀμικυκλίου καὶ ἂν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκτός, χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν περιφερειῶν τῶν ἀμικυκλίων, ὅπερ σελήνιον καλεῖσθω, ἴσος ἐστίν. Ἐστω ἀμικύκλιον, οὗ διάμετρος ἂν AB, καὶ ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς διαμέτρου τῶν A, B δύο τμήματα ἴσα ἀλλάλοις λελάφθω τὰ AΓ, BΔ, γεγράφθω δὲ ἀπὸ τῶν τμημάτων δύο ἀμικύκλια ἐντός, καὶ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τοῦ ΓΔ γεγράφθω ἀμικύκλιον ἐκτός, διὰ κέντρου δὲ τοῦ ἀμικυκλίου τοῦ E διαμέτρῳ τῇ AB ἀχθῶ ποτ' ὀρθὰς εὐθεῖα ἂν EZ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ H σαμεῖον· φαμί δὴ, ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἂν ZH, χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν περιφερειῶν τῶν ἀμικυκλίων, ὅπερ σελήνιον καλεῖσθω, ἴσος ἐστίν. ^[5]

3 160 Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα γραμμὰ ἂν ΔΓ δίχα τέτμεται κατὰ τὸ E σαμεῖον, ποτίκεται δὲ αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἂν ΓA, τὸ ἀπὸ τᾶς ΔA καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ποτικειμένης τᾶς ΓA τὰ συναμφοτέρα τετράγωνα διπλασίονα ἐντι τοῦ τε ἀπὸ τᾶς ἀμισεῖας τᾶς ΔE καὶ τοῦ ἀπὸ τᾶς EA τετραγώνου. Ἐστὶ δὲ ἂν ZH τῇ ΔA ἴσα· ἔστιν ἄρα καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ZH, ΓA διπλασίονα τοῦ τε ἀπὸ τᾶς ΔE καὶ τοῦ ἀπὸ τᾶς EA. Καὶ ἐπεὶ ἂν AB τᾶς AE διπλασίον ἐστὶ καὶ ἂν ΓΔ τᾶς ΔE, ἐσσεῖται καὶ τὰ ἀπὸ τῶν AB, ΓΔ τοῖς ἀπὸ τῶν ΔE, EA τετραπλασίονα, τουτέστι τοῖς ἀπὸ τῶν ZH, ΓA διπλασίονα· κύκλοι ἄρα, ὧν διάμετροι αἰ AB, ΔΓ εὐθεῖαι, κύκλων, ὧν διάμετροι αἰ ZH, ΓA, διπλασίονές ἐντι· ἀμικύκλια ἄρα, ὧν διάμετροι αἰ AB, ΔΓ εὐθεῖαι, κύκλοις, ὧν διάμετροι αἰ ZH, ΓA, ἴσα ἐστίν· κοινὸν ἀφαιρήσθω κύκλος, οὗ διάμετρος ἂν AΓ, τουτέστι δύο ἀμικύκλια, ὧν διάμετροι αἰ AΓ, ΔB· λοιπὸν ἄρα χωρίον τὸ ὑπὸ τῶν περιφερειῶν τῶν ἀμικυκλίων περιεχόμενον, ὅπερ σελήνιον καλεῖται, κύκλῳ, οὗ διάμετρος ἂν ZH, ἴσον ἐστίν· δῆλον οὖν τὸ προτεθέν. ^[20]

3 161 ιε'. Ἐστω ἀμικύκλιον τὸ AB καὶ ἂν AΓ πλευρὰ τοῦ ἐγγεγραμμένου ἰσοπλεύρου τε καὶ ἰσογωνίου πενταγώνου, τετμάσθω δὲ περιφέρεια ἂν AΓ δίχα κατὰ τὸ Δ, ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἂν ΓΔ ἐκβεβλήσθω

ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ σαμείου διάχθω ἅ ΔΒ τέμνουσα πλευρὰν τὰν ΑΓ κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἄχθω τῇ ΑΒ ποτ' ὀρθᾶς ἅ ΖΗ· φαμί δὴ, εὐθεῖα ἅ ΕΗ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴσα ἐστίν. ^[5]

3 162 Ἐπεξεύχθω γὰρ ἅ ΓΒ, καὶ ἔστω κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Θ σαμεῖον, καὶ ἄχθωσαν αἱ ΘΔ, ΔΗ, ΑΔ εὐθεῖαι. Ἐπεὶ οὖν γωνία ἅ ὑπὸ ΑΒΓ δύο πέμπτα ὀρθᾶς ἐστίν, γωνία ἅ ὑπὸ ΓΒΔ, τουτέστι ἅ ὑπὸ ΔΒΑ, ἔν πεμπταμόριον ὀρθᾶς ἐστίν· γωνία ἅρα ἅ ὑπὸ ΔΘΑ δύο πέμπτα ὀρθᾶς ἐστίν. Καὶ ἐπεὶ ἐν δυσὶ τριγώνοις τοῖς ΓΒΖ, ΗΒΖ δύο γωνίαι αἱ ποτὶ τῷ Β ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί, ὀρθαὶ δὲ αἱ ποτὶ τὰ Η, Γ σαμεῖα, κοινὰ δὲ πλευρὰ ἅ ΒΖ, ἐσσεῖται ἄρα καὶ βάσις ἅ ΒΓ βάσει τῇ ΒΗ ἴσα. ^[25]

3 163 Πάλιν ἐπεὶ ἐν δυσὶ τριγώνοις τοῖς ΓΒΔ, ΗΒΔ δύο πλευραὶ αἱ ΓΒ, ΒΗ ἴσαι ἀλλάλαις ἐντί, γωνίαι δὲ αἱ ποτὶ τῷ Β ἴσαι, κοινὰ δὲ πλευρὰ ἅ ΒΔ, ἐσσεῖται ἄρα γωνία ἅ ὑπὸ ΒΓΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΗΔ, τουτέστιν ἐπιπέμπτῳ ὀρθᾶς, ἴσα· ἔστι δὲ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΓΔ, ΒΗΔ γωνιῶν γωνία τῇ ἐκτὸς τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τετραπλεύρου τοῦ ΒΑΔΓ, τουτέστι τῇ ΔΑΕ, ἴσα· γωνία ἅρα ἅ ὑπὸ ΔΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΗΑ ἔστιν ἴσα, καὶ πλευρὰ ἅ ΔΑ τῇ ΔΗ. Καὶ ἐπεὶ γωνία ἅ ὑπὸ ΔΘΗ β' ὀρθᾶς ἐστὶ καὶ ἅ ὑπὸ ΔΗΘ ἐπίπεμπτος ὀρθᾶς, γωνία ἅρα ἅ ὑπὸ ΘΔΗ β' ὀρθᾶς ἐστίν· πλευρὰ ἅρα ἅ ΔΗ πλευρᾷ τῇ ΗΘ ἐστὶν ἴσα. Πάλιν, ἐπεὶ γωνία ἅ ὑπὸ ΑΔΕ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τετραπλεύρου τοῦ ΑΔΓΒ ἐκτὸς ἐστίν, ἐσσεῖται ἄρα γωνία ἅ ὑπὸ ΑΔΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἴσα· ἔστι δὲ γωνία ἅ ὑπὸ ΑΒΓ β' γ' ὀρθᾶς γωνία ἅρα ἅ ὑπὸ ΑΔΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΔΘ ἐστὶν ἴσα. ^[30]

3 164 Καὶ ἐπεὶ ἐν δυσὶ τριγώνοις τοῖς ΕΔΑ, ΘΔΗ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΕΔΑ, ΔΑΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΘΔΗ, ΔΗΘ ἑκατέρα ἑκατέρα ἴσαι ἐντί, βάσις δὲ ἅ ΔΑ βάσει τῇ ΔΗ ἴσα, πλευρὰ ἅρα ἅ ΕΑ πλευρᾷ τῇ ΘΗ ἴσα ἐστίν. Κοινὰ ποτικείσθω ἅ ΑΗ· εὐθεῖα ἅρα ἅ ΕΗ εὐθείᾳ τῇ ΑΘ, τουτέστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ἴσα ἐστίν· δέδεικται οὖν τὸ προτεθέν. ΠΟΡΙΣΜΑ Ἐκ τούτου δὴ φανερόν ὅτι εὐθεῖα ἅ ΔΕ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐστὶν ἴσα. Ἐπεὶ γὰρ γωνία ἅ ὑπὸ ΔΑΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΗΘ ἴσα ἐστίν, ἐσσεῖται καὶ πλευρὰ ἅ ΔΘ πλευρᾷ τῇ ΔΕ, τουτέστι τῇ ΑΘ, ἴσα. ΠΟΡΙΣΜΑ Καὶ ἔτι δήλον ὅτι εὐθεῖα ἅ ΑΓ ἄκρον καὶ μέσον τέτταται κατὰ τὸ Δ σαμεῖον· τμήμα δὲ τὸ ΔΕ τὸ μείζον ἐστίν, ἐπεὶ ἅ ΕΔ πλευρὰ τοῦ ἑξαγώνου, ἅ δὲ ΔΓ πλευρὰ τοῦ δεκαγώνου τῶν ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγραφομένων.

[30]